



AĞIRLIK MATRİSLERİNİN 3-SD HELİKOPTERİN DDRD TABANLI KONTROL METODU ÜZERİNE ETKİLERİ

Engin Hasan ÇOPUR 

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Uzay ve Uydu Mühendisliği Bölümü,
Konya, TÜRKİYE
ehcopur@erbakan.edu.tr

(Geliş/Received: 17.01.2021; Kabul/Accepted in Revised Form: 10.05.2021)

ÖZ: Durum Değişkenine Bağlı Riccati Denklemi (DDRD) tekniği, verilen ikinci dereceden bir maliyet fonksiyonunu en aza indirecek şekilde doğrusal olmayan bir sistem sınıfı için optimale yakın bir kontrol kanunu sağlar. Doğrusal olmayan sistem (DOS) matrisleri her zaman anında hesaplanıp, DOS doğrusal ve zamanla değişmeyen bir sistem olarak ele alınabilir ve ilgili optimal kontrol problemi her anda Doğrusal Kuadratik Regülatör (DKR) problemi olarak tanımlanabilir. Bu nedenle, DKR'nin ağırlık matrisleri, DDRD denetleyicisi vasıtasıyla kapalı çevrim sistemin geçici zaman cevabını şekillendirmede önemli bir rol oynamaktadır. Bu çalışmada, üç serbestlik dereceli (3-SD) deney helikopterinin pozisyon kontrolü için DDRD tabanlı bir optimal kontrolcü tasarlandı. Deneyler, helikopterin geçici zaman cevabı üzerindeki etkilerini değerlendirilmek için farklı ağırlık matrisleriyle tekrarlandı. Deneylerin ilk aşamasında, ağırlık matrisleri sabit gerçek elemanlı köşegen matris olarak seçildi. DDRD metoduyla kontrol edilen helikopterin durumlarıyla ilişkili köşegen elemanlar, bu durumların geçici zaman cevaplarını nasıl etkilediğini incelemek için değiştirildi. İkinci aşamada, ağırlık matrisleri durum bağımlı olarak seçildi. Her iki aşamadaki deneysel sonuçların kıyaslaması, durum bağımlı ağırlık matrislerinin yerleşme zamanı ve kalıcı durum hatası gibi geçici zaman cevabının özelliklerini iyileştirme yeteneğine daha fazla sahip olduklarını ortaya çıkartmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Doğrusal olmayan kontrol, DDRD kontrolü, Optimale yakın kontrol

Effects of Weighting Matrices on SDRE Based Control Method of 3-DoF Helicopter

ABSTRACT: State Dependent Riccati Equation (SDRE) technique enables a suboptimal control law for a class of nonlinear systems such that it minimizes a given quadratic cost function. A nonlinear system is treated as a linear system by being computed its nonlinear matrices at each instant of time and the optimal control problem of interest can be defined as a Linear Quadratic Regulator (LQR) problem in each instant. Therefore, the weighting matrices of LQR play an important role in shaping the transient time response of the closed-loop system by means of SDRE controller. In this study, a SDRE based optimal controller was designed for controlling the position of a 3 DOF laboratory helicopter. The experiments were repeated with different weighting matrices to evaluate their effects on the transient time response of the helicopter. In the first phase of the experiments, the weighting matrices were selected such that form diagonal matrix with constant real elements. The diagonal elements corresponding to the states of the helicopter controlled by SDRE method were changed to explore how affect the transient time responses of these states. In the second phase, the weighting matrices were selected to be state-dependent. The comparison of the experimental results in both phases reveal that the state dependent weighting matrices have more capabilities of enhancing transient time response specifications such as settling time and steady-state error.

Key Words: Nonlinear control method, SDRE control, Suboptimal control

GİRİŞ (INTRODUCTION)

Durum Değişkenine Bağlı Riccati Denklemi (DDRD) tabanlı kontrol, kullanımı oldukça yaygın optimale yakın doğrusal olmayan bir kontrol tekniğidir. Çimen (2008) tarafından yapılan bir çalışmada bahsedildiği üzere, DDRD tekniği, önce bir doğrusal olmayan sistemi Durum Değişkenine Bağlı Katsayılar (DDK) matrisinde ifade etmeye ve sonra her bir örnekleme zaman adımında hesaplanan DDK matrislerini kullanan DDRD çözülerek ayarlanan durum geri beslemeli kontrol kuralının tasarlanmasına dayanmaktadır. DDRD çözümü ikinci dereceden bir maliyet fonksiyonunu durum bağımlı ağırlık matrisi ve giriş ağırlık matrisi olarak bilinen iki ağırlık matrisinin keyfi olarak seçimiyle minimize ettiğinden ağırlık matrislerinin istenilen kontrol performansını, karalılığı ve gürbüzlüğü sağlamada önemli rolleri vardır. Ağırlık matrislerinin istenilen kontrol hedeflerini başarmadaki büyük önemine rağmen, yapılan çalışmalarda DDRD metodunun hala bu matrislerin seçimi için sistematik bir yoldan yoksun olduğu ifade edilmiştir (Çimen, 2010; Çimen, 2012).

DDRD yaklaşımı, DDK parametrelendirme ve ağırlık matrislerinin keyfi seçilebilmesi sayesinde mümkün olan geniş tasarım esnekliği sağlamaktadır. DDRD yaklaşımındaki tasarım esnekliği, bu yaklaşımın farklı kontrol tasarım yöntemi ile birleştirilmesine de imkân sağlamıştır. Örneğin DDRD yöntemi Kayan Kipli Kontrol yöntemi ile birleştirilerek hem teorik hem de deneysel sonuçlar elde edilmiştir (Salamci ve Gökbilen, 2007; Durmaz ve diğ., 2012; Bilgin ve Salamci, 2014). DDRD yönteminin kullanım kolaylığı nedeniyle Model Referans Uyarlamalı Kontrol yöntemiyle birleştirilmesi sonucunda yeni kontrol yöntemleri elde edilmiş ve sonuçları yayınlanmıştır (Babaei ve Salamci, 2015; Kara ve Salamci, 2017; Babaei ve Salamci, 2018). Diğer yandan, DDK parametrelendirilmesi ve ağırlık matrisleri için verilen kararların DDRD çözümünde önemli etkileri olmakla beraber kapalı çevrim sistemin öz değerlerinin yerlerini de değiştirir. Özdeğerlerin yerleri geçici zaman cevabının karakteristiğini biçimlendirmede çok önemlidir. Ancak ağırlık matrislerinin belirlenmesinde sistematik bir metodun olmaması nedeniyle istenilen geçici zaman cevabı özelliklerini başarmak zor olabilir.

Literatürde çoğunlukla çevrimdışı algoritmalar kullanan Doğrusal Kuadratik Regülatör (DKR) tabanlı kontrol mimarilerinde ağırlık matrislerini belirlemek için bazı optimizasyon metotları mevcuttur. Örnek olarak Kukreti ve diğ. (2016) insansız bir hava taşıtının yönlendirme kuralı tasarımında DKR'nin ağırlık matrislerini ayarlamak için bir genetik algoritma kullanmışlardır. Sürekli karıştırmalı tank reaktörde sıcaklık kontrolü uygulamasında ise Mani ve diğ. (2018) DKR'nin maliyet fonksiyonundaki ağırlık matrislerinin optimal seçimi için bir parçacık sürü optimizasyonu metodu önermişlerdir. Başka bir çalışmada, Nath ve Dewan (2018) arayıcı optimizasyon metodu, öğretim-öğrenme tabanlı optimizasyon metodu ve yer çekimsel arama algoritması olarak bilinen üç farklı sezgisel algoritma metodunu sınırsız zamanlı sürekli DKR'deki ağırlık matrislerinin seçimi için kıyaslamışlardır. DKR ile optimal aktif yapısal kontrol için ise ağırlık matrisleri Bayesian optimizasyon metodu kullanılarak seçilmiştir (Miyamoto ve diğ., 2018). Araç süspansiyon sistemi için Das ve diğ. (2018) sonsuz ufuklu DKR tasarlamışlardır ve ağırlık matrislerini ayarlamak için bir adaptif avcı-av optimizasyon metodu önermişlerdir. Ağırlık matrislerinin kontrol sisteminin performansının iyileştirilmesinde çok büyük etkilerinin olduğu bilinmesine rağmen ağırlık matrislerinin seçimi konusunda DKR metodunda olduğu gibi somut bir metod bulunmamaktadır. Ayrıca yukarıda bahsi geçen metotlar optimal olarak DDRD metodunun ağırlık matrislerinin bulunması için sağlıklı değildir. Bunun en büyük nedeni ise DDRD uygulamasında DDK matrisleri her bir zaman anında tekrar hesaplandığından optimum ağırlık matrislerini belirlemek için optimizasyon probleminin her bir zaman anında tekrar çözümü gerekmektedir. Bu gereklilik, DDRD kontrol uygulamasının gerçek sistemlere uygulanmasını oldukça zorlaştırmaktadır. Bu yüzden genellikle ağırlık matrisleri sabit diyagonal matrisler olarak seçilip matrislerin elemanları ise sabit gerçek sayılar olarak belirlenir.

Birçok uygulamada (Arıcan ve diğ., 2018; Kocagil ve diğ., 2018a; Kocagil ve diğ., 2018b; Copur ve diğ., 2019; Vaddi ve diğ., 2009; Xin ve Balakrishan, 2002) bu yüzden deneme-yanılma metodu ağırlık matrislerinin belirlenmesinde yaygın olarak kullanılan bir yaklaşımdır. Ağırlık matrisleri bir kere belirlendikten sonra uygulama esnasında bu matrisler sabit tutulur. Ağırlık matrislerinin belirlenmesindeki bu yaklaşım, hava uzay taşıtlarının kontrolü için de kullanılmıştır. Stansbery ve Cloutier (2000), bir uzay aracının pozisyon ve yönelim kontrorlünü ağırlık matrisleri deneme-yanılma

yoluyla sabit olarak belirlenmiş DDRD tabanlı bir kontrolcü ile sağlamışlardır. Küçük boyutlardaki insansız helikopterin kontrolünde yineleme yöntemiyle her zaman anında çözülen fark Riccati denklemi tabanlı bir doğrusal olmayan kontrolcü kullanılmıştır. Yine fark Riccati denkleminin çözümünde sabit ağırlık matrisleri kullanılmıştır (Bogdanov ve diğ., 2003). Voos (2006), bir dört rotorlu kanatsız İHA'nın kontrorlü için DDRD tabanlı kontrol kuralı kullanmış ve DDRD çözümünde ağırlık matrislerini diğer tüm çalışmalarda olduğu gibi sabit matrisler olarak almıştır. Yukarıda da bahsedildiği gibi DDRD tabanlı kontrolde her zaman anında sistem matrisleri değiştiğinden DDRD tekrar çözümü gerekmekte olup herhangi bir optimizasyon yöntemiyle ağırlık matrislerinin her zaman anında optimum olarak belirlenmesi gerçek zamanlı bir uygulamada mümkün olmamaktadır. Bu nedenle son yıllarda yapılan çalışmalarda sabit ağırlık matrislerinin deneme-yanılma yoluyla seçimi devam etmektedir. Halbe ve Hajek (2019) tarafından yapılan çalışmada bir helikopterin dikey, ileri ve yanal yönlerdeki ivmelerini kontrol edecek uçuş kontrolü için gerekli komutlar üretilmiştir. İvme kontrolü için komutlar DDRD tabanlı bir kontrol kuralıyla üretilmiş olup ağırlık matrisleri sabit kare matrisler olarak seçilmiştir.

Bazı kontrol uygulamalarında ise belirlenen bir şartın durumuna göre farklı sabit elemanlardan oluşan ağırlık matrislerinin de kullanıldığı görülmüştür. Batmani ve Khaloozadeh (2013) kanser tedavisinde optimum ilaç enjeksiyonu uygulaması için benzetim çalışmalarında kanserli bir kadının doğum öncesi ve sonrasında uygulanacak ilacın dozajını farklı sabit ağırlık matrisi kullanarak belirlemeye çalışmışlardır. Diğer taraftan bazı araştırmacılar, DDRD tabanlı kontrol uygulamalarında tasarım esnekliği sağlamalarında ötürü durum değişkenlerine bağlı ağırlık matrislerini kullanmayı tercih etmişlerdir. Kanser tedavisi için ilaç uygulamasında İtik ve diğ. (2010), ilaç enjeksiyonunu minimize ederek aşırı ilaç uygulamasının zehirli etkilerini önlemek için farklı durum değişkenlerine bağlı giriş ağırlık matrisleri seçmişlerdir. Bir robotik sistemin esnek eklem kontrolü üzerine bir çalışmada ise DDRD tabanlı kontrolcünün performansını geliştirmek için zamanla değişen ve durum değişkenlerine bağlı ağırlık matrisleri seçilmiştir (Korayem ve Nekoo, 2015). Benzer şekilde çift beslemeli indüksiyon jeneratörünün rotor tarafı konvertör kontrolü için de Qin ve Sun (2018), istenen kontrol performansını elde etmek için DDRD kontrolcüsünün ağırlık matrislerini durum değişkenlerine bağlı olarak seçmiştir.

Bu çalışmada bir DDRD tabanlı doğrusal olmayan kontrolcünün performansının ağırlık matrisleri durum değişkenlerine bağlı olarak seçildiğinde nasıl etkilendiği deneysel olarak incelenmiştir. Durum değişkenlerine bağlı ağırlık matrislerinin etkisini açık bir şekilde ortaya koymak için sabit ağırlık matrislerle tasarlanmış DDRD tabanlı kontrol kuralı ile karşılaştırılmıştır. Durum değişkenlerine bağlı ağırlık matrisleri, hata değişkenlerinin karesine bağlanmıştır. Böylece durum değişkenlerinin hızlı bir şekilde istenilen referanslara ulaşması hedeflenmiştir. Deneylerde üç serbestlik dereceli (3-SD) laboratuvar helikopterinin gezinti ve yükselme eksenlerindeki hareketlerini gerçek zamanda kontrolünün önerilen doğrusal olmayan kontrol kuralıyla ne kadar etkili kontrol edilebildiği çalışılmıştır. Üç serbestlik dereceli (3-SD) laboratuvar helikopteri tasarımı yapılan kontrol kurallarını test etmek için sıklıkla kullanılmaktadır. Çalışmanın ana amacı, DDRD'yi helikopterin gezinti ve yükselme eksenlerinde önceden tanımlanmış referans yörüngelerini izlemesini sağlayacak şekilde tasarlamak ve sabit elemanlı ve durum değişkenlerine bağlı olarak seçilen ağırlık matrislerinin DDRD tabanlı kontrol kuralının kontrol performansını nasıl etkilediğini tespit etmektir. Yunuslama eksenini olarak adlandırılan üçüncü eksen bu çalışmada helikopterin eksik tahrikli yapısından ötürü dikkate alınmamıştır ve bu yüzden serbest hareket etmektedir. Bu hedefleri gerçekleştirmek için önce bir doğrusal olmayan 3-SD helikopter modeli elde edilmiştir. Sonra, durum geri beslemeli kontrol kuralının kazançlarını ayarlamak için DDRD her bir zaman anında modelin DDK matrisleri kullanılarak çözülmüştür. Tasarlanan kontrolcü, Quanser firmasına ait 3-SD helikopter deney düzeneği kullanılarak test edilmiştir. Ağırlık matrislerinin seçiminin kontrol amaçlarını yerine getirmedeki etkilerini değerlendirmek için deneyler iki aşamada yapılmıştır. Birinci aşamada ağırlık matrisleri sabit katsayılı köşegen matrisler olarak seçilip katsayılar önceden tanımlanmış bir aralıkta değiştirilmiştir. İkinci aşamada ise ağırlık matrisleri durum bağımlı olarak seçilmiştir. Seçilen her bir çift için bir adet deney yapılmıştır ve sonuçlar geçici zaman cevabının özelliklerinin tespiti için önceden belirlenen ölçütler kullanılarak karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda ağırlık matrislerinin seçiminin kalıcı durum hatası, maksimum aşma ve yerleşme zamanı gibi

bazı geçici zaman özelliklerini değiştirmede çok etkili olduğu anlaşılmıştır. Ayrıca durum bağımlı ağırlık matrislerinin yerleşme zamanı ve kalıcı durum hatası gibi geçici zaman cevabının özelliklerini iyileştirme daha başarılı oldukları anlaşılmıştır. Ayrıca daha önceki yapılmış bir çalışmada sabit ağırlık matrisleriyle tasarlanan DDRD tabanlı kontrolcü klasik bir DKR ile karşılaştırılmış olup deneysel sonuçlar, DDRD tabanlı kontrolcünün daha düşük maliyet fonksiyonu değeri ürettiğini ve yerleşme zamanının DKR'e göre daha az olduğunu göstermiştir. Ancak çalışmada geçici zaman cevabını iyileştirilmesi konusunda herhangi bir yöntem önerilmemiştir. Bu çalışmada 3-SD helikopterin geçici zaman cevabının değişken ağırlık matrisleri kullanılarak çözülen DDRD tabanlı kontrol uygulamasıyla iyileştirilebileceği gösterilmiştir (Arıcan ve diğ., 2018).

Bu makale aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir: Birinci bölümde, DDRD tabanlı kontrol tekniğinin genel çerçevesi sunulmaktadır. İkinci bölümde, deney düzeneğinin modeli, takip hedefine ulaşmak için DDRD tasarım yöntemiyle birlikte sunulmaktadır. Üçüncü bölümde, deneysel sonuçları verilmiştir. Son bölümde ise elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

DDRD TABANLI OPTIMAL KONTROLCÜ TASARIMI (SDRE BASED OPTIMAL CONTROLLER DESIGN)

Aşağıdaki gibi doğrusal olmayan bir sistem ele alınsın.

$$\dot{x} = f(x) + B(x)u(t), x(0) = x_0 \quad (1)$$

Bu sistemde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ durum değişkenlerini içeren vektörü, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ giriş vektörünü, $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ birinci mertebeden türevlenebilir fonksiyonu ve $B: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$ ise, $B(x) \neq 0 \forall x$ olmak üzere, matris değerli sürekli bir fonksiyonu ifade etmektedir. Orijinin $u(t) = 0$ ile Eş. 1'deki doğrusal olmayan sistemin denge noktası olması şartıyla genişletilmiş doğrusallaştırma yaklaşımı kullanılarak $f(x)$ çarpanlarına ayrılıp aşağıdaki formda elde edilebilir.

$$f(x) = A(x)x \quad (2)$$

Burada $A(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ doğrusal olmayan matris değerli bir fonksiyondur. Bu sayede Eş. 1'deki sistem bir matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u(t) \quad (3)$$

Burada $A(x)$ ve $B(x)$ DDK matrisleridir ve Eş. 3'teki DDK matris formu her zaman anında $A(x)$ ve $B(x)$ matrislerinin hesaplanmasıyla doğrusala benzer bir DDK yapısı gibi düşünülebilir. Böylece her zamana anında hesaplanan $A(x)$ ve $B(x)$ matrislerinin değerleriyle doğrusal ve zamanla değişmeyen kontrol metotlarından birisi kullanılarak aşağıdaki durum geri beslemeli kontrol kuralı tasarlanabilir.

$$u(x) = -K(x)x \quad (4)$$

Burada $K(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$ durum geri beslemeli kontrol kazanç matrisini ifade etmektedir. Eş. 3'teki DDK'lı doğrusal olmayan sistemi asimptotik kararlı yapmak için DDRD tekniği $K(x)$ matrisini efektif ve sistematik bir şekilde aşağıdaki gibi hesaplanabilmesini sağlar.

$$K(x) = R^{-1}(x)B^T(x)P(x) \quad (5)$$

Burada $P(x)$ pozitif tanımlı simetrik bir matrisi ve aşağıda verilen cebirsel DDRD'nin çözümü ifade etmektedir.

$$P(x)A(x) + A^T(x)P(x) - P(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) = -Q(x) \quad (6)$$

Burada sırasıyla $Q(x) = Q^T(x) \geq 0$ ve $R(x) = R^T(x) > 0$ olmak üzere $Q(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ve $R(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m \times m}$ durum değişkenlerine bağlı ağırlık matrislerini ifade etmektedir. Eş. 5'teki geri besleme kazanç matrisi Eş. 4'teki durum geri beslemeli kontrol kuralında yerine konularak elde edilen aşağıdaki yeni kontrol kuralıyla

$$u(x) = -R^{-1}(x)B^T(x)P(x)x \quad (7)$$

Eş. 1'e ve dolayısıyla Eş.3'e bağlı aşağıda verilen maliyet fonksiyonu minimize edilerek

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x^T(t)Q(x)x(t) + u^T(t)R(x)u(t)\} dt \quad (8)$$

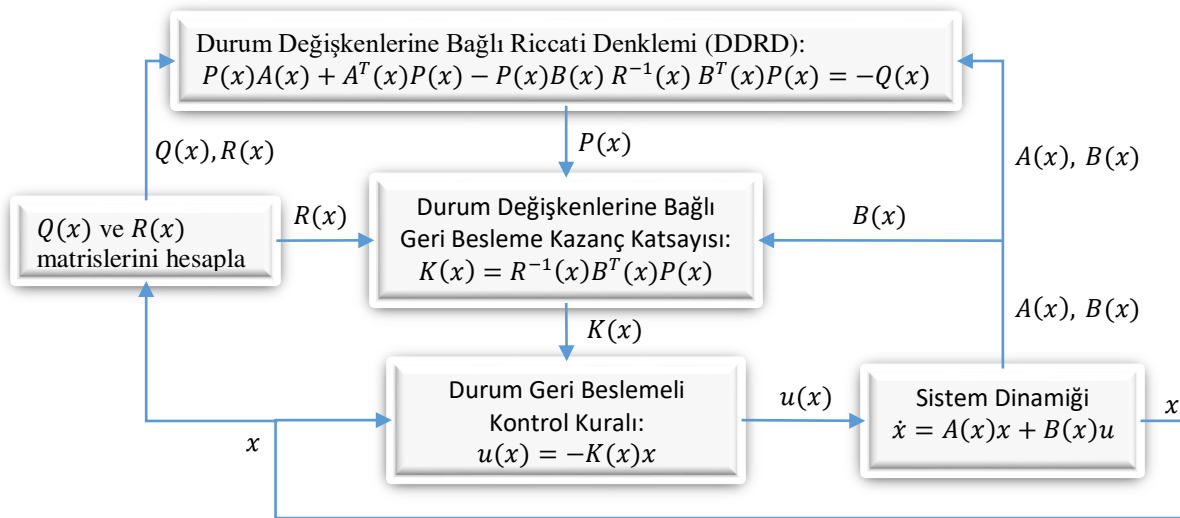
$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ sağlanır. Eğer $\{A(x), B(x)\}$ çifti her bir anda kararlı kılınabilir ve kontrol edilebilir ise Eş. 6'daki cebirsel DDRD'nin çözümü her bir anda bulunabilir. Ancak küresel en uygunluğu sağlayan $Q(x)$ ve $R(x)$ matrislerinin belirlenmesi birçok durumda neredeyse imkânsız olduğundan Eş. 7'deki kontrol kuralı genellikle optimale yakın bir kontrol kuralı olarak adlandırılır. Eş. 7'deki kontrol kuralı Eş. 3'teki DDK matrisi formuna uygulandığında kapalı çevrim sistem

$$\dot{x} = A_{cl}(x)x \quad (9)$$

şeklini alır. Burada

$$A_{cl}(x) = A(x) - B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) \quad (10)$$

olmak üzere kapalı çevrim kontrol matrisi $A_{cl}(x)$ her bir zaman anında Hurwitz kararlıdır yani $i = 1, \dots, n$ iken $\text{Re}[\lambda_i(A_{cl}(x))] < 0, \forall x$. Şekil 1'de DDRD tabanlı bit kontrol mimarisinin genel hali verilmiştir. Bir sonraki bölümde ilk önce 3-SD helikopterin matematik modeli verilmiştir ve sonra bu model kullanılarak DDRD tabanlı kontrol kuralının nasıl tasarlandığından bahsedilmiştir.

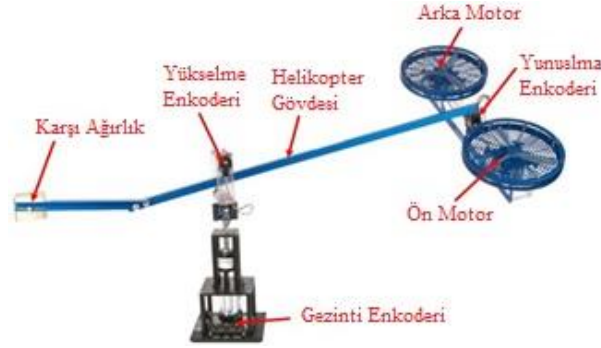


Şekil 1. DDRD tabanlı kontrol mimarisini

Figure 1. SDRE based control architecture

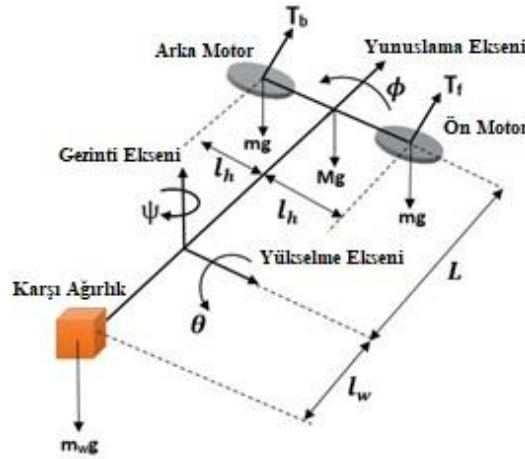
3-SD HELİKOPTER MODELİ VE DDRD KONTROLÇÜ TASARIMI (3-DOF HELICOPTER MODEL AND SDRE CONTROLLER DESIGN)

Şekil 2’de gösterilen deney düzeneği Quanser firması tarafından tandem rotorlu helikopterin dinamiğini taklit etmek ve kontrol kuraları geliştirmek için üretilmektedir. Matematiksel modelini elde etmek için helikopterin gövdesine etkiyen kuvvetler ve momentler tespit edilmiştir ve Şekil 3’de helikopterin serbest cisim diyagramı (SCD) gösterilmiştir.



Şekil 2. 3-SD helikopter

Figure 2. 3-DOF helicopter



Şekil 3. 3-SD helikopterin SCD

Figure 3. Free-body diagram of 3-DOF Helicopter

Gövdeyi oluşturan kolun sonunda bulunan ön ve arka DC motorlarla üretilen itme kuvveti sayesinde helikopter yükselme, yunuslama ve gezinti ekseninde dönebilmektedir. Ancak sahip olduğu eksik tahrik özelliği yüzünden çoğunlukla helikopterin gezinti ve yükselme eksenindeki dönüşleri kontrol edilirken yunuslama eksenindeki dönüşleri serbest hareket etmektedir. Eksenlerdeki dönüşler yüksek doğrulukla üç adet enkoder ile ölçülmektedir. Şekil 3’deki SD kullanılarak Ishutkina (2004) tarafından elde edilen doğrusal olmayan model aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \ddot{\theta} &= -d_1\dot{\theta} - d_2 \sin \theta + d_3\tau_{coll} \cos \phi \\
 \ddot{\phi} &= -b_1\dot{\phi} - b_2 \sin \phi - b_3\tau_{cyc} \\
 \ddot{\psi} &= -a_1\dot{\psi} - a_2(\alpha\tau_{coll} + 1) \sin \phi \\
 \dot{\tau}_{cyc} &= -c_1\tau_{cyc} + 0.5c_2(V_b - V_f) \\
 \dot{\tau}_{coll} &= -e_1\tau_{coll} + 0.5e_2(V_b + V_f)
 \end{aligned} \tag{11}$$

Burada θ , ϕ ve ψ sırasıyla yükselme, yunuslama ve gezinti eksenleri etrafındaki dönüşleri ifade etmektedir. Yuvarlanma momenti (τ_{cyc}) ve yükselme momenti (τ_{coll}); helikopterin yükselme, yunuslama

ve gezinti eksenleri etrafındaki hareketlerini kontrol etmektedir. Eş. 11'deki helikopter modelinin ikinci dereceden diferansiyel denklemleri helikopterin dönüş hareketlerini göstermektedir. Birinci dereceden diferansiyel denklemler ise ön ve arka motorların giriş gerilimleriyle, sırasıyla V_f ve V_b , yuvarlanma ve yükselme momentleri arasındaki dinamik ilişkiyi göstermektedir. Eş. 11'deki helikopter modeline ait parametreler CIFER gibi bir sistem tanımlama metodu kullanılarak belirlenebilir. Ishutkina [25] tarafından elde edilmiş helikopter modelinin parametreleri Çizelge 1'de verilmiş olup Eş. 11'deki helikopter modeli için kullanılmıştır.

Çizelge 1. Helikopter modelinin parametre değerleri

Table 1. Parameter values of the helicopter model

Parametre	Değer	Parametre	Değer
a_1	0.2517	d_1	0.1011
a_2	0.2105	d_2	0.5040
b_1	0.3290	d_3	1.3400
b_2	1.5664	e_1	6.1600
b_3	16.2000	e_2	1.0000
c_1	7.3200	α	4.0000
c_2	1.0000		

Eş. 11'deki doğrusal olmayan model durum-uzay modeli formunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_4 \\
 \dot{x}_2 &= x_5 \\
 \dot{x}_3 &= x_6 \\
 \dot{x}_4 &= -d_1 x_4 - d_2 \sin x_1 + d_3 x_8 \cos x_2 \\
 \dot{x}_5 &= -b_1 x_5 - b_2 \sin x_2 - b_3 x_7 \\
 \dot{x}_6 &= -a_1 x_6 - a_2 (\alpha x_8 + 1) \sin x_2 \\
 \dot{x}_7 &= -c_1 x_7 - 0.5c_2 u_1 + 0.5c_2 u_2 \\
 \dot{x}_8 &= -e_1 x_8 + 0.5e_2 u_1 + 0.5e_2 u_2
 \end{aligned} \tag{12}$$

Eş. 12'deki durum değişkenleri aşağıdaki durum vektörü formunu oluşturmaktadır.

$$x = [\theta \quad \phi \quad \psi \quad \dot{\theta} \quad \dot{\phi} \quad \dot{\psi} \quad \tau_{cyc} \quad \tau_{coll}] \tag{13}$$

Ayrıca giriş vektörü de aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$u = [u_1 \quad u_2]^T = [V_f \quad V_b]^T. \tag{14}$$

Böylece Eş. 12'de durum-uzay modeli aşağıdaki DDK matrisleriyle tekrar üretilebilir.

$$A(x) = \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 d_2 L(x) & 0 & 0 & -d_1 & 0 & 0 & 0 & N(x) \\
 0 & b_2 M(x) & 0 & 0 & -b_1 & 0 & -b_3 & 0 \\
 0 & H(x)M(x) & 0 & 0 & 0 & -a_1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_1
 \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$B(x) = \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5c_2 & 0.5c_2 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5e_2 & 0.5e_2
 \end{bmatrix} \tag{16}$$

Burada, $L(x) = -x_1^{-1} \sin x_1$, $N(x) = -d_3 \sin x_2$, $M(x) = -x_2^{-1} \sin x_2$ ve $H(x) = a_2(\alpha x_8 + 1)$. Eş. 6'daki DDRD'nin çözümünün varlığını garanti etmek için $\{A(x), B(x)\}$ çiftinin her zaman anında kararlı kılınabilir ve kontrol edilebilir olduğu sayısal olarak tespit edilebilir.

DDRD Kontrolcü Tasarımı (SDRE Controller Design)

Bu çalışmada helikopter, hem gezinti hem de yükselme eksenlerinde daha önce tasarlanmış yörüngeyi takip etmek zorundadır. Takip görevini başarmak için 3-SD helikopterin hata dinamiğini gösteren genişletilmiş durum-uzay formuna ihtiyaç duyulmaktadır. Hata dinamiği aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\dot{e} = \hat{A}(e)e + \hat{B}(e)u \quad (17)$$

Burada hata dinamiğinin durum vektörü

$$e = [\hat{e} \quad \bar{e}]^T$$

olup

$$\hat{e} = [\theta - \theta_d \quad \phi \quad \psi - \psi_d \quad \dot{\theta} \quad \dot{\phi} \quad \dot{\psi} \quad \tau_{cyc} \quad \tau_{coll}]^T$$

ve

$$\bar{e} = \int [\theta - \theta_d \quad \psi - \psi_d]^T dt$$

vektörlerinden oluşmaktadır. Verilen

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

matrisi ile Eş. 17'deki hata dinamiğinin matrisleri aşağıdaki elde edilmiştir.

$$\hat{A}(e) = \begin{bmatrix} A(e) & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \text{ ve } \hat{B}(e) = \begin{bmatrix} B(e) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Böylece Eş. 17'deki hata dinamiğine tabi olan

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{e^T(t)Q(e)e(t) + u^T(t)R(e)u(t)\} dt \quad (19)$$

maliyet fonksiyonunu minimize ederken $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ sağlayan kontrol girişi aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$u = -K(e)e. \quad (20)$$

DENEYSEL ÇALIŞMALAR (EXPERIMENTAL RESULTS)

Bir önceki bölümde geliştirilen DDRD kontrol tekniği, 3-SD helikopter düzeneğinde test edilmiştir. Geliştirilen kontrolcü, Matlab/Simulink ortamında oluşturulmuş ve Quarc gerçek zamanlı kontrol yazılımı sayesinde, Simulink ortamındaki kontrolcü 3-SD helikopterin kontrolünde gerçek zamanlı olarak test edilmiştir. Helikopterin açıl pozisyonları yüksek çözünürlüklü enkoderler ile ölçülmektedir. Hız verileri ise pozisyon ölçümlerinden elde edilmektedir. Deneylerde yükselme, yunuslama ve gezinti eksenindeki başlangıç açıl pozisyonları sırasıyla $\theta(0) = -15^\circ$, $\phi(0) = 0$ ve $\psi(0) = 0$ olarak ayarlanmıştır. Kontrol edilen durum değişkenleri sadece helikopterin gezinti ve yükselme açıları olduğundan gezinti

için referans değeri ψ_d , 40 s için 30° olarak yükselme için ise referans değeri $\theta_d = 0^\circ$ olarak ayarlanmıştır. Deneyler 70 s sürmüştür. Takip edilmek istenilen yörüngeler Şekil 4'te verilmektedir.

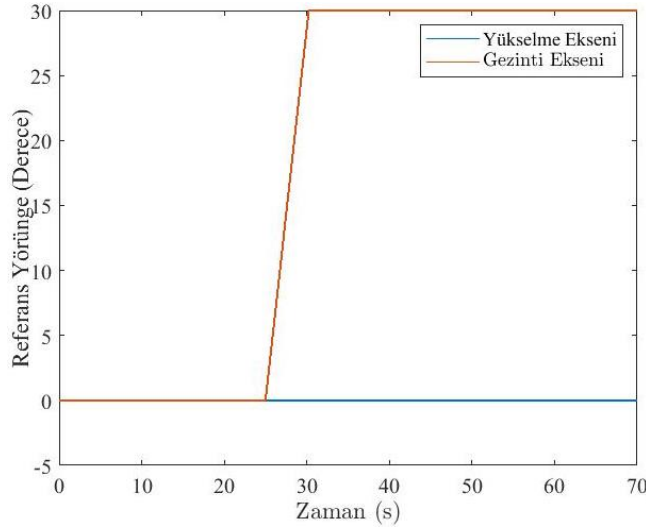
Deneme-yanılma metodu kullanılarak Eş. 19'daki DDRD tabanlı kontrol kuralı tasarlamak için ağırlık matrisleri aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$Q = \text{diag}(15,30,30,1,0.5,68,1,1,15,20) \quad (21)$$

$$R = \text{diag}(1,1)$$

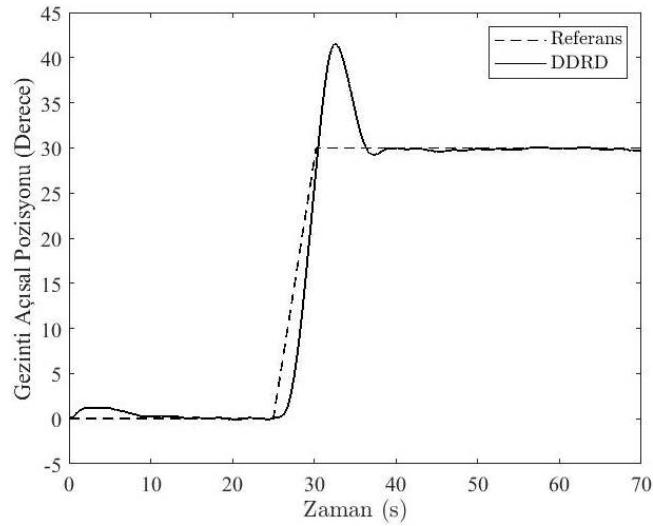
Şekil 5 ve Şekil 6'da Eş. 21'de verilen ağırlık matrisleri 3-SD helikopterin gezinti ve yükselme takipleri sırasıyla gösterilmiştir.

Deneylerin ilk aşamasında Q ağırlık matrisindeki bir değişimin geçici zaman cevabı karakteristiği üzerindeki etkilerini araştırmak için Eş. 21'de verilen her bir deneyde Q matrisinin sadece bir elemanı değiştirilmiştir. Q matrisinin $Q(1,1)$ ve $Q(3,3)$ elemanları, yükselme ve gezinti eksenlerindeki geçici zaman cevabının yerleşme zamanıyla yakından ilgilidir. Ayrıca yükselme ve gezinti eksenlerindeki kalıcı durum hatasını azaltmak için Q matrisinin $Q(9,9)$ ve $Q(10,10)$ elemanları değiştirilebilir. Ancak tüm durumlarda anlamlı bir karşılaştırma yapmak için R ağırlık matrisi değiştirilmemiştir.



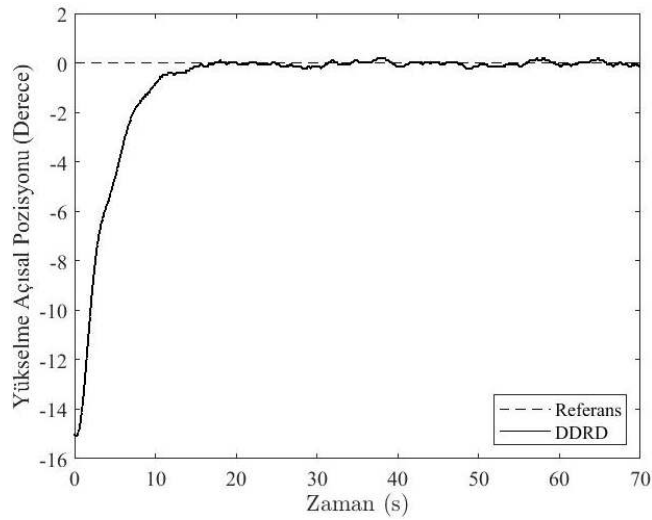
Şekil 4. 3-SD helikopter için gezinti ve yükselme eksenlerindeki istenilen yörüngeler

Figure 4. Desired trajectories for 3-DOF helicopter in the travel and elevation axes



Şekil 5. Eş. 21'deki DDRD kontrol edilen 3-SD helikopterin gezinti tepkisi

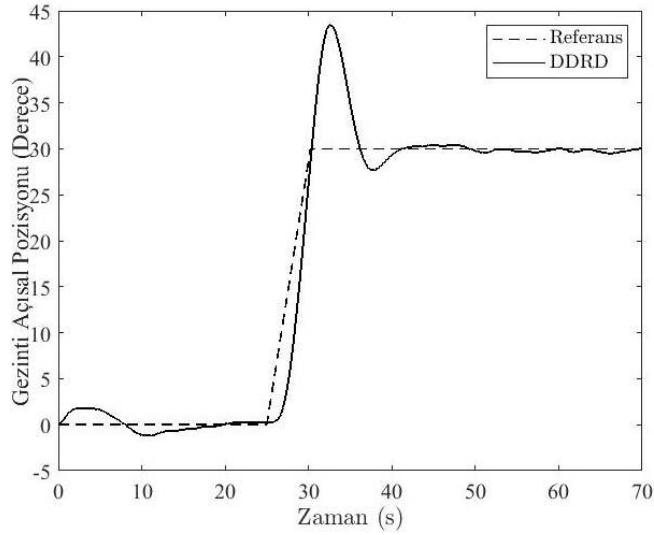
Figure 5. Travel response of the 3-DOF helicopter controlled by SDRE with Eq. 21



Şekil 6. Eş. 21'deki DDRD kontrol edilen 3-SD helikopterin yükselme tepkisi

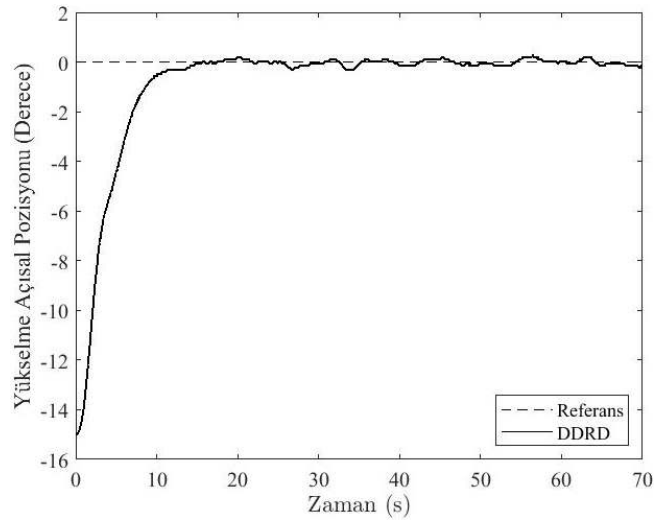
Figure 6. Elevation response of the 3-DOF helicopter controlled by SDRE with Eq. 21

Şekil 7, Q ağırlık matrisinin $Q(3,3)$ elemanının daha küçük seçilmesi halinde 3-SD helikopterin gezinti tepkisinin nasıl değiştiğini göstermektedir. Şekil 7'den anlaşılacağı gibi yerleşme zamanı artmıştır. Diğer taraftan Q ağırlık matrisinin yükselme eksenindeki geçici zaman tepkisi üzerindeki etkisini incelemek için Q matrisinin köşegen elemanlarının ilki ayarlanabilir. Q matrisinin $Q(1,1)$ elemanı bir olduğundaki durum Şekil 8'de gösterilmiştir. Şekil 6 ile Şekil 8'in karşılaştırılması yerleşme zamanının bir önceki durum gibi arttığını ortaya koymuştur.



Şekil 7. $Q(3,3) = 1$ olduğu DDRD ile kontrol edilen 3-SD helikopterin gezinti tepkisi

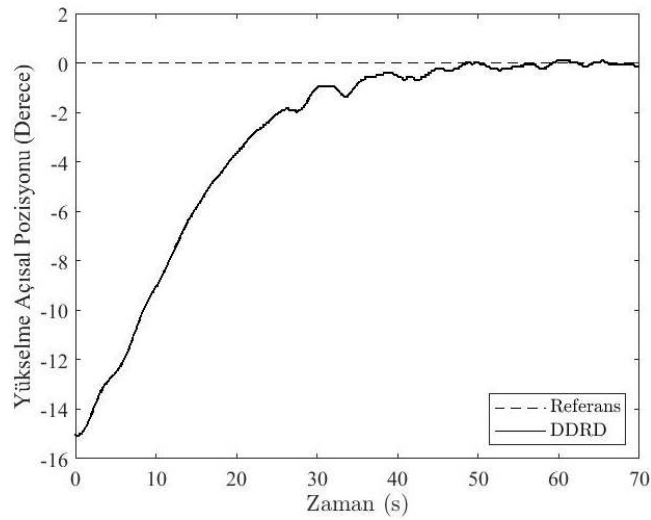
Figure 7. Travel response of the 3-DOF helicopter controlled by SDRE with $Q(3,3) = 1$



Şekil 8. $Q(1,1) = 1$ olduğu DDRD ile kontrol edilen 3-SD helikopterin yükselme tepkisi

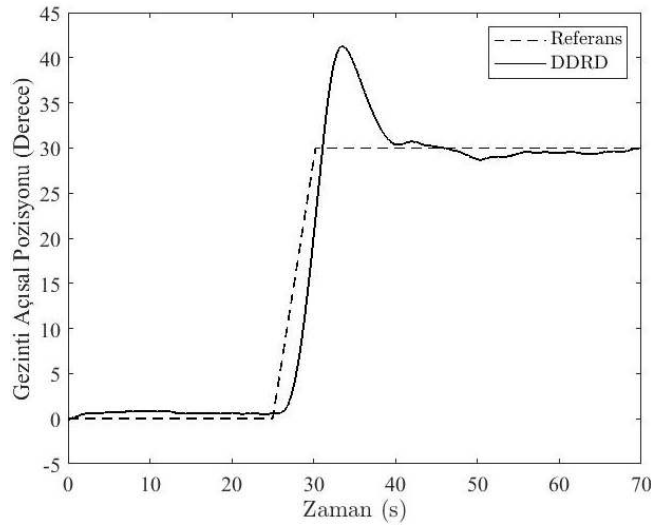
Figure 8. Elevation response of the 3-DOF helicopter controlled by SDRE with $Q(1,1) = 1$

Yükselme ve gezinti cevaplarındaki kalıcı durum hatası Q ağırlık matrisindeki $Q(9,9)$ ve $Q(10,10)$ elemanları ayarlanarak geliştirilebilir. Şekil 9 açık bir şekilde $Q(9,9)$ elemanı küçüldükçe daha büyük kalıcı durum hatası elde edildiğini göstermektedir. Benzer bir yorum gezinti cevabındaki kalıcı durum hatası için de yapılabilir. Şekil 10'dan da görüleceği üzere Q ağırlık matrisinin $Q(10,10)$ elemanının değerindeki bir azalma gezinti cevabındaki kalıcı durum hatasını artırır.



Şekil 9. $Q(9,9) = 1$ olduğu DDRD ile kontrol edilen 3-SD helikopterin yükselme tepkisi

Figure 9. Elevation response of the 3-DOF helicopter controlled by SDRE with $Q(9,9) = 1$



Şekil 10. $Q(10,10) = 1$ olduğu DDRD ile kontrol edilen 3-SD helikopterin gezinti tepkisi

Figure 10. Travel response of the 3-DOF helicopter controlled by SDRE with $Q(10,10) = 1$

Diğer bir geçici zaman karakteristiği olan maksimum aşma için ise sabit bir Q ağırlık matrisinin gezinti eksenindeki maksimum aşmayı azaltmaya yetmediği Şekil 5, Şekil 7 ve Şekil 10 incelenerek söylenebilir. Dolayısıyla çalışmanın 2. aşamasında durum değişkenlerine bağlı bir ağırlık matrisi oluşturularak deneyler tekrarlanmıştır. Optimal kontrol kuralının tasarımında helikopter sisteminin Eş. 17'deki hata dinamiği kullanıldığı için ağırlık matrisleri hata dinamiğinin durum değişkenlerine bağlı olarak seçilmiştir. Deneylerin ilk aşamasında kullanılan ve Şekil 4'te gösterilen referans yörüngelerin aynı deneylerin 2. aşamasında da sağlıklı bir karşılaştırma yapmak için aynen kullanılmıştır. Şekil 4'teki takip edilmek istenilen referanslar tekrar incelendiğinde yükselme ekseninin referansı deney boyunca değişmezken gezinti eksenindeki referans 25'inci s'de değişmektedir. Bu yüzden ağırlık matrisleri Eş. 17'deki hata dinamiğinin durum değişkeni olan ve \hat{e}_3 ile gösterilen $\psi_a - \psi$ hata değişkenine bağlı olarak seçilmiştir. \hat{e}_3 bağlı olarak seçilen ağırlık matrisleri sayesinde helikopterin geçici zaman cevapları iyileştirilmek istenmiştir. Q ve R ağırlık matrislerinin yarı pozitif tanımlı ve pozitif tanımlı matris olmalarını garanti etmek için matris elemanları, \hat{e}_3^2 ile oluşturulmuştur. Sonuç olarak 2'nci aşama deneyler için seçilen R ağırlık matrisi

$$R = \text{diag}(0.4\hat{e}_3^2, 0.4\hat{e}_3^2) \quad (22)$$

şeklinde bir köşegen kare matristir.

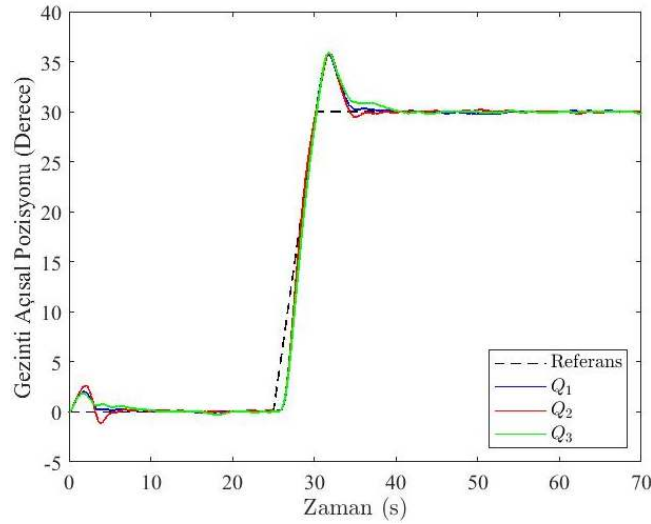
Deneylerde kullanılan durum değişkenlerine bağlı Q ağırlık matrisi ise 3 farklı tipte tasarlanmış olup aşağıda verilmiştir. Helikopterin gezinti ekseninde bir referansı takip etmesi istendiğinden Q ağırlık matrisinin gezinti durumuyla ilgili elemanlarının (\hat{e}_3 ve $\int \hat{e}_3$) kontrol performansına doğrudan etki edecekleri dikkate alınarak bu ağırlık matrisleri diyagonal olmayan şekilde belirlenmiştir.

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 300 + \hat{e}_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 + \hat{e}_3^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 + \hat{e}_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{e}_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 + \hat{e}_3^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 200 + \hat{e}_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 + \hat{e}_3^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 + \hat{e}_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{e}_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 + \hat{e}_3^2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$Q_3 = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 500 + \hat{e}_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 + \hat{e}_3^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 + \hat{e}_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{e}_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 + \hat{e}_3^2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

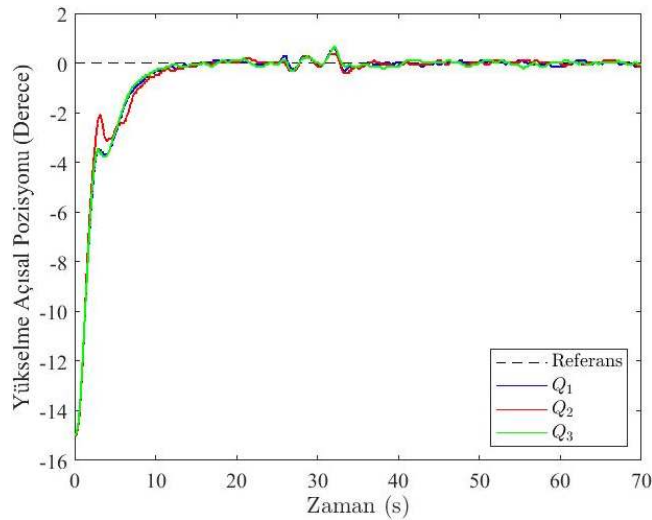
Eş. 23, Eş. 24 ve Eş. 25'te verilen farklı Q ağırlık matrisleri ile Eş. 22'de verilen R ağırlık matrisi ile elde edilen helikopterin gezinti eksenindeki zaman cevabı Şekil 11'de gösterilmiştir. Her bir ağırlık matrisiyle elde edilen cevaplar karşılaştırıldığında durağan durum cevapları birbirlerine oldukça yakın olmakla birlikte geçici zaman cevaplarında az da olsa bazı farklılıklar mevcuttur. Özellikle yerleşme zamanı üzerinde durum değişkenine bağlı ağırlık matrislerinin etkili olduğu söylenebilir. Q_1 ağırlık matrisi kullanılarak tasarlanan DDRD kontrolcüsü helikopterin daha kısa sürede denge noktasına gelmesini sağlarken Q_3 ağırlık matrisiyle diğerlerine kıyasla en uzundur. Ayrıca Q_2 ağırlık matrisiyle yapılan kontrolde ise geçici zaman cevabında dikkat çeken bir minimum alt tepe değeri (undershoot) gözlemlenmiştir.



Şekil 11. \hat{e}_3 durum değişkenine bağlı farklı ağırlık matrisleri kullanan DDRD ile kontrol edilen 3-SD helikopterin gezinti tepkisi

Figure 11. Travel response of the 3-DOF helicopter controlled by SDRE with different weighting matrices depending on the state variable \hat{e}_3

Şekil 12’de ise helikopterin üç farklı Q ağırlık matrisi ile elde edilen yükselme eksenindeki zaman cevapları gösterilmiştir. Sonuçlar her bir ağırlık matrisinin istenilen yükselme açısı θ_d sağlama konusunda oldukça başarılı olduğunu göstermektedir. 30’uncu s civarında gözlemlenen ve daha sonra kaybolan salınımlar ise 25’inci s’de gezinti ekseninde helikopterin 30° değerinde bir dönüş gerçekleştirmesinin istenmesidir. Helikopterin gezinti ekseninde bu dönüşü gerçekleştirmesiyle yani geçici zaman cevabı sona erdikten sonra salınımlar da kaybolmuştur.



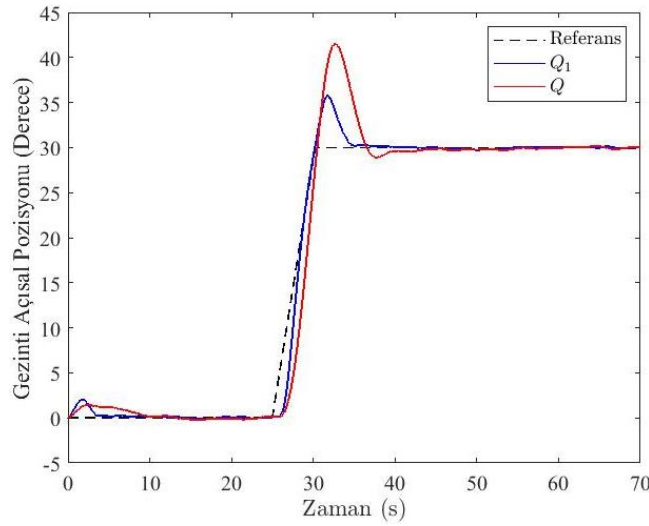
Şekil 12. \hat{e}_3 durum değişkenine bağlı farklı ağırlık matrisleri kullanan DDRD ile kontrol edilen 3-SD helikopterin yükselme tepkisi

Figure 12. Elevation response of the 3-DOF helicopter controlled by SDRE with different weighting matrices depending on the state variable \hat{e}_3

Ağırlık matrislerinin hata dinamiğinin durum değişkenlerine bağlanarak elde edilmek istenen daha önce de bahsedildiği gibi sistemin geçici zaman cevabını iyileştirmek içindir. İstenilen performansın sağlanıp sağlanmadığını incelemek için 1. aşama deneylerden Eş. 21 kullanılarak elde edilen sonuçlar ile Eş. 22 ve Eş. 23 kullanılarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Gezinti ve yükselme eksenlerinde elde edilen zaman cevapları sırasıyla Şekil 13 ve Şekil 14’te gösterilmiştir. Şekil 13 incelendiğinde durum değişkenine bağlı ağırlık matrisiyle gezinti ekseninde istenilen cevaba daha yakın bir cevap elde edildiği

gözlemlenmiştir. Helikopterin 25 ve 30 s arasında sabit bir eğimle istenilen gezinti eksenindeki pozisyona ulaşması beklenmektedir. Sabit ağırlık matrisleriyle bunun sağlanamadığı Şekil 13'te açık bir şekilde görülmektedir. Bunun yanı sıra durum değişkenine bağlı ağırlık matrisleriyle bu eğimli olarak artması istenilen dönüş daha doğru bir şekilde sağlanmaktadır.

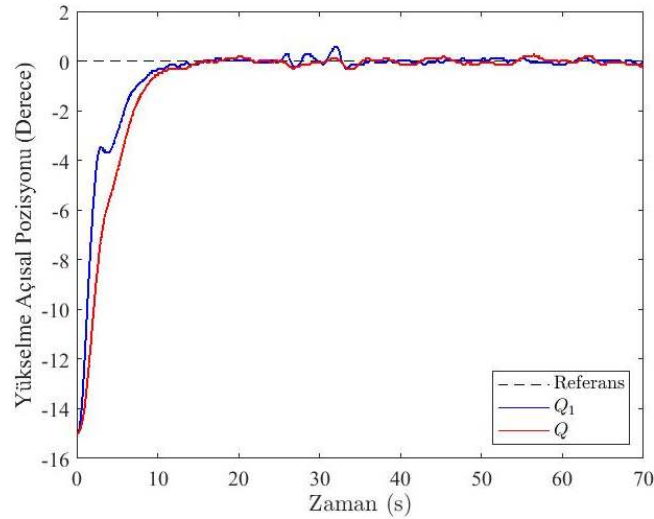
DDR kontrolcüsü, yükselme ekseninde 3-SD helikopteri istenilen açısal pozisyonda tutmaya çalışırken gezinti ekseninde istenilen bir açısal pozisyona ulaşması istendiğinde sistemin az tahrikli olması nedeniyle bir maksimum aşma kaçınılmaz olarak meydana gelmektedir. Bu maksimum aşma Şekil 13'te de görüldüğü gibi sabit ağırlık matrisleriyle %33,3 gibi bir değer ulaşmaktadır. Durum değişkenine bağlı ağırlık matrislerinin bu yüksek aşma değerini düşürmek için etkili olduğu deney sonucuyla açık bir şekilde görülmektedir çünkü Şekil 13'teki Q_1 ağırlık matrisiyle elde edilen cevabın maksimum aşma değerine bakıldığında %16,7 bir maksimum aşma elde edilmiştir. Bu da maksimum aşma için yaklaşık %50 oranında iyileştirme sağlamak anlamına gelmektedir.



Şekil 13. Eş. 22 ve Eş. 23'te verilen ağırlık matrisleri ile Eş. 21'de verilen ağırlık matrislerinin 3-SD helikopterin gezinti tepkisi üzerindeki etkilerinin karşılaştırılması

Figure 13. A comparison of the effects of the weighting matrices given by Eq. 21 and the weighting matrices given by Eq. 22 and Eq. 23 on the travel response of the 3-DOF helicopter

Yükselme eksenindeki zaman cevabında da iyileştirme sağlandığı Şekil 14'te görülmektedir. Durum değişkenine bağlı ağırlık matrisiyle kontrol edilen helikopterin kalıcı zaman cevabına daha çabuk ulaştığı görülmektedir. Ancak gezinti eksenine 25'inci s'de verilen basamak şeklinde referans giriş nedeniyle oluşan salınımlar sabit ağırlık matrisleriyle kontrol edilen helikopterin yükselme eksenindeki zaman cevabında diğerine göre daha azdır.



Şekil 14. Eş. 22 ve Eş. 23'te verilen ağırlık matrisleri ile Eş. 21'de verilen ağırlık matrislerinin 3-SD helikopterin yükselme tepkisi üzerindeki etkilerinin karşılaştırılması

Figure 14. A comparison of the effects of the weighting matrices given by Eq. 21 and the weighting matrices given by Eq. 22 and Eq. 23 on the elevation response of the 3-DOF helicopter

SONUÇ ve TARTIŞMALAR (RESULTS and DISCUSSIONS)

Durum geri beslemeli kontrol kazanç matrisini hesaplamak için DDRD yaklaşımında ağırlık matrisleri kullanılmaktadır. Dolayısıyla kapılı çevrim sistemin öz değerlerinin yerleri büyük oranda ağırlık matrislerinin seçimine bağlıdır. DDRD tabanlı kontrol tekniğinin önemine rağmen istenilen kontrol performansını elde etmek için ağırlık matrisleri birçok durumda deneme-yanılma yoluyla seçilir. Bu yüzden bu çalışma, ağırlık matrislerinin seçiminin 3-SD helikopter sisteminin geçici zaman cevabı üzerindeki etkilerini incelemeyi amaçlamaktadır.

Deneyel çalışmalar göstermiştir ki eğer ağırlık matrisleri sabit köşegen bir matris formunda seçilirse Q ağırlık matrisinin birinci ve üçüncü elemanlarındaki azalma sırasıyla yükselme ve gezinti eksenlerindeki yerleşme zamanını artırmaktadır. Ayrıca helikopterin cevabındaki kalıcı durum hatasını azaltmak için Q ağırlık matrisinin son iki elemanı artırılmalıdır. Ancak köşegen ve sabit bir ağırlık matrisinin kullanımı tüm durumlarda gezinti eksenindeki maksimum aşmayı azaltmak için yeterli değildir. Bu yüzden deneyel çalışmanın ikinci aşamasındaki durum değişkenlerine bağlı bir ağırlık matrisi kullanılarak deneyler yenilenmiştir. Sonuçlar sabit bir matris yerine durum değişkenlerine bağlı bir matrisin maksimum aşmayı azaltmak için kullanılabileceğini göstermiştir.

TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGMENT)

Bu çalışma Türk Havacılık ve Uzay Sanayii A.Ş. tarafından desteklenmiştir (DKTM/2015/07).

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Arıcan, A.C., Özcan, S., Kocagil, B.M., Guzey, U.M., Copur, E.H., Salamci, M.U., "Linear and Nonlinear Optimal Controller Design for a 3 DOF Helicopter", *19th International Carpathian Control Conference*, Szilvasvarad, Hungary, 185-190, 28-31 Mayıs 2018.
- Babaei, N., Salamci, M.U., 2015, "Personalized Drug Administration for Cancer Treatment Using Model Reference Adaptive Control", *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 371, pp. 24-44.
- Babaei, N., Salamci, M.U., 2018, "Controller Design for Personalized Drug Administration in Cancer Therapy: Successive Approximation Approach", *Optimal Control Applications and Methods*, Vol. 39, No. 2, pp. 682-719.

- Batmani, Y., Khaloozadeh H., 2013, "Optimal Chemotherapy in Cancer Treatment: State Dependent Riccati Equation Control and Extended Kalman Filter", *Optimal Control Applications and Methods*, Vol. 34, ss. 562-577.
- Bilgin, N., Salamci, M.U., "Sliding Mode Control Design for Nonlinear Systems without Reaching Phase and Its Applications to A Flexible Spacecraft", *ASME 2014 12th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, Copenhagen, Denmark, 1-9, 25-27 Haziran 2014.
- Bogdanov, A., Carlsson, M., Harvey, G., Hunt, J., Kieburz, D., van der Merwe, R., & Wan, E., "State-Dependent Riccati Equation Control of a Small Unmanned Helicopter", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, Austin, Texas, 11-14 Ağustos 2003.
- Çimen, T., "State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Control: A Survey", *Proceedings of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control*, Seoul, Korea, 3761-3775, 6-11 Temmuz 2008.
- Çimen, T., 2010, "Systematic and Effective Design of Nonlinear Feedback Controllers via the State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Method", *Annual Reviews in Control*, Vol. 34, No. 1, pp. 32-51.
- Çimen, T., 2012, "Survey of State-Dependent Riccati Equation in Nonlinear Optimal Feedback Control Synthesis", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 35, No. 4, pp. 1025-1047.
- Copur, E.H., Arican, A.C., Ozcan, S., Salamci, M.U., 2019, "An Update Algorithm Design Using Moving Region of Attraction for SDRE Based Control Law", *Journal of The Franklin Institute*, Vol. 356, No. 15, pp. 8388-8413.
- Das, R.R., Elumalai, V.K., Subramanian R.G., Kumar, K.V.A., 2018, "Adaptive Predator-Prey Optimization for Tuning of Infinite Horizon LQR Applied to Vehicle Suspension System", *Applied Soft Computing*, Vol. 72, pp. 518-526.
- Durmaz, B., Özgören, M.K., Salamci, M.U., 2012, "Sliding Mode Control for Non-linear Systems with Adaptive Sliding Surfaces", *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 34, No. 1, pp. 56-90.
- Halbe, O., Hajek, M., 2019, "Online Waypoint Trajectory Generation Using State-Dependent Riccati Equation", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 42, No. 12, pp. 2687-2693.
- Ishutkina, M.A., 2004, *Design and Implementation of a Supervisory Safety Controller for a 3-DOF Helicopter*, Yüksek Lisans Tezi, Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics, Cambridge, Massachusetts, USA.
- İtik, M, Salamcı, M.U., Banks S.P., 2010, "SDRE optimal control of drug administration in cancer treatment", *Turkish Journal of Electrical Engineering Computer Sciences*, Vol. 18, No. 5, pp. 715-729.
- Kara, F., Salamci, M.U., 2017, "Model Reference Adaptive Sliding Surface Design for Nonlinear Systems", *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 54, No. 1, pp. 611-624.
- Kocagil B.M., Ozcan S., Arican A.C., Guzey U. M., Copur E.H., Salamci M.U., "MRAC of a 3-DoF Helicopter with Nonlinear Reference Model", *26th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Zadar, Croatia, 278-283, 19-22 Temmuz 2018.
- Kocagil, B.M., Ozcan, S., Arican, A.C., Guzey, U.M., Copur, E.H., Salamci, M.U., "Adaptive Control of a 3 DoF Helicopter with Linear and Nonlinear Reference Models", *6th International Conference on Control Engineering & Information Technology*, Istanbul, Turkey, 1-6, 25-27 Ekim 2018.
- Korayem, M.H., Nekoo, S.R., 2015, "Finite-time state-dependent riccati equation for time-varying nonaffine systems: rigid and flexible joint manipulator control", *ISA Transactions*, Vol. 54, pp. 125-144.
- Kukreti, S., Kumar, M., Cohen, K., "Genetically Tuned LQR Based Path Following for UAVs under Wind Disturbance", *International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, Arlington, VA, 267-274, 7-10 Haziran 2016.
- Mani, G., Sivaraman, N., Sanjeevikumar, P., 2018, "Particle Swarm Optimization-Based Closed-Loop Optimal State Feedback Control for CSTR", *Advances in Systems, Control and Automation*, Editör: Konkani A., Bera R., Paul S., Springer, Singapore, 469-479.

- Miyamoto, K., Shec J., Satod D., Yasuo, N., 2018, "Automatic Determination of LQR Weighting Matrices for Active Structural Control", *Engineering Structures*, Vol. 174, pp. 308-321.
- Nath K., Dewan L., "Heuristic Optimization Based Choice of LQR Weighting Matrices for A Rotary Inverted Pendulum", *IEEE International Conference on Recent Trends in Electrical, Control and Communication*, Chennai, India, 269-274, 20-22 Mart 2018.
- Qin., Sun H., 2018, "State Dependent Riccati Equation Based Rotor-Side Converter Control for Doubly Fed Wind Generator", *IEEE Access*, Cilt 6, pp. 27853-27863.
- Salamci, M.U., Gökbilen, B., 2007, "SDRE Missile Autopilot Design Using Sliding Mode Control with Moving Sliding Surfaces", *IFAC Proceedings Volumes*, Vol. 40, No. 7, pp. 768-773.
- Stansbery, D.T., Cloutier, J.R., "Position and Attitude Control of a Spacecraft Using the State-Dependent Riccati Equation Technique", *Proceedings of the American Control Conference*, Chicago, Illinois, 1867-1871, June 2000.
- Vaddi, S., Menon, P.K., Ohlmeyer, E. J., 2009, " Numerical State-Dependent Riccati Equation Approach for Missile Integrated Guidance Control", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 32, No. 2, pp. 699-703.
- Voos, H., "Nonlinear state-dependent Riccati equation control of a quadrotor UAV", 2006 IEEE International Conference on Control Applications, Munich, Germany, 2547-2552, October 2006.
- Xin, M., Balakrishnan, S., "State Dependent Riccati Equation Based Spacecraft Attitude Control", *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Reno, Nevada, USA, 1-7, 14-17 Ocak 2002.