Analyse didactique d'une activité sous forme de jeu en lien avec l'addition

DORIER, Jean-Luc, VENDEIRA-MARECHAL, Céline

Abstract

En Suisse Romande, les enseignants du primaire disposent d'un ensemble officiel et unique de manuels avec des commentaires didactiques, connu sous le nom de moyens COROME. Ceux-ci sont constitués d'activités classées en domaines, mais sans ordre préétabli à l'intérieur d'un même domaine. Beaucoup de ces activités, surtout pour les petits degrés, se présentent sous la forme de jeux. Après une rapide présentation du contexte, et une courte réflexion sur l'utilisation didactique des jeux, nous proposons dans cet article une analyse a priori d'une activité de première année primaire. Il s'agit d'un jeu de dé, pour faire travailler des additions. Notre analyse fait apparaître que le but didactique supposé du jeu n'est pas conforme à l'enjeu du jeu. Nous avons expérimenté cette activité dans une classe d'une commune du canton de Genève. L'analyse a posteriori confirme les hypothèses de notre analyse a priori. Une expérimentation avec deux binômes isolés, nous permet de faire des hypothèses pour adapter le dispositif didactique.

Reference

DORIER, Jean-Luc, VENDEIRA-MARECHAL, Céline. Analyse didactique d'une activité sous forme de jeu en lien avec l'addition. *Grand N*, 2008, vol. 82, p. 69-89

Dorier, J.-L. & Maréchal, C. (2008) Analyse didactique d'une activité sous forme de jeu en lien avec l'addition. *Grand N* 82, 69–89.

ANALYSE DIDACTIQUE D'UNE ACTIVITE SOUS FORME DE JEU EN LIEN AVEC L'ADDITION

Jean-Luc Dorier (Jean-Luc.Dorier@unige.ch)
Céline Maréchal (Celine.Marechal@unige.ch)
Université de Genève – Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Education (FPSE)
Equipe DiMaGe (Didactique des Mathématiques de Genève)
Uni Pignon – Bd du Pont d'Arve, 40
CH-1211 Genève 4 – Suisse.

Résumé. En Suisse Romande, les enseignants du primaire disposent d'un ensemble officiel et unique de manuels avec des commentaires didactiques, connu sous le nom de moyens COROME. Ceux-ci sont constitués d'activités classées en domaines, mais sans ordre préétabli à l'intérieur d'un même domaine. Beaucoup de ces activités, surtout pour les petits degrés, se présentent sous la forme de jeux. Après une rapide présentation du contexte, et une courte réflexion sur l'utilisation didactique des jeux, nous proposons dans cet article une analyse a priori d'une activité de première année primaire. Il s'agit d'un jeu de dé, pour faire travailler des additions. Notre analyse fait apparaître que le but didactique supposé du jeu n'est pas conforme à l'enjeu du jeu. Nous avons expérimenté cette activité dans une classe d'une commune du canton de Genève. L'analyse a posteriori confirme les hypothèses de notre analyse a priori. Une expérimentation avec deux binômes isolés, nous permet de faire des hypothèse pour adapter le dispositif didactique.

Mots clefs : analyse a priori, variable didactique, addition, jeu de dé, stratégies.

1. Introduction

1.1. Contexte de l'expérimentation

En Suisse romande, depuis la période des mathématiques modernes (1972), les enseignants du primaire disposent de « moyens d'enseignement » officiels et communs à tous les cantons francophones de Suisse[1]. Avec les plans d'études, ils déterminent la seule source officielle pour organiser l'enseignement des mathématiques. Il peuvent être éventuellement complétés par quelques documents cantonaux issus de diverses instances officielles dépendant plus ou moins directement des *Départements de l'Instruction Publique*, qui peuvent apporter quelques éclairages complémentaires. La dernière édition de ces moyens COROME[2] a été publiée entre 1997 et 2002. Pour les degrés 1P-4P (4 premières années de l'enseignement primaire, élèves de 6 à 10 ans), les moyens comprennent :

- un fichier, avec en plus en 3/4P un livre de l'élève par degré ;
- un fichier du maître par degré ;
- un classeur de commentaires didactiques (commun pour les 4 degrés).

Enfin, un fichier de formes prédécoupées (par élève), et divers matériels pédagogiques à disposition pour chaque classe viennent compléter le tout.

[1] Ce qui ne veut pas dire nécessairement que l'enseignement des mathématiques est identique dans tous les cantons. L'enseignement restant entièrement une prérogative des gouvernements cantonaux, des distinctions plus ou moins fortes peuvent exister, sur les volumes horaires, les découpages en cycle, ou les choix de contenus, etc…

[2] COmmission ROmande – Moyens d'Enseignement et d'apprentissage, désignée par des instances officielles inter-cantonales.

Ainsi ces « moyens d'enseignement » ne sauraient se réduire à un manuel au sens où on l'entend en France par exemple.
Sur la forme, les moyens COROME ont été conçus de sorte à ne pas enfermer les enseignants dans une progression déterminée ou des choix exclusifs sur l'organisation des apprentissages, comme le soulignent les auteurs dans l'introduction des commentaires didactiques :

> Parmi les soutiens offerts au maître pour le seconder dans sa tâche, les moyens d'enseignement occupent une place importante. Ce ne sont néanmoins que des aides parmi d'autres, pour atteindre les objectifs déterminés par les programmes officiels. Ce serait accorder trop de poids au document écrit et sous-estimer la responsabilité et les compétences professionnelles du maître que de les confondre avec des directives légales, voire une doctrine imposée. On considère d'ailleurs ces moyens comme des « ouvrages ressources ». (Gagnebin et al. 1998, 10).

Les fichiers et livres de l'élève se présentent ainsi comme une succession d'activités réparties dans 6 à 8 modules correspondant au découpage du plan d'études. Le fichier du maître présente une introduction pour chaque module visant à en définir les objectifs et reprend chaque fiche et exercice des documents élèves avec quelques commentaires sur l'organisation, les objectifs, les stratégies possibles des élèves et des prolongements envisageables. Les activités à l'intérieur d'un même module ne sont pas hiérarchisées et c'est à l'enseignant d'organiser sa progression. Aucun élément de « cours » n'est donné. Il est donc clair qu'une part importante du travail de préparation est laissée entièrement à l'initiative et à la charge des enseignants[3].
Par ailleurs, les moyens mis en place à partir de 1998 s'inscrivent dans le paradigme de la résolution de problèmes[4], et surtout dans les petits degrés, une part importante des activités se présente sous la forme de jeux.

1.2. Quelques considérations sur les jeux

L'intérêt des jeux pour l'enseignement des mathématiques est presque aussi vieux que les mathématiques. Certains auteurs défendent même l'idée que « la vraie culture ne peut exister sans une certaine qualité ludique » (Huizinga, 1989). Dans son ouvrage, Johan Huizinga fait directement référence à la catégorisation de Piaget (1945), qui met en avant l'importance des jeux à règles en les opposant aux jeux de fiction.
Dans son ouvrage *Les jeux et les hommes*, Caillois (1951) quant à lui défend l'idée que le jeu est plus une épreuve qu'un exercice :

> L'enfant ne s'entraîne pas pour une tâche définie. Il acquiert grâce au jeu une capacité plus étendue de surmonter les obstacles ou de faire face aux difficultés. […] D'une façon générale, le jeu apparaît comme éducation, sans fin déterminée d'avance, du corps, du caractère ou de l'intelligence. De ce point de vue, plus le jeu est éloigné de la réalité, et plus sa valeur éducative est grande. Car il n'apprend pas des recettes : il développe des aptitudes. (op. cité, 319-320).

Les didacticiens des mathématiques reconnaissent généralement les vertus du jeu surtout pour l'enseignement en maternelle (Milliat & Neyret, 1990) ou pour les petits degrés du primaire.
Dans la théorie des situations didactiques, Brousseau (1986, voir aussi 1998, chap. 1) s'appuie sur la théorie des jeux pour modéliser l'action des élèves en situation d'apprentissage. Sans pouvoir détailler ici ce point de vue, nous retiendrons, de façon schématique, que dans cette approche, le jeu consiste en un ensemble d'états possibles. A chaque état correspond un ensemble de positions possibles des joueurs. Les règles du jeu peuvent alors être modélisées avec ces outils, déterminant des relations entre états, positions et joueurs (auxquels peut être adjoint une notion de gain). Une partie est une suite finie d'états et une stratégie d'un joueur est une application de l'ensemble des états dans lui-même qui détermine les choix d'un joueur dans tous les états permis. Un état de connaissance d'un joueur est ainsi ce qui sous-tend sa

[3] Plusieurs enquêtes et travaux de recherche ont analysé le rapport des enseignants primaires aux moyens et la façon dont ils se les approprient. Notre équipe DiMaGe est en train de travailler à un projet dans ce sens.
[4] Les travaux de l'équipe ERMEL ont été une source d'inspiration importante dans la rédaction de ces moyens.

stratégie, le but étant que le joueur acquiert la connaissance lui permettant d'accéder à une stratégie gagnante à tout coup. Nous utiliserons de façon minimaliste cette approche dans la suite.

Ainsi, la notion de jeu est très présente en didactique des mathématiques, cependant, plusieurs auteurs ont dénoncé certains excès :

> Pourtant, si on ne peut que se féliciter, la plupart du temps, de cette introduction du jeu et des jeux dans l'enseignement des mathématiques depuis une trentaine d'années, je crois que certaines dérives nous guettent encore et toujours. (Valentin 2001, 20).

Ainsi, le jeu peut être un bon moteur pour que l'élève construise des connaissances, mais encore faut-il bien identifier les enjeux du jeu et des mathématiques visées et s'assurer de leur adéquation. Il n'est pas inutile ici de rappeler un des principes fondateurs de la théorie des situations :

> On ne fait des mathématiques que lorsqu'on s'occupe de problèmes mais on oublie parfois que résoudre des problèmes n'est qu'une partie du travail ; trouver de bonnes questions est aussi important que leur trouver des solutions. Une bonne reproduction par l'élève d'une activité scientifique exigerait qu'il agisse, qu'il formule, qu'il prouve, qu'il construise des modèles, des langages, des théories, qu'il les échanges avec d'autres, qu'il reconnaisse celles qui sont conformes à la culture, qu'il lui emprunte celles qui lui sont utiles, etc.
>
> Pour rendre possible une telle activité, le professeur doit donc imaginer et proposer aux élèves des situations qu'ils puissent vivre et dans lesquelles les connaissances vont apparaître comme la solution optimale et découvrable aux problèmes posés. (Brousseau 1986, 35) ou (Brousseau 1998, 49).

Ainsi quand une activité est proposée aux élèves sous la forme d'un jeu, il faut s'assurer que la finalité du jeu permet de mettre en place les conditions favorables à l'acquisition de connaissances mathématiques bien identifiées.

Dans son enquête sur le rapport des enseignants de Suisse romande aux innovations, Tièche-Christinat (2001) relève que les jeux sont souvent retenus en fonction du plaisir (supposé) qu'il provoque en classe, mais que les contenus mathématiques qu'ils permettent d'aborder ne sont pas centraux. On sait par ailleurs, que tous les enfants n'apprécient pas les jeux qu'on leur imposent en classe de mathématiques et que leurs aspects ludiques sont diversement perçus.

La situation est donc périlleuse et il n'est pas acquis qu'un jeu soit toujours le meilleur moyen d'arriver à faire apprendre dans une ambiance ludique.

1.3 Objet de notre étude

Lors d'une journée d'étude qui s'est tenue à Neuchâtel le 30 novembre 2001, à l'initiative de *l'Institut de Recherche et de Documentation Pédagogique* (IRDP), des acteurs du système éducatif suisse romand et des invités étrangers se sont intéressés à plusieurs activités présentes dans les moyens qui se présentent sous forme de jeu. Les actes de cette journée (Jaquet & Tièche-Christinat, 2002) rendent comptent de l'ensemble de ces travaux. Dans leur conclusion, les auteurs soulignent que les études dans ce sens sont à poursuivre. Dans cet article, nous nous proposons dans cet article de répondre modestement à cette invite. En effet, nous rendons compte d'une réflexion que nous avons menée sur une activité de première année primaire, le « Dé basculé », qui se présente sous la forme d'un jeu de dé à deux joueurs. Cette activité ne fait pas partie de celles qui ont été discutées dans le document précédent.

Nous présentons tout d'abord une analyse a priori de cette activité. Dans un deuxième temps, nous rendons compte d'une expérimentation en classe, puis avec deux binômes d'élèves. Enfin, nous concluons en rapport avec les quelques éléments de notre introduction.

3. Analyse a priori de l'activité « Dé basculé »

3.1. Présentation

Cette activité est proposée en première année primaire dans le module 3 « Des problèmes pour connaître l'addition », dans l'introduction duquel elle est présentée comme se rapportant

à la rubrique « Additionner et soustraire en situation » et plus précisément à l'objectif « Obtenir 20 en additionnant plusieurs nombres ». C'est d'ailleurs la seule activité qui corresponde à cet objectif précis alors qu'il n'est jamais fait état d'additions dépassant 20 dans toute la rubrique.
Voici la fiche du maître (celle de l'élève ne contient sur une feuille A4 que le texte de la consigne en plus gros caractères et un dessin de dés, laissant ainsi la place éventuellement pour écrire sans que ce soit explicitement demandé) :

Le dé basculé

Description

Nombre d'élèves : 2

Matériel

- fichier de l'élève p. 53
- un dé

Règles

Un élève lance le dé et annonce le nombre de points obtenus.

L'autre bascule le dé sur l'une des quatre faces latérales et additionne les points de la face du dessus au premier nombre annoncé. Le jeu continue ainsi, chacun, à tour de rôle, basculant le dé et additionnant les points de la face supérieure.

Le premier qui atteint 20 gagne la partie.

Gestion

Prolongements

- Partir du nombre 20 pour atteindre 0.
- Celui qui dépasse 20 gagne la partie.
- ...

3.2. Variables didactiques

L'intérêt de l'analyse a priori d'une activité consiste en premier lieu à prendre de la distance par rapport au contexte qui l'entoure. Dans ce sens, la théorie des situations de Brousseau (dont on trouvera une introduction dans Bessot (2003)) nous donne des outils pour faire apparaître une activité précise, comme un cas particulier d'un ensemble plus général de situations. La description de cet ensemble de situations repose sur la détermination d'un certain nombre de variables didactiques, de sorte que l'activité analysée devient un cas particulier correspondant à un choix précis de valeurs pour chacune des variables dégagées. Rappelons qu'une variable didactique détermine un choix que l'enseignant peut faire (même implicitement) et qui est susceptible de modifier la hiérarchie des stratégies et par là même le sens des connaissances visées. Cette méthodologie permet ainsi de faire émerger des choix implicites, qui se déterminent contre d'autres et de faire ainsi apparaître des spécificités qui restent autrement transparentes. L'analyse a priori d'une activité permet donc avant tout de faire émerger ce qu'elle cache en creux. Anticiper les réponses des élèves, ce à quoi on réduit

trop souvent une analyse a priori, n'est qu'un des aspects, qui prend tout son intérêt quand on sait donner à ces stratégies un sens dans l'ensemble des possibles.
En suivant ce guide, on peut dire que l'activité du « Dé basculé » relève d'un ensemble plus général de situations que l'on décrira sous la forme d'un jeu à deux joueurs :

A tour de rôle, chaque joueur choisit ou tire au hasard (ça peut dépendre des coups) un nombre parmi un certain ensemble Ei (i étant le numéro du coup qui est joué) que l'on additionne au total du coup précédent. Le joueur qui atteint ou dépasse une valeur N fixée au départ a gagné.

Nous assortissons cet énoncé de six variables didactiques.
- Tout d'abord deux variables générales sur les règles du jeu:
Vdép : elle prend deux valeurs « oui » ou « non », selon que l'on accepte ou non de dépasser la valeur cible. Dans le premier cas, le gagnant est le premier joueur qui a réussi à atteindre ou dépasser *N*. Sinon, on considère que l'on ne peut jamais dépasser *N*, et que le gagnant est celui qui atteint exactement *N*. Dans ce dernier cas, certaines parties peuvent éventuellement ne pas permettre de déterminer de gagnant (nous reviendrons sur ce point).
V*N* : c'est la valeur que l'on donne à *N*, le nombre à atteindre.
- Puis deux variables qui peuvent changer de valeur à chaque coup :
VHasard : elle prend deux valeurs « oui » ou « non », selon que le nombre qu'on ajoute est tiré au hasard ou choisi par le joueur.
V*Ei* : c'est l'ensemble des nombres où l'on tire au hasard ou choisit au coup *i*. Notons que cet ensemble peut dépendre éventuellement de l'issue du coup (*i*-1), comme cela est proposé dans l'activité du « Dé basculé », puisque si un joueur vient de choisir (ou tirer au hasard) le 3 par exemple, ni le 3, ni le 4 sont possibles au coup suivant (puisque la somme des points sur deux faces opposées d'un dé fait toujours 7).
Ces quatre variables et la règle qui détermine comment on décide des valeurs des deux dernières à chaque coup, constituent les règles du jeu.
- Il reste encore deux variables plus circonstancielles :
La première **VMat** porte plus sur les aspects matériels du jeu, selon que les nombres sont figurés sur des cartes, sur des dés, par des jetons, etc… ou encore seulement écrits en chiffres ou énoncés à l'oral.
Et enfin, la variable **VEcrit** selon que les joueurs ont la possibilité de noter les sommes obtenues et de faire les calculs par écrit, ou qu'au contraire, ils doivent mémoriser la somme et faire tous les calculs mentalement. On a vu que la valeur de cette variable n'était pas fixée dans l'activité du « Dé basculé », elle est laissée au libre arbitre de l'enseignant.
Cette liste de variables n'est sûrement pas exhaustive et comprend une part d'arbitraire, de même que notre choix d'énoncé d'une situation générale a déjà bloqué certains choix possibles, comme le nombre de joueurs par exemple. L'important est ici de faire apparaître cette activité comme un cas particulier d'un ensemble de situations plus générales, il pourrait y avoir plusieurs pistes. Celle que nous proposons s'appuie sur une analyse du contexte scolaire auquel on s'intéresse et de notre observation. Nous allons à présent justifier nos choix en montrant comment ils éclairent l'analyse de l'activité.

3.3. Connaissances en jeu, savoirs visés et stratégies

Nous allons distinguer deux niveaux d'analyse. Le premier concerne les stratégies locales qui permettent aux joueurs de réaliser l'addition à chaque étape, alors que le deuxième concerne le niveau plus global du jeu, et donc les stratégies de choix du nombre à chaque étape.

Réaliser l'addition

La valeur de V*N* détermine le plus grand nombre accessible dans le champ des additions. Au niveau de la première année primaire, le choix de 20 semble raisonnable.
L'ensemble *E*i, détermine les nombres à ajouter. En première année primaire, beaucoup d'élèves ont encore recours à un sur-comptage sur les doigts et le répertoire additif est en découverte, peu de sommes sont apprises par cœur. Il n'est donc guère possible de dépasser 5 ou 6.
La valeur de VEcrit est ici fondamentale, puisqu'elle détermine si les élèves vont ou non pouvoir s'appuyer sur l'écrit. Si on n'autorise pas l'écrit, les élèves vont devoir non seulement mémoriser la somme à chaque étape, mais aussi devoir faire appel à du calcul mental (réfléchi ou par cœur), en s'appuyant éventuellement sur une procédure de sur-comptage sur les doigts ou sur un appui du matériel (voire la valeur de VMat). Au contraire autoriser l'écrit peut alourdir le jeu et rendre l'activité plus scolaire.
La valeur de VMat a une assez grande importance quant aux stratégies pour réaliser les additions. Des dés[5], des cartes avec des constellations, des jetons,… vont favoriser des procédures de sur-comptage un à un. Au contraire, si le matériel à disposition ne donne qu'une représentation chiffrée ou orale du nombre, les procédures de mémorisation du répertoire additif ou de calcul réfléchi seront plus favorisées. Dans tous les cas, cependant, les élèves pourront soit trouver le résultat immédiatement ou par une procédure de calcul réfléchi, soit utiliser le matériel à disposition ou à défaut leurs doigts pour sur-compter. En première année primaire, cette dernière stratégie est encore utilisée par beaucoup d'élèves surtout en début d'année, même si un des objectifs d'apprentissage à ce niveau et de progressivement la remplacer par la mémorisation du répertoire additif et la mise en place de procédures de calcul réfléchi.
Le fait que les valeurs des *E*i changent à chaque coup ne change rien sur les stratégies pour réaliser la somme ou sur la mémorisation de celle-ci.
Les valeurs des variables qui correspondent à l'activité du « Dé basculé » sont donc conformes à ce que l'on peut attendre et exiger d'un élève de 6 ans, au moins en fin d'année. Les connaissances en jeu sur les additions sont ici explicitement sollicitées comme un moyen pour que le jeu puisse avoir lieu. Il n'y a donc rien d'a-didactique sur l'addition, c'est bien une activité de réinvestissement. Si un élève se trompe dans son addition, seul l'autre élève peut être amené à le corriger ou l'enseignant s'il suit la partie. Dans ce sens, la rétroaction du milieu est assez pauvre sur l'addition. Deux élèves en désaccord sur le résultat de la somme peuvent s'appuyer sur le dé pour vérifier la somme par sur-comptage. Par contre deux élèves peuvent se mettre d'accord sur un résultat faux et, si l'enseignant n'est pas là pour vérifier, continuer la partie comme si de rien n'était. Il paraît donc clair que cette activité ne peut se concevoir avec profit que dans le cas où les élèves maîtrisent suffisamment les additions de nombres inférieurs à 6, jusqu'à 20. Un des objectifs qu'elle peut alors remplir est d'entraîner les élèves à celles-ci en leur permettant de les vérifier, voire de les réaliser par sur-comptage sur les points des faces du dé. Dans ce sens, cette activité ne force en rien des procédures de calcul réfléchi ou d'appel au répertoire mémorisé. Par contre, elle permet éventuellement, par la répétition des parties, de familiariser les élèves avec des sommes, en vue de leur mémorisation. Remarquons que d'autres jeux pourraient plus utilement entraîner les élèves à faire des additions. Par exemple, un jeu de cartes où sur une face est écrite une addition, dont l'élève doit annoncer le résultat. Il retourne la carte qui donne ce résultat et la garde si il a trouvé le bon nombre. Le « Dé basculé » n'est pas une activité dont le but pourrait se réduire à entraîner les élèves aux additions. Nous allons voir que d'un point de vue plus global, il peut permettre de développer d'autres connaissances.

[5] On n'envisagera ici que les dés « classiques » avec des points sur les faces, mais on pourrait utiliser des dés qui ont des écritures en chiffres.

Stratégies de choix des nombres

Le deuxième niveau porte sur l'enjeu du jeu, qui consiste à atteindre 20 (on envisagera pas d'autres valeurs cibles dans cet article) le premier.

Les valeurs des variables VHasard, V*E*i et Vdép sont ici déterminantes.

Si VHasard = « non », V*E*i = {1,2} et Vdép = « non », on retrouve la course à 20. Il existe dans ce cas une stratégie gagnante, dont la découverte peut être un enjeu d'apprentissage selon des conditions que nous ne rappellerons pas ici, renvoyant à Brousseau (1998, 25-44).

Si par contre VHasard = « oui » à tous les coups, on a affaire à un jeu de hasard pur, qui n'appelle aucune recherche de stratégie. Une telle activité n'aurait alors d'autre intérêt que de servir à entraîner les élèves à faire des additions, sans aucun enjeu stratégique, ni milieu approprié pour les rétro-actions.

Notons que même si VHasard ne vaut quasiment jamais « oui » (comme dans le cas du « Dé basculé »), il n'est pas certain que les élèves perçoivent tout de suite qu'ils peuvent jouer autrement qu'au hasard. De plus, l'usage d'un dé, souvent associé au hasard peut renforcer cette tendance. Il y a donc nécessité d'une dévolution[6] de la possibilité d'établir des stratégies pour gagner ou du moins augmenter ses chances de gagner.

Il nous est impossible ici d'examiner toutes les possibilités de choix de valeurs de la variable V*E*i. Les deux exemples ci-dessus représentent en quelque sorte deux extrêmes entre lesquelles le choix des possibles est très large. Le « Dé basculé » est une de ces possibilités entre deux. Nous allons maintenant examiner en détail les enjeux qu'il représente quant à la question des stratégies gagnantes.

Analyse d'un jeu du « Dé basculé » par des experts

Laissant un temps de côté le contexte scolaire, nous allons considérer à présent le jeu du « Dé basculé » d'un point de vue de joueurs experts, donc de façon théorique. On s'intéressera ici seulement au cas où Vdép = « non », l'autre cas (suggéré comme prolongement dans la fiche des moyens COROME) est en fait plus simple du point de vue stratégique.

A ce jeu, chaque coup est caractérisé par deux nombres (la somme atteinte et la valeur de la face du dé choisie) et le nom du joueur J_1 et J_2 qui vient de jouer. On notera $S_i(n_i)$ l'état du jeu au i^{ème} coup : par exemple 12(5) veut dire que la face qui vient d'être choisie est 5 et que cela réalise une somme de 12. La valeur de n_i, détermine la valeur de Ei+1. Sachant que les deux faces opposées d'un dé font toujours une somme de 7 on obtient le tableau suivant :

n_i	Ei+1
1 ou 6	{2 ; 3 ; 4 ; 5}
2 ou 5	{1 ; 3 ; 4 ; 6}
3 ou 4	{1 ; 2 ; 5 ; 6}

Tableau 1. *Choix possibles en fonction du coup précédent.*

Comme Vdép = « non » (c'est-à-dire que l'on n'accepte pas de dépasser 20), si S_i est égal ou plus grand que 15, Ei+1 est encore plus réduit, voire éventuellement vide dans les cas 19(1) ou 19 (6). Par exemple après un coup qui conduit à l'état 19(6), il n'est plus possible de jouer car la seule valeur permettant de ne pas dépasser 20 est 1 et qu'elle est inaccessible, puisqu'elle correspond à la face de dessous du dé. Dans un tel cas, la partie est bloquée et il n'y a aucun gagnant.

[6] La dévolution consiste, non seulement à présenter à l'élève le jeu auquel le maître veut qu'il s'adonne, mais aussi à faire en sorte que l'élève se sente responsable, (au sens de la connaissance et non pas de la culpabilité), du résultat qu'il doit chercher.

Comme le but du jeu est d'atteindre 20 avec des nombres ne dépassant pas 6, nous allons maintenant examiner tous les cas de figure correspondant aux états $S(n)$ pour $S \geq 14$ atteint par J_1. Ce sont les cas où J_2 est donc susceptible de pouvoir gagner en un coup.

S/n	1	2	3	4	5	6
14	J_2	J_2	J_2	J_2	J_2	J_2
15	J_2	J_1	J_2	J_2	J_1	J_2
16	J_2	J_2	0	0	J_2	J_2
17	J_2	J_2	J_1	J_1	J_2	J_2
18	J_2	0	J_2	J_2	0	J_2
19	0	J_2	J_2	J_2	J_2	0

Tableau 2. *Issues du jeu en fonction du coup précédent de* J_1.

Nous avons reporté dans la case du tableau le nom du gagnant ou 0 si la partie va être bloquée. Dans tous les cas, ce tableau présuppose que les joueurs savent anticiper sur deux coups les issues et ne se trompent ni sur les sommes, ni sur les valeurs des faces inaccessibles du dé. On suppose par ailleurs qu'à chaque coup, les joueurs font tout pour gagner ou au moins pour ne pas perdre. Ceci explique que nous n'ayons retenu qu'une seule issue dans chaque cas.
Les cases grisées correspondent aux issues « inévitables », c'est-à-dire que, si on suppose que les deux joueurs respectent la règle de ne pas dépasser 20, ne se trompent pas sur les sommes et savent faire le bon choix s'ils peuvent gagner en un coup, il n'y a qu'une issue possible.

- Par exemple, dans le cas 17(1), J_2 n'a qu'à basculer le 3 qui est une des faces latérales accessibles.
- Ou encore dans le cas 17(3), J_2 ne peut pas jouer 3, il lui faut donc jouer 1 ou 2 (ensuite il dépasse 20). S'il bascule le 1 (respectivement le 2), au coup suivant J_1 n'a plus qu'à basculer le 2 (respectivement le 1) pour gagner.

On voit que sur les 36 cases considérées, 32 ont une issue inévitable, dont 28 conduisent à la victoire de J_2.
Examinons les 4 cases n'ayant pas une issue inévitable.

- Les deux cas 16(3) ou 16(4) sont identiques. J_2 ne peut en effet pas choisir le 4 (ni le 3), et doit donc basculer le 1 ou le 2. S'il bascule le 1 on est sur 17(1), J_1 n'aura qu'à basculer le 3 pour gagner. Par contre s'il bascule le 2, on est sur 18(2), et J_1 ne peut que basculer le 1 et la partie est bloquée. Ainsi du point de vue de J_2, il vaut mieux jouer le 2 et bloquer la partie.
- Les deux cas 14(1) et 14(6) sont aussi identiques. J_2 ne peut basculer le 6 qui le ferait gagner (ni le 1). S'il bascule 2, 4 ou 5, il est facile de voir que J_1 gagne au coup suivant. Par contre, s'il bascule le 3, on se trouve sur 17(3), ce qui lui permet de gagner de façon inévitable. Ce cas est donc plus complexe et nécessite une anticipation sur trois coups pour être sûr de gagner, même si une anticipation sur deux coups suffit pour éviter de jouer 2, 4 ou 6 qui font perdre à coup sûr.

En se plaçant seulement dans la fin de la partie ($S \geq 14$) on voit déjà qu'il n'est pas toujours si simple d'adopter une stratégie gagnante. Une analyse de ce tableau montre par exemple qu'un joueur a intérêt à se placer en position 15(2), 15(5), 17(3) ou 17(4) dès qu'il le peut.

- Or 15(2) est atteignable avec 13(1,3,4 ou 6),
- 15(5) avec 10(1,3,4 ou 6),
- 17(3) avec 14(1,2,5 ou 6) ,
- et 17(4) avec 14(1,2,5 ou 6).

Ces 16 états sont donc des états à éviter pour ne pas perdre. Cependant, à moins de les retenir par cœur ou de les avoir notées, il faut anticiper toutes les possibilités sur au moins les trois coups à venir pour les éviter ! Il est clair que c'est hors de portée d'un élève de 6 ans.
Contrairement à un jeu comme la course à 20, le jeu du « Dé basculé » ne permet pas de dégager une stratégie gagnante à tous les coups. Un expert très entraîné pourrait au mieux retenir ou anticiper sur plusieurs coups et éviter quelques pièges ou tenter de se mettre sur une position gagnante à tous les coups vers la fin de la partie, mais il est impossible de s'assurer de la victoire dès le départ.
Examinons maintenant, ce qui reste à portée d'un élève de 6 ans.

<u>Stratégies en première année primaire</u>

Le hasard décide du premier coup. Même si c'est le 6 qui sort, on est encore loin de 20 et les issues semblent encore bien incertaines. Une première stratégie « prudente » peut consister à retarder au plus l'approche du 20 et donc à jouer systématiquement le plus petit nombre (1, ou 2, si le 1 n'est pas accessible). Au contraire le goût du risque ou l'envie de gagner peut conduire à s'approcher le plus vite possible de 20 et jouer donc systématiquement 6 ou 5. Enfin, l'éloignement du but peut conduire à jouer au hasard.
Dans les premiers coups, l'anticipation a peu de chance d'apparaître. C'est quand on approche de 20, que l'anticipation de la somme obtenue, voire du coup suivant peut apparaître. Néanmoins, cette anticipation risque de ne pas être le fait de la majorité des élèves en première année primaire. Comme nous l'avons dit plus haut, le fait de jouer avec un dé peut fortement induire l'idée de hasard pur. Dans ce cas, les parties risquent de défiler sans aucune anticipation.
La motivation à gagner devrait quand même conduire les élèves progressivement (si ce n'est dès les premières parties) à anticiper, à l'approche de 20, les effets de leur choix au moins sur la somme obtenue et sur le coup suivant. Anticiper sur la somme consiste à faire une addition, c'est jouer avant de jouer… Les élèves peuvent donc sur-compter sur les faces latérales du dé en le tournant sur les quatre côtés, ou en se penchant sur la table. Il faut ensuite en tirer les conséquences. Si 20 est accessible, c'est tout à fait à portée d'un élève de 6 ans, sinon, comme on l'a vu plus haut, ce peut être rapidement complexe. Une condition indispensable à une anticipation efficace est de pouvoir anticiper combien il reste pour atteindre 20, ce qui revient à une addition à trou. Dans ce cas, on peut dire que ce jeu est un moyen de pousser à faire une addition à trou pour trouver le complément à 20. Dans ce sens, le jeu peut permettre de bonnes conditions pour construire des connaissances locales, comme la liste des nombres qui permettent d'atteindre 20 en additionnant au plus 6 et tous les compléments qui vont avec.

3.4. Conclusions

Notre analyse se focalise à présent sur le jeu du « Dé basculé », caractérisé par les valeurs suivantes des variables dégagées plus haut :
Vdép = « non » , V*N* = 20 , VHasard = « oui » au premier coup, « non » à tous les autres , V*E*i = toutes les faces du dé au premier coup et les faces latérales du dé ensuite , VMat = dé avec les nombres représentés par des points , VEcrit = « non »[7].
Ces choix conduisent aux éléments suivants :

- Le « Dé basculé » permet aux élèves de s'entraîner à ajouter à des nombres inférieurs à 20, des nombres inférieurs à 6. Ces calculs se font mentalement (par mémorisation du répertoire ou calcul réfléchi) ou en sur-comptant sur les doigts ou sur les points représentés sur les faces du dé. Cette dernière technique est favorisée, on ne pousse

[7] Les deux dernières variables pourraient éventuellement recevoir d'autres valeurs même en respectant ce qui est donné dans les moyens (dés avec des écritures chiffrées, ou possibilité données au élèves d'écrire). Nous avons retenu les choix qui semblent les plus courants.

donc pas les élèves à retenir des sommes par cœur, ou à utiliser du calcul réfléchi. La seule rétro-action vient du contrôle de l'adversaire ou du maître s'il est là. En cas de conflit, la possibilité du sur-comptage à l'aide des points sur la face du dé peut être une aide. Cette activité ne peut donc se concevoir qu'avec des élèves ayant bien acquis la technique du sur-comptage pour ce type d'addition. Elle permet alors un entraînement et éventuellement une familiarisation avec des sommes à connaître par cœur, mais elle n'offre que peu de rétro-action et pousse à des stratégies que l'on vise plutôt à dépasser en fin de première année primaire.

- Aucune stratégie gagnante dès le début du jeu n'est accessible. Les premiers choix ne peuvent être guidés que par des stratégies subjectives ou par le hasard. Ceci, renforcé par la présence d'un dé, peut conduire les élèves à ne pas chercher à construire de stratégie et à jouer au hasard.
- Des stratégies guidées par l'anticipation ne peuvent surgir que vers la fin de la partie. Elles peuvent permettre de pousser les élèves à construire des connaissances sur les compléments à 20 à partir de 14 et de façon plus générale à anticiper des sommes ou faire des additions à trou en favorisant les techniques de sur-comptage.

Si les élèves s'investissent dans le jeu et concentrent leurs efforts pour gagner, en anticipant leurs actions et le jeu de l'adversaire, ils risquent de buter sur la difficulté de la tâche et de se décourager. La conséquence peut alors être de ne s'en remettre qu'au hasard et d'accepter la fatalité du sort. Au niveau des apprentissages, il ne reste alors que la possibilité de s'entraîner à des additions en renforçant la technique de sur-comptage sur les faces du dé. En outre, le jeu sera dans ce cas peu motivant.

Au vu des analyses qui précèdent, nous avons donc fait l'hypothèse que le jeu du « Dé basculé » a peu de chance de permettre à des élèves de 6 ans de rentrer de façon entièrement autonome dans une démarche de progression sur leur capacité à gagner tout en assurant des apprentissages reconnus.

Pour tester cette hypothèse, nous avons expérimenté cette activité dans une classe de première année primaire dans le canton de Genève, sans intervenir auprès de l'enseignante. Au vu de cette première expérimentation, nous avons ensuite observé deux binômes d'élèves de cette même classe, selon des modalités que nous expliciterons plus bas. Nous voulions ainsi tenter de mieux déterminer les conditions à mettre en place dans la mise en scène de cette activité pour que les élèves puissent, d'une part, trouver une motivation au jeu et progresser dans leurs stratégies et d'autre part, construire des connaissances sur les compléments à 20 et l'addition à trou.

Nous allons à présent rendre compte de ces observations et des conclusions que nous en avons tirées.

4. Observations

4.1. Première observation en classe

Nous avons réalisé une première observation le 14 mars 2008, dans une classe de première année primaire d'une commune à côté de Genève. La classe compte 22 élèves et est d'un niveau jugé comme moyen par l'enseignante. Nous avons simplement dit à la maîtresse que nous voulions voir comment les élèves se débrouillaient avec l'activité du « Dé basculé » et lui avons laissé l'entière initiative de l'organisation. C'est une jeune enseignante, qui n'a jamais fait cette activité auparavant. Nous sommes venus à deux dans la classe en fin de matinée (10H45-11H30), nous avions obtenu l'autorisation de filmer les élèves.

<u>Phase de dévolution</u>

La maîtresse commence par un temps en commun (sur les bancs devant le tableau). Elle lit à voix haute la consigne (reproduite en début d'article), explique « face latérale » puis fait

commenter par les élèves, qui décrivent avec leurs mots les actions qui sont attendues. Elle désigne alors deux élèves, Renan et Marie, qui font une partie devant leurs camarades.
La partie se joue assez vite, le tableau suivant en reprend le déroulement :

Joueur	Marie	Renan	Marie	Renan	Marie	Renan	Marie	Renan
Nombre choisi ou tiré	3	6	2	3	2	1	2	1
Total obtenu	3	9	11	14	16	17	19	20

Tableau 3. Partie de démonstration en début de séance

Aucun des enfants ne réfléchit au nombre qu'il va basculer. Ils semblent bien le faire au hasard. A chaque étape, la maîtresse demande : « Combien ça fait ? », immédiatement plusieurs élèves lèvent la main et l'accord est rapide. Ceci montre bien que ces sommes semblent acquises pour la plupart des élèves, d'autant que, à part au premier coup, les nombres à additionner sont petits.
Après le 5ième coup, Renan est en position de gagner, il lui suffirait de basculer le 4, mais il bascule le 1. Marie se trouve donc en position de gagner à son tour si elle retourne le 3, mais elle choisit le 2, ce qui met Renan en obligation de gagner !
Il est donc clair que l'enjeu du jeu « atteindre 20 le premier » n'a pas encore été dévolu. Tout se passe comme si les élèves jouent à un jeu de hasard et doivent faire des sommes. Atteindre 20 n'est plus un but qui motive des stratégies mais un simple critère d'arrêt. Aucun élève (des deux joueurs ou du reste de la classe), ni la maîtresse ne font allusion à cette absence d'enjeu.
Par contre, les élèves ont bien saisi que la tâche consiste à faire des additions. Un élève de la classe dit que c'est toujours Marie qui fait 2 et Renan qui fait 1. La maîtresse reprend cette idée en demandant aux deux élèves pourquoi ils font toujours des petits chiffres (sic[8]). Marie répond tout de suite : « Comme ça c'est plus facile à compter ». On voit donc bien que pour cette élève, l'enjeu est de réussir ses sommes, sa stratégie est donc alors de choisir de petits nombres. La maîtresse reprend cette idée en disant que s'ils ont de la peine quand il y a un 6 ou 5, ils peuvent regarder s'il y a des plus petits « chiffres » comme ça c'est plus facile de compter.
Ainsi, dans la phase de dévolution (5 min.), tout se concentre sur les sommes à réaliser et rien n'est mis en débat sur le but du jeu.
Ensuite, la moitié de la classe va jouer pendant que l'autre moitié doit faire un travail individuel en autonomie. On observera ainsi deux phases de respectivement 15 et 10 minutes où tour à tour chaque moitié de la classe (5 à 6 binômes chaque fois) va jouer. La séance se termine par une phase de mise en commun de 9 minutes.

<u>Phases de jeu</u>
La maîtresse est en fait surprise que ça aille aussi vite, ce qui explique que contrairement à ce qu'elle avait prévu, les deux demi classes jouent le matin (alors qu'elle avait initialement prévu de faire jouer la deuxième demi classe l'après midi) et qu'il y a même du temps pour une mise en commun. C'est aussi ce qui explique que le temps pour la deuxième demi classe soit plus court.
Examinons ce qui s'est passé dans les deux phases de jeu des demi classes. Tous les élèves n'ont pas compris la règle et certains relancent le dé à chaque partie. Pour ces élèves, c'est vraiment un jeu de hasard et seul l'enjeu de l'addition est présent. Certains groupes ne s'arrêtent pas à 20 pile et considèrent que s'ils dépassent 20 ils ont gagné (Vdép = « oui »). Nous avons vu dans notre analyse a priori que cette variante est plus simple du point de vue

---

8 Il apparaît que c'est une pratique assez générale dans les classes genevoises primaires de confondre les termes de chiffre et de nombre.

stratégique. C'est aussi un symptôme du peu d'investissement dans la stratégie du jeu. Du point de vue matériel, le basculement du dé pose problème. En effet, la plupart des enfants font basculer le dé en appuyant avec l'index. Ainsi le dé bascule souvent sur plusieurs faces, voire tombe sous la table ou vole dans la classe ! Il conviendrait éventuellement d'inciter à faire basculer le dé en le prenant entre le pouce et l'index pour éviter ces effets parasites. Contrairement à la partie témoin de la phase de dévolution, les élèves choisissent souvent des nombres élevés 6 ou 5. Quelques groupes ont des difficultés pour faire les additions, ils comptent et re-comptent sur les doigts ou sur les points des faces du dé. Certains binômes se mettent d'accord sur des sommes fausses et continuent, sans que la maîtresse ait pu voir leur erreur (6 binômes à gérer en même temps !). Certains ont du mal à garder en mémoire les sommes obtenues d'un coup sur l'autre. Les binômes les plus en difficulté se découragent et abandonnent ou progressent très lentement. Globalement, peu d'élèves mobilisent des résultats appris par cœur du répertoire additif ou du calcul réfléchi, le sur-comptage sur les points du dé ou sur les doigts est nettement majoritaire.
Toutefois, dans plusieurs binômes, les élèves montrent vers la fin des parties qu'ils essaient d'anticiper le résultat du dernier coup pour atteindre 20, souvent en sur-comptant sur les faces visibles du dé, mais aucun ne développe de stratégie d'anticipation à deux coups.

Un exemple typique concerne le binôme de Franck et Paul :

Joueur	Franck	Paul	Franck	Paul
Nombre choisi ou tiré	4	6	4	6
Total obtenu	4	10	14	20

Tableau 4. 4$^{\text{ième}}$ Partie de Franck et Paul (1$^{\text{ère}}$ demi-classe).

Après que Franck lance le dé qui tombe sur 4, Paul choisit rapidement le 6 délibérément (stratégie pour arriver au plus vite à l'issue du jeu) et sur-compte sur la face du dé de façon assez laborieuse pour annoncer 10. Franck presse ensuite énergiquement avec l'index sur le dé, qui bascule plusieurs fois avant de s'arrêter sur le 4. Franck sur-compte sur la face du dé. Paul se penche alors sur la table et essaie d'anticiper en sur-comptant à voix basse à partir de 14 sur plusieurs faces latérales, en demandant régulièrement à Franck quel était le total précédent et en s'y reprenant quasi systématiquement à deux fois. Il arrive sur le 6 en dernier, sur-compte deux fois, bascule de dé et déclare victorieux : « 20 ! j'ai gagné !».
Paul et Franck enchaînent les parties sur le même modèle, gagnant l'un ou l'autre au hasard des circonstances qui les amènent jusqu'à une position où ils peuvent atteindre 20 en un coup. Par (mal)chance, ils ne tombent pas sur des cas où la partie se bloque. Ils ont toujours besoin de faire des essais en passant en revue diverses faces du dé et en sur-comptant plus ou moins laborieusement sur la face du dé. En 7 parties, on ne note aucune progression dans leurs apprentissages des compléments à 20 ou dans une élaboration d'une quelconque stratégie basée sur l'anticipation.
Au bilan, on peut dire que pour beaucoup d'élèves,dans les quelques minutes de cette phase de jeu, le « Dé basculé » reste un jeu de hasard pour lequel ils ne cherchent pas à développer de stratégie gagnante. Il ne leur permet que de s'entraîner à faire des additions, sans rétro-action possible (en validant parfois des erreurs) et en renforçant des techniques de sur-comptage sur les points des faces du dé. Si plusieurs élèves montrent des stratégies d'anticipation sur un coup, ils essaient alors plusieurs faces au hasard et s'appuient toujours sur du sur-comptage avec les doigts ou sur les faces du dé. La plupart des élèves ont fait plusieurs parties, mais un binôme est resté bloqué. En 10 ou 15 minutes, on sent chez la plupart une certaine lassitude, liée à un manque de perspective de progression, ce qui se manifeste par un brouhaha croissant, accru par les dés qui volent parfois à travers la classe.

Mise en commun - Bilan

Quand les deux demi-classes ont joué, la maîtresse appelle tous les élèves aux bancs devant le tableau, obtient le calme par une chanson et lance le bilan en annonçant : « On va parler un peu du jeu. ». Les élèves commencent par dire combien ils ont fait de parties et combien ils en ont gagnées. La maîtresse leur demande alors : « Est-ce que dans ce jeu, vous pensez qu'il y a une technique pour gagner ?... Quelque chose qui pourrait aider à gagner un petit peu plus facilement …. ?».

Un élève répond « Mettre des grands chiffres ! ».

A quoi la maîtresse répond : « Oui, ça fait quoi ?.... Où est-ce qu'on peut mettre des petits… ça fait quoi comme différence ? ».

Un court débat s'engage alors qui se conclut sur le fait que si on veut aller vite il faut tourner des grands chiffres : le 6, le 5 ou le 4 alors que si on veut aller plus doucement il faut tourner le 1, le 2 ou le 3.

La maîtresse demande alors si ça change autre chose de mettre des grands chiffres ou des petits chiffres. Après un petit flou, un élève dit « Si on met des petits chiffres et des grands chiffres, ça permet de gagner. ».

La maîtresse demande pourquoi et l'élève dit : « Si tu mets un 6, après un 2 et après un 6, ça permet de gagner. »

La maîtresse simule alors ce début de partie en demandant collectivement aux élèves de faire les additions. On arrive ainsi à l'état 14(6). La maîtresse réalise la difficulté du cas (impossibilité de basculer le 6) et demande : « Qu'est-ce qu'on fait alors ? ». On entend « 2 » puis « 5 ». La maîtresse bascule le 5 et demande : « Combien ça fait ? ». On est donc en position 19(5) et tous tombent d'accord qu'il suffit de basculer le 1 pour gagner. La maîtresse commente : « Bon bein alors ça veut dire qu'il faut que ton copain il mette les bons chiffres, hein ! Sinon tu peux pas faire ta petite technique…».

A ce moment-là, un des observateurs relance : « Et si il met autre chose que 5 alors ? ». La maîtresse reprend l'idée et propose de tourner le 3, ce qui amène à la position 17(3). Elle demande à l'élève : « Qu'est-ce que tu vas faire cette fois-ci alors ? ». Après un assez long temps, l'élève finit par dire sans regarder le dé : « mettre un 3. ». La maîtresse qui réalise la complexité de la situation préfère alors fermer le débat et dit : « Faut faire comment alors finalement ?... Y'a une seule technique ? ». Rien ne sort de très concluant. Au bout d'un moment, elle essaie donc de relancer : « Est-ce qu'il y a un moment dans le jeu… peut-être un chiffre… à partir duquel vous savez que là vous allez pouvoir gagner… Peut-être que.. Par exemple si vous arrivez à 10, vous pouvez être sûr que vous aller gagner… ? » On entend non. « Est-ce qu'il y a un chiffre, où vous pouvez vous dire, là si mon copain il met ce chiffre, là je vais pouvoir gagner si je mets la bonne face… ? ». Pas de réponse immédiate.

Marie annonce qu'elle a une technique : « En fait moi, le premier, j'ai fait n'importe quoi.. et après à la fin quand c'est un petit peu plus dur, eh ben… je regarde autour du dé et je compte la somme que ça va faire (inaudible) ». La maîtresse reprend : « T'observes les faces et tu regardes laquelle fait 20. Est-ce que vous avez tous pensé à regarder sur le bord, pour voir quel chiffre vous vouliez choisir ? Qui est-ce qui a regardé avant de tourner le dé ? ». Environ 8 élèves lèvent la main. « Est-ce que ça vous a aidé à gagner ? » Un élève répond : « Moi y'avait pas celle que je voulais parce qu'elle était en dessous. »

A ce moment-là la cloche sonne et la séance se termine.

Le début de ce bilan montre que les élèves ont du mal à parler de leurs stratégies et s'attachent d'abord aux aspects sociaux du jeu (qui a gagné, combien de fois…). La maîtresse est obligé de mettre elle-même les élèves sur la piste d'une « technique », révélant par là une idée d'une stratégie gagnante, un peu comme une recette. L'emploi du terme « technique » est assez peu adapté surtout à ce jeu comme on l'a vu dans l'analyse a priori. Par la suite la simulation

d'une partie par un élève et la relance de l'observateur montrent que la maîtresse n'a sûrement pas réalisé toutes les subtilités de certaines parties et qu'elle préfère alors bifurquer. Toute une phase du bilan porte sur les effets différenciés des petits et des grands nombres, ce qui est assez peu pertinent en termes de stratégie pour le jeu, mais on a vu dans notre analyse a priori les raisons « psychologiques » de ce débat.
A la fin du bilan, la maîtresse oriente vers l'idée d'anticipation du dernier choix. Marie saisit l'occasion pour expliciter sa technique. La cloche vient interrompre un début de discussion qui s'orientait vers la question des compléments à 20 et la possibilité ou non de le choisir. On notera néanmoins que seul environ un tiers des élèves étaient encore attentifs à ce moment-là.

Conclusion
Globalement, on peut dire que cette première observation confirme au moins partiellement l'hypothèse à laquelle nous avait conduit notre analyse a priori sur la difficulté à faire vivre ce jeu dans une classe de première année primaire, de façon à dévoluer suffisamment du jeu pour que la recherche de stratégies conduise à construire des connaissances sur les compléments à 20 et l'addition à trou. Plus spécifiquement, on voit que la maîtresse n'avait pas anticipé toutes les subtilités du jeu et se trouve un peu piégée quand elle lance la mise en commun sur la recherche d'une « technique » pour gagner. En fin de mise en commun, elle recentre bien la question sur la fin des parties et une élève commence à expliciter sa recherche du bon nombre par anticipation du complément à 20. Sur un autre plan, il apparaît que les élèves à cette époque de l'année n'avaient peut-être pas encore suffisamment acquis de connaissances solides sur l'addition pour pouvoir jouer de façon profitables au « Dé basculé ». En effet, les élèves qui s'appuient sur un sur-comptage encore mal assuré ne peuvent profiter d'une telle activité, d'autant qu'elle n'offre aucune rétro-action possible sur le contrôle des sommes. On a vu de fait des binômes valider des additions fausses, sans qu'aucune rétro-actions ne viennent les corriger. Bien sûr une seule observation ne permet pas de tirer des généralités, d'autant que l'enseignante observée n'avait jamais fait cette activité et a eu peu de temps pour s'y préparer. Cependant, l'adéquation des observations avec notre analyse a priori permet de dire qu'une telle activité nécessite une prise en main importante de la part de l'enseignant pour que l'objectif du jeu puisse coïncider avec des acquisitions accessibles en première année primaire et ne se restreigne pas à une activité en partie gratuite, où les élèves n'apprennent pas grand chose.

4.2. Observations de deux binômes
Afin de compléter nos observations et de donner des éléments de réponse sur les conditions éventuelles permettant une mise en place plus efficace de l'activité du « Dé basculé », nous avons choisi de retourner dans la même classe deux mois plus tard et d'observer deux binômes pris séparément hors de la classe.
Le premier binôme est constitué des deux élèves Tim et Vera.
L'entretien est mené par un des deux auteurs, que nous appellerons « Prof » dans la suite.
Prof rappelle les règles et précise qu'on n'a pas le droit de dépasser 20 et qu'il faut faire basculer le dé sur une face latérale.
Le tableau suivant résume les 5 parties jouées par Tim et Vera dans les 13 minutes de l'entretien.

	Vera	**Tim**	**Vera**	**Tim**	**Vera**	**Tim**
Partie 1	6 (6)	11 (5)[9]	17 (6)	20 (3)		
Partie 2		6 (6)	10 (4)	15 (5)	16 (1)	20 (4)

9 Tim choisit le 5, ce qui amène à un total de 11.

Partie 3	2 (2)	6 (4)	12 (6)	15 (3)	20 (5)	
Partie 4		5 (5)	9 (4)	14 (5)	20 (6)	
Partie 5	2 (2)	8 (6)	13 (5)	19 (6)		

Tableau 5. Les 5 parties de Vera et Tim.

A la première partie, Tim choisit le « 5 » sans hésitation, confirmant ainsi la stratégie majoritaire qui consiste (au début au moins) à aller au plus vite près de 20. Il annonce le total de 11 apparemment sans avoir compté ni sur le dé, ni sur ses doigts, ni même dans sa tête. Ce résultat semble donc connu par cœur. Vera approuve. Elle se penche alors sur la table et compte sur les faces avant de choisir le « 6 » assez rapidement et annonce un total de 18, que Tim approuve. Prof demande à Vera comment elle a obtenu 18, elle dit avoir compté les points. Il la fait recompter sur le dé et elle réalise que c'est 17. C'est à Tim qui réfléchit quelques secondes sans tourner le dé et bascule sans hésiter le dé sur le « 3 » en annonçant que ça fait 20. On voit donc que par rapport à la première observation, ces deux élèves ont des connaissances mieux assurées. Tim semble avoir mémorisé le répertorie additif pour se passer de sur-compter et sait anticiper le complément à 20. Malgré son erreur, Vera est aussi assez experte, mais sur-compte encore à partir des points des faces du dé.

A la deuxième partie, Vera sur-compte sur la face du dé qui est en face d'elle, bascule le « 4 » et annonce 10. Elle semble donc choisir au hasard et sur-compte. Tim réfléchit sans toucher le dé et bascule le « 5 » en annonçant 15. Il confirme ainsi qu'il connaît le répertoire additif, le « 5 » peut avoir été choisi au hasard, il est peu probable que ce soit un choix réfléchi. En effet, un premier niveau d'analyse aurait dû lui faire préférer un nombre qui ne permette pas à Vera de s'approcher de 20, même si le 5 est un choix judicieux puisque tout en amenant à 15, ça bloque le choix du 5 au coup suivant. Il est peu probable que Tim ait anticipé aussi loin l'issue de la partie. Vera semble alors ennuyée, elle se dresse sur son siège et parcourt le tour du dé du regard en faisant les comptes... hésite puis choisit le « 1 ». Prof demande combien ça fait, Vera dit 16. Tim choisit alors le « 4 » et annonce 20, confirmant nos conclusions précédentes sur ses acquis. Vera dit tout de suite qu'elle ne pouvait plus gagner parce qu'il lui fallait faire « 5 » et que le « 5 » était déjà au-dessus. Elle confirme ainsi qu'elle a bien anticipé le résultat et cherché le complément à 20. A-t-elle anticipé que Tim allait gagner ? Prof en profite pour revenir sur ce dernier choix de Vera, en lui demandant ce qu'elle aurait pu jouer d'autre. Avec l'aide de prof, Vera et Tim simulent alors toutes les possibilités et constatent que dans tous les cas, Vera aurait perdu.
A la troisième partie, après le troisième coup, c'est à Tim de jouer et le total est de 12 avec le « 6 » basculé : position 12(6). Tim choisit de basculer le « 3 » et Vera gagne en basculant le « 5 ». Prof propose alors de revenir à la position 12(6) pour voir si Tim aurait pu faire un meilleur choix. Tim est invité à faire un nouveau choix, il choisit le « 2 », et voit rapidement qu'il perd. Il choisit alors le « 5 » et arrive à la même conclusion. Il choisit enfin le « 4 » (dernier choix possible, position 16(4)). Vera dit tout de suite qu'il faudrait qu'elle fasse « 4 » mais qu'elle ne peut pas parce qu'il est au-dessus. Elle choisit alors assez rapidement de basculer le « 2 » (position 18(2)). Tim dit tout de suite qu'il faudrait qu'il fasse le « 2 », mais qu'il ne peut pas, mais que s'il fait le « 1 », Vera ne peut plus jouer. Prof invite alors les deux élèves à regarder les autres possibilités pour Vera et ils constatent que tous conduisent à la victoire de Tim. Prof joue un rôle non négligeable, mais les deux élèves montrent bien leur capacité à suivre les raisonnements et même à en initier une bonne partie. Par ailleurs, ils ne montrent aucune difficulté à faire les sommes et à anticiper les compléments à 20. Vera révèle ainsi qu'elle connaît par cœur son répertoire additif et peut se passer de sur-compter. Ainsi, il semble bien que ce sont les conditions initiales du jeu qui l'ont conduite jusque-là à utiliser une technique (qu'elle a en fait dépassée) de sur-comptage sur les points des faces du dé. Ceci

confirme qu'un des dangers de l'activité du « Dé basculé » est de conditionner les élèves à utiliser une technique qui représente une forme de régression pour certains.
Après le deuxième coup de la quatrième partie, c'est à Tim de jouer et on est en position 9(4). Tim hésite un assez long moment et finit par choisir de basculer le « 5 » (position 14(5)) qui permet à Vera de gagner facilement en un coup. Ce choix de Tim montre que le long passage précédent n'a pas suffi pour lui permettre une anticipation pourtant assez simple. A l'initiative de Prof, les deux élèves essaient alors diverses possibilités, que nous n'allons pas détailler ici mais qui renforcent avec les mêmes caractéristiques ce qui s'est passé précédemment.
A la cinquième et dernière partie, au troisième coup, on est en 13(5) et c'est à Tim de jouer. Il choisit assez rapidement de basculer le « 6 ». Vera réalise tout de suite qu'elle est bloquée et Tim confirme qu'il avait anticipé ce qui allait se passer. Prof félicite Tim et lui propose de reprendre le jeu à sa place contre Vera. Prof choisit de basculer le « 1 ». Vera comprend qu'elle ne pourra pas jouer le « 6 », et choisit alors rapidement de basculer le « 3 » en précisant que comme ça Prof ne pourra pas jouer le « 3 ». Prof et les deux élèves comprennent alors que Vera est assurée de gagner. Prof félicite Tim qui a fait le seul choix qui lui permettait au moins de ne pas perdre.
Cette dernière partie montre que Vera et Tim ont acquis assez de recul par rapport au jeu pour arriver à développer seuls des stratégies qui anticipent sur deux coups.

L'expérimentation avec ce binôme montre qu'une réflexion poussée sur les stratégies du jeu du « Dé basculé » est possible avec des élèves de 6 ans. Cependant, les deux élèves ont été repérés comme « forts » par la maîtresse, ce qui, outre certainement une plus grande capacité à se concentrer, assure aussi une meilleure maîtrise de compétences sur l'addition. De plus, cet entretien comporte un fort étayage de la part de l'observateur (ici appelé « Prof »), qui est souvent à l'initiative des questionnements du binôme et organise la mise en scène des parties qui sont rejouées. C'est donc un dispositif coûteux qui comprend une forte composante didactique. Nous reviendrons sur ces points dans notre conclusion.

Nous n'avons malheureusement pu observer le deuxième binôme (Ben et Sara) que sur un temps très court (6 min.). Le tableau qui suit résume les deux parties qui ont été jouées avec les alternatives envisagées pour la deuxième, à partir du quatrième coup.

	Sara	**Ben**	**Sara**	**Ben**	**Sara**	**Ben**	**Sara**
Partie 1	2 (2)	8 (6)	13 (5)	19 (6)			
Partie 2		6 (6)	11 (5)	12 (1)	15 (3)	20 (5)	
Alternative 1					17 (5)	20 (3)	
Alternative 2					16 (4)	18 (2)	19 (1)

Tableau 5. Les 2 parties de Ben et Sara avec les deux alternatives envisagées pour la partie 2.

Ce binôme est plus déséquilibré que le précédent, dans la mesure où Ben montre qu'il est capable de trouver les résultats des additions de mémoire très rapidement alors que Sara s'appuie encore sur le sur-comptage avec les points des faces du dé. De même, Ben anticipe spontanément et connaît les compléments à 20. Par exemple, lors de la première partie, au quatrième coup, il bascule le 6 après un temps très court de réflexion et montre clairement qu'il sait que cela va conduire au blocage. Sara essaie toutefois d'anticiper et de trouver les compléments à 20. Par exemple, lors de la deuxième, partie au quatrième coup, elle est en position 12(1), elle compte alors sur les quatre faces latérales et déclare « Y'a rien qui fait 20 ». Prof lui demande : « Qu'est-ce qu'il faudrait pour faire 20 ? ». Elle hésite et finit par dire 6 (la face 6 n'est pas visible). Il faudra un certain temps pour qu'elle réalise que ce n'est pas suffisant, alors que Ben ne cesse de dire qu'il sait… De même, plus loin, ils simulent des

alternatives à la deuxième partie, à partir du quatrième coup. Après avoir basculé le « 3 », puis le « 5 » et avoir compris qu'elle perdait, Sara choisit le « 4 », sans anticiper. Il est ensuite assez laborieux pour qu'elle comprenne qu'on arrive à un total de 16 et que ce qui manque pour aller à 20 c'est justement le 4 qui est sur le dessus. Ce qui fait obstacle ici c'est bien la possibilité d'anticiper les calculs. En effet, elle a besoin du dé pour réaliser les additions par sur-comptage. Par contre, au coup suivant, quand Ben choisit immédiatement le 2 (confirmant ainsi sa capacité d'anticipation), Sara réalise tout de suite que la partie va être bloquée. Les calculs sont très simples, elle peut donc anticiper.
Cette deuxième observation, même courte, montre bien que la possibilité pour des élèves d'anticiper et donc de pouvoir construire des stratégies de réussite au jeu est conditionnée par leurs compétences sur l'addition.

5. Conclusion

Le « Dé basculé » est une activité des moyens COROME de première année primaire qui se présente sous la forme d'un jeu dans le module 3 « Des problèmes pour connaître l'addition », à la rubrique « Additionner et soustraire en situation » et réfère plus précisément à l'objectif « Obtenir 20 en additionnant plusieurs nombres ».
Nous espérons avoir donné des éléments de réponse sur les conditions dans lesquelles cette activité peut être menée dans une classe de façon à ce que les élèves s'approprient les enjeux du jeu et soient ainsi amenés à construire des connaissances qu'il s'agit de bien identifier.
Nos analyses tendent à conclure que le jeu du « Dé basculé » semble bien pouvoir permettre aux élèves de construire de nouvelles compétences sur l'addition à trous ou les compléments à 20 dans une démarche d'anticipation et de construction de stratégies locales, à condition qu'ils aient déjà acquis certaines compétences sur l'addition. En effet, contrairement à ce qui semble être suggéré dans les moyens, nous avons montré que ce jeu ne peut en aucun cas servir à faire apprendre des connaissances sur les additions simples. Celles-ci sont requises pour pouvoir jouer, mais ne sont pas l'enjeu du jeu.
Nos observations montrent en effet que les élèves qui ont trop de difficultés avec les additions nécessaires pour jouer ne peuvent entrer dans une démarche de recherche de stratégies et donc d'anticipation. Pour ces élèves, l'enjeu est hors d'atteinte et on a vu qu'ils se découragent très vite ou jouent systématiquement au hasard. On ne peut même pas dire que cette activité leur permet de travailler les additions. En effet, d'une part, le jeu offre trop peu de rétro-actions sur les résultats des additions. Deux élèves peuvent ainsi se mettre d'accord sur des résultats faux et, si l'enseignant n'est pas là pour réagir, continuer sans avoir vu leur erreur. De plus, le fait de jouer avec un dé favorise des procédures de sur-comptage sur les points des faces du dé. Or, ces procédures utiles en début d'apprentissage, doivent progressivement disparaître pour laisser place à la mémorisation du répertoire additif. Dans ce sens, le « Dé basculé » ne peut être proposé trop tôt dans la première année de primaire. On peut d'ailleurs se demander si pour certains élèves, il ne trouverait pas mieux sa place en deuxième année (éventuellement dans le module 1 « Des problèmes pour apprendre à conduire un raisonnement. »). Soulignons également, que ce qui est présenté ici comme un jeu risque fort de ne pas être perçu comme un jeu par la plupart des élèves, qui ne sont pas dupes et comprennent bien que l'enseignant attend avant tout d'eux qu'ils utilisent et construisent avant tout des connaissances de mathématiques.
Par ailleurs, on a vu que certains élèves qui ont déjà mémorisé plusieurs sommes retournent à des procédures de sur-comptage parce qu'ils jouent avec un dé. Non seulement, on peut s'interroger sur le danger de favoriser ce qui peut apparaître comme une régression, mais ce contexte ne favorise pas non plus l'anticipation des résultats utiles pour l'amélioration des stratégies dans le jeu. Une solution radicale pourrait consister à jouer avec un dé dont les faces présentent les écritures chiffrées au lieu des points. Dans ce cas, il faut être sûr que les

élèves connaissent par cœur les sommes en jeu, ce qui est illusoire pour tous les élèves de 6 ans. Il y a là un dilemme difficile à résoudre. La meilleure solution consisterait alors à garder un dé classique, mais à inciter les élèves à utiliser le répertoire mémorisé ou à s'appuyer sur une table d'addition. Reste à savoir comment, dans la mesure où le jeu ne les y pousse pas. On peut aussi envisager de leur permettre d'écrire, mais cela risque d'alourdir le jeu.
Une autre difficulté que nous avons identifiée concerne l'enjeu du jeu et la recherche de stratégie, qui devrait apparaître comme le but de l'activité et doit donc être introduit dans la phase de dévolution. A un premier niveau, il est important que les élèves comprennent bien que ce n'est pas un jeu de hasard, ce que la présence d'un dé peut induire. Il est donc nécessaire de mettre en place une dévolution de la recherche de stratégie. Or, comme nous l'avons vu, il n'existe pas de stratégie gagnante qui puisse être mise en place dès le départ. Le hasard a peu de prise sur le déroulement du jeu puisqu'il n'intervient qu'au premier coup, mais la difficulté vient de ce que le choix fait par un joueur à chaque coup, détermine les possibilités de choix du joueur suivant. Ainsi, l'anticipation d'un joueur doit porter non seulement sur la somme atteinte, mais sur les choix bloqués pour l'adversaire. Une question abrupte comme « Existe-t-il une technique pour gagner ? » apparaît donc comme incongrue et rend le débat difficile (comme nous l'avons vu dans l'expérimentation en classe). Une incitation à revenir en arrière sur une partie pour envisager d'autres choix peut permettre de développer une réflexion sur les stratégies et l'anticipation. Le dispositif que nous avons mis en place dans les observations de binômes isolés est cependant peu réaliste à l'échelle de la classe et reste très directif.

Une solution consisterait à envisager un dispositif en classe selon quatre temps :

1er temps Quelques parties sont jouées en binômes (en clase entière ou en demi classe), l'enseignant s'assure que les règles sont bien acquises et jauge les difficultés éventuelles des élèves à faire les additions.

2^{ième} temps Première mise en commun pour faire apparaître les techniques utilisées pour faire les additions en mettant en évidence la plus grande performance de l'utilisation du répertoire additif mémorisé (où à l'aide d'une table d'addition) sur la technique de sur-comptage. Faire jouer un binôme devant la classe et envisager les alternatives à partir d'un certain coup (comme lors de notre observation de binômes) en impliquant toute la classe.

3^{ième} temps Les binômes rejouent 8 parties chacun et chaque élève compte les parties qu'il ou elle a gagnées.

4^{ième} temps Mise en commun, débat sur les stratégies mises en place. Institutionnalisation de certaines stratégies et des compléments à 20 à partir de 14.

Un tel dispositif (où l'on peut répéter éventuellement les 3^{ième} et 4^{ième} temps) vise à permettre, grâce à la mise en commun intermédiaire, d'une part, un contrôle et une régulation sur les procédures pour faire les additions (outil indispensable pour que l'activité puisse avoir lieu) et, d'autre part, une dévolution de la recherche de stratégies en mettant en scène l'anticipation. Cette dévolution en deux phases permettrait également de renforcer la nécessité de formulation de la part des élèves. La question de savoir si ce dispositif est jouable en fin de première année primaire, ou s'il serait plus adapté à niveau de la deuxième année reste ouverte.

Merci à E. et à tous ses élèves de nous avoir accueillis dans leur classe et d'avoir accepté d'être observés.

Bibliographie

BESSOT, A. (2003) Une introduction à la théorie des situations didactiques, Cahier du Laboratoire Leibniz 91, Grenoble : Laboratoire Leibniz.
http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/2003/Cahier91/ResumCahier91.html

BROUSSEAU, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **7(2)**, 33-115.

BROUSSEAU, G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage Editions.

CAILLOIS, R. (1958), *Les jeux et les hommes*, Paris : Gallimard. Disponible en poche, collection folio essai.

GAGNEBIN, A., GUIGNARD, N. & JAQUET, F. (1998) *Apprentissage et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degré 1 à 4 de l'école primaire.* Neuchâtel : COROME.

HUIZINGA, J. (1938) *Homo ludens.* Traduction française : HUIZINGA, J. (1951) *Homo ludens. Essai sur la fonction sociale du jeu*, Gallimard : Paris. Dernière réédition en 1989.

JAQUET, F. & TIECHE CHRISTINAT, C. (eds) (2002) *L'apport des jeux à la construction des connaissances mathématiques, Actes de la journée d'étude du 30 novembre 2001,* Neuchâtel : IRDP.

MILLIAT, C. & NEYRET, R. (1990) Jeux numériques et élaboration de règles, *Grand N* **46**, 5-23. Repris en 1999-2000, dans le numéro *de Grand N spécial Maternelle T.1 Approche du nombre*, 177-192

PIAGET, J. (1945) *La formation du Symbole*, Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

TIECHE-CHRISTINAT, C. (2001) L'innovation en mathématiques et ses priorités : le regard des enseignants de Suisse Romande, *Math-Ecole* **196**, 13-16.

VALENTIN, D. (2001), Des jeux en maths pour quoi faire ?, *Math Ecole* **200**, 20-25.