

 Open access • Journal Article • DOI:10.1088/0026-1394/42/4/015

Absolute falling-ball viscometer: evaluation of measurement uncertainty

— [Source link](#) 

Matthieu Brizard, Mohamed Megharfi, Claude Verdier

Institutions: Centre national de la recherche scientifique

Published on: 24 Jun 2005 - Metrologia (IOP Publishing)

Topics: Viscometer and Measurement uncertainty

Related papers:

- [Uncertainty Calculation for Spectral-Responsivity Measurements.](#)
- [Monte Carlo estimation of noise-parameter uncertainties](#)
- [Improvement of the measurement uncertainty of a high accuracy single sinker densimeter via setup modifications based on a state point uncertainty analysis](#)
- [Evaluating Uncertainties in Interpolations Between Calibration Data for Thermocouples](#)
- [The evaluation of the uncertainty associated with comparison loss in microwave power meter calibration](#)

Share this paper:    

View more about this paper here: <https://typeset.io/papers/absolute-falling-ball-viscometer-evaluation-of-measurement-hbek2os0d0>



HAL
open science

Estimation des incertitudes de mesure de viscosité par chute de bille

Matthieu Brizard, Mohamed Megharfi, Claude Verdier

► **To cite this version:**

Matthieu Brizard, Mohamed Megharfi, Claude Verdier. Estimation des incertitudes de mesure de viscosité par chute de bille. *Metrologia / Metrologica*, 2005, 42, pp.1-6. 10.1088/0026-1394/42/4/015 . hal-00197587

HAL Id: hal-00197587

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00197587>

Submitted on 15 Dec 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ESTIMATION DES INCERTITUDES DE MESURE DE VISCOSITE PAR CHUTE DE BILLE

M. Brizard ; M. Megharfi

Laboratoire National d'Essais (BNM-LNE), 1 rue Gaston Boissier 75015 Paris cedex 15 (France).

C. Verdier

Laboratoire de Spectrométrie Physique (UMR5588, UJF-CNRS), 140 avenue de la physique BP 87
38402 S^t Martin d'Hères Cedex (France).

Résumé

Afin de réduire les incertitudes de mesure obtenues par viscosimétrie capillaire, nous avons développé un viscosimètre absolu à chute de bille. La caractérisation métrologique de ce banc expérimental est présentée pour une huile minérale de viscosité 30 Pa.s., en utilisant deux méthodes distinctes. Tout d'abord le calcul est effectué en suivant la démarche décrite par le GUM (Guide to the expression of Uncertainty in Measurement), c'est à dire, par propagation des variances. Ensuite, et parce que les techniques de propagations des distributions sont de plus en plus utilisées en métrologie, nous avons calculé les incertitudes de mesures en utilisant la simulation numérique de Monte-Carlo. Les deux résultats sont alors comparés pour un intervalle de confiances de 95 %. Finalement, les mesures de viscosité et les incertitudes obtenues avec le viscosimètre à chute de bille sont confrontées à celles obtenue avec un viscosimètre capillaire.

Mots clés

Viscosimètre à chute de bille, Incertitudes, Propagation des variances, Propagations des distributions, Monte-Carlo

Introduction

Le laboratoire de viscosité du BNM-LNE fournit des huiles de référence, et étalonne des viscosimètres à tube capillaire de toutes natures pour assurer le raccordement aux étalons nationaux. La matérialisation de l'échelle nationale de viscosité repose sur la viscosité cinématique de l'eau bidistillée à 20 °C ($1,0034 \text{ mm}^2.\text{s}^{-1}$). Cette valeur permet d'étalonner des viscosimètres primaires en U, qui sont utilisés pour étalonner des viscosimètres de travail de type Ubbelohde.

Les inconvénients majeurs de cette méthode sont l'augmentation de l'incertitude à chaque étape de la procédure dite de « step-up » [1] et le fait qu'elle repose sur la viscosité de l'eau à 20°C qui est elle même une valeur soumise à des incertitudes [2]. C'est pourquoi nous avons développé un viscosimètre absolu à chute de bille permettant de conserver une faible incertitude tout en couvrant une large gamme de viscosité (0.1 Pa.s à 100 Pa.s), mais aussi d'assurer la traçabilité aux grandeurs de base du Système International [3].

Le principe expérimental de ce dispositif est le suivant. Une sphère solide rigide, de diamètre d et de masse volumique ρ_b , tombe sous l'effet de la gravité dans le liquide Newtonien étudié, de masse volumique ρ et de coefficient de viscosité η . Pour des fluides Newtoniens, le principe de mesure repose sur l'équilibre relatif entre les forces de pression, de viscosité et de pesanteur.

La théorie de Stokes constitue la base théorique du problème. Elle est valable à très petits nombres de Reynolds, en régime permanent et en milieu infini.

La vitesse de chute de la bille est alors inversement proportionnelle à la viscosité, et est donnée par l'expression :

$$\eta = \frac{d^2}{18U_\infty} (\rho_b - \rho)g \quad (1)$$

avec :

η : Viscosité dynamique du fluide (Pa.s)

d : Diamètre de la bille (m)

U_∞ : Vitesse limite de la bille (m.s⁻¹)

ρ_b : Densité de la bille (kg.m⁻³)

ρ : Densité du fluide (kg.m⁻³)

g : Accélération de la pesanteur (m.s⁻²)

Néanmoins, cette équation n'est valable que lorsque la vitesse limite est atteinte, et pour une sphère chutant dans un milieu infini sans effets d'inertie [4]. C'est pourquoi un certain nombre de corrections doivent être appliquées à la vitesse U_∞ d'une bille chutant dans un tube cylindrique de diamètre D rempli d'huile. On distingue donc les corrections dues aux effets d'inertie, celles dues aux effets de bord et enfin celles dues aux effets de bout.

Les effets de bout seront négligés en considérant que la mesure de viscosité s'effectue à une distance suffisamment grande de l'extrémité du tube pour ne pas les prendre en compte. En ce qui concerne les effets de bord et d'inertie nous utiliserons le coefficient de Faxen [5] dans lequel intervient à la fois l'influence du nombre de Reynolds et l'influence du diamètre du tube (D) dans lequel chute la bille:

$$K_{pRe} = \left[1 - \frac{3}{16} Re - \frac{d}{D} f\left(\frac{Re/4}{d/D}\right) + 2,09 \left(\frac{d}{D}\right)^3 - 0,95 \left(\frac{d}{D}\right)^5 \right]^{-1} \quad (2)$$

où la fonction f prend les valeurs :

$$f(0)=2,104 \quad f(0,5)=1,76 \quad f(1)=1,48 \quad f(2)=1,04 \quad f(5)=0,46$$

Re est le nombre de Reynolds basé sur le diamètre de la bille : $Re = \frac{\rho U_\infty d}{\eta}$.

La formule de viscosité devient donc :

$$\eta = \frac{d^2}{18U_\infty K_{pRe}} (\rho_b - \rho)g$$

$$\eta = \frac{d^2}{18U_\infty} (\rho_b - \rho)g \left[1 - \frac{3}{16} Re - \frac{d}{D} f\left(\frac{Re/4}{d/D}\right) + 2,09 \left(\frac{d}{D}\right)^3 - 0,95 \left(\frac{d}{D}\right)^5 \right] \quad (3)$$

De plus, pour tenir compte de la variation de viscosité de l'huile due à la variation de température durant l'expérience, nous rajoutons le terme $\Delta\eta(T)\Delta T$, où :

ΔT est l'évolution de la température dans le tube (°C).

$\Delta\eta(T)$ représente le coefficient de température de l'huile (Pa.s.°C⁻¹).

L'expression de la viscosité dynamique est donc :

$$\eta = \frac{d^2}{18U_\infty} (\rho_b - \rho)g \left[1 - \frac{3}{16} Re - \frac{d}{D} f\left(\frac{Re/4}{d/D}\right) + 2,09 \left(\frac{d}{D}\right)^3 - 0,95 \left(\frac{d}{D}\right)^5 \right] + \Delta\eta(T)\Delta T \quad (4)$$

La mesure de viscosité repose donc sur la mesure de la vitesse de chute de la bille. Pour cela la bille est lâchée en haut du tube. Sa vitesse augmente jusqu'à atteindre une vitesse limite que l'on mesure à l'aide d'une caméra CCD linéaire montée sur une platine de translation qui suit la bille tout au long de sa chute. La figure 1 présente le banc expérimental de mesure de viscosité. Une LED rouge

face à la caméra nous permet d'obtenir un éclairage ombroscopique de la bille. Les palpeurs face au bloc de granit et les niveaux électroniques permettent de corriger les erreurs de roulis, de tangage et de lacet de la platine de translation.

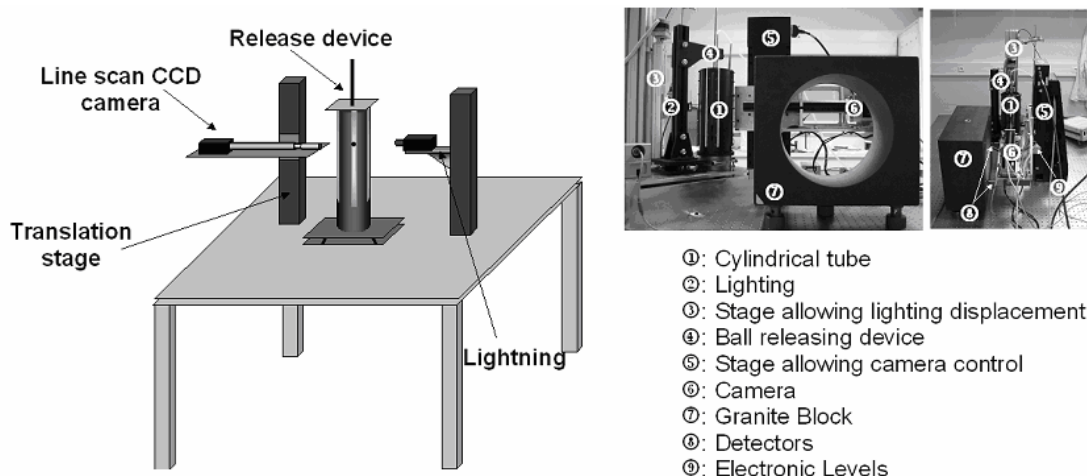


Figure 1 : Dispositif expérimental

Cet article présente la caractérisation métrologique de ce banc expérimental. Le calcul d'incertitude est développé en suivant la démarche proposée par le GUM [6], c'est à dire en appliquant la loi de propagation des variances. Cependant, cette loi est fondée sur le développement en série de Taylor de la fonction η au premier ordre, en supposant que η est linéaire.

Il est difficile d'évaluer l'influence de ces conditions, c'est pourquoi nous allons comparer le résultat de la loi de propagation des variances à celui de la simulation numérique de Monte-Carlo [7]. Cette méthode plus générale permet de reconstituer un phénomène aléatoire par simulation numérique. Les densités de probabilité de chaque grandeur d'entrée sont propagées pour obtenir la densité de probabilité de la variable de sortie.

Le calcul est développé dans le cas d'une bille d'acier de 7 mm chutant dans une huile minérale à une température de 21.680°C.

1. Propagation des variances

Nous allons structurer le calcul d'incertitudes en quatre étapes [6].

Calcul du résultat de mesure : Il faut d'abord définir le mesurande avec précision, analyser le processus de mesure afin de définir et analyser les principaux facteurs influant sur la connaissance du mesurande (Figure 2). Ensuite, il faut constituer le modèle mathématique du processus de mesure qui doit servir à l'analyse de la loi de propagation des incertitudes. Il permet de traduire toutes les informations à notre disposition pour calculer le résultat de mesure.

La grandeur soumise à mesurage est la viscosité dynamique dont l'expression mathématique est donnée par l'équation 4.

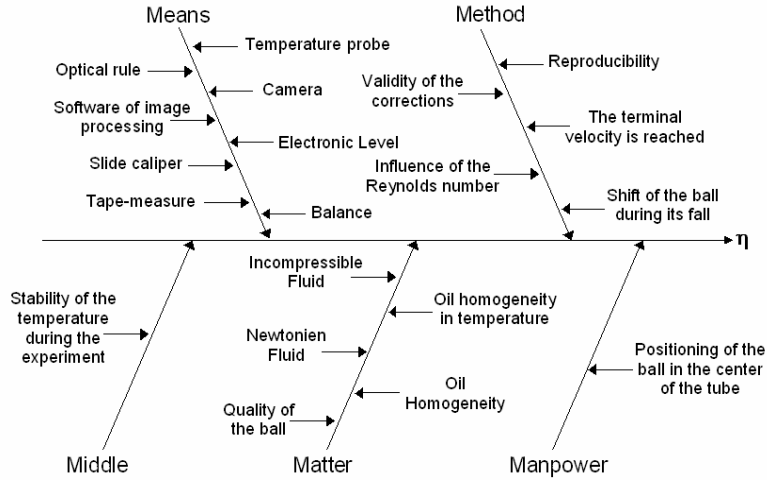


Figure 2 : Analyse du processus de mesure

Calcul des incertitudes-types : Pour évaluer la valeur numérique des incertitudes types associées à chacune des composantes de l'incertitude, deux méthodes d'évaluation peuvent être employées :

- Incertitude de type A : Les composantes d'incertitude sont estimées en utilisant des résultats de mesures, des observations répétées.
- Incertitude de type B : On utilise les lois de probabilité pour estimer la dispersion liée à une composante d'incertitude.

Les informations sur chaque paramètre d'entrée sont récapitulées dans la table 1.

Détermination de l'incertitude-type composée : La loi de propagation des incertitudes gère la contribution des variances de chaque grandeur d'entrée, leurs covariances, lorsqu'elles existent, au travers du modèle mathématique issu du processus de mesure (Equation 5). Cette équation est fondée sur une approximation en série de Taylor du premier ordre.

$$u^2(\eta)_{\text{ordrel}} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (5)$$

avec $x_1 = d$, $x_2 = D$, $x_3 = g$, $x_4 = \rho$, $x_5 = \rho_b$, $x_6 = U_\infty$, $x_7 = \Delta\eta(T)$, $x_8 = \Delta T$ et $x_9 = \bar{\eta}$

et où $u^2(\eta)_{\text{ordrel}}$ est la variance composée de η en ne tenant compte que des termes d'ordre 1 dans le développement en série de Taylor.

$$u^2(\eta)_{\text{ordrel}} = \left(\frac{\partial \eta}{\partial d} \right)^2 u^2(d) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial D} \right)^2 u^2(D) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial g} \right)^2 u^2(g) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho} \right)^2 u^2(\rho) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho_b} \right)^2 u^2(\rho_b) \\ + \left(\frac{\partial \eta}{\partial U_\infty} \right)^2 u^2(U_\infty) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \Delta\eta(T)} \right)^2 u^2(\Delta\eta(T)) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \Delta T} \right)^2 u^2(\Delta T) \\ + 2 \left(\frac{\partial \eta}{\partial d} \right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho_b} \right) u^2(C_{jd}) + u^2(\bar{\eta}) \quad (6)$$

Le terme $u^2(\bar{\eta})$ correspond à la reproductibilité de la mesure de viscosité.

Dans cette équation nous prenons en compte la corrélation provenant de l'existence d'une erreur de justesse commune à toutes les mesures de diamètre de la bille et de la densité de la bille :

$$2 \left(\frac{\partial \eta}{\partial d} \right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho_b} \right) u^2(C_{jd}).$$

Pour chaque paramètre, on calcule sa contribution à la variance composée de η (Table 1). Elles sont représentées sous forme d'histogramme sur la figure 3.

Source d'incertitude	Valeurs	Type d'évaluation	Loi	Incertitude-type (u_i)	Coefficient de sensibilité (c_i)	Incertitude ($c_i \cdot u_i$)	Poids (%)
Diamètre de la bille (d)	7.00206 mm	B	Normale	0.4 μm	$7.69878 \cdot 10^3$	0.003079511200	0.77
Diamètre du tube (D)	99.61 mm	B	Normale	82.98192 μm	50.5584119300	0.0041954348	1.44
Accélération de la pesanteur (g)	9.81 m.s^{-2}	B	Normale	$5 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-1}$	3.004252100000	0.0000001502	0.00
Densité de l'huile (ρ)	887.8 kg.m^{-3}	B	Normale	2 kg.m^{-3}	0.004328220	0.008656439	6.12
Densité de la bille (ρ_b)	7696.96 kg.m^{-3}	B	Normale	1.32209338 kg.m^{-3}	0.0043282196	0.0057132499	2.66
Vitesse de la bille (U_∞)	5.265 mm.s^{-1}	B	Normale	0.0052499 mm.s^{-1}	5597.67173600	0.029107893	69.17
Coefficient de température de l'huile ($\Delta\eta(T)$)	-2.555 $\text{Pa.s.}^\circ\text{C}^{-1}$	B	Normale	0.00121077 $\text{Pa.s.}^\circ\text{C}^{-1}$	0	0	0.00
Evolution de la température (ΔT)	0 $^\circ\text{C}$	B	Normale	0.005731854 K	2.66905630000	0.01529863930	19.11
Reproductibilité ($\bar{\eta}$)	/	A	/	$3 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$	1	0.003	0.73

Table 1 : Paramètres

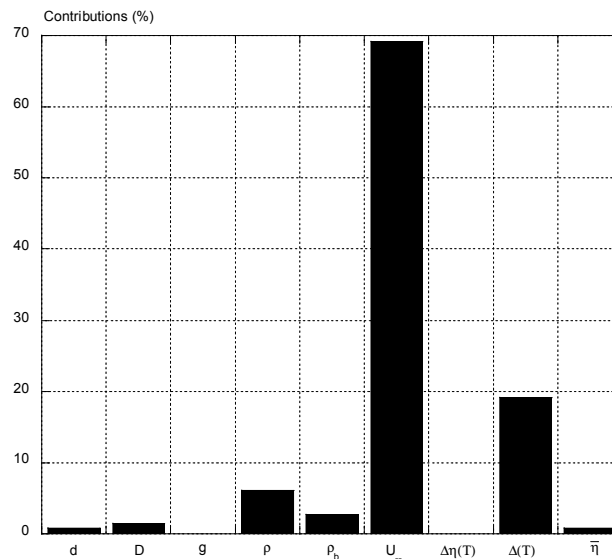


Figure 3 : Contributions

On obtient alors :

$$\eta = 29.47171294 \text{ Pa.s}$$

$$u(\eta)_{\text{ordre1}} = 0.0349996861 \text{ Pa.s}$$

Lorsque la non-linéarité de la fonction étudiée devient significative, il faut inclure les termes d'ordre plus élevés dans le développement de Taylor pour calculer l'expression $u^2(\eta)$:

$$\begin{aligned}
u^2(\eta)_{\text{ordre2}} = & \left(\frac{\partial\eta}{\partial d}\right)^2 u^2(d) + \left(\frac{\partial\eta}{\partial D}\right)^2 u^2(D) + \left(\frac{\partial\eta}{\partial g}\right)^2 u^2(g) + \left(\frac{\partial\eta}{\partial \rho}\right)^2 u^2(\rho) + \left(\frac{\partial\eta}{\partial \rho_b}\right)^2 u^2(\rho_b) \\
& + \left(\frac{\partial\eta}{\partial U_\infty}\right)^2 u^2(U_\infty) + \left(\frac{\partial\eta}{\partial \Delta\eta(T)}\right)^2 u^2(\Delta\eta(T)) + \left(\frac{\partial\eta}{\partial \Delta T}\right)^2 u^2(\Delta T) \\
& + 2\left(\frac{\partial\eta}{\partial d}\right)\left(\frac{\partial\eta}{\partial \rho_b}\right)u^2(C_{jd}) + u^2(\bar{\eta}) \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 + \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x_i \partial x_j^2} \right] u^2(x_i) u^2(x_j)
\end{aligned} \tag{7}$$

avec $x_1 = d$, $x_2 = D$, $x_3 = g$, $x_4 = \rho$, $x_5 = \rho_b$, $x_6 = U_\infty$, $x_7 = \Delta\eta(T)$, $x_8 = \Delta T$ et $x_9 = \bar{\eta}$

$$\eta = 29.47171294 \text{ Pa.s}$$

$$u(\eta)_{\text{ordre2}} = 0.0349997590 \text{ Pa.s}$$

$$u(\eta)_{\text{ordre2}} - u(\eta)_{\text{ordre1}} = 7.29 \cdot 10^{-8} \text{ Pa.s}$$

On peut donc considérer que les termes d'ordre 2 sont négligeables, il est donc suffisant d'appliquer la loi de propagation des variances au premier ordre.

Détermination de l'incertitude élargie : Enfin, il faut exprimer le résultat et son incertitude. L'incertitude-type $u(\eta)$ est le résultat d'un mesurage exprimée sous la forme d'un écart-type. L'incertitude élargie $U(\eta)$ correspond à une grandeur définissant un intervalle, autour du résultat d'un mesurage, dont on puisse s'attendre à ce qu'il comprenne une fraction élevée de la distribution des valeurs qui pourraient être attribuées raisonnablement au mesurande :

$U(\eta) = k u(\eta)$, où k est le facteur d'élargissement.

Cependant, il est nécessaire d'avoir une connaissance détaillée de la loi de probabilité caractérisée par le résultat de mesure et son incertitude-type composée. En pratique, les paramètres qui caractérisent les lois de probabilité des grandeurs d'entrée sont habituellement des estimations. On utilise donc à la place, des approximations fondées sur le théorème central limite :

« Toute somme de variables aléatoires indépendantes, même de distributions différentes, est une variable asymptotiquement normale. »

Hypothèses de validité : L'incertitude composée ne doit pas être dominée par une composante de Type A obtenue avec un faible nombre d'observations ou par une composante de Type B fondée sur une loi rectangulaire.

On utilisera alors, comme facteur d'élargissement k , une valeur provenant de la loi normal pour le calcul de l'incertitude élargie : $U(\eta) = k u_c(\eta)$.

Si on veut obtenir une meilleure approximation de k , il est possible de faire l'approximation de la loi de la variable par une loi de Student avec un nombre effectif de degrés de liberté v_{eff} obtenu par la formule de Welch-Satterthwaite [6], en supposant les grandeurs d'entrée non corrélées. Cependant, au delà de 10 degrés de liberté, la loi de Student tend vers une loi normale. C'est pourquoi, compte tenu du nombre important de grandeurs d'entrées, nous ne calculerons pas le nombre de degrés de liberté. On pourra donc prendre comme facteur d'élargissement $k=2$ pour avoir un niveau de confiance de 95 %. Le résultat final est exprimé avec 2 chiffres significatifs, en utilisant la règle d'arrondissement de Gauss [6] :

$$\eta = 29.472 \pm 0.070 \text{ Pa.s} \quad (k = 2)$$

$$T = 21.680 \text{ }^\circ\text{C}$$

2. Propagation des distributions

La loi de propagation des variances, permet comme son nom l'indique de propager les incertitudes-types des grandeurs d'entrée pour déterminer l'incertitude-type (Figure 4).

La méthode de Monte-Carlo est une méthode numérique plus générale. Elle permet de reconstituer artificiellement un phénomène aléatoire en simulant un échantillon fictif de réalisations à partir d'hypothèses sur les variables aléatoires.

Il faut donc définir les densités de probabilité de chaque grandeur d'entrée qui seront propagées pour obtenir la densité de probabilité de la variable de sortie (Figure 4).

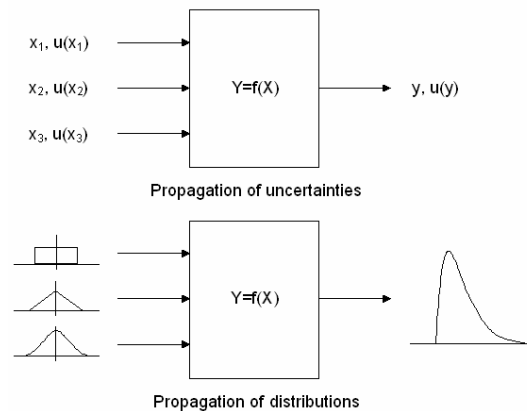


Figure 4 : Propagation des variances et des distributions

La simulation de Monte-Carlo génère un échantillon de taille N à partir des densités de probabilité de chaque X_i , $i=1..N$. Cette opération est alors répétée un grand nombre de fois M et Y est calculé pour chaque échantillon.

La valeur de M doit être d'au moins 10^6 pour permettre de donner un intervalle de confiance de 95 % pour la variable de sortie [8].

Les densités de probabilité de chaque grandeur d'entrée sont définies dans la table 2.

X_i	Type de distribution	Espérance mathématique	Ecart-type
d	Normale	7.00206 mm	0.4 μm
D	Normale	99.61 mm	82.98192 μm
g	Normale	9.81 m.s^{-2}	$5 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-1}$
ρ	Normale	887.8 kg.m^{-3}	2 kg.m^{-3}
ρ_b	Normale	7696.96 kg.m^{-3}	1.32209338 kg.m^{-3}
U_∞	Normale	5.265 mm.s^{-1}	0.0052499 mm.s^{-1}
ΔT	Normale	-2.555 $\text{Pa.s.}^\circ\text{C}^{-1}$	0.005731854 K
$\Delta\eta(T)$	Normale	0 $^\circ\text{C}$	0.00121077 $\text{Pa.s.}^\circ\text{C}^{-1}$
$\bar{\eta}$	Normale	/	$3 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$

Table 2 : Densités de probabilité des grandeurs d'entrée

Les écarts-types de chaque variable sont obtenus en prenant les incertitudes-types calculées dans la partie 1.

Finalement, le résultat est donné avec un intervalle de confiance $I_p(\eta) = [\eta_{\text{low}}, \eta_{\text{high}}]$ correspondant à une probabilité p de 95 % (Figure 5) :

$$\eta = 29.472 \text{ Pa.s}$$

$$u(\eta) = 0.035 \text{ Pa.s}$$

$$I_{95\%}(\eta) = [29.402, 29.541] \text{ Pa.s}$$

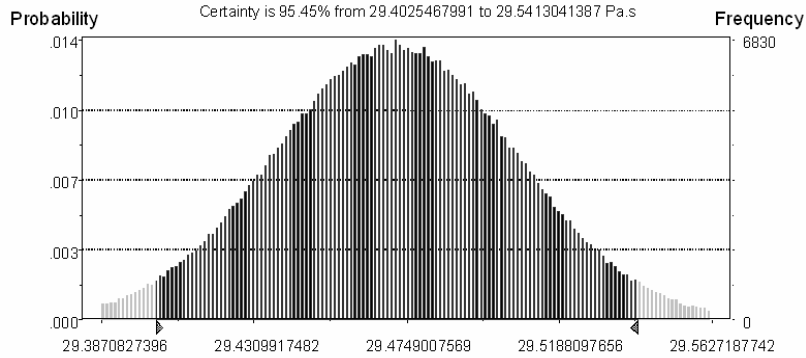


Figure 5 : Densité de probabilité de η

3. Résultats et discussions

Nous avons vu que la loi de propagation des incertitudes est fondée sur le développement en série de Taylor de la fonction η au premier ordre, en supposant que η est linéaire. Il est donc intéressant de comparer les résultats obtenus par propagation des variances et par la simulation numérique de Monte-Carlo. La table 3 présente les résultats obtenus par les deux méthodes de calcul d'incertitudes.

Monte Carlo (95 %) (Pa.s)	Propagation des variances (k=2) (Pa.s)
$u(\eta) = 0.0346984884$	$u(\eta) = 0.0349996861$
$\eta_{low} = 29.4024804898$	$U(\eta) = 0.06999937$
$\eta_{high} = 29.5409466421$	$I = [29.40171 ; 29.54171]$
$I = [29.4024804898 ; 29.5409466421]$	

Table 3 : Résultats obtenus par la loi de propagation des variances et par la simulation numérique de Monte-Carlo.

On constate que la différence entre les deux intervalles de confiance obtenus est très faible et que l'intervalle calculé par simulation numérique est inclus dans celui de la propagation des variances. De plus, si l'on prend 2 chiffres significatifs, l'incertitude-type de mesure est la même dans les deux cas. Ces résultats sont donc tout à fait en accord l'un par rapport à l'autre.

Cependant, afin de suivre la démarche proposée par le supplément du GUM sur les méthodes numériques de propagation des distributions [8], nous avons également appliqué le critère de comparaison décrit dans ce document. En effet, il y est conseillé d'appliquer la loi de propagations des variances en y ajoutant des termes de plus haut degré si nécessaire, et de donner un intervalle de confiance de 95 % pour la variable de sortie. Ensuite, pour valider la loi de propagation des variances, il faut appliquer la simulation numérique de Monte Carlo afin de fournir une incertitude-type et un intervalle de confiance de 95 %. Il faut alors déterminer si les intervalles de confiance obtenus par la Méthode de Monte Carlo et la loi de propagation des incertitudes sont en accord avec un degré d'approximation calculé de la manière suivante :

- On exprime l'incertitude type $u(\eta)$ sous la forme $a \times 10^r$ où a est un entier de 2 chiffres (correspondant au nombre de chiffres significatifs, ici 2) et r un entier. La précision de la comparaison est alors :

$$\delta = \frac{1}{2}10^r \quad (8)$$

□ On détermine ensuite les quantités $|\eta - U(\eta) - \eta_{low}|$ et $|\eta + U(\eta) - \eta_{high}|$.

Si ces deux quantités ne sont pas plus grandes que δ , la loi de propagation des incertitudes est validée.

Si on prend 2 chiffres significatifs pour $u(\eta)$, on a :

$$\eta = 29.47171294 \text{ Pa.s}$$

$$u(\eta) = 0.035 \text{ Pa.s} = 35 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

$$\text{donc } \delta = 0.5 \cdot 10^{-3} = 0.0005$$

$$|\eta - U(\eta) - \eta_{low}| = 0.00069691$$

$$|\eta + U(\eta) - \eta_{high}| = 0.00085381$$

Les résultats obtenus ne permettent pas d'obéir au critère décrit par le supplément du GUM. Par contre, compte tenu des faibles incertitudes de mesure, l'écart entre les deux méthodes est tout de même très faible et ne permet pas de conclure que la loi de propagation des variances n'est pas validée.

Pour terminer, les résultats obtenus avec le viscosimètre absolu à chute de bille sont comparés à la mesure faite avec un viscosimètre capillaire (Table 4).

Température (°C)	Viscosimètre à chute de bille		Viscosimètre capillaire	
	Viscosité (Pa.s)	Incertitude-type (Pa.s) (k=1)	Viscosité (Pa.s)	Incertitude-type (Pa.s) (k=1)
21.680	29.472	0.035	29.467	0.118

Table 4 : Comparaison entre les résultats obtenus en utilisant un viscosimètre capillaire et le viscosimètre à chute de bille

Les valeurs de viscosité obtenues par ces deux méthodes sont tout à fait en accord avec un écart de 0.02%. Le viscosimètre à chute de bille nous permet donc pour de fortes viscosités de réduire significativement les incertitudes actuellement fournies par la viscosimétrie capillaire.

Bibliographie

- [1] Megharfi M., Devin E. and Moro J.F. La matérialisation de l'échelle de viscosité au BNM-LNE. Bulletin du bureau national de la métrologie. 47-59 (1996).
- [2] Collings A.F. and Bajenov V. A high precision capillary viscometer and further relative results for the viscosity of water. Metrologia. 66, 61-66 (1983).
- [3] Brizard M., Megharfi M., Mahe E. and Verdier C. Design of a high precision falling-ball viscometer. Review of Scientific Instruments. 76, 1-6 (2005).
- [4] Clift R., Grace J.R. and Weber M.E. Bubbles, drops and particles. Academic Press. New York / London (1978).
- [5] Faxen H. Die Bewegung einer starren Kugel längs der Achse eines mit zäher Flüssigkeit gefüllten Rohres. Arkiv för matematik, Astronomi och Fysic. 17, 1-28 (1922).
- [6] Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (GUM), NF ENV 13005 (1999).
- [7] Cox M.G., Dainton M.P. Harris P.M. Software Support for Metrology Best Practice Guide No 6. Uncertainty and Statistical Modelling. NPL (2001).
- [8] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement Supplement 1. Numerical Methods for the Propagation of Distributions. Draft (2004).