

## ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ УНИВЕРСАЛЬНОЙ МАГНИТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЯГОВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Розглянуто ідею щодо підвищення точності розрахунків, оснований на застосуванні універсальної магнітної характеристики за рахунок варіації значення коефіцієнта насичення.

Рассмотрена идея повышения точности расчетов, основанных на применении универсальной магнитной характеристики за счет вариации значения коэффициента насыщения.

The idea of increase the calculations exactness based on application of universal magnetic characteristic due to value variation of satiation factor is considered.

В тяговом электромашиностроении для расчета характеристик тяговых двигателей постоянного тока широко применяют способ, основанный на использовании так называемой универсальной магнитной характеристики [1–4]. Она представляет собой выраженную в относительных единицах зависимость магнитного потока главных полюсов от магнитодвижущей силы (м. д. с.) их обмоток при некотором фиксированном значении коэффициента насыщения магнитной цепи в номинальном режиме возбуждения.

Универсальная магнитная характеристика построена по результатам обработки внутренних нагрузочных характеристик реальных тяговых двигателей, полученных на основании опытных скоростных характеристик и позволяет определить необходимые для расчета электромеханических характеристик внутренние нагрузочные характеристики двигателя с учетом размагничивающего действия реакции якоря.

Применение универсальной магнитной характеристики основано на использовании того факта, что магнитные характеристики отличающихся по параметрам и конструкции тяговых двигателей в относительных единицах при равных коэффициентах насыщения практически совпадают. При неравенстве коэффициентов насыщения магнитные характеристики не совпадают, но имеют близкое очертание, поэтому в этом случае также можно использовать универсальную магнитную характеристику, только следуют надлежащим способом выбрать на ней точку с координатами  $F^*$  и  $\Phi^*$ , соответствующую действительному значению коэффициента насыщения  $K_H$  в номинальном режиме. С этой целью универсальную магнитную характеристику представляют в виде взаи-

мосвязи значений трех параметров: коэффициента насыщения  $K_H$ , относительных значений магнитного потока  $\Phi^*$  и м. д. с.  $F^*$ .

В принципе универсальную магнитную характеристику можно построить для любого значения  $K_H$ . Ниже будет использована характеристика для  $K_H = 2,95$ , приведенная в [4] и показанная в виде графиков рис. 1.

Однако в ряде случаев использование универсальной магнитной характеристики приводит к существенным погрешностям в расчетах. Основные причины этого кроются, по нашему мнению, не в неполном совпадении очертания магнитных характеристик, а в недостаточной достоверности информации о численных значениях коэффициента насыщения.

Учитывая преимущества, которые дает универсальная магнитная характеристика при решении целого ряда задач, требующих формализации взаимосвязи электромеханических параметров тяговых двигателей, ниже рассматривается постановка задачи о возможности повышения точности расчетов, основанных на применении универсальной магнитной характеристики, за счет вариации значения коэффициента насыщения.

Сформулируем более подробно эту задачу. Пусть заданы:

– универсальная магнитная характеристика для  $K_H = 2,95$  в виде зависимости:

$$\Phi^* = f_1(F^*); \quad (1)$$

$$F^* = f_2(K_H); \quad (2)$$

– м.д.с. и магнитный поток тягового двигателя для номинального режима ( $F_{1н}$  и  $\Phi_{1н}$  соответственно);

– магнитная характеристика тягового двигателя в абсолютных и относительных единицах:

$$\Phi_1(F_1); \Phi_{10}^{**}(F_1^{**}), \quad (3)$$

где

$$\Phi_{10}^{**} = \frac{\Phi_1}{\Phi_{1н}}; \quad F_1^{**} = \frac{F_1}{F_{1н}}. \quad (4)$$

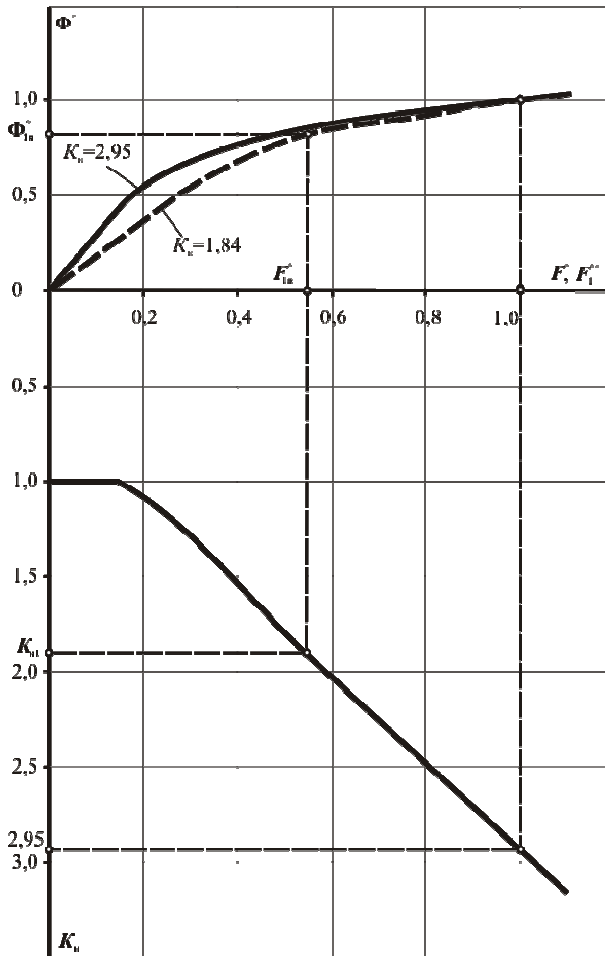


Рис. 1

Требуется установить, какое значение коэффициента насыщения соответствует наилучшему совпадению реальной магнитной характеристики и определенной с помощью универсальной магнитной характеристики.

В качестве критерия наилучшего совпадения сравниваемых кривых примем минимум суммы квадратов отклонений расчетных значений магнитного потока в  $n$  выбранных точках. Тогда задача формально сводится к поиску

такого  $K_i \in [1, \infty]$ , которое доставляет минимум суммы

$$S = \sum_{i=1}^n \left[ \Phi_{10i}^{**}(F_{1i}^{**}) - \Phi_{1i}^{**}(F_{1i}^{**}) \right]^2, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

где  $\Phi_{1i}^{**}$  – значение магнитного потока, рассчитанное по универсальной магнитной характеристике.

Рассмотрим возможные пути определения численных значений величины  $\Phi_1^{**}$ , входящей в выражение (5).

Пусть рассматриваемый тяговый двигатель имеет коэффициент насыщения  $K_n \neq 2,95$ . Поэтому его магнитная характеристика (5) не совпадает с универсальной магнитной характеристикой. В качестве иллюстрации к сказанному на рис. 1 тонкой линией приведена магнитная характеристика двигателя для  $K_n = 1,84$ .

Введем в рассмотрение магнитную характеристику двигателя

$$\Phi_1^*(F_1^*), \quad (6)$$

которая имела бы место при  $K_n = 2,95$ . Очевидно, что такую характеристику можно рассчитать по формулам:

$$F_1^* = \frac{F_1}{F_{1(2,95)}}; \quad \Phi_1^* = \frac{\Phi_1}{\Phi_{1(2,95)}}, \quad (7)$$

где  $F_{1(2,95)}$  и  $\Phi_{1(2,95)}$  – соответственно м. д. с. и магнитный поток рассматриваемого двигателя при  $K_n = 2,95$ .

Если принять допущение что характеристика (6) совпадает с универсальной магнитной характеристикой, то по последней можно найти значения величин:

$$F_{1н}^* = \frac{F_{1н}}{F_{1(2,95)}}; \quad \Phi_{1н}^* = \frac{\Phi_{1н}}{\Phi_{1(2,95)}}, \quad (8)$$

где

$$F_{1н}^* = f_2(K_{н1}) \quad \text{и} \quad \Phi_{1н}^* = f_1(F_{1н}^*), \quad (9)$$

определяются по универсальной магнитной характеристике.

Так как согласно (8) и (9):

$$F_{1(2,95)} = \frac{F_{1н}}{f_2(K_{н1})}; \quad \Phi_{1(2,95)} = \frac{\Phi_{1н}}{f_1[f_2(K_{н1})]}, \quad (10)$$

то из (7) получаем расчетные выражения:

$$F_1^* = \frac{F_1}{F_{1H}} f_2(K_{H1}); \quad \Phi_1^* = \frac{\Phi_1}{\Phi_{1H}} f_1[f_2(K_{H1})], \quad (11)$$

или с учетом (4):

$$F_1^{**} = F_1^{**} f_2(K_{H1}); \quad \Phi_1^* = \Phi_1^{**} f_1[f_2(K_{H1})]. \quad (12)$$

Поскольку при совпадении характеристик  $\Phi^*(F^*)$  и  $\Phi_1^*(F_1^*)$  справедливо равенство (9) в виде

$$\Phi_1^* = f_1(F_1^*), \quad (13)$$

то из (12) получим расчетное значение магнитного потока

$$\Phi_1^{**} = \frac{f_1[F_1^{**} f_2(K_{H1})]}{f_1[f_2(K_{H1})]} \quad (14)$$

Полученные выражения позволяют определить сумму (5) и решить поставленную задачу о выборе коэффициента насыщения.

Для определения значений магнитного потока  $\Phi_1^{**}$ , входящие в (14) функции  $f_1$  и  $f_2$  целесообразно представить аналитическими выражениями. Желательно, чтобы эти выражения помимо приемлемой точности представления аппроксимирующих зависимостей удовлетворяли следующим требованиям (рис. 2):

- функция  $\Phi^* = f_1(F^*)$  должна быть нечетной (т. е.  $f_1(-F^*) = -f_1(F^*)$ ) монотонно возрастающей на интервале  $[-\infty, +\infty]$ ;

- функция  $F^* = f_2(K_H)$  должна быть такой, чтобы обратная ей функция  $K_H = f_2'(F^*)$  была действительной положительной четной функцией ( $f_2'(-F^*) = f_2'(F^*)$ ) на интервале  $K_H \in [1, \infty]$ .

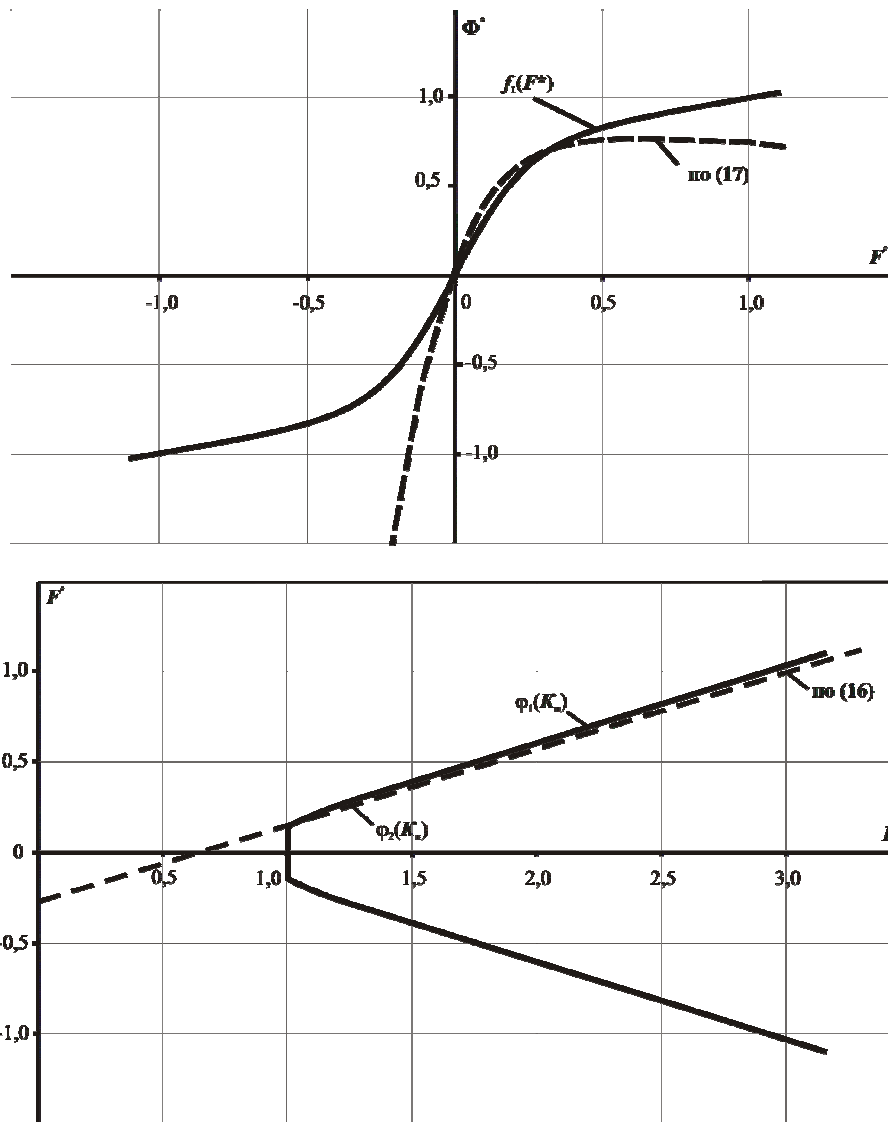


Рис. 2

В [5] универсальная магнитная характеристика представлена двумя аналитическими зависимостями:

$$\begin{aligned} \Phi^*(K_H) = & 0,94 + 0,14717(K_H - 2,5) - \\ & - 0,03417(K_H - 0,25)^2 - \\ & - 0,035(K_H - 2,5)^3 - 0,02333(K_H - 2,5)^4 + \\ & + 0,02533(K_H - 0,25)^5; \end{aligned} \quad (15)$$

$$F^*(K_H) = 0,42K_H - 0,27. \quad (16)$$

Если из (16) получить зависимость  $K_H(F^*)$  и подставить ее в (15), то получим формулу для аппроксимации функции  $f_1(F^*)$  в виде степенного полинома 5-й степени

$$\Phi^* = \sum_{i=0}^5 a_i F^{*i}. \quad (17)$$

Зависимости  $\Phi^*(F^*)$  и  $F^*(K_H)$ , рассчитанные по (16) и (15) показаны на рис. 2 пунктирными линиями.

Как показал анализ, аппроксимация универсальной магнитной характеристики  $\Phi^*(F^*)$  полиномом (17) не дает необходимой точности и не удовлетворяет сформулированным выше требованиям. Выражение (16) достаточно точно отражает зависимость  $F^*(K_H)$  в области  $K_H > 1$ . Остальные требования к функции  $f_2(K_H)$  выражение (16) также не удовлетворяет. Сказанное иллюстрирует график  $F^*(K_H)$ , построенный на рис. 2 (пунктирная линия) по формуле (16).

Анализ вопроса [6] показал, что для аппроксимации функции  $f_1(F^*)$  целесообразно использовать зависимость

$$\Phi^* = a \cdot \text{arc tg}(bF^*), \quad (18)$$

которая соответствует сформулированным выше требованиям к функции  $f_1(F^*)$  и, как показано в [6], при значениях коэффициентов

$$a = 0,722; \quad b = 4,699$$

в области  $-2,0 \leq F^* \leq 2,0$  дает среднеквадратическую ошибку, близкую к 0,694 %.

Так как в области малых значений  $F^*$  зависимость  $F^*(K_H)$  носит выраженный нелинейный характер, то функцию  $f_2(K_H)$  достаточно точно можно представить как

$$f_2(K_H) = \begin{cases} \varphi_2(K_H) & \text{при } 1 \leq K_H \leq a; \\ \varphi_1(K_H) & \text{при } K_H > a. \end{cases} \quad (19)$$

Используя единичные асимметричные функции

$$U_-(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0; \\ 1 & \text{при } x \geq 0, \end{cases} \quad (20)$$

и

$$U_+(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0; \\ 1 & \text{при } x > 0, \end{cases} \quad (21)$$

и учитывая, что

$$U_+(a-x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x < a; \\ 0 & \text{при } x \geq a, \end{cases} \quad (22)$$

и

$$U_-(x-b) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \geq b; \\ 0 & \text{при } x < b, \end{cases} \quad (23)$$

для случая  $a < b$  получим функцию

$$\begin{aligned} 1 - [U_+(a-x) + U_-(x-b)] = \\ = \begin{cases} 1 & \text{при } a \leq x < b; \\ 0 & \text{при } x < a \text{ и } x \geq b, \end{cases} \end{aligned} \quad (24)$$

с помощью которой, положив  $a = 1$ , искомую зависимость  $f_2(K_H)$  можно представить в виде

$$\begin{aligned} F^*(K_H) = \pm \{ \varphi_2(K_H) \{ 1 - [U_+(1-K_H) + \\ + U_-(K_H-b)] \} + \varphi_1(K_H) U_-(K_H-b) \}. \end{aligned} \quad (25)$$

Следует отметить, что в большинстве случаев достаточную для практических целей точность расчетов можно получить, представив  $F^*(K_H)$  отрезком прямой линии  $\varphi_1(K_H)$  определяемое, например, выражением (16). Для этого случая, положив в (25)  $b = 1$ , получим

$$F^*(K_H) = \pm \varphi_1(K_H) U_-(K_H - 1). \quad (26)$$

Приведенные выше выражения позволяют вычислить все составляющие суммы (5) и решить поставленную задачу о выборе величины коэффициента насыщения для повышения точ-

ности расчета характеристик двигателя по универсальной магнитной характеристике. Результаты указанного исследования будут опубликованы в отдельной статье.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Находкин М. Д. Универсальная магнитная характеристика тяговых электродвигателей постоянного тока / М. Д. Находкин, В. С. Хвостов // Вестник электропромышленности. – 1958. – №1. – С. 44–48.
2. Находкин М. Д. Проектирование тяговых электрических машин / М. Д. Находкин, Г. В. Василенко, В. И. Бочаров, М. А. Козорезов – М.: Транспорт, 1976. – 624 с.
3. Курбасов А. С. Проектирование тяговых электродвигателей / А. С. Курбасов, В. И. Седов, Л. Н. Сорин – М.: Транспорт, 1987. – 536 с.
4. Бочаров В. И. Магистральные электровозы. Тяговые электрические машины / В. И. Бочаров, Г. В. Василенко, А. Л. Курочка и др. – М.: Энергоатомиздат, 1992. – 464 с.
5. Безрученко В. М. Тягові електричні машини електрорухомого складу / В. М. Безрученко, В. К. Варченко, В. В. Чумак – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2003. – 252 с.
6. Гетьман Г. К. Аналитическое выражение универсальной магнитной характеристики тяговых двигателей постоянного тока / Г. К. Гетьман, А. А. Егоров (См. настоящий выпуск Сборника).

Поступила в редколлегию 30.03.07.