

ENSAYOS POR BOMBEO

*Boletín 11s*

La edición original de esta obra ha sido publicada en inglés con el título  
**ANALYSIS AND EVALUATION OF PUMPING TEST DATA** por el  
International Institute for Land Reclamation and Improvement, Holanda, 1970.

Segunda edición en inglés: 1972.

Edición en francés: 1974.

Edición en castellano: 1975.

ANALISIS Y EVALUACION  
DE LOS DATOS DE ENSAYOS POR BOMBEO

G. P. KRUSEMAN

*Hidrogeólogo, International Agricultural Centre*

N. A. DE RIDDER

*Hidrogeólogo, International Institute for Land Reclamation and Improvement*

Traducción al castellano:

MIGUEL DONEZAR, Ingeniero Agrónomo

INTERNATIONAL INSTITUTE FOR LAND RECLAMATION  
AND IMPROVEMENT WAGENINGEN HOLANDA 1975



*International Institute for Land Reclamation and Improvement*

P.O. BOX 45 / WAGENINGEN / THE NETHERLANDS

## P R E F A C I O

Este libro está pensado como una guía para analizar y evaluar los datos obtenidos en los ensayos por bombeo. Esperamos que será útil a aquellos que trabajan en ingeniería agrícola y en ingeniería sobre el agua en el suelo, así como a los estudiantes de estos campos.

Si se trabaja en problemas de hidrología del agua en el suelo en pequeña o gran escala, el geólogo o el ingeniero está continuamente enfrentándose con el problema de encontrar valores fidedignos y representativos de las características hidráulicas de acuíferos y capas de baja permeabilidad. Los ensayos por bombeo han demostrado ser el medio más apropiado para alcanzar este objetivo.

En las últimas décadas se ha estudiado matemáticamente el flujo del agua en el suelo hacia pozos de bombeo. Se han propuesto soluciones para condiciones de flujo en régimen permanente y variable aplicadas a diferentes tipos de acuíferos. En el momento actual, los problemas de flujo variable en acuíferos compuestos de diferentes capas, están siendo objeto de numerosos estudios. Por tanto, no es sorprendente el que gradualmente se disponga de mayor cantidad de literatura dedicada al estudio de flujo de agua hacia pozos.

Aunque varios autores han tratado brevemente este tema como una parte de otros trabajos y aunque en el pasado se han hecho varios intentos de compilación de los métodos que ahora más comúnmente se usan, no se disponía de una guía que tratara de una forma no matemática los diferentes métodos desarrollados hasta el momento.

Por ello que el primer objetivo de este libro fué reunir y describir diferentes métodos de analizar los datos obtenidos en los ensayos por bombeo repartidos por muchas revistas científicas y a veces escritos en diferentes idiomas. No debe ser considerado este libro como sustituto de muchos manuales sobre hidráulica del agua en el suelo. Hemos procurado ordenar convenientemente el material utilizado esperando así guiar al lector a través del laberinto de los métodos analíticos. También, en lo posible, hemos omitido deducciones matemáticas ya que el que tiene que trabajar en la práctica desea saber cómo y cuando aplicar un particular método. Los que utilicen el libro necesitarán, solamente, un elemental conocimiento de matemáticas y física. Muchas de las fórmulas y métodos de análisis han sido ya publicados y su deducción y prueba pueden encontrarse en las publicaciones originales. El libro presenta los diferentes pasos y procedimientos que se necesitan para una correcta aplicación de los diferentes métodos.

No era posible, en un libro de este estilo, abarcar completamente el tema. Aunque fué necesario hacer una selección entre los numerosos métodos, los aquí presentados cubren una variación bastante amplia de las condiciones de campo que se pueden encontrar al trabajar en la práctica. En general, se presentan las fórmulas en la expresión final. En aquellos casos en que la misma fórmula se aplica a diferentes condiciones del acuífero, fué inevitable la repetición de fórmulas.

A pesar de nuestro deseo de reunir todo este material en un período corto de tiempo, se ha retrasado mucho a causa de otros trabajos. Además, no se hubiera alcanzado este estado final del trabajo sin el estímulo del Sr. J.M. van Staveren, Director del International Institute for Land Reclamation and Improvement. Queremos expresar también nuestra gratitud al Dr. C. van den Berg, Director del Institute for Land and Water Management Research, que generosamente nos concedió tiempo para completar el manuscrito y nos permitió utilizar datos de ensayos por bombeo de los archivos del Instituto para ilustrar la aplicación de los métodos de análisis descritos.

Estamos especialmente agradecidos al Director del Municipal Water Works of Amsterdam por cedernos las curvas tipo del método de Huisman-Kemperman. Estamos también en deuda con el Sr.G.A.Bruggeman y el Dr L.F.Ernst por concedernos permiso para citar informes todavía no publicados.

Varias personas han dedicado generosamente su tiempo y su esfuerzo para la preparación del manuscrito, incluyendo nuestros colegas del Institute for Land and Water Management Research y del International Institute for Land Reclamation and Improvement. El manuscrito fué revisado en borrador por el Dr J.Wesseling del Institute for Land and Water Management Research, Wageningen, por el Sr.R.G. Thomas de la Food and Agriculture Organization of de United Nations, Roma, por el Dr P.B.Smoor del Groundwater Service T.N.O., Delft, y por el Sr.F.Rutgers del Department of Water Management and Hydraulic Research de "Rijkswaterstaat", La Haya, todos los cuales han dedicado mucho tiempo a este trabajo y nos han dado muchas útiles sugerencias para su mejora. Les estamos muy agradecidos por esta ayuda.

Otros que nos hicieron comentarios fueron el Prof.L.Huisman, Delft; Sr.G.Santing, La Haya; Prof.C.Voûte, Delft; Prof.A.Volker, Delft; Dr J.H.Edelman, Grenoble y el Dr R.O.van Everdingen, Ottawa.

Nos alegramos de que, además de las ediciones en Inglés y Francés, haya sido posible editar la versión en Castellano de nuestro estudio, gracias al buen trabajo de traducción llevado a cabo por nuestro compañero M.Donézar.

Si este libro ayuda a facilitar la labor de los dedicados a trabajos de ingeniería agrícola y de agua en el suelo, el tiempo y los esfuerzos que hemos dedicado a este manuscrito no habrán sido en vano.

*G.P.Kruseman*

*N.A.de Ridder*

## INDICE

XI		LISTA DE TABLAS
XII		ALGUNOS SIMBOLOS FRECUENTEMENTE UTILIZADOS Y SUS UNIDADES
1		INTRODUCCION
3	1	DEFINICIONES
3	1.1	Ley de Darcy
4	1.2	Tipos de acuíferos
4	1.2.1	Acuíferos libres
5	1.2.2	Acuíferos confinados
5	1.2.3	Acuíferos semi-confinados
5	1.2.4	Acuíferos semi-libres
5	1.2.5	Resumen
6	1.3	Propiedades hidráulicas
6	1.3.1	Transmisividad
7	1.3.2	Coefficiente de almacenamiento y rendimiento específico
7	1.3.3	Resistencia hidráulica
7	1.3.4	Factor de filtración
8	1.3.5	Factor de drenaje
8	1.4	Tipos de ecuaciones del flujo
8	1.4.1	Flujo en régimen permanente
9	1.4.2	Flujo en régimen variable
10	2	ENSAYOS POR BOMBEO
10	2.1	Exposición general
10	2.1.1	Objetivo de los ensayos
11	2.1.2	Estudios preliminares
12	2.1.3	Estimación de la transmisividad a partir de la ficha del pozo
14	2.1.4	Elección del lugar del ensayo
14	2.1.5	Pozo de descarga
14	2.1.5.1	Diseño y construcción
17	2.1.5.2	Elección de la bomba
17	2.1.5.3	Descarga del agua bombeada
18	2.1.6	Piezómetros
18	2.1.6.1	Número de piezómetros
18	2.1.6.2	Distancia de los piezómetros
21	2.1.6.3	Profundidad de los piezómetros
23	2.1.6.4	Construcción
25	2.2	Ejecución de un ensayo por bombeo
25	2.2.1	Medidas
25	2.2.1.1	Medidas del nivel del agua
28	2.2.1.2	Medidas del caudal de descarga
31	2.2.2	Duración del ensayo por bombeo
33	2.3	Análisis de los datos
33	2.3.1	Compilación de los datos
35	2.3.2	Aplicación de los métodos de análisis
36	2.3.3	Informe
37	2.3.4	Archivado de los datos

38	3	METODOS PARA ANALIZAR LOS DATOS DE UN ENSAYO POR BOMBEO I
39	3.1	Flujo en régimen permanente en acuíferos confinados
40	3.1.1	Método de Thiem
45	3.2	Flujo en régimen variable en acuíferos confinados
46	3.2.1	Método de Theis
51	3.2.2	Método de Chow
54	3.2.3	Método de Jacob
61	3.2.4	Método de recuperación de Theis
63	3.2.5	Evaluación
64	3.3	Flujo en régimen permanente en acuíferos semi-confinados
67	3.3.1	Método de De Glee
69	3.3.2	Método de Hantush-Jacob
72	3.3.3	Modificación de Ernst al método de Thiem
74	3.4	Flujo en régimen variable, en acuíferos semi-confinados
74	3.4.1	Método de Walton
79	3.4.2	Método I de Hantush
82	3.4.3	Método II de Hantush
86	3.4.4	Método III de Hantush
89	3.4.5	Evaluación
90	3.5	Flujo en régimen variable en acuíferos libres con rendimiento retardado y en acuíferos semi-libres
93	3.5.1	Método de Boulton
103	3.6	Flujo en régimen permanente en acuíferos libres
103	3.6.1	Método de Thiem-Dupuit
105	3.7	Flujo de agua en régimen variable en acuíferos libres
108	4	METODOS PARA ANALIZAR LOS DATOS DE UN ENSAYO POR BOMBEO II
109	4.1	Acuíferos limitados por una o más fronteras
110	4.1.1	Flujo en régimen permanente en acuíferos confinados o libres limitados por uno o más límites de recarga rectos
110	4.1.1.1	Método de Dietz
113	4.1.2	Flujo en régimen variable en acuíferos confinados y libres limitados por una o más fronteras rectas de recarga o por una o más barreras
113	4.1.2.1	Método de Stallman
118	4.1.2.2	Método de la imagen de Hantush (para única frontera de recarga)
123	4.2	Acuíferos anisótropos
123	4.2.1	Flujo en régimen variable en acuíferos anisótropos confinados o libres
124	4.2.1.1	Método de Hantush
127	4.2.1.2	Método de Hantush-Thomas
130	4.2.2	Flujo en régimen variable en acuíferos anisótropos semi-confinados
130	4.2.2.1	Método de Hantush
131	4.3	Acuíferos en forma de cuña
131	4.3.1	Flujo en régimen variable en acuíferos confinados en los que el espesor varía exponencialmente en la dirección del flujo
131	4.3.1.1	Método de Hantush



- 134 4.4 Acuíferos en pendiente
- 134 4.4.1 Flujo en régimen permanente en acuíferos libres, en pendiente y de espesor constante
- 134 4.4.1.1 Método del punto de culminación
- 136 4.4.2 Flujo en régimen variable en acuíferos libres, en pendiente y de espesor constante
- 136 4.4.2.1 Método de Hantush -
- 137 4.5 Acuíferos bombeados con caudal de descarga variable
- 138 4.5.1 Bombeo escalonado
- 138 4.5.1.1 Método de Cooper-Jacob
- 140 4.5.2 Caudal de descarga que decrece continuamente
- 140 4.5.2.1 Método de Aron-Scott
- 143 4.5.2.2 Método de Sternberg
- 144 4.5.2.3 Método de recuperación de Sternberg
- 146 4.6 Acuíferos parcialmente perforados
- 147 4.6.1 Flujo en régimen permanente en acuíferos confinados parcialmente perforados
- 147 4.6.1.1 Método I de Huisman para la corrección por penetración parcial
- 149 4.6.1.2 Método II de Huisman para la corrección por penetración parcial
- 150 4.6.1.3 Método de Jacob para la corrección por penetración parcial
- 153 4.6.2 Flujo en régimen permanente en acuíferos semi-confinados parcialmente perforados
- 153 4.6.2.1 Métodos de corrección I y II de Huisman
- 153 4.6.3 Flujo en régimen permanente en acuíferos libres parcialmente perforados
- 153 4.6.3.1 Método de corrección de Hantush
- 154 4.6.4 Flujo en régimen variable en acuíferos confinados parcialmente perforados
- 154 4.6.4.1 Modificación de Hantush al método de Theis de corrección por perforación parcial
- 156 4.6.4.2 Modificación de Hantush al método de Jacob de corrección por perforación parcial
- 158 4.7 Acuíferos bombeados con un pozo de gran diámetro
- 158 4.7.1 Flujo de agua en régimen variable en un acuífero confinado
- 158 4.7.1.1 Método de Papadopoulos-Cooper
- 161 4.8 Acuíferos semi-confinados que constan de dos capas
- 161 4.8.1 Flujo en régimen permanente
- 162 4.8.1.1 Método de Huisman-Kemperman
- 167 4.8.1.2 Método de Bruggeman
- 170 4.8.1.3 Otros métodos
- 171 4.9 Métodos de aproximación
- 171 4.9.1 Flujo en régimen permanente en acuíferos confinados
- 171 4.9.1.1 Método de Logan
- 172 4.9.1.2 Método de Gosselin
- 174 4.9.2 Flujo en régimen permanente en acuíferos libres
- 174 4.9.2.1 Método de Logan
- 174 4.9.3 Flujo en régimen permanente en acuíferos confinados parcialmente perforados
- 174 4.9.3.1 Método de Zangar
- 175 4.9.4 Flujo en régimen permanente en acuíferos confinados
- 175 4.9.4.1 Método de Hurr
- 176 4.9.5 Flujo en régimen variable en acuíferos libres
- 176 4.9.5.1 Método de Hurr

177	4.10	Pozos surgentes
177	4.10.1	Flujo en régimen variable en acuíferos confinados
177	4.10.1.1	Método de Jacob-Lohman
182	5	CORRECCIONES Y CONVERSIONES
182	5.1	Correcciones debidas a influencias externas
182	5.1.1	Variaciones unidireccionales
183	5.1.2	Fluctuaciones rítmicas
184	5.1.3	Fluctuaciones regulares no-rítmicas
185	5.1.4	Fluctuaciones únicas
185	5.2	Conversión de unidades
189		REFERENCIAS
197		ANEJOS

L I S T A   D E   T A B L A S

3	1.	Orden de magnitud de la conductividad hidráulica $k$ para diferentes tipos de material
26	2.	Serie de intervalos de tiempo entre medidas del nivel de agua en el pozo de bombeo
26	3.	Serie de intervalos de tiempo entre medidas del nivel de agua en los piezómetros
40	4.	Descenso del nivel de agua en los piezómetros instalados entre 20 y 24 m por debajo de la superficie y después de 830 min. de bombeo: ensayo por bombeo "Oude Korendijk"
43	5.	Resultados de aplicar el método de Thiem, Procedimiento I, a los datos del ensayo por bombeo "Oude Korendijk"
47	6.	Datos del ensayo por bombeo "Oude Korendijk"
63	7.	Síntesis de los datos del período de recuperación en $H_{30}$ , ensayo por bombeo "Oude Korendijk"
67	8.	Descensos de la capa de agua para régimen permanente, obtenidos por extrapolación, en el ensayo por bombeo "Dalem", una vez corregidos
73	9.	Descenso del nivel freático durante los 60 últimos minutos de bombeo
75	10.	Datos de los descensos de la capa de agua en el ensayo por bombeo "Dalem"
85	11.	Datos a sustituir en las Ecs. (29) y (30)
89	12.	Características hidráulicas del acuífero estudiado en Dalem, calculadas de acuerdo con diferentes métodos
92	13.	Resumen de los datos del piezómetro W II/90; ensayo por bombeo "Vennebulten"
102	14.	Punto de ajuste y características hidráulicas calculadas con el método de Boulton. Ensayo por bombeo "Vennebulten"
106	15.	Repaso de los métodos de análisis presentados en el Capítulo 3
175	16.	Valores de $C_s$ correspondientes a los de $d/r_w$
178	17.	Repaso de los métodos de análisis presentados en el Capítulo 4
187	18.	Coefficientes de conversión

ALGUNOS SIMBOLOS FRECUENTEMENTE UTILIZADOS Y SUS UNIDADES<sup>1</sup>

k	conductividad hidráulica de una capa permeable	m/día
k'	conductividad hidráulica de una capa semi-permeable	m/día
D	espesor de la parte saturada de una capa permeable	m
D'	espesor de la parte saturada de una capa semi-permeable que limita con el acuífero	m
kD	transmisividad de un acuífero	m <sup>2</sup> /día
S	coeficiente de almacenamiento	
S	rendimiento específico	
S'	rendimiento específico de una capa semi-permeable	
c	D'/k' = resistencia hidráulica de una capa semi-permeable	días
L	$\sqrt{kDc}$ = factor de filtración de una capa permeable	m
B	$\sqrt{kD/\alpha S}$ = factor de drenaje de una acuífero libre con rendimiento retardado	m
1/ $\alpha$	índice de retraso de Boulton	
$\beta$	parámetro hidráulico que se define para cada método en el que se usa	
i	gradiente hidráulico	

<sup>1</sup> En este boletín se usa el sistema de unidades normal en Holanda: la longitud se expresa en metros y el tiempo en días. Las tablas dadas en el Capítulo 5 facilitan la conversión, si se desea, a otro tipo de unidades

## INTRODUCCION

En las últimas décadas se han hecho grandes progresos en el campo del análisis matemático y técnicas de simulación sobre problemas del flujo de agua en el suelo. Como ejemplo se puede citar el desarrollo de los recursos del agua del suelo, relleno artificial de cuencas hidrogeológicas, flujo de agua hacia las partes más bajas de un polder, escapes de agua en los canales de riego, transmisión de las mareas en los acuíferos litorales, drenaje artificial de zonas recuperadas y muchos otros más. Aplicando métodos matemáticos y modelos apropiados, se pueden ahora resolver la mayoría de estos problemas, más o menos complicados, del flujo de agua. Sin embargo, el que los resultados obtenidos por estos métodos sean dignos de confianza depende, mayormente, de la exactitud de los valores numéricos que al utilizar las fórmulas se asignen a las características hidráulicas de los acuíferos y de los estratos poco permeables, así como de que las condiciones frontera sean establecidas correctamente. Es obvio que el resultado de cualquier cálculo sobre flujo de agua en el suelo será erróneo si estos valores y las condiciones de frontera se conocen insuficientemente.

El ensayo por bombeo es uno de los más útiles medios para determinar las propiedades hidráulicas de acuíferos y capas confinantes. Se pueden obtener resultados fidedignos que, en general, son representativos de una superficie mayor que los obtenidos por medio de observaciones puntuales.

En 1870 un científico alemán, ADOLPH THIEM, basándose en el trabajo de DARCY y DUPUIT, publicó la primera fórmula que permite calcular las características hidráulicas de un acuífero si se bombea un pozo y se observa el efecto que este bombeo produce en otros pozos situados en las cercanías del primero. Como estos trabajos clásicos se publicaron hace un siglo, desde entonces se han hecho numerosas publicaciones sobre el flujo de agua hacia un pozo de bombeo. Actualmente existen otros muchos métodos, más modernos y perfeccionados para analizar los datos obtenidos en un ensayo por bombeo.

Casi todas las fórmulas utilizadas para el citado análisis están basadas en ciertos supuestos y generalizaciones. A veces los errores obtenidos al calcular las características hidráulicas de un acuífero, son atribuidas a incorrecciones de la fórmula empleada, mientras que la verdadera causa de estos errores es el hecho de que las condiciones de campo no satisfacen los supuestos sobre los que está basada la fórmula. Por ello, en este libro se concede atención especial a las condiciones y limitaciones que llevan consigo los diferentes métodos de análisis. Cada solución es únicamente válida cuando se dan unas determinadas circunstancias.

Sin embargo, en la práctica pueden presentarse situaciones que se apartan bastante de las condiciones y supuestos teóricos. Para cada caso se debe determinar cuidadosamente qué solución teórica satisface mejor a las condiciones particulares que se presentan en el campo. También es necesario tener alguna idea de la magnitud de las desviaciones con relación a las condiciones teóricas. Cualquier desviación respecto a dichas condiciones llevará consigo un error en los cálculos. A veces es necesario corregir los datos obtenidos en el campo antes de sustituirlos en la fórmula que se va a utilizar.

En la guía que este libro representa, sólo se estudian ensayos por bombeo en depósitos de tipo granular. No se incluyen los ensayos en rocas fracturadas o en áreas kársticas. Tampoco se describen otros métodos diferentes para la determinación de las características hidráulicas de un acuífero, como por ejemplo, métodos de laboratorio, ni métodos basados en el balance de agua o en el régimen natural del flujo de agua en el suelo. Finalmente también hemos excluido aquellos métodos que requieren el empleo de computadores.

Se dedica un capítulo a análisis de ensayos por bombeo en condiciones especiales, poco frecuentes. El hecho de que generalmente no vienen descritos en los manuales de geohidrología, justifica una descripción detallada de los mismos.

Se ha ordenado el tema a tratar de la siguiente forma:

*Capítulo 1:* Definiciones de las diferentes condiciones en las que se encuentra el agua en el suelo en la naturaleza, y de las características hidráulicas que afectan al flujo del agua en el suelo.

*Capítulo 2:* Organización práctica y procedimientos técnicos del ensayo por bombeo.

*Capítulo 3:* Fórmulas y métodos disponibles para la evaluación de los datos obtenidos en ensayos por bombeo en acuíferos simples, horizontales y extensos; la utilización de los mismos se ilustra con algunos ejemplos.

*Capítulo 4:* Fórmulas y métodos disponibles para la evaluación de los datos obtenidos en ensayos por bombeo bajo condiciones especiales.

*Capítulo 5:* Correcciones a hacer en los datos de campo debidas a influencias externas; tablas de conversión de unidades.

*Anejos:* Tablas de valores numéricos de algunas funciones.

Para determinar rápidamente las condiciones en las que es válido un método concreto, en las tablas 15 y 17 se hace un repaso a todos los métodos descritos. Se recomienda leer en primer lugar los capítulos 1 y 2 para conocer la nomenclatura empleada por los autores. Esto también aclarará cómo los autores creen que debe utilizarse un ensayo por bombeo. Para evaluar un ensayo primeramente deben determinarse las condiciones bajo las cuales el flujo de agua ocurre. El siguiente paso es la selección del método(s) apropiado de análisis, bien por medio de lo expuesto en los capítulos 3 y 4 o utilizando la Tabla 15 o la 17.

## 1. DEFINICIONES

### 1.1 LEY DE DARCY

Según la ley de Darcy el caudal del flujo de un fluido a través de un medio poroso, es directamente proporcional a la caída de potencial, inversamente proporcional a la longitud de la trayectoria recorrida por el flujo y directamente proporcional al coeficiente  $k$ . Por tanto se puede expresar la ley de Darcy de la siguiente forma:

$$Q = kiA \quad \text{ó} \quad Q/A = v = ki$$

Donde  $Q$  es el caudal ( $m^3/día$ ),  $k$  es una constante ( $m/día$ ),  $i$  es el gradiente hidráulico, es decir, la caída de potencial  $h$  en la distancia  $l$ ,  $A$  es la sección transversal total perpendicular a la dirección del flujo ( $m^2$ ) y  $v$  es la velocidad del flujo ( $m/día$ ).

El coeficiente  $k$  en la ecuación de Darcy es una constante que depende de las propiedades del medio poroso y del fluido. Ya que nosotros tratamos generalmente con agua, generalmente se le llama *conductividad hidráulica* o *permeabilidad*. Como  $k$  es la cantidad de flujo a través de una sección unidad y con una caída de potencial unitaria, tiene dimensiones de  $Longitud^3/Longitud^2 \times Tiempo$ , o lo que es lo mismo,  $Longitud/Tiempo$ ; sin embargo no debe confundirse con una velocidad.

En la Tabla 1 se dan algunos valores de la conductividad hidráulica para varios tipos de material.

En este libro el gradiente hidráulico es un factor adimensional. Se debe tener en cuenta este hecho al utilizar las tablas de conversión (Tabla 18).

La altura piezométrica significa nivel del agua en un piezómetro con relación a un nivel de referencia, generalmente el nivel del mar. Tiene dimensión de *Longitud* y se expresa, por ejemplo, en metros. La superficie imaginaria determinada con todos los puntos hasta los que el agua sube en los piezómetros que penetran en el acuífero, se llama *superficie piezométrica*. El nivel freático o superficie libre del agua en el suelo viene definido como la altura a la que la presión del agua en el suelo es igual a la atmosférica.

TABLA 1. - ORDEN DE MAGNITUD DE LA CONDUCTIVIDAD HIDRAULICA  
K PARA DIFERENTES TIPOS DE MATERIAL (SEGUN SCHOELLER, 1962)

Material.	k en m/día
Arcilla	$10^{-5}$ a $10^{-7}$
Limo	$10^{-1}$
Arena fina	$10^{-1}$ a 10
Arena gruesa	$10^0$ a $2 \times 10^2$
Grava	$10^0$ a $10^3$ o más

En general, se puede decir que es el nivel en el que el agua se estaciona en los agujeros superficiales y en los pozos.

En las páginas siguientes se describen otras características hidráulicas de los sedimentos, que se utilizarán a lo largo de todo este libro. Además, se definen diferentes tipos de acuíferos que generalmente se distinguen al describir el flujo del agua en el suelo.

## 1.2 TIPOS DE ACUIFEROS

### 1.2.1 Acuíferos libres

Un acuífero libre (Fig.1) es una capa permeable, saturada de agua sólo parcialmente y situada sobre una capa relativamente impermeable. Su límite superior está formado por una superficie libre de agua o nivel freático, a una presión igual a la atmosférica. El nivel del agua en un pozo que se haga penetrando en un acuífero libre no está, en general, por encima del nivel freático, exceptuando el caso en el que hay flujo vertical. Al agua en un acuífero libre se le llama *libre* o *freática*.

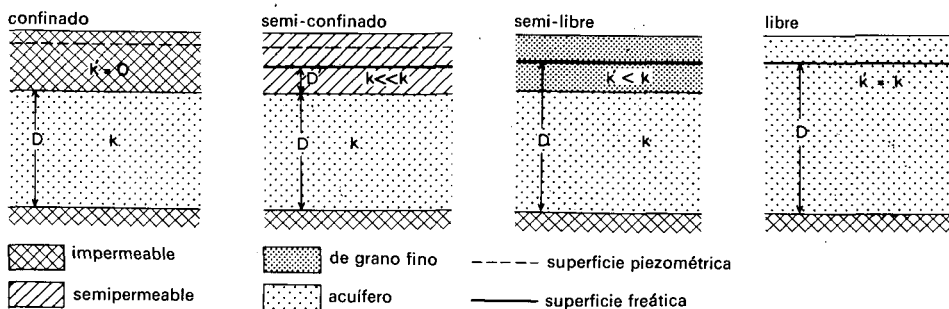


Fig.1. - Relación entre  $k$  y  $k'$  en diferentes tipos de acuíferos.

A menudo, el drenaje por gravedad de los poros, en acuíferos de material granular fino, no es instantáneo; en consecuencia el agua queda libre cuando pasa un cierto tiempo después del descenso del nivel piezométrico. Los acuíferos libres que presentan este fenómeno reciben el nombre de acuíferos libres con rendimiento retardado.



### 1.2.2 Acuíferos confinados

Se llama acuífero confinado (Fig.1) al que está totalmente saturado de agua y cuyos límites, superior e inferior, son capas impermeables. Capas totalmente impermeables raramente se dan en la naturaleza; por ello, este tipo de acuíferos son menos comunes de lo que a menudo se cree. En estos acuíferos la presión del agua suele ser mayor que la atmosférica y el nivel del agua en los pozos de observación más alto que el nivel del límite superior del acuífero. Al agua existente en estos acuíferos se le llama confinada o artesiana.

### 1.2.3 Acuíferos semi-confinados

Se llama acuífero semi-confinado (Fig.1) al que está totalmente saturado de agua siendo su límite superior una capa semi-permeable y el inferior o bien una capa impermeable o una semi-permeable. Se define capa semi-permeable como aquella que tiene una baja, pero medible, permeabilidad. Un descenso del nivel piezométrico, por ejemplo por bombeo, en este tipo de acuíferos generará un flujo vertical de agua desde la capa semi-permeable hacia el acuífero bombeado. Como la permeabilidad de la capa superior es generalmente muy pequeña, se puede despreciar en ella la componente horizontal del flujo. Para detectar el movimiento del agua en este tipo de acuíferos, es necesario instalar piezómetros no sólo en el acuífero sino también en la capa semi-permeable superior; también se deberá instalar en la capa semi-permeable inferior en el caso en que se presente. En general, el descenso del nivel freático en la capa semi-permeable es muy pequeña en comparación con el descenso del nivel piezométrico del acuífero.

### 1.2.4 Acuíferos semi-libres

Si la conductividad hidráulica de la capa de material granular fino en un acuífero semi-confinado es tan grande que la componente horizontal del flujo no puede ser ignorada, entonces el acuífero es un intermedio entre el típico semi-confinado y el libre; por ello, se le puede llamar acuífero semi-libre.

### 1.2.5 Resumen

Con lo anteriormente dicho queda claro que cuando la base del acuífero es una capa impermeable, el tipo de acuífero viene definido por las características de la capa situada sobre él. Por ello, se puede dar el siguiente esquema para la caracterización del tipo de acuífero (ver también Fig.1).

CAPA SOBRE EL ACUIFERO	TIPO DE ACUIFERO
impermeable	confinado
semi-permeable, por lo que se puede despreciar el flujo horizontal	semi-confinado
menos permeable que la mayor parte del acuífero, pero no se puede despreciar el flujo horizontal	semi-libre
igual que la mayor parte del acuífero	libre (con rendimiento retardado)

La Figura 2 da las gráficas típicas, al representar las funciones del descenso con relación al tiempo en papel doble logarítmico, para un pozo en los diferentes tipos de acuífero arriba mencionados.

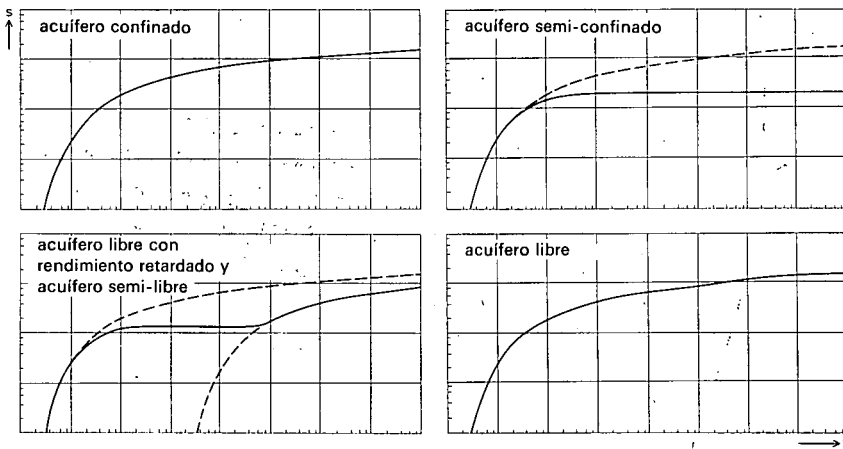


Fig. 2. - Curvas típicas de descenso-tiempo para diferentes tipos de acuíferos.

### 1.3 PROPIEDADES HIDRAULICAS

Al describir las propiedades hidráulicas más importantes de los acuíferos se utilizan los siguientes factores de formación.

#### 1.3.1 Transmisividad

Transmisividad o transmisibilidad es el producto de la conductividad hidráulica media (o permeabilidad) por el espesor del acuífero. Por tanto, la transmisividad es el caudal del flujo de agua bajo un gradiente hidráulico igual a la unidad a través de una sección transversal de anchura unidad y altura todo el espesor del acuífero. Se designa por el símbolo  $kD$  o bien por  $T$ . Tiene dimensiones de  $Longitud^3/Tiempo \times Longitud$ , o lo que es lo mismo, de  $Longitud^2/Tiempo$ ; viene expresado, por ejemplo, en  $m^2/día$ .

### 1.3.2 Coeficiente de almacenamiento y rendimiento específico

El coeficiente de almacenamiento y el rendimiento específico vienen definidos ambos como el volumen del agua liberada o almacenada por unidad de superficie de acuífero, para un cambio de una unidad en la carga hidráulica perpendicular a la superficie. Ambos vienen definidos por el símbolo  $S$  y son adimensionales.

El coeficiente de almacenamiento está referido únicamente a las partes confinadas de un acuífero y depende de la elasticidad del material del acuífero y del fluido. Su orden de magnitud es de  $10^{-4}$  a  $10^{-6}$ .

El rendimiento específico está relacionado con las zonas libres de un acuífero. En la práctica, se puede considerar igual a la porosidad efectiva o al espacio poroso drenable ya que en acuíferos libres, los efectos de la elasticidad del material del acuífero y del fluido son generalmente despreciables.

Hay que tener en cuenta que los poros pequeños, no contribuyen al espacio poroso efectivo, ya que en ellos las fuerzas de retención son mayores que el peso del agua. Para arena el rendimiento específico es del orden de 0.1 a 0.2.

En la literatura americana se usa a menudo los términos *coeficiente de almacenamiento* y *rendimiento específico* como sinónimos.

### 1.3.3 Resistencia hidráulica

La resistencia hidráulica, llamada también *coeficiente recíproco de filtración* o *resistencia al flujo vertical*, es una propiedad de los acuíferos semi-confinados. Es la relación entre el espesor saturado  $D'$  de la capa semi-permeable y la conductividad hidráulica  $k'$  de dicha capa para el flujo vertical; por tanto es  $D'/k'$ . Caracteriza la resistencia de la capa semi-permeable a filtraciones en sentido ascendente o descendente. Se designa con el símbolo  $c$  y tiene dimensiones reducidas de *Tiempo* (por ej. días). Se observará que si  $c = \infty$  el acuífero es confinado.

### 1.3.4 Factor de filtración

El factor de filtración  $L = \sqrt{kDc}$  determina la distribución de la filtración en un acuífero semi-confinado. En otras palabras, determina el origen del agua que se extrae de un pozo hecho en el acuífero para este fin. Valores altos de  $L$  indican una gran resistencia de la capa semi-permeable al flujo comparada con la del acuífero. En este caso, la influencia de la filtración será pequeña. El factor  $L$  tiene dimensiones de *Longitud* y se expresará, por ejemplo, en metros.

### 1.3.5 Factor de drenaje

El factor de drenaje  $B = \sqrt{(kD/\alpha S_Y)}$ , para acuíferos libres con rendimiento retardado, puede compararse con el factor de filtración en acuíferos semi-confinados, aunque se define de otra forma. Grandes valores de B indican un drenaje rápido. El factor de drenaje tiene dimensión de *Longitud* y se expresa, por ejemplo, en metros.

Si  $B = \infty$ , la respuesta es instantánea al descender el nivel del agua y por ello el acuífero es libre sin rendimiento retardado.

El coeficiente  $1/\alpha$  se llama *índice de retraso de Boulton* y es una constante empírica, mientras que  $S_Y$ , es el rendimiento específico después de un largo período de bombeo (ver cap. 3.5).

## 1.4 TIPOS DE ECUACIONES DEL FLUJO

Hay dos tipos de ecuaciones: las que describen el flujo de agua en *régimen permanente* y las que lo hacen para *régimen variable*.

### 1.4.1 Flujo en régimen permanente

Cuando existe un equilibrio entre la descarga del pozo bombeado y la recarga del acuífero por una fuente externa, se dice que el flujo está en equilibrio. Una fuente externa es, por poner un caso, el conocido ejemplo de los libros de texto, de un canal circular con nivel del agua constante y rodeando a una isla con un pozo de descarga en el centro. Otra fuente exterior es un acuífero freático con nivel de agua constante situado sobre una capa semi-permeable, que a su vez tiene debajo un acuífero semi-confinado del que se está extrayendo el agua. Ya que un canal circular se da en la práctica pocas veces y que un nivel freático es raramente constante, podría parecer que las fórmulas para régimen permanente tienen poca utilidad. Sin embargo, en la práctica, se dice que se llega a un régimen permanente si, los cambios en los descensos del nivel de agua en los piezómetros se hacen con el tiempo despreciables o, lo que es lo mismo, si el gradiente hidráulico llega a ser constante. Al hablar de estas condiciones se está suponiendo que se han hecho anteriormente las correcciones para otros factores que influyen en el nivel del agua, por ejemplo, variaciones en el nivel de agua en ríos o cambios en la presión barométrica.

#### 1.4.2 Flujo en régimen variable

Desde el momento en que se comienza el bombeo hasta que se alcanza el régimen permanente, se produce flujo en condiciones de régimen variable o no-equilibrio. En consecuencia, un acuífero infinito, horizontal, completamente confinado y de espesor constante que se bombee a un caudal constante, siempre estará en condiciones de régimen variable. En la práctica, se considera que el flujo de agua hacia un pozo se produce en régimen variable mientras se puedan medir las variaciones del nivel del agua con el tiempo únicamente debidas al bombeo, o mientras el gradiente hidráulico cambie de forma medible.

## 2. ENSAYOS POR BOMBEO

### 2.1 EXPOSICION GENERAL

#### 2.1.1 Objetivo de los ensayos

Un ensayo por bombeo puede servir para dos objetivos principales. En primer lugar, se pueden hacer para determinar las características hidráulicas de acuíferos o de capas que transportan agua. A tal tipo de ensayo se le suele llamar un *test de acuífero* ya que lo estudiado, más que bomba o el pozo, es el acuífero en sí mismo. Cuando se planifica correctamente y se lleva a cabo cuidadosamente un ensayo de este estilo puede proporcionar información básica para la solución de muchos problemas regionales, así como locales, sobre el flujo del agua en el suelo. Es este objetivo el que nos interesa principalmente en este libro.

En segundo lugar un ensayo por bombeo puede proporcionar información sobre el rendimiento y el descenso del nivel de agua en el pozo. Estos datos pueden ser utilizados para determinar la capacidad específica o la relación descarga-descenso del pozo, para seleccionar el tipo de bomba y para estudiar el coste del bombeo. La capacidad específica da una medida de la efectividad o capacidad productiva del pozo. A este tipo de ensayo por bombeo a veces se le llama *test del pozo* ya que se estudia, más que el acuífero, el pozo.

El principio de un *test de acuífero* es bastante simple. De un pozo que tiene una zona perforada en el acuífero a estudiar, se bombea agua durante un cierto tiempo y un cierto caudal. En el pozo bombeado y en algunos piezómetros situados en las cercanías, se mide el efecto que el bombeo produce sobre el nivel de agua.

Sustituyendo en una apropiada fórmula los valores de los descensos del nivel del agua en los piezómetros, las distancias de éstos al pozo y la descarga del bombeo, se obtienen las características hidráulicas del acuífero.

El procedimiento de un *test de pozo*, con fines a determinar la capacidad del pozo, es algo menos complicado que en el caso anterior ya que no se necesitan piezómetros. Únicamente se miden la descarga y el descenso del nivel del agua en él. Debido a los altos costes de los tests de acuíferos y a que generalmente los fondos disponibles son limitados, en muchos estudios regionales sobre el agua en el suelo, debe restringirse el número de estos ensayos. Cuando, sin embargo se necesita conocer la distribución superficial de las características del acuífero, se pueden utilizar los datos de *test de pozo* para obtener una aproximación de las mismas siempre que se acepte un cierto, a veces apreciable, error. Los métodos analíticos descritos en el próximo capítulo se aplican principalmente a los datos obtenidos en los tests de acuífero, aunque también se tratará algo del análisis de

los datos obtenidos en un test de pozo, como base para determinar las características hidráulicas de acuíferos; sin embargo, estos últimos datos se usan normalmente para comprobar la capacidad productiva de un pozo.

### 2.1.2 Estudios preliminares

Hay numerosos ejemplos de problemas de flujo de agua en el suelo, cuya solución requiere conocer correctamente las características hidráulicas de los acuíferos. El número de ensayos por bombeo a ejecutar, la situación y la organización general de los mismos depende del tipo de problema a resolver, de la cantidad de información que se desea y, por supuesto, de los fondos disponibles para el programa de ensayos. El problema en cuestión puede ser local y para predecir el descenso de la capa de agua que se producirá si en un futuro se abren nuevos pozos para usos domésticos. También puede ser un problema más regional y relacionado con la cantidad de agua que se puede extraer de una cuenca hidrogeológica o para conocer la intensidad del flujo de agua que se fuga de una zona pantanosa.

Antes de ejecutar un test de acuífero hay que reunir la información necesaria sobre las condiciones geológicas e hidrológicas subsuperficiales. Con ello nos estamos refiriendo a las principales propiedades del acuífero, como por ejemplo el carácter litológico, el espesor y los límites del mismo. Con relación a estos límites es importante conocer el carácter y el espesor de las capas que están por encima y por debajo de él.

Muchas de las fórmulas utilizadas para el análisis de los datos obtenidos en los ensayos por bombeo están basadas en el supuesto de que el acuífero tiene una extensión lateral infinita. Aunque estos acuíferos no existen, muchos tienen tal extensión lateral que para fines prácticos se puede considerar como infinita. Sin embargo, otros tienen una extensión limitada ya que terminan en un material impermeable. Tales límites de barrera son, por ejemplo, los lados impermeables rocosos de un valle enterrado, una falla o, simplemente, cambios laterales en la litología del material del acuífero. Son de igual importancia los límites de recarga a lo largo de los cuales no se produce al bombear ningún descenso del nivel del agua. Estos límites se producen cuando un acuífero está libremente conectado con un río de curso permanente, un canal, un lago o un océano.

Si se está estudiando un acuífero cerca de un límite o una barrera de recarga, es necesario tenerlo en cuenta al analizar los datos. Además de la posición y la naturaleza de los límites hidrológicos, es también necesario conocer la dirección del flujo del agua en el suelo, los gradientes de la capa de agua y la tendencia general del nivel del agua en la región.

En muchos estudios sobre el agua del suelo se dispone de mucha información antes de que se ejecute el ensayo por bombeo. Por otra parte, hay que hacer notar que se han hecho con éxito muchos test de acuífero en sitios donde se sabía poco sobre la geología del lugar. A veces, límites impermeables están ocultos (falla enterrada) y su existencia sólo se descubre después de un cuidadoso análisis del mapa de descensos producidos por el bombeo en el nivel de agua. Es obvio que el conocimiento de la hidrología y geología de la zona de estudio ayudará a decidir el tipo de perforación a hacer, el equipo requerido así como el número y la localización de los ensayos. También es de gran importancia dicho conocimiento al analizar los datos obtenidos en los ensayos donde hay que considerar las condiciones de frontera. Al estudiar los datos geológicos e hidrológicos disponibles y antes de poder hacer un tanteo en la evaluación de las condiciones hidrológicas de la zona, a veces se pone en manifiesto que se necesita un conocimiento adicional, especialmente en lo que concierne a las capas más profundas. A menudo se puede obtener esta información que se necesita abriendo algunos pozos de observación adicionales.

En ciertas áreas existen ya pozos que pueden ser utilizados para llevar a cabo test de acuífero reduciendo así grandemente el costo; a veces, sin embargo, dichos tests proporcionan datos de poca confianza ya que no se dispone de los detalles constructivos y de la condición de los mismos.

### 2.1.3 Estimación de la transmisividad a partir de la ficha del pozo

Antes de describir el procedimiento para efectuar un test de acuífero, debe ponerse de relieve la importancia de preparar una esmerada ficha, describiendo los materiales encontrados al perforar el pozo. Las muestras pertenecientes a las diferentes formaciones geológicas atravesadas al abrir el pozo de bombeo o de observación, deben ser recogidas y litológicamente descritas. Se debe conceder atención especial al tipo de grano de los diferentes materiales. En base a ello se puede decidir la longitud del filtro del tubo de bombeo y la profundidad a la que dicha parte debe ser instalada. En general será a la profundidad donde se hayan encontrado los materiales más gruesos.

Por varias razones se recomienda mandar las muestras al laboratorio para un análisis más amplio. En primer lugar, los análisis geológicos pueden proporcionar información sobre la posición estratigráfica de las diferentes capas encontradas al hacer el agujero. En segundo lugar, e igualmente importante, se puede hacer una descripción litológica de las muestras más detallada, utilizando unas lentes binoculares, aumento de 20, con escala ajustada. Así se puede estimar más precisamente que en el campo, el tamaño medio de los granos, la ordenación por tamaños y el



contenido en arcilla de las muestras arenosas que son todos los parámetros que de forma diferente influyen en la conductividad hidráulica. Por supuesto, si hubiera fondos disponibles se podría hacer análisis del tamaño de los granos para todas las muestras, obteniendo así el valor de estos parámetros más exactamente. Se pueden usar estos datos para obtener una impresión inicial de la conductividad hidráulica del material del acuífero y, por tanto, de la transmisividad del mismo. Se puede establecer una relación entre la conductividad hidráulica y el tamaño de los granos. En esta relación deben tenerse en cuenta también los efectos de la ordenación por tamaños y del contenido en arcilla y grava (ver DE RIDDER y WIT, 1965).

Si no se tiene a mano fácilmente tablas o gráficos de esta relación, se pueden dividir los materiales del acuífero descritos en las fichas en un cierto número de grupos principales, ordenando desde arena muy fina hasta grava, y asignando por estimación una cierta conductividad hidráulica a cada grupo. Multiplicando este valor, para cada capa descrita en la ficha, por el espesor de la misma se obtiene la transmisividad de cada capa. Sumando estos productos se obtiene la transmisividad del acuífero en el lugar donde está situado el pozo. Esta aproximación geológica se repite para determinar la transmisividad en cada pozo utilizado para hacer el test del acuífero en cuestión y con los resultados se obtiene un valor medio. Esta transmisividad estimada puede ser comparada con la obtenida por medio del test. Si ambos valores no están de acuerdo, se debe determinar el tanto por ciento de error existente. Una vez conocido este porcentaje para cada punto donde se ejecuta el test, se puede corregir la transmisividad estimada a partir de las fichas de los pozos situados entre los anteriores.

La experiencia muestra que si se dispone de descripciones exactas de los pozos, se puede estimar con razonable precisión la transmisividad del acuífero bajo estudio. Sin embargo, se pueden cometer apreciables errores cuando mezclados con la arena se encuentran materiales muy finos, limo y arcilla, o muy gruesos, grava (ERNST, DE RIDDER y DE VRIES, 1970). No obstante, se ha demostrado la gran utilidad de esta aproximación al estudiar grandes cuencas hidrogeológicas, ya que generalmente el dinero disponible no permite la ejecución de un gran número de ensayos. Para la solución de problemas locales de agua en el suelo relacionados con la relación de trabajos de ingeniería a gran escala, es obvio que no se puede recomendar este método. El costo de un ensayo por bombeo es normalmente pequeño en comparación con el coste de construcción de, por ejemplo, una estación de bombeo de gran capacidad.

#### 2.1.4 Elección del lugar del ensayo

Al entrar en mayor detalle sobre la organización general de un test de acuífero, el primer punto a discutir es el lugar donde se hará el citado ensayo. En ciertos casos, dicho lugar está predeterminado y no hay posibilidad de cambiar a otro (más apropiado). Esto sucede cuando, por ejemplo, se deben utilizar pozos ya existentes o cuando se piden los factores de formación de un lugar en concreto. En el caso de estudios regionales uno debe de ser más o menos libre para elegir el lugar más apropiado.

Para seleccionar dicho lugar para el test de acuífero, se deben de tener en cuenta los siguientes puntos:

- Las condiciones hidrogeológicas del lugar no deben cambiar en distancias cortas y deben de ser representativas del área bajo estudio o de una gran parte de ella,
- es preferible no elegir este lugar cerca de vías férreas o de autopistas ya que al circular trenes y tráfico pesado se pueden producir fluctuaciones medibles del nivel piezométrico de acuíferos confinados,
- el agua extraída en el bombeo se debe descargar de forma que no vuelva al acuífero,
- el gradiente de la capa de agua o del nivel piezométrico debe de ser bajo,
- que los hombres y el equipo puedan llegar al lugar fácilmente.

Obviamente, una elección cuidadosa del lugar del ensayo evitará muchas dificultades durante la evaluación de los datos obtenidos.

#### 2.1.5 Pozo de descarga

Después de haber elegido el lugar, se pueden empezar las operaciones de perforación del pozo de descarga. En dicho pozo se coloca un tubo que tiene una parte perforada en el acuífero. Este pozo está equipado con una bomba para elevar el agua hasta la zona donde se la descarga. Los términos de pozo de descarga y pozo de bombeo se usan con el mismo significado.

##### 2.1.5.1 Diseño y construcción

En relación con el diseño y la construcción del pozo, se puede remitir al lector al libro de JOHNSON (1966) donde se dan todo tipo de detalles. Aquí se recuerdan algunos puntos principales.

### *Diámetro del pozo*

Se debe elegir dicho diámetro de tal forma que satisfaga dos requisitos:

1. alojar a la bomba con espacio libre apropiado para su instalación y su eficiente funcionamiento
2. asegurar la eficiencia hidráulica del pozo.

Debe hacerse notar que el diámetro de la sección de aspiración, o filtro, puede variar sin afectar grandemente el rendimiento del pozo. Si se dobla el diámetro de dicha sección manteniendo el resto igual, sólo se incrementaría el rendimiento en, aproximadamente, un diez por ciento.

### *Profundidad del pozo*

La profundidad esperada del pozo, generalmente viene determinada a partir de la ficha elaborada al hacer el agujero para el ensayo, de las fichas de otros pozos cercanos o bien se determina durante la perforación. Es deseable que se llegue hasta el fondo del acuífero ya que así se podrá utilizar un mayor espesor como porción de aspiración del pozo, consiguiendo un rendimiento más alto. Se obtiene así un mayor descenso en la capa de agua que también permite un mayor rendimiento.

### *Longitud del filtro del tubo del pozo*

Ya se ha mencionado que aumentando el diámetro de esta parte se obtienen únicamente ligeros incrementos en el rendimiento del pozo. Sin embargo, la longitud de la misma es más significativa. La regla general es que debe de ser tan larga como el 70-80% del espesor del acuífero ya que, ésto hace posible obtener un 90% o más del máximo rendimiento que se obtendría si se colocara tubo perforado a lo largo de todo el acuífero. Otra gran ventaja de la longitud citada es que se puede suponer que el flujo de agua en el suelo hacia el pozo de descarga es horizontal, que es un supuesto sobre el que se basan casi todas las fórmulas de los ensayos por bombeo. Las componentes verticales del flujo de agua en las cercanías del pozo, produciendo un descenso extra, pueden ser así evitadas y entonces no se necesita hacer ninguna corrección debida a penetración parcial (Fig.3).

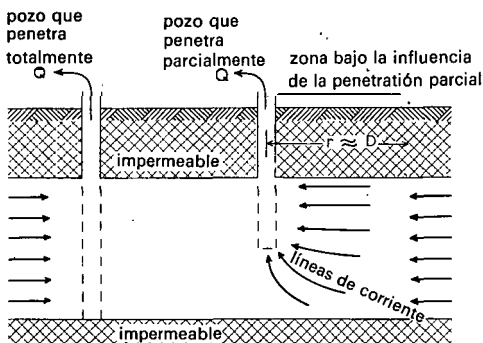
Por supuesto que hay algunas excepciones de esta regla. En acuíferos libres, puede bastar con poner tubo perforado únicamente en la mitad o tercio inferior ya que si se produce un apreciable descenso de la capa de agua, se puede quedar seca la porción superior de esta zona perforada.

Es claro que se reducirá esta parte, simplemente por razones económicas, cuando se hagan tests de acuíferos de gran espesor. Si el filtro cubre menòs que, digamos

70% del espesor del acuífero, se dice que es un pozo penetrando parcialmente. En tal tipo de pozo se inducen componentes verticales del flujo en el acuífero en un área con centro en el pozo y de radio aproximadamente igual al espesor del acuífero. Los descensos de la capa de agua medidos en esta área deben de ser corregidos antes de utilizarlos para calcular las características del acuífero. En acuíferos no homogéneos, teniendo capas de arcilla intercaladas, parece útil hacer tests por separado en las diferentes partes del acuífero. Esto puede dar una doble comprobación sobre la pregunta de si dichas capas son impermeables o no. Finalmente, hay que señalar que se debe utilizar un filtro apropiado, que tenga suficiente área abierta para que la velocidad de entrada del agua sea baja, digamos menor que 3 cm/seg. A esta velocidad las pérdidas por rozamiento al pasar por los agujeros es despreciable. El tamaño de los agujeros (tamaño de la abertura) es también de gran importancia. Se debe seleccionar de acuerdo con el tamaño de los granos del material del acuífero (para más detalles, ver JOHNSON, 1966).

#### *Filtro de grava*

Se facilita la entrada del agua en el filtro del tubo, si se quita el material original de las cercanías más próximas a ella y se sustituye por una capa de material grueso artificialmente clasificado, por ello llamada filtro de grava. Al bombear agua del pozo, esta capa artificial debe retener todo el material que de otra forma entraría en el pozo. El material de este filtro debe estar limpio, formado de elementos redondeados, lisos y uniformes. Para asegurar que la envoltura rodeará a toda la parte perforada del tubo, su espesor debe ser de al menos 7 u 8 cm. Dicho espesor no debe ser mayor de 20 cm. Detalles sobre el tamaño de la grava a usar en este filtro vienen dados en JOHNSON (1966).



*Fig. 3.-Sección esquemática de pozos penetrando total y parcialmente.*

#### 2.1.5.2 Elección de la bomba

Una vez que el pozo de descarga está preparado completamente hay que instalar una bomba para extraer el agua. Se escapa del alcance de este boletín el discutir con detalle las diferentes clases de bombas que se utilizan para llevar a cabo un test de acuífero.

La bomba y la unidad motriz empleadas en el ensayo, deben de ser capaces de trabajar continuamente a caudal constante un período de al menos 2 días. Si se estudian acuíferos libres y semi-libres este período puede ser incluso demasiado corto; la misma consideración se puede hacer cuando para la toma de datos sobre descensos de la capa de agua se utilizan pozos de observación situados a gran distancia del pozo de bombeo. Para obtener descensos de la capa de agua medibles en tales pozos distantes, es necesario bombear continuamente durante varios días. La capacidad de la bomba y el caudal de descarga deben ser lo suficientemente altas como para producir descensos de la capa de agua medibles fácilmente a una distancia de 100 a 200 metros, dependiendo de las condiciones del acuífero.

Una vez instalada la bomba, se debe empezar a bombear a bajo caudal. Cuando el agua bombeada es clara se aumenta el caudal y se espera hasta que de nuevo el agua sea clara. Este procedimiento se repite hasta que se alcance o exceda el caudal deseado para el ensayo en cuestión.

Cuando se han hecho todos los pozos de observación, la evolución del pozo de descarga proporciona una buena oportunidad para comprobar si todos los pozos de observación están reaccionando satisfactoriamente.

#### 2.1.5.3 Descarga del agua bombeada

Un punto que hay que tener en cuenta debidamente es la descarga del agua bombeada. Hay que evitar que el agua extraída del pozo vuelva a entrar en el acuífero en estudio. Esto se puede hacer llevando el agua por medio de un tubo de gran diámetro hasta una distancia de, digamos 100 a 200 m, y descargándola a un canal o a un cauce natural que no esté hidráulicamente conectado con el acuífero que se está estudiando. También se puede alejar esta agua bombeada por medio de una zanja superficial siempre que se tomen medidas de precaución para hacerla estanca, con arcilla o láminas de plástico impidiendo así escapes.

Es preferible descargar el agua más allá de la línea de piezómetros. Si se usa una zanja o un cauce abierto para descargarla, se deben hacer medidas del flujo en estos canales. Se pueden utilizar piezómetros para comprobar si durante el ensayo existen pérdidas de agua a través del fondo de dichos cauces.

### 2.1.6 Piezómetros

El principio de un test de acuífero, es que se bombea un pozo y se mide el efecto que este bombeo tiene en la capa de agua. Con esta finalidad se debe disponer de un cierto número de piezómetros en las cercanías del pozo de descarga. Por tanto, una vez que se ha terminado el citado pozo es necesario decidir el número y la profundidad de estos piezómetros así como la distancia desde el pozo a la que hay que colocarlos.

#### 2.1.6.1 Número de piezómetros

El problema de cuántos piezómetros se deben emplear depende, no solamente de la información deseada y del grado de precisión requerida, sino también de los fondos disponibles. En el capítulo siguiente se mostrará que los datos obtenidos midiendo el descenso de la capa de agua en un único piezómetro permite, a menudo, calcular los valores medios de la conductividad hidráulica, de la transmisividad y del coeficiente de almacenamiento del acuífero.

La ventaja de colocar dos o más piezómetros a diferentes distancias del pozo de descarga es que el descenso de la capa de agua se puede analizar de dos formas: estudiando las relaciones tiempo-descenso y distancia-descenso. Es obvio que los resultados de los cálculos hechos de esta forma son más precisos y además son representativos de una superficie mayor.

Siempre lo mejor es tener tantos piezómetros como lo permitan las condiciones; por otra parte se recomienda utilizar un mínimo de tres.

#### 2.1.6.2 Distancia de los piezómetros

Se deben colocar, en general, ni demasiado cerca ni demasiado lejos del pozo de bombeo. Esta idea es bastante vaga y necesita una discusión adicional. Así, al situar los piezómetros hay que considerar los siguientes puntos:

##### *El tipo de acuífero*

En los acuíferos confinados, como la salida del agua es totalmente debida a la compresibilidad del material del acuífero y del agua, la pérdida de agua causada por el bombeo se propaga rápidamente. Por tanto, dicha pérdida de carga puede ser medida a grandes distancias, por ejemplo, a una distancia del pozo de bombeo de unos cientos de metros.

En acuíferos libres o freáticos, la propagación de las pérdidas de carga hidráulica es bastante lenta ya que el agua sale del almacenamiento mayormente por el drenaje de la zona a través de la que el agua se mueve y, sólo parcialmente, por

la compresibilidad del agua y del material del acuífero en la zona saturada. A no ser que el período de bombeo se prolongue durante varios días, dicha pérdida de carga hidráulica es solamente medible a distancias bastante cortas del pozo, por ejemplo no mayores de 100 m.

Los acuíferos semi-confinados están en una posición intermedia. El que se asemeje más a un acuífero confinado o a un libre, depende de la resistencia hidráulica de la capa semi-permeable.

#### *La conductividad hidráulica*

Si la conductividad hidráulica del material del acuífero es alta, el cono de depresión producido será muy abierto y plano; por el contrario, si la conductividad hidráulica es baja, dicho cono será muy empinado y estrecho. Por tanto, en el primer caso los piezómetros pueden ser colocados más lejos del pozo de bombeo que en el segundo.

#### *El caudal de descarga*

Si el caudal de descarga del pozo es alto, el cono de depresión que se produce al bombear será mayor que si el caudal es bajo. Por tanto, en la primera situación se podrán colocar los piezómetros a más distancia del pozo que en la segunda.

#### *La longitud del filtro*

La elección de las distancias a las que se deben instalar los piezómetros puede estar muy influenciada por la longitud de dicha parte perforada. Si es un pozo de descarga penetrando totalmente, es decir, un pozo en el que la parte perforada ocupa todo el espesor del acuífero o al menos el 80% del mismo, el flujo del agua en el suelo hacia el pozo, será horizontal. Por tanto, se pueden utilizar para posterior análisis, los descensos de la capa de agua medidos en piezómetros situados incluso a poca distancia del pozo de bombeo. Por ello resulta obvio que, si el acuífero a estudiar no es de gran espesor, lo mejor es emplear un pozo penetrando totalmente en el acuífero.

Sin embargo, en muchas ocasiones el acuífero a estudiar es de gran espesor y las condiciones no permiten instalar un filtro a lo largo de todo su espesor. Entonces, al instalar un pozo penetrando parcialmente, la relativamente corta longitud del filtro producirá una distribución de la carga hidráulica, o del descenso, no uniforme; ésto es más notable en las cercanías del pozo. Por ello, si la longitud de la parte perforada es considerablemente menor que el espesor saturado del acuífero, debido a las componentes verticales del flujo, se produce cerca del

pozo un tipo de descenso de la capa de agua deformado. Las lecturas hechas en pozos de observación muy cercanos al pozo de bombeo, pueden conducir a resultados incorrectos y por ello, antes de utilizar estos datos en el análisis, es necesario aplicar métodos de corrección bastante complicados. Se pueden evitar estas dificultades si se colocan los piezómetros alejados del pozo de bombeo, donde no aparezcan estos efectos anormales. Se puede recomendar, como una regla general, que los piezómetros más cercanos al pozo de bombeo deben estar, al menos, a una distancia del mismo igual al espesor del acuífero. Se puede suponer que a tal distancia el flujo es horizontal.

#### *Estratificación*

Raramente se dan acuíferos homogéneos y en la mayor parte de los casos los acuíferos están, en algún grado, estratificados. Como resultado de esta estratificación y debido a las diferencias en la conductividad hidráulica en dirección vertical y horizontal, los descensos de la capa de agua observados a una cierta distancia del pozo de bombeo, pueden ser diferentes según la profundidad de la observación dentro del acuífero. Estas diferencias disminuyen conforme aumenta el tiempo de bombeo. Además, cuanto mayor sea la distancia desde el pozo, menor será el efecto que produce la estratificación sobre la distribución del descenso de la capa de agua.

De lo dicho más arriba, resulta obvio el que influyen varios factores en la decisión de la distancia desde el pozo a la que hay que colocar los piezómetros. Si se conoce apropiadamente el escenario en el que se hará el test, especialmente el tipo de acuífero, su espesor, su conductividad hidráulica media y su estratificación, será más fácil la elección de las distancias a las que los piezómetros deben ser colocados.

Aunque no se puede dar una regla fija y la última elección dependerá totalmente de las condiciones locales y de la longitud del filtro instalado en el pozo de bombeo, se puede decir que, en la mayoría de los casos, colocando los piezómetros entre 10 y 100 m del pozo de bombeo, se obtienen buenos resultados. Para obtener datos fidedignos en el caso de un acuífero de gran espesor o en acuíferos confinados estratificados, se deben situar los piezómetros a mayor distancia, de 100 a 250 m o incluso mayor, del pozo de bombeo. Es también útil situar un piezómetro fuera del radio de influencia, para poder medir la profundidad de la capa de agua no afectada por el bombeo. Se debe colocar dicho piezómetro a varios cientos de metros de distancia desde el pozo o, en algunos casos, a un kilómetro o más. Si durante el ensayo, las lecturas en este piezómetro cambian, por ejemplo, debido a descar-



gas o recargas naturales, se pueden utilizar estos datos para corregir los descensos producidos por el bombeo (ver también Fig.4).

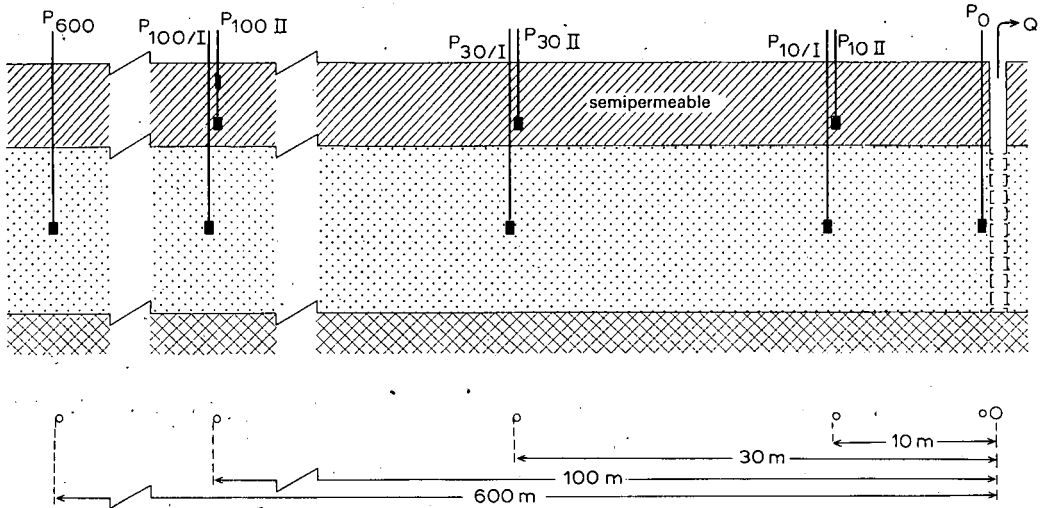


Fig.4. - Ejemplo de disposición de piezómetros.

### 2.1.6.3 Profundidad de los piezómetros

La profundidad a la que se instalan los piezómetros es una cuestión al menos tan importante como la distancia desde el pozo de bombeo a la que se sitúan. En un acuífero homogéneo y uniforme, se deben disponer a una profundidad aproximadamente igual a la que se encuentra el punto medio del filtro del tubo de bombeo. Por ejemplo, en el caso de un pozo penetrando totalmente en el acuífero y con dicho filtro entre 10 y 20 m por debajo de la superficie, la zona de entrada del agua en los piezómetros deberá estar situada, más o menos, a 15 metros de profundidad. En general, los piezómetros van equipados con filtros para la entrada de agua, de una longitud de 0,5 a 1 metro. No son necesarias longitudes mayores aunque, como se ha esbozado más arriba, pueden ser útiles en el caso de acuíferos estratificados.

En acuíferos no-uniformes, con capas de arcilla intercaladas, se recomienda instalar por encima y por debajo de estas capas de arcilla para ver si existe alguna interconexión hidráulica entre las capas de arena. El agujero hecho en la capa de arcilla debe estar ajustado para que únicamente pase el tubo del piezómetro; sin embargo, a pesar de estas medidas de precaución, puede existir algún escape de agua a lo largo del tubo. Por ello se recomienda colocar estas entradas a los piezómetros al menos a unos pocos metros de distancia de los límites

superior e inferior de la capa de arcilla, donde el efecto de estas filtraciones de agua es pequeño o despreciable. Cuando sobre el acuífero a estudiar hay una capa de baja permeabilidad, por ejemplo arcilla o marga, y esta capa está parcialmente saturada, es decir existe una capa freática, además de en el acuífero se deben instalar piezómetros en la capa situada por encima de él, donde se encuentra la capa freática. Estos piezómetros superficiales son necesarios para comprobar el efecto del bombeo sobre la capa freática. Como se mostrará en el capítulo siguiente, esta información es importante para el análisis de los datos obtenidos en un ensayo por bombeo de un acuífero semi-confinado. En la Fig.5 se presenta un ejemplo de un piezómetro múltiple con filtros situados en las diferentes capas arenosas, así como también en las capas semi-permeables.

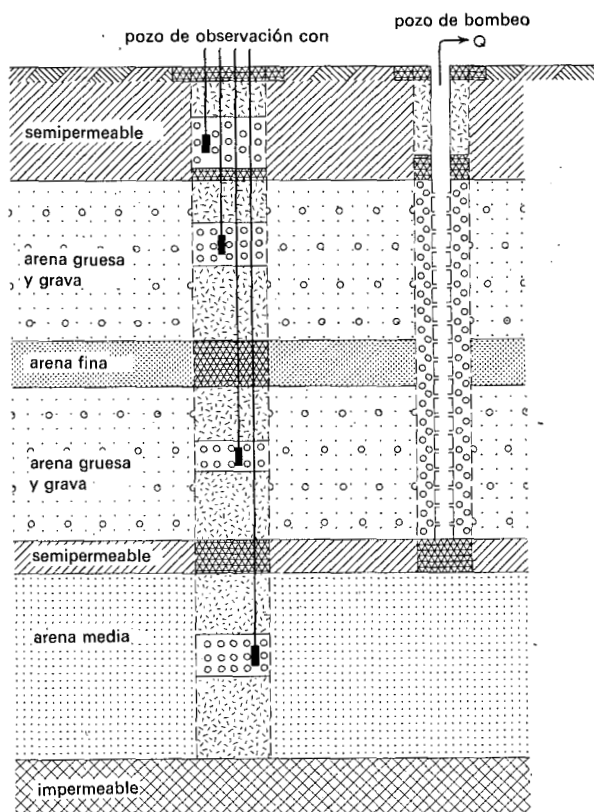


Fig.5. - Sección esquemática de un pozo de observación para un piezómetro múltiple.

#### 2.1.6.4 Construcción

Como mejor se obtienen medidas rápidas y precisas de los niveles de agua, es utilizando piezómetros de pequeño diámetro. Si el diámetro es grande, el volumen de agua contenido en el piezómetro puede producir un retraso en los cambios de descenso de la capa de agua. Cuando se emplean métodos manuales para medir la profundidad del agua, no se necesitan diámetros mayores de 5 cm. Si se utilizan registradores automáticos del nivel del agua, el diámetro debe de ser mayor que en el caso anterior.

Como ya se ha mencionado más arriba, se deben colocar en el acuífero a estudiar tramos de 0,5 a 1 m de filtro para la entrada de agua en los piezómetros. El espacio anular que rodea a estos filtros se llena con arena gruesa uniforme para facilitar la entrada de agua en los piezómetros. Se puede llenar el resto del espacio anular con cualquier material disponible, excepto, cuando se presenten capas de arcilla. En estos casos, y para impedir que existan a lo largo del tubo escapes de agua de una parte del acuífero a la otra, es necesario colocar un cierre de arcilla o de hormigón (ver Fig.6). Investigaciones recientes muestran que la arena muy fina proporciona un cierre tan bueno como la arcilla ya que se puede compactar mejor. Este cierre de arena puede producir un error menor que 0,03 m cuando la diferencia de carga hidráulica entre los acuíferos sea superior a 30 m.

En acuíferos no uniformes con capas de arcilla intercaladas, el diámetro de los agujeros perforados, debe ser mayor para permitir el que se puedan colocar dos o más piezómetros a diferentes profundidades. En este caso se debe de tener cuidado especial para cerrar las capas perforadas de arcilla, previniendo escapes de agua a lo largo de los tubos.

No es absolutamente necesario conocer las elevaciones del nivel de agua en los pozos con relación al nivel del mar. Sin embargo, se recomienda que las medidas estén referidas a un dato común.

Después de haber instalado los piezómetros, puede ser útil bombear o limpiar con un chorro de agua, cada uno de ellos, para sacar las partículas de limo y arcilla. Cuando el agua bombeada es clara, están preparados para utilizarlos.

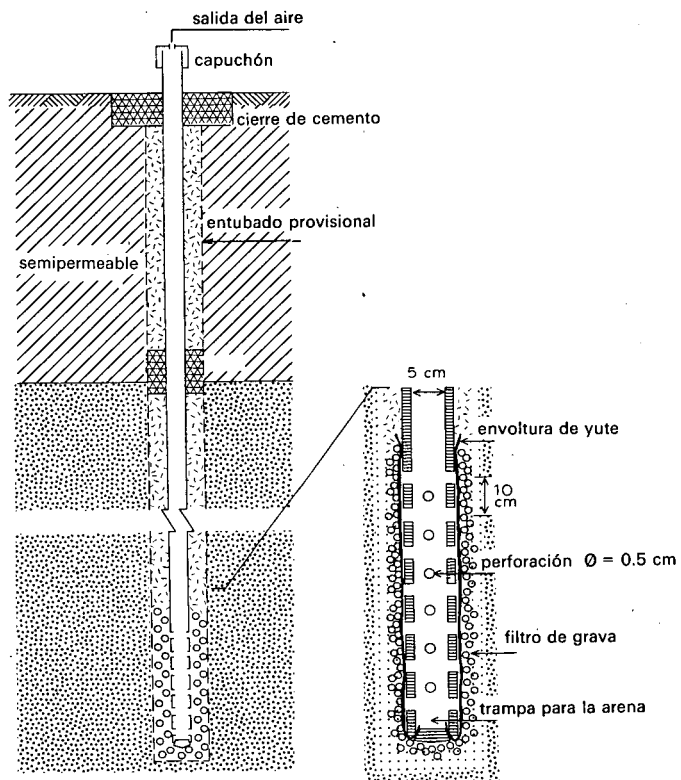


Fig.6. - Sección esquemática de un piezómetro.

## 2.2 EJECUCION DE UN ENSAYO POR BOMBEO

### 2.2.1 Medidas

Las medidas a tomar, durante un ensayo por bombeo se dividen en dos grupos:

- medidas del nivel de agua
- medidas del caudal de descarga.

Lo ideal es no empezar un ensayo por bombeo mientras no se conozcan los cambios naturales en el nivel del agua del acuífero, incluyendo las variaciones a corto plazo y las que a nivel regional y a largo plazo se producen en la dirección del flujo del agua. Por ello, durante varios días precedentes al comienzo del ensayo, se deben leer dos veces al día los niveles de agua en los piezómetros. Para cada piezómetro se dibuja un hidrograma del que se puede deducir la dirección e intensidad del cambio. Si se espera que durante el ensayo no haya cambios, se puede comenzar el bombeo. Al final del ensayo, que es después de la total recuperación de los niveles de agua, se debe continuar las lecturas del nivel de agua en los diferentes piezómetros durante uno o dos días. Con estos datos se completan los hidrogramas, y se pueden determinar los cambios del caudal y del nivel del agua durante el ensayo. Se puede utilizar estas lecturas para corregir los descensos de la capa de agua producidos únicamente por el bombeo (ver Capítulo 5, Sección 1.1).

Se plantean problemas especiales en los acuíferos costeros donde los movimientos de marea afectan al nivel de la capa de agua. Se debe obtener, anteriormente a la realización del ensayo, una descripción completa para cada piezómetro de los cambios en el nivel de agua en el suelo, incluyendo los niveles máximo y mínimo así como el tiempo de ocurrencia (ver Capítulo 5, Sección 1.2).

Cuando se espera que el ensayo va a durar uno o dos días, se deben medir también la presión barométrica, los niveles de agua superficiales en el caso de que hayan y la precipitación. En zonas donde existan muchos pozos, puede suceder que haya que leer el caudal de descarga y los descensos del nivel de agua en condiciones peores que las ideales. Hay que decidir, por consideraciones económicas, si se deben obtener o no los datos de posible mala calidad.

#### 2.2.1.1 Medidas del nivel de agua

La parte más importante de un ensayo por bombeo es medir la profundidad del agua en todos los piezómetros y si es posible también en el pozo de bombeo. Se deben hacer estas medidas muchas veces a lo largo del ensayo y con la mayor precisión

posible. Como los niveles de agua descienden rápidamente durante la primera o dos primeras horas del ensayo, se deben tomar lecturas a intervalos cortos, aumentando estos intervalos conforme se prolonga el bombeo. La Tabla 2 da una indicación de tipo práctico sobre los intervalos de tiempo entre dos lecturas en el pozo de bombeo.

TABLA 2. - SERIE DE INTERVALOS DE TIEMPO ENTRE MEDIDAS DEL NIVEL DE AGUA EN EL POZO DE BOMBEO

Tiempo desde el comienzo del bombeo	Intervalos de tiempo
0 - 5 minutos	0,5 minutos
5 - 60 minutos	5 minutos
60 - 120 minutos	20 minutos
120 - cierre de la bomba	60 minutos

De forma semejante, se debe medir los niveles de agua en los piezómetros a intervalos cortos durante las primeras horas del ensayo, aumentando estos intervalos conforme se desarrolla el ensayo. La Tabla 3 muestra, desde un punto de vista práctico, los intervalos entre dos lecturas en los piezómetros a lo largo del ensayo.

TABLA 3. - SERIE DE INTERVALOS DE TIEMPO ENTRE MEDIDAS DEL NIVEL DE AGUA EN LOS PIEZOMETROS

Tiempo desde el comienzo del bombeo	Intervalos de tiempo
0 - 2 minutos	aprox. 10 segundos
2 - 5 minutos	30 segundos
5 - 15 minutos	1 minuto
15 - 50 minutos	5 minutos
50 - 100 minutos	10 minutos
100 min. - 5 horas	30 minutos
5 horas - 48 horas	60 minutos
48 horas - 6 días	3 veces por día
6 días - cierre de la bomba	1 vez por día

Los intervalos de tiempo mencionados en la Tabla 3 son aplicables a los piezómetros situados en el acuífero en estudio y a relativamente cortas distancias del pozo de bombeo, ya que en ellos el bombeo afecta inmediatamente el nivel del agua.

Para piezómetros situados más distantes del pozo de bombeo y para los situados en las capas confinantes por encima o por debajo del acuífero estudiado, son menos importantes los cortos intervalos para los primeros minutos de bombeo. No es necesario seguir demasiado rígidamente los intervalos de tiempo que se han sugerido ya que hay que adaptarlos a las condiciones locales, al personal disponible, etc. A pesar de todo, se deben hacer lecturas frecuentes en las primeras horas del ensayo ya que en el análisis de los datos del ensayo, el factor tiempo entra generalmente en forma logarítmica.

La mejor forma de medir los niveles de agua, es por medio de un registrador automático con los que se obtiene un registro continuo de los cambios en el nivel de agua. Para utilizar tales registradores, son necesarios piezómetros de gran diámetro.

Se pueden medir niveles de agua manualmente con bastante precisión, pero en este caso hay que registrar con un cronómetro el instante en que se hace la lectura. La experiencia muestra que, con un flotador unido a una cinta métrica de acero conectada a un pie con índice situado en la superficie, con una sonda eléctrica o con el método de la cinta métrica humedecida, es posible medir la profundidad del agua con una precisión de uno o dos milímetros. Como en las cercanías del pozo de bombeo durante las primeras horas del ensayo se producen cambios muy rápidos del nivel del agua, el dispositivo más conveniente es, al permitir lecturas directas, el de la cinta métrica de acero con flotador conectada a un pie con índice situado en la superficie. Los registradores automáticos son más apropiados para piezómetros alejados del pozo de bombeo ya que los cambios muy lentos del nivel del agua únicamente pueden ser interpretados con precisión por medio de un gráfico. Para piezómetros situados a distancias intermedias, se pueden utilizar el método del flotador o el de lecturas hechas manualmente pero, por medio de un registrador se pueden obtener observaciones extremadamente precisas, incluso cuando los niveles de agua cambian rápidamente utilizando para ello un cronómetro y marcando cada intervalo de tiempo, manualmente, sobre el papel del registro. Para descripciones detalladas de registradores automáticos, sondas mecánicas y eléctricas y otros dispositivos para medir niveles de agua en pozos, se remite al lector a los manuales sobre el tema, como por ejemplo, JOHNSON (1966), DAVIS y DE WIEST (1966).

Después del cierre de la bomba, los niveles de agua en el pozo de bombeo y en los piezómetros comenzarán a subir. En la primera hora subirán rápidamente pero conforme el tiempo pase la velocidad de este ascenso disminuirá. Se pueden medir estos ascensos y esta parte del ensayo por bombeo se le llama ensayo de recupera-

ción. En aquellos casos en los que el rendimiento del pozo de bombeo no fuera constante a lo largo del período de bombeo, los datos del ensayo de recuperación son más fidedignos que los datos de los descensos de la capa de agua recogidos durante el bombeo. Así los datos recogidos durante el período de recuperación pueden ser usados para comprobar los cálculos basados en los descensos de la capa de agua durante el período anterior. El programa para la toma de datos en el período de recuperación es el mismo que el del período de bombeo.

A menudo, en aquellos lugares donde el nivel del agua está profundo y la transmisividad es relativamente baja, se presenta un problema de sobrecarga debida a la vuelta al acuífero del agua de la columna de la bomba. Esto puede producir algunas dificultades en la inicial interpretación de los datos recogidos en el pozo de bombeo y en los piezómetros cercanos a él.

Es preferible anotar todas las medidas del nivel de agua en impresos preparados para tal efecto; se muestra un ejemplo en la Fig.7. Después de varias horas de bombeo, ya se dispone de datos suficientes como para dibujar en el campo las curvas del descenso de la capa de agua en relación con el tiempo, curvas descenso-tiempo, para cada pozo de observación. Esto se debe hacer en papel semi-logarítmico colocando los valores del tiempo en minutos en la escala logarítmica y los descensos de la capa de agua en centímetros o milímetros en la escala lineal. Estos gráficos pueden ayudar grandemente para comprobar si el ensayo se está desarrollando bien y decidir el momento en el que se debe terminar de bombear.

#### 2.2.1.2 Medidas del caudal de descarga

Una de las disposiciones a considerar en un test de acuífero es el control del caudal de descarga. Para evitar cálculos complicados, sería preferible mantener este caudal constante a lo largo del ensayo.

Sin embargo, ésto no es un pre-requisito para el análisis de los datos obtenidos en el ensayo. Se dispone de métodos que tienen en cuenta una descarga variable, tanto si es debido a condiciones naturales como si es provocada deliberadamente. Este caudal debe de ser medido exactamente y registrado periódicamente. Esto se puede hacer, por ejemplo, por medio de un medidor de agua comercial de capacidad apropiada. Este medidor hay que conectarlo al tubo de descarga de tal forma que se mida el caudal de descarga exactamente: es preferible conectarlo al fondo de una curva en U del tubo, ya que en ese lugar el agua llena totalmente el tubo. Si se descarga el agua bombeada a una pequeña zanja, se puede medir el caudal por medio de un medidor Parshal.



ENSAYO POR BOMBEO: .....

OBSERVACIONES DURANTE EL PERIODO DE BOMBEO/RECUPERACION

PIEZOMETRO: W II/90 PROFUNDIDAD: 1.5 m DISTANCIA: 90 metros

LLEVADO A CABO POR: ICW DIRIGIDO POR: H. WITT

PARA EL PROYECTO: Achterhoek LOCALIDAD: Vennebulten

COMIENZO DEL BOMBEO: 28/10/65 10h42' FIN DEL BOMBEO: 29/10/65 11h53'

NIVEL INICIAL DEL AGUA: 1.385 m NIVEL FINAL DEL AGUA: 1.583 m

NIVEL DE REFERENCIA: extremo superior del piezometro = 22.322 + N.M.M.\*\*

OBSERVACIONES: tiempo en minutos

nivel del agua y descenso en cm

caudal de descarga en m<sup>3</sup>/h

TIEMPO	NIVEL DEL AGUA	DESCENSO	TIEMPO	NIVEL DEL AGUA	DESCENSO	CAUDAL DE DESCARGA		
						TIEMPO	MEDIDOR DE FLUJO	CAUDAL DE DESCARGA
0	138.5					0	183.54	0
1.17	138.3					60	219.91	36.37
1.34	139.4							

\*\* NIVEL MEDIO DEL MAR

Fig.7. - Ejemplo de un impreso para anotar las observaciones en un ensayo por bombeo.

Hay que medir el caudal de bombeo al menos una vez cada hora y es necesario hacer correcciones de vez en cuando para mantener constante el caudal de descarga. Esto se puede hacer por medio de una válvula colocada en el tubo de descarga ya que éste método da más exactitud que el estar cambiando la velocidad de la bomba. Si no dispone de un medidor de agua o de un Parshal, existen varios métodos más para medir o estimar la descarga.

#### *Recipiente*

Un método simple y preciso de conocer el caudal, es medir el tiempo necesario para llenar un recipiente de capacidad conocida, como por ejemplo, un bidón de aceite. Solamente se puede aplicar este método si el caudal de descarga es pequeño.

#### *Medidor de orificio*

Para medir el caudal de descarga de una turbina o de una bomba centrífuga, generalmente se usa un medidor de orificio circular. Cuando se utiliza una bomba de pistón, este medidor no sirve ya que tal bomba extrae el agua a impulsos. El orificio es un agujero perfectamente redondo hecho en el centro de una chapa circular de acero que va unida a la salida de un tubo de descarga horizontal.

Se une un tubo de piezómetro al tubo de descarga por medio de un agujero de 1/8 a 1/4 pulgadas de diámetro, hecho en este último a 61 cm de la lámina donde se encuentra el orificio. El nivel del agua en el piezómetro representa la presión en el tubo de descarga cuando se bombea el agua a través del orificio. Existen publicadas (JOHNSON, 1966) tablas standard que dan el caudal del agua para diferentes combinaciones del diámetro del orificio y del tubo de descarga.

#### *Medidor de orificios*

Desarrollado en USA, consiste en un pequeño tanque cilíndrico con algunos agujeros circulares en el fondo. El agua procedente de la bomba se descarga en este tanque y a su vez esta agua sale por los agujeros del fondo. Se llena el tanque de agua hasta un nivel en el que la carga hidráulica produce una salida de agua a través de los orificios igual a la descargada por la bomba. Si el agua rebosa por el borde superior del tanque, se debe abrir un orificio o más para conseguir la situación citada; si por el contrario, el nivel del agua no sube suficientemente, hay que taponar uno o más orificios.

Se conecta un piezómetro a la pared exterior del tanque y cerca del fondo, por detrás del tubo, se fija una escala vertical para poder medir exactamente el nivel del agua en el tanque. Es necesario disponer de una curva de calibrado mos-

trando el caudal de descarga a través de un único orificio para una serie dada de valores del nivel de agua en el pizómetro. Multiplicando este caudal obtenido de la curva por el número de orificios a través de los cuales se está descargando el agua, se obtiene el caudal total para una lectura dada del nivel de agua. Si se provee el medidor de varios orificios, es posible medir una considerable gama de caudales de bombeo. Otra ventaja es que este medidor tiende a suavizar las pulsaciones en el flujo de agua proveniente de la bomba con lo que permite determinar bastante precisamente el caudal medio de descarga.

#### *Método del chorro de agua*

Si no se puede emplear ninguno de los ya mencionados métodos, se puede utilizar para medir el caudal de descarga del pozo el método del flujo en un tubo abierto o método del chorro de agua. Midiendo las dimensiones del chorro de agua que sale del tubo abierto, colocado vertical u horizontalmente, se puede obtener una aproximación somera del caudal de descarga en el bombeo. Si el agua bombeada del pozo se descarga a un tubo vertical, se mide la altura a la que llega este agua por encima del punto más alto del tubo y se mide el diámetro del tubo, obteniéndose una forma de estimar el caudal.

En una tabla publicada por JOHNSON (1966) se muestran los valores del caudal para diferentes diámetros y diferentes alturas a la que sube el agua por encima del tubo. También se puede emplear este método para estimar la descarga de un pozo artesiano libre.

Cuando el pozo de bombeo va provisto de un tubo horizontal de descarga, por el que el agua bombeada fluye llenando toda la sección transversal del tubo y del que el agua sale libremente, si se miden las distancias horizontal y vertical desde el extremo del tubo hasta un punto en el chorro, se obtienen datos para estimar el caudal de descarga del pozo; se puede elegir el punto citado en la parte exterior del chorro o bien en el centro del mismo. En una tabla publicada por JOHNSON (1966) se muestran los valores del caudal de bombeo para diferentes diámetros del tubo y diferentes distancias horizontales desde el extremo del tubo al punto considerado.

#### 2.2.2 Duración del ensayo por bombeo

Es difícil contestar a la pregunta de cuántas horas se debe estar bombeando continuamente, ya que es algo que depende del tipo de acuífero a estudiar y del grado de exactitud con que se quieren establecer las propiedades hidráulicas. No está recomendado economizar intentando acortar el período de bombeo ya que el

coste de alargarlo unas horas extra más, es bajo comparado con el coste total del ensayo, en particular cuando se han construido los pozos especialmente para el ensayo. Además se obtienen mejores y más fidedignos resultados si se continúa el bombeo hasta que el cono de depresión alcance una posición estabilizada y se tenga la impresión de que no se extenderá más dicho cono si se alarga el bombeo. El citado cono se desarrolla rápidamente al comienzo del ensayo ya que inicialmente el agua bombeada proviene de la zona del acuífero situado rodeando al pozo próximamente. Pero conforme el bombeo continúa, el cono se extiende y profundiza a una velocidad decreciente con el tiempo ya que el volumen de agua almacenado en el acuífero del que se dispone va siendo mayor por cada metro adicional de expansión horizontal. A menudo ésto conduce a observadores inexpertos a la conclusión de que el cono ha alcanzado una posición estabilizada o, en otras palabras, que se han obtenido condiciones de flujo en régimen permanente. Como, por razones arriba mencionadas, los descensos medidos en los piezómetros son más pequeños conforme el ensayo continúa, el medir imprecisamente estos descensos puede llevar a esta errónea conclusión. De hecho, el cono de depresión continuará extendiéndose hasta que la carga del acuífero sea igual al caudal de bombeo.

En algunos pozos se producen condiciones de flujo en régimen permanente o en equilibrio unas pocas horas después de comenzar el bombeo; por el contrario, en otros son necesarios varios días o semanas e incluso en algunos no se alcanzaría dicho estado aunque se continuara el ensayo durante años. La experiencia de los autores de este libro es que generalmente se alcanza el régimen permanente del flujo de agua, en acuíferos semi-confinados, después de 15 a 20 horas de bombeo. Una buena práctica para el caso de que el ensayo se haga en un acuífero confinado es bombear durante 24 horas. En acuíferos libres, como el cono de depresión se extiende lentamente, se necesita un período mayor de bombeo y comúnmente en la práctica, se bombea durante tres días.

Como se demostrará en el capítulo siguiente, no es absolutamente necesario prolongar el bombeo hasta que se alcance el régimen permanente ya que existen métodos para analizar los datos obtenidos en condiciones de régimen variable. Sin embargo, a veces se desea obtener una información exacta sobre las características del acuífero; es el caso de que se emplee esta información, como datos de base para la construcción de estaciones de bombeo para suministro doméstico de agua u otros trabajos de construcción de alto coste; para estos casos se recomienda continuar el bombeo hasta que se alcance el régimen permanente. Para analizar los datos obtenidos en estas condiciones de régimen permanente de flujo, se pueden utilizar fórmulas simples obteniéndose resultados dignos de confianza. Otra ven-

taja es que un período mayor de bombeo puede poner en relieve la presencia de condiciones de frontera previamente desconocidas.

Si durante el ensayo se representan, con carácter preliminar, los descensos de la capa de agua se puede, a menudo, conocer qué es lo que está sucediendo y sacar conclusiones sobre cuánto tiempo debe continuar el bombeo.

## 2.3 ANALISIS DE LOS DATOS

Una vez terminado el ensayo por bombeo y recogida toda la información sobre la descarga del pozo, los descensos de la capa de agua en diferentes piezómetros y en el pozo de bombeo, las variaciones regionales naturales de la capa de agua, etc., es necesario analizar los datos disponibles. Esta elaboración de los datos incluye:

- recopilación de los datos en forma de gráficas
- corrección de los datos sobre descensos de la capa de agua debida a cambios regionales en el nivel del agua no causados por el bombeo y a cambios, si existen, de la presión barométrica ocurridos durante el ensayo
- determinación del tipo de acuífero que ha sido bombeado.

### 2.3.1 Compilación de los datos

A menudo, los datos de campo consisten en datos de tiempo expresado en diferentes unidades; segundos durante los primeros minutos del bombeo, minutos durante las siguientes horas o días más adelante. Primeramente, se deben poner estos datos en la misma unidad de tiempo, por ejemplo, minutos. De igual forma, las observaciones del nivel del agua se deben convertir en descensos de la capa de agua con relación al nivel primitivo expresándolos en la misma unidad, por ejemplo, metros u otra unidad de longitud apropiada. Se deben anotar estos datos en un conjunto de hojas limpias, como la mostrada en la Fig.7, poniéndolos así junto a toda información pertinente.

Entonces, en un papel semi-logarítmico o si se desea en un logarítmico, se representan los valores de los descensos de la capa de agua en relación con los datos de tiempo; para cada piezómetro se dibuja la llamada curva tiempo-descenso que es la que mejor se ajuste a todos los puntos.

El próximo paso es analizar la variación regional de la capa de agua, es decir, variaciones de los niveles de agua en el acuífero no debidas al bombeo. Para ellos se representan en función del tiempo y en papel milimetrado para cada piezómetro,

las medidas del nivel del agua tomadas durante varios días precedentes al comienzo del ensayo y durante dos días después de la total recuperación del nivel de agua, una vez acabado el bombeo. En este tipo de papel ambos ejes son lineales. De esta forma se obtiene para cada piezómetro una curva tiempo-nivel de agua o hidrograma; a partir de estos hidrogramas se pueden estudiar las variaciones regionales, ascendentes o descendentes, del nivel del agua y su magnitud. Si durante el ensayo se toman medidas del nivel de agua en un piezómetro "distante", también se debe dibujar su hidrograma.

Si estos hidrogramas muestran cambios apreciables en el nivel del agua durante el período de bombeo, hay que determinar la magnitud de estos cambios y utilizarla para corregir datos sobre descensos y recuperaciones tomados durante el ensayo. Si a lo largo del ensayo se producen apreciables cambios en el nivel del agua, el despreciar estas correcciones puede conducir a conclusiones completamente incorrectas acerca del tiempo en el que se alcanzan las condiciones de régimen permanente.

Cuando resulte apropiado, se deberán hacer también correcciones debidas a cambios en la presión barométrica. Se tratan estos métodos de corrección en el Capítulo 5. Después de haber hecho las correcciones necesarias, se dibuja una nueva serie de curvas tiempo-descenso.

Para determinar el tipo de acuífero, se compara la forma de las curvas tiempo-descenso obtenidas para los piezómetros instalados en el acuífero bombeado con la forma de las curvas tipo mostradas en la Fig.2. Las curvas tiempo-descenso de los piezómetros superficiales y de los piezómetros profundos situados en las capas que están por encima y por debajo del acuífero, proporcionan una información adicional sobre el tipo de acuífero. Si la capa situada inmediatamente por debajo del acuífero contiene agua y los niveles piezométricos en ella no son afectados por el bombeo, se le puede considerar impermeable. Si por el contrario, los niveles de agua en esta capa descienden durante el bombeo, aunque menos que en el acuífero estudiado, esta capa no es impermeable y se puede hablar de un acuífero de dos capas.

Si la citada capa es impermeable, los descensos medidos en los pozos de observación poco profundos instalados en la capa situada por encima del acuífero, pueden ayudar a determinar el tipo de acuífero:

DESCENSO DEL NIVEL DEL AGUA  
EN LA CAPA SITUADA INMEDI-  
TAMENTE ENCIMA DEL ACUIFERO

TIPO DE ACUIFERO

	o
ninguno	confinado o semi-confinado <sup>1</sup>
pequeño	semi-confinado
apreciable	semi-libre
el mismo que en el acuífero	libre

<sup>1</sup> *la forma de la curva tiempo-descenso muestra el tipo de acuífero*

Finalmente, se deben conocer las condiciones del estado del flujo al final del período de bombeo para así elegir los métodos más apropiados para la evaluación de los datos del ensayo. Como se han desarrollado soluciones para condiciones de flujo en regímenes permanente y variable, la cuestión es examinar qué situación existe al final del período de bombeo.

Esto puede hacerse fácilmente con la ayuda de las curvas tiempo-descenso. Por razones ya mencionadas, conforme se desarrolla el bombeo estas curvas tienden gradualmente a tomar una forma cada vez más plana. A menudo sucede, que si se continúa el bombeo durante un período suficientemente largo, dichas curvas tienden a ser líneas rectas paralelas. Esto significa que el gradiente hidráulico se ha hecho constante o, en otras palabras, que el flujo de agua en el acuífero está en una situación de régimen permanente.

Si el período de bombeo es demasiado corto, al terminar de bombear, ni se han estabilizado los niveles de agua, ni el gradiente hidráulico ha llegado a ser constante. El flujo del agua en este acuífero estará en una situación de régimen variable.

Todavía no se ha hecho mención a las desviaciones en las curvas tiempo-descenso debidas, por ejemplo, a la influencia de barreras impermeables o a un caudal de bombeo no constante. Se tratarán estas circunstancias especiales en el Capítulo 4. Es obvio, por supuesto, que piezómetros incorrectamente instalados pueden ser la causa también de desviaciones más o menos fuertes en las curvas tiempo-descenso.

### 2.3.2 Aplicación de los métodos de análisis

En los Capítulos 3 y 4 se discuten largamente los diferentes métodos disponibles para el cálculo de las características del acuífero. Antes de aplicar cualquiera de estos métodos es necesario considerar cuidadosamente los supuestos sobre los que se basan. Casi siempre, las condiciones naturales del lugar del ensayo se

desvían más o menos de las condiciones teóricas. Hay que tener en cuenta estas desviaciones a la hora de hacer la evaluación final de los datos obtenidos en el ensayo. 0

Aunque pudiera parecer que los supuestos limitan grandemente la aplicación de las fórmulas, ésto no sucede en la realidad. En la naturaleza nunca se dan ciertos supuestos mientras que otros únicamente se presentan en casos raros. Sin embargo, se están aplicando estas fórmulas con éxito y las características hidráulicas calculadas con ellos han resultado ser dignas de confianza para muchos fines. Es probable que el supuesto de que el acuífero es isótropo y homogéneo no se cumpla nunca en la naturaleza. Casi todos los acuíferos contienen variaciones en su composición que llevan consigo variaciones en la permeabilidad de un lugar a otro. En el caso de pozos artesianos penetrando totalmente en el acuífero, el supuesto de que no haya estratificación no es una limitación importante. En acuíferos libres la estratificación es más importante y debe ser tenida en cuenta al aplicar las fórmulas.

Otra suposición, la de espesor del acuífero constante, no es un serio inconveniente ya que el espesor por dentro del cono de depresión no cambia generalmente mucho. Si, no obstante, cambia el espesor del acuífero, debe ser tenido en cuenta. Es obvio que en muchas situaciones reales no se cometerán errores graves si no se satisfacen todos los supuestos. Por otro lado, un cuidadoso examen de los datos de descenso de la capa de agua puede poner de manifiesto que un supuesto, en concreto, no se cumple y se deberá tener ésto presente al aplicar una fórmula determinada. Se presentarán ejemplos en el Capítulo 4.

### 2.3.3 Informe

Una vez terminada la evaluación de los datos obtenidos en el ensayo por bombeo, es necesario escribir un informe con los resultados alcanzados. Está fuera del alcance de este libro el dar recomendaciones detalladas sobre cómo se debe escribir este informe y puede bastar con mencionar que en él se deben incluir los siguientes puntos:

- un mapa mostrando la situación del lugar del ensayo, del pozo de bombeo y de los piezómetros así como, en el caso de que existan, las fronteras de recarga y las fronteras impermeables

- una sección transversal mostrando la litología del lugar del ensayo, basada en los datos obtenidos al perforar los agujeros, y mostrando también la profundidad a la que se han situado los filtros



- tablas con los resultados de las medidas de campo, incluyendo las medidas del caudal de descarga y las de los niveles de agua en los diferentes piezómetros
- hidrogramas ilustrando, en el caso de que se hayan aplicado, las correcciones hechas sobre los datos observados
- curvas tiempo-descenso y distancia-descenso
- consideraciones acerca de la selección del método utilizado para el análisis de los datos
- cálculos de una forma abreviada, incluyendo los valores obtenidos para las características del acuífero y una discusión sobre su exactitud
- recomendaciones, si corresponde, para investigaciones adicionales
- un resumen sobre los principales resultados obtenidos.

#### 2.3.4 Archivado de los datos

En un archivo se debe guardar una copia del informe detallado para que sirva como un trabajo más de consulta y para estudios posteriores. También se deben almacenar muestras de las diferentes capas atravesadas al perforar los agujeros, ya que se las puede necesitar en una fase más avanzada de las investigaciones. Esta es también la razón por la que las medidas básicas del test hechas en el campo deben ser en igual medida archivadas. Las conclusiones extraídas del ensayo por bombeo pueden llegar a ser anticuadas a la luz de nuevas intuiciones; hechos indiscutibles, cuidadosamente anotados en el campo, permanecen como tales y pueden ser evaluados de nuevo.

### 3. METODOS PARA ANALIZAR LOS DATOS DE UN ENSAYO POR BOMBEO I

En este capítulo y en el siguiente se describen los métodos más importantes de que se dispone hoy en día para la evaluación de los datos obtenidos en un ensayo por bombeo. Como es imposible dar un repaso a todos los procedimientos se ha hecho una selección entre las fórmulas que se pueden aplicar corrientemente en las condiciones reales de campo. Se ha puesto poca atención a la deducción matemática y comprobación de las fórmulas; se hace hincapié en sus aplicaciones y limitaciones. Para aquellos lectores que estén especialmente interesados en el fondo teórico de los diferentes métodos, se presenta al final de esta publicación una bibliografía conteniendo las referencias de la literatura original. Se incluyen varios ejemplos numéricos de análisis basados en datos de campo reales. Este capítulo está dedicado a condiciones de flujo en régimen permanente y variable en acuíferos de extensión infinita y aplicado a acuíferos confinados, libres, semi-confinados y semi-libres (para definiciones ver Capítulo 2). En la Tabla 15 se da un repaso de los métodos presentados en este Capítulo. En el Capítulo 4 se tratarán los métodos para analizar el flujo bajo condiciones especiales de campo como por ejemplo, suelos con muchas capas diferentes, presencia de límites de recarga y de límites de barrera, acuíferos en forma de cuña, etc.; en la Tabla 17 se da un repaso de estos métodos.

Queremos reiterar que los métodos de análisis vienen descritos para un conjunto dado de condiciones de flujo. En consecuencia se mencionan varios métodos en más de un lugar. Desde un punto de vista hidrológico hubiera sido más lógico comenzar con las fórmulas y discutir las condiciones que se deben satisfacer para aplicarlas. Sin embargo, para el que trabaja en el campo, que generalmente es capaz de determinar el tipo de acuífero, será más útil disponer de métodos para conjuntos de circunstancias agrupadas unas con otras y ésta es la razón por la que se sigue este sistema.

En el Capítulo 2, Sección 3.2, se ha discutido la selección de las condiciones de flujo que mejor describen las condiciones reales de campo.

Supuestos sobre los que se basan todos los métodos incluidos en el Capítulo 3.

- Aparentemente, el acuífero tiene una extensión superficial infinita.
- El acuífero, en el área influenciada por el ensayo, es homogéneo, isótropo y de espesor uniforme.
- Antes de bombear, la superficie piezométrica y/o superficie freática son (casi) horizontales en el área influenciada por el ensayo por bombeo.
- Se bombea el acuífero a caudal de descarga constante.
- El pozo de bombeo penetra totalmente en el acuífero y por ello recibe agua de todo el espesor del acuífero siendo el flujo horizontal.

Está claro que, en particular, la primera suposición raramente se satisface en la naturaleza. Sin embargo, débiles desviaciones no impiden la aplicación de los métodos. Si se producen mayores desviaciones sobre los supuestos más arriba citados, entramos en el campo de problemas especiales de flujo (Capítulo 4).

### 3.1 FLUJO EN REGIMEN PERMANENTE EN ACUIFEROS CONFINADOS

Para ilustrar los métodos de analizar los datos obtenidos en un ensayo por bombeo, llevado a cabo en un acuífero confinado y en flujo en régimen permanente, se utilizan los datos del ensayo realizado en Julio de 1962 por el Institute for Land and Water Management Research en el polder "Oude Korendijk", al sur de Rotterdam.

La Figura 8 muestra la sección transversal litológica del área, deducida de los datos obtenidos durante la perforación. Los primeros 18 m por debajo de la superficie al estar constituidos por arcilla, turba y arcilla con arena fina, forman la capa impermeable que da el carácter de confinado al acuífero. Entre 18 y 25 m por debajo de la superficie el acuífero está formado por arena bastante gruesa con algo de grava. La base del acuífero está formada por sedimentos de arena fina y arcilla y puede considerarse como impermeable.

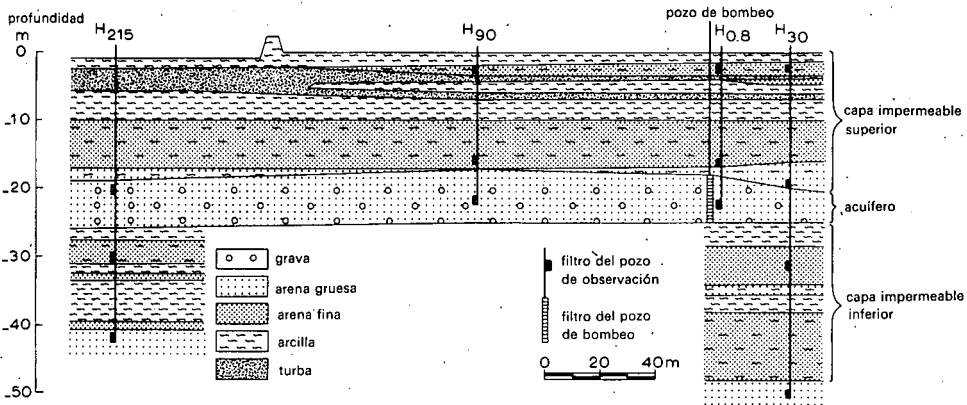


Fig. 8. - Sección transversal litológica del ensayo por bombeo situado en "Oude Korendijk".

Se instaló filtro en el pozo de bombeo en todo el espesor del acuífero y se situaron piezómetros a diferentes profundidades y a unas distancias de 0,8, 30, 90 y 215 m del pozo de bombeo. Los filtros en  $H_{30}$  y  $H_{215}$  a una profundidad de 30 m mostraron un descenso de la capa de agua durante el bombeo, lo cual indica que la capa arcillosa situada entre 25 y 27 m de profundidad no es completamente impermeable. Sin embargo, en este trabajo supondremos que toda el agua proviene de la capa situada entre 18 y 25 m y que la base es totalmente impermeable.

La Tabla 4 da el descenso medido en los piezómetros después de casi 14 horas de bombeo a caudal de descarga constante,  $Q = 788 \text{ m}^3/\text{día}$ .

TABLA 4. - DESCENSO EN EL NIVEL DE AGUA EN LOS PIEZOMETROS INSTALADOS ENTRE 20 Y 24 m POR DEBAJO DE LA SUPERFICIE Y DESPUES DE 830 min. DE BOMBEO: ENSAYO POR BOMBEO "OUDE KORENDIJK"

Piezómetro	$H_{0.8}$	$H_{30}$	$H_{90}$	$H_{215}$
Descenso en metros	2,236	1,088	0,716	0,250

### 3.1.1 Método de Thiem

Se deben cumplir los siguientes supuestos y condiciones:

- Los supuestos citados en la página 39
- El acuífero es confinado
- Flujo hacia el pozo en régimen permanente.

THIEM (1906) fué uno de los primeros que utilizó dos o más piezómetros para determinar la conductividad hidráulica de un acuífero. Mostró que si en un acuífero se satisfacen las condiciones más arriba citadas, se puede expresar la descarga del pozo de la siguiente forma:

$$Q = \frac{2\pi kD(h_2 - h_1)}{\ln(r_2/r_1)} \quad (1)$$

donde

$Q$  es la descarga del pozo en  $\text{m}^3/\text{día}$ ,

$kD$  es la transmisividad del acuífero en  $\text{m}^2/\text{día}$ ,

$r_1$  y  $r_2$  son las respectivas distancias a los piezómetros desde el pozo de bombeo, en metros,

$h_1$  y  $h_2$  son las respectivas elevaciones de los niveles de agua en los piezómetros, en metros.

Por medio de esta ecuación, conocida como *ecuación de equilibrio de Thiem*, es posible determinar la transmisividad de un acuífero confinado si se bombea un pozo y se miden los valores de  $h$  en al menos dos piezómetros. Anosotros nos interesa más el descenso de la capa de agua, comúnmente designado con la letra  $s$  (Fig.9), que el valor absoluto de  $h$ ; al ser el acuífero confinado, no es necesario tener especial cuidado en elegir un plano dado para medir la elevación y además, por razones prácticas, corrientemente la Ec.(1) viene escrita de la forma siguiente:

$$Q = \frac{2\pi kD(s_{m_1} - s_{m_2})}{\ln(r_2/r_1)} \quad (2)$$

donde

$s_{m_1}$  y  $s_{m_2}$  son los respectivos descensos de la capa de agua en los piezómetros, en metros, en condiciones de régimen permanente; los otros símbolos tienen el mismo significado que en la Ec.(1).

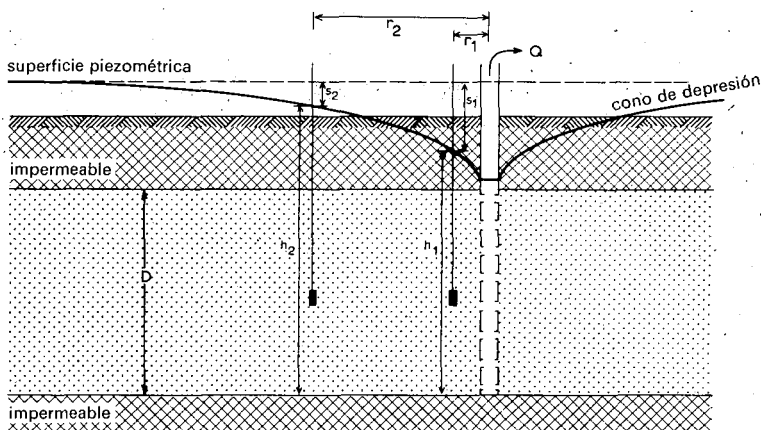


Fig.9.-Esquema de la sección transversal de un acuífero confinado bombeado.

En aquellos casos en que sólo se dispone de un piezómetro, situado a una distancia  $r_1$  del pozo de bombeo,

$$Q = \frac{2\pi kD(s_{mw} - s_{m_1})}{\ln(r_1/r_w)} \quad (3)$$

donde

$s_{mw}$  es el descenso del nivel del agua en el pozo de bombeo en condiciones de régimen permanente y

$r_w$  es el radio del pozo de bombeo.

La Ecuación (3) es de uso limitado ya que las condiciones hidráulicas locales en y cerca del pozo influyen grandemente en el valor de  $s_w$ , es decir, debido a las pérdidas que se producen en el pozo, por el flujo a través del filtro del mismo y el flujo desde el pozo hasta la entrada a la bomba.

Por tanto se debe utilizar la Ec.(3) con gran precaución y sólo en el caso en que no se puedan aplicar otros métodos. Es preferible utilizar dos o más piezómetros, situados lo suficientemente cerca del pozo de bombeo para que los descensos sean apreciables y puedan medirse fácilmente.

#### *Procedimiento I*

- Representar en papel semi-logarítmico los descensos medidos en cada piezómetro en función del tiempo correspondiente: los descensos en el eje vertical, de escala lineal, y el tiempo en el eje horizontal, de escala logarítmica.

- Construir para cada piezómetro la llamada curva tiempo-descenso, trazándola de forma que ajuste lo mejor posible a los puntos.

Se observará que para los últimos datos del tiempo, las curvas de los diferentes piezómetros son paralelas y por ello la distancia entre ellas es constante. Esto significa que el gradiente hidráulico es constante y, por tanto, se puede considerar que el flujo de agua en el acuífero está en régimen permanente.

- Substituir los valores de  $s_m$ , descensos de la capa de agua en régimen permanente de dos piezómetros en la Ec.(2); junto con los correspondientes valores de  $r$  y el conocido valor de  $Q$ , obtener el valor de  $kD$ .

- Repetir este procedimiento para todas las posibles combinaciones de dos piezómetros. Teóricamente, los resultados deben ser similares; sin embargo, en la práctica se obtienen valores de  $kD$  más o menos diferentes. Se usa la media como resultado final.

#### *Ejemplo*

Se utilizará el método de Thiem para analizar los datos del ensayo por bombeo "Oude Korendijk". En la Tabla 4 (pág.40) se muestran los valores de los descensos de la capa de agua al final del período de bombeo, después de bombear durante 830 min. Se podría demostrar que casi se ha alcanzado el régimen permanente del flujo de agua y que el error cometido probablemente es pequeño.

En la Ec.(2) se sustituyen los valores numéricos de los máximos descensos medidos en los piezómetros situados a 30 y 90 m de distancia desde el pozo de

bombeo,

$$kD = \frac{Q}{2\pi(s_1 - s_2)} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

donde

$$r_1 = 30 \text{ m} \quad s_1 = 1,088 \text{ m}$$

$$r_2 = 90 \text{ m} \quad s_2 = 0,716 \text{ m}$$

$$Q = 788 \text{ m}^3/\text{día}$$

Por tanto

$$kD = \frac{788}{2 \times 3,14(1,088 - 0,716)} \times \ln \frac{90}{30} = 370 \text{ m}^2/\text{día}$$

Se puede seguir el mismo procedimiento utilizando otras combinaciones de piezómetros. Los resultados vienen dados en la Tabla 5.

TABLA 5. - RESULTADOS DE APLICAR EL METODO DE THIEM; PROCEDIMIENTO I, A LOS DATOS DEL ENSAYO POR BOMBEO "OUDE KORENDIJK"

$r_1$ (m)	$r_2$ (m)	$s_1$ (m)	$s_2$ (m)	$kD$ (m <sup>2</sup> /día)
30	90	1,088	0,716	370
0,8	30	2,236	1,088	396
0,8	90	2,236	0,716	390
30	215	1,088	0,250	295
90	215	0,716	0,250	234
0,8	215	2,236	0,250	353
			media	340

#### Procedimiento II

- Representar para cada piezómetro, en papel semi-logarítmico, los descensos  $s_m$  medidos cuando se ha alcanzado el régimen permanente en relación con la distancia  $r$  entre el pozo de bombeo y el piezómetro (Fig.10).

- Trazar la línea recta que mejor ajuste a los puntos representados; se obtiene el gráfico llamado *distancia-descenso*.

- Determinar la pendiente de esta recta  $\Delta s_m$ , es decir, la diferencia entre los máximos descensos por ciclo logarítmico de  $r$ ; se obtiene  $r_2/r_1 = 10$ , o sea,

$\log r_2/r_1 = 1$ . Haciendo ésto la Ecuación (2) queda reducida a

$$Q = \frac{2\pi kD}{2,30} \Delta s_m \quad (4)$$

Sustituir los valores numéricos de Q y  $\Delta s_m$  en la Ecuación (4) y obtener kD.

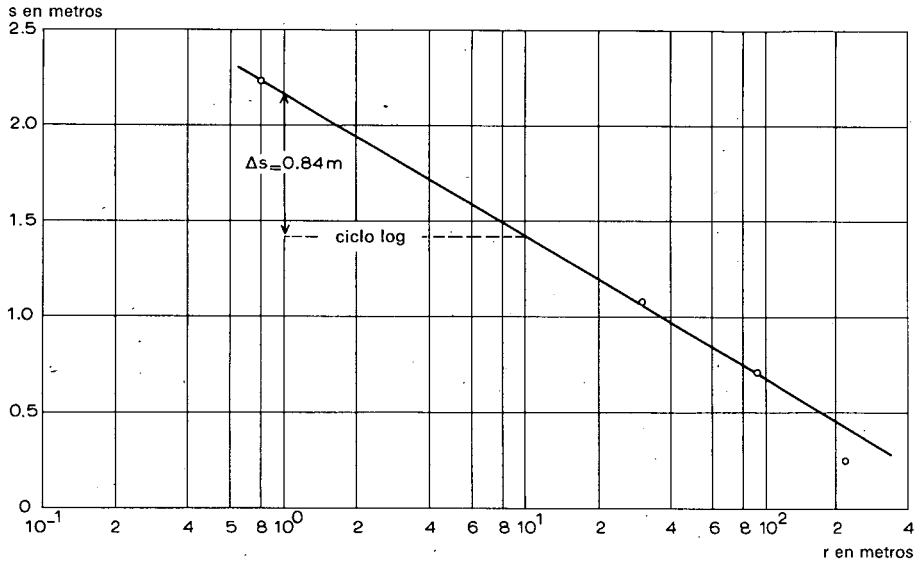


Fig. 10. - Análisis de los datos del ensayo por bombeo "Oude Korendijk" con el método de Thiem, Procedimiento II.

#### Ejemplo

Se utilizó el método de Thiem, Procedimiento II, representando los valores de  $s_m$  y  $r$  dados en la Tabla 4, en papel semi-logarítmico (Fig. 10). Se traza una recta por los puntos representados cuya pendiente es igual a una diferencia en descensos de 0,84 m por ciclo logarítmico de  $r$ . Sustituyendo este valor y el de Q en la Ec. (4) se obtiene

$$kD = \frac{2,30Q}{2\pi\Delta s_m} = \frac{2,30 \times 788}{2 \times 3,14 \times 0,84} = 343 \text{ m}^2/\text{día}$$

Este resultado concuerda muy bien con el valor medio obtenido por el método de Thiem, Procedimiento I.



### Observación

Hay que fijarse en el hecho de que se ha definido el régimen permanente como aquella situación en la que las variaciones del descenso de la capa de agua en relación con el tiempo son despreciables, o bien, cuando el gradiente hidráulico se ha hecho constante. Sin embargo, el lector comprenderá que el régimen permanente o, es decir, variaciones del descenso igual a 0, es imposible de obtener en un acuífero confinado.

### 3.2 FLUJO EN REGIMEN VARIABLE EN ACUIFEROS CONFINADOS

La ecuación de Thiem para régimen permanente es ampliamente aplicable para determinar la permeabilidad. Sin embargo, puede ser que las condiciones de campo sean tales que se necesite una cantidad de tiempo considerable para alcanzar el régimen permanente del flujo. A veces, se considera esto último como una desventaja más o menos seria del método de Thiem.

THEIS (1935) produjo un gran progreso al ser el primero que desarrolló una fórmula para régimen variable en la que toman parte el factor tiempo y el coeficiente de almacenamiento. Theis observó que cuando se bombea a caudal constante un pozo que penetra en un extenso acuífero confinado, la influencia de la descarga se extiende hacia el exterior. La velocidad del descenso de carga hidráulica, multiplicada por el coeficiente de almacenamiento y sumado este producto para toda el área de influencia, es igual a la descarga del pozo. Como el agua debe provenir de una disminución en el almacenamiento del acuífero, la carga hidráulica continuará disminuyendo ya que el acuífero es infinito. Por tanto, no puede existir teóricamente flujo en régimen permanente. Sin embargo, la velocidad de descenso decrece conforme se extiende el área de influencia y finalmente será tan pequeña que llegará a ser despreciable; por ello, en la práctica, se considera que se ha alcanzado el régimen permanente. La ecuación para régimen permanente o de Theis, fue deducida por analogía entre el flujo de agua en el suelo y la conducción de calor; se puede expresar de la forma

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} \int_u^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dy = \frac{Q}{4\pi kD} W(u) \quad (5)$$

donde

$$u = \frac{r^2 S}{4kDt} \quad \text{y, por tanto, } S = \frac{4kDtu}{r^2} \quad (6)$$

$s$  = descenso del nivel piezométrico en un piezómetro situado a  $r$  del pozo de bombeo, en metros

$Q$  = caudal constante de descarga, en  $m^3/día$   
 $S$  = coeficiente de almacenamiento, adimensional  
 $kD$  = transmisividad del acuífero, en  $m^2/día$   
 $t$  = tiempo desde que comenzó el bombeo, en días  
 $W(u) = -0,5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} - \frac{u^4}{4 \cdot 4!} + \dots$

La integral exponencial viene expresada con el símbolo  $W(u)$ , que generalmente se le llama *función  $u$  del pozo* o *función del pozo de Theis*. Se encuentra a veces también con el símbolo  $-E_1(-u)$  (JAHNKE y EMBDE, 1945). Los valores de  $W(u)$  para diferentes valores de  $u$  vienen dados en el Anejo I.

A partir de la Ec.(5) se pueden determinar  $S$  y  $kD$  si conociendo la descarga de  $Q$  se miden valores de  $s$  para uno o más valores de  $r$  y para varios valores de  $t$ . La presencia de dos incógnitas y la naturaleza de la integral exponencial hacen imposible obtener una solución explícita. Sin embargo, se han desarrollado varias soluciones gráficas aproximadas.

Utilizando los datos del ensayo por bombeo "Oude Korendijk" (ver página 39 y Fig.8), se muestran ejemplos numéricos de los métodos de análisis para flujo en régimen variable en un pozo penetrando totalmente en un acuífero confinado. En la Tabla 6 se dan los datos de los descensos en los piezómetros situados a 30, 90 y 215 m del pozo de bombeo.

### 3.2.1 Método de Theis

Además de los supuestos mencionados en la página 39, se deben satisfacer las siguientes condiciones limitantes:

- El acuífero es confinado.
- El flujo de agua hacia el pozo es en régimen variable, es decir, ni las diferencias del descenso del nivel de agua en los piezómetros son despreciables con el tiempo, ni el gradiente es constante con el tiempo.
- La extracción de agua del almacenamiento produce inmediatamente descenso en la carga hidráulica.
- El diámetro del pozo de bombeo es muy pequeño, es decir, se puede despreciar el almacenamiento en el pozo.

#### *Procedimiento*

- Preparar la "curva tipo" de la función del pozo de Theis representando en papel logarítmico los valores de  $W(u)$  en relación con los de  $u$ , dados en el

TABLA 6. - DATOS DEL ENSAYO POR BOMBEO "OUDE KORENDIJK".  
PIEZOMETRO H<sub>30</sub>, PROFUNDIDAD DEL FILTRO 20 m.

t(min)	s(m)	t/r <sup>2</sup> (min/m <sup>2</sup> )	t(min)	s(m)	t/r <sup>2</sup> (min/m <sup>2</sup> )
0	0	0	18	0,680	2,00 × 10 <sup>-2</sup>
0,1	0,04	1,11 × 10 <sup>-4</sup>	27	0,742	3,00
0,25	0,08	2,78	33	0,753	3,66
0,50	0,13	5,55	41	0,779	4,55
0,70	0,18	7,77 × 10 <sup>-4</sup>	48	0,793	5,34
1,0	0,23	1,11 × 10 <sup>-3</sup>	59	0,819	6,56
1,40	0,28	1,56	80	0,855	8,89 × 10 <sup>-2</sup>
1,90	0,33	2,11	95	0,873	1,06 × 10 <sup>-1</sup>
2,33	0,36	2,59	139	0,915	1,54
2,80	0,39	3,12	181	0,935	2,01
3,36	0,42	3,73	245	0,966	2,72
4,00	0,45	4,44	300	0,990	3,33
5,35	0,50	5,94	360	1,007	4,00
6,80	0,54	7,55	480	1,050	5,55
8,3	0,57	9,22	600	1,053	6,66
8,7	0,58	9,67 × 10 <sup>-3</sup>	728	1,072	8,08
10,0	0,60	1,11 × 10 <sup>-2</sup>	830	1,088	9,22 × 10 <sup>-1</sup>
13,1	0,64	1,46			

PIEZOMETRO H<sub>30</sub>, PROFUNDIDAD DEL FILTRO 24 m.

0	0	0	40	0,404	4,94 × 10 <sup>-3</sup>
1,5	0,015	1,85 × 10 <sup>-4</sup>	53	0,429	6,55
2,0	0,021	2,47	60	0,444	7,41
2,16	0,023	2,68	75	0,467	9,26 × 10 <sup>-3</sup>
2,66	0,044	3,24	90	0,494	1,11 × 10 <sup>-2</sup>
3	0,054	3,70	105	0,507	1,30
3,5	0,075	4,32	120	0,528	1,48
4	0,090	4,94	150	0,550	1,85
4,33	0,104	5,35	180	0,569	2,22
5,5	0,133	6,80	248	0,593	3,06
6	0,153	7,42	301	0,614	3,72
7,5	0,178	9,36 × 10 <sup>-4</sup>	363	0,636	4,48
9	0,206	1,11 × 10 <sup>-3</sup>	422	0,657	5,21
13	0,250	1,60	542	0,679	6,70
15	0,275	1,85	602	0,688	7,43
18	0,305	2,22	680	0,701	8,40
25	0,348	3,08	785	0,718	9,70 × 10 <sup>-2</sup>
30	0,364	3,70 × 10 <sup>-3</sup>	845	0,716	1,04 × 10 <sup>-1</sup>

PIEZOMETRO H<sub>215</sub>, PROFUNDIDAD DEL FILTRO 20 m.

0	0	0	305	0,196	6,60 × 10 <sup>-3</sup>
66	0,089	1,43 × 10 <sup>-3</sup>	366	0,207	7,92 × 10 <sup>-3</sup>
127	0,138	2,75 × 10 <sup>-3</sup>	430	0,214	9,30 × 10 <sup>-3</sup>
185	0,165	4,00 × 10 <sup>-3</sup>	606	0,227	1,31 × 10 <sup>-2</sup>
251	0,186	5,43 × 10 <sup>-3</sup>	780	0,250	1,69 × 10 <sup>-2</sup>

Anejo I. Esto es la curva tipo "normal". Sin embargo, frecuentemente es más conveniente usar el tipo de curva "inverso" que se obtiene representando los valores de  $W(u)$  en función de los de  $1/u$  (Fig.11).

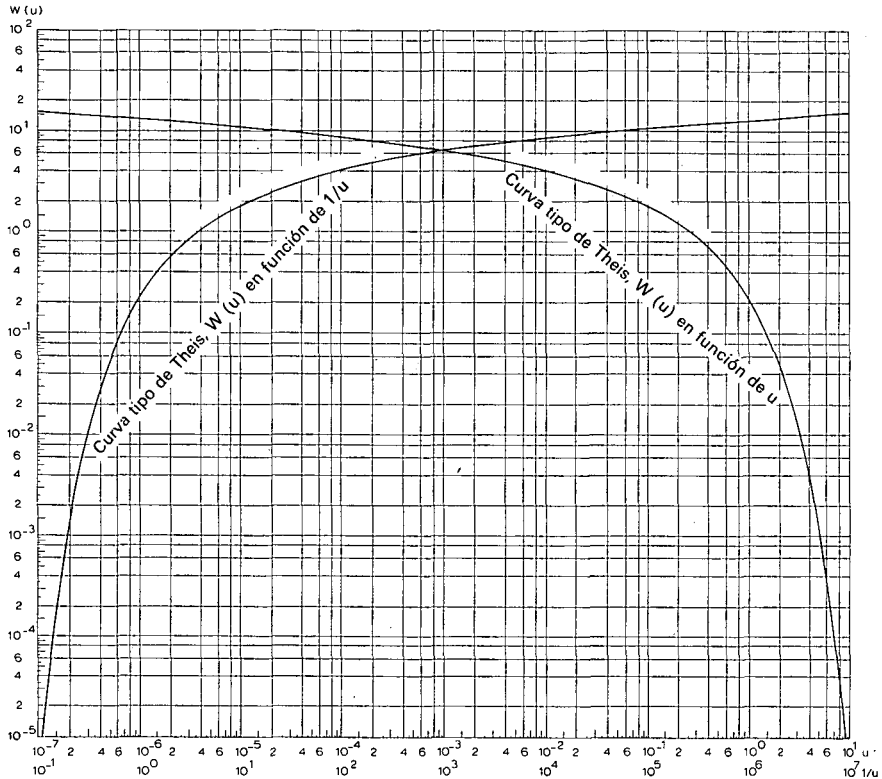


Fig.11. - Curvas tipo de Theis:  $W(u)$  en función de  $u$  y de  $W(u)$  en función de  $1/u$ .

- Representar los valores de  $s$  en función de  $t/r^2$  en otra hoja de papel logarítmico de la misma escala que la utilizada para la curva tipo. Se sigue este procedimiento para los datos de todos los piezómetros disponibles. Si se emplea la curva tipo normal, se deben representar los valores de  $s$  en relación con los de  $r^2/t$ . Se observará que si el caudal de descarga  $Q$  es constante, el descenso  $s$  y los valores de  $r^2/t$  guardan una relación semejante a la existente entre  $W(u)$  y  $u$ ; por ello, la curva obtenida con los datos reales será similar a la curva tipo.

- Colocar la representación de los datos reales sobre la curva tipo y manteniendo los ejes de coordenadas de ambas curvas paralelos, encontrar la posición en la que mejor se ajusten una a otra (Fig.12).

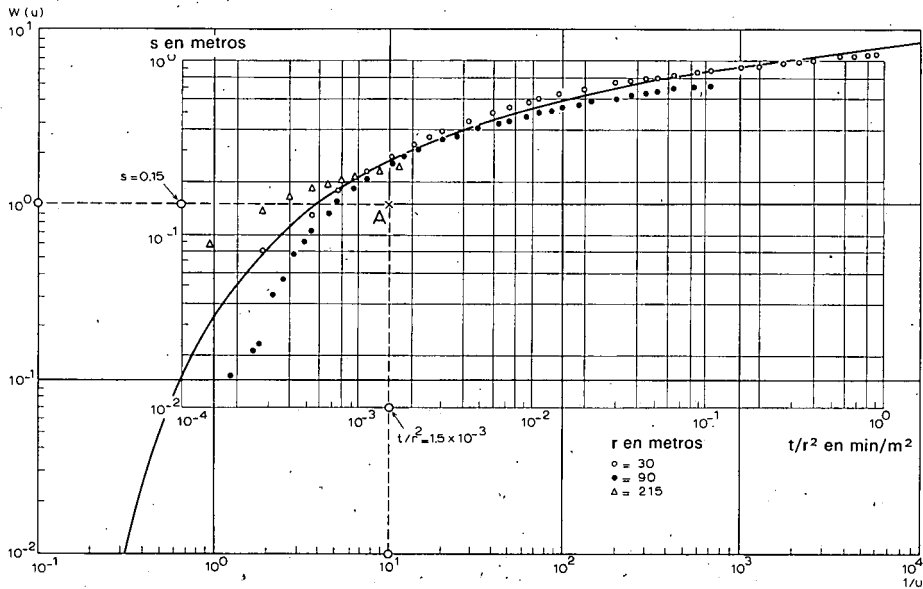


Fig.12. - Análisis de los datos obtenidos en el ensayo por bombeo "Oude Korendijk" con el método de Theis.

- Elegir el punto arbitrario A en la parte en que ambas hojas se solapan y determinar sus coordenadas  $W(u)$ ,  $1/u$ ,  $s$  y  $t/r^2$ . Obsérvese que no es necesario que este punto elegido esté sobre la curva tipo. De hecho, se simplifican grandemente los cálculos si se elige el punto de coordenadas  $W(u) = 1$ ,  $1/u = 10$ .

- Sustituir los valores de  $W(u)$ ,  $s$  y  $Q$  en la Ec.(5)

$$kD = \frac{Q}{4\pi s} W(u)$$

y obtener  $kD$ .

- Calcular  $S$  sustituyendo los valores de  $kD$ ,  $t/r^2$  y  $u$  en la Ec.(6)

$$S = 4 kD(t/r^2)u$$

### Ejemplo

Se aplica este método a los datos contenidos en la Tabla 6. La Fig.12 muestra la representación, para todos los piezómetros, de los valores de  $t/r^2$  con respecto a  $s$  situada sobre la curva tipo de Theis,  $W(u)$  respecto de  $1/u$ .

Se ha escogido el punto de encaje A de forma que  $W(u)=1$  y el valor de  $1/u=10$ ; este punto A, en la gráfica correspondiente a los datos observados tiene por coordenadas  $s_A=0,15$  m y  $(t/r^2)_A = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ min/m}^2 = 1,5 \cdot 10^{-3}/1440 \text{ días/m}^2$ . Introduciendo estos valores con el de  $Q = 788 \text{ m}^3/\text{día}$ , en las ecuaciones (5) y (6) se obtiene

$$kD = \frac{Q}{4\pi s_A} W(u) = \frac{788}{4 \times 3,14 \times 0,15} \times 1 = 418 \text{ m}^2/\text{día}$$

y

$$S = \frac{4kD(t/r^2)_A}{1/u} = 4 \times 418 \times \frac{1,5 \times 10^{-3}}{1440} \times \frac{1}{10} = 1,7 \times 10^{-4}$$

### Variantes

Es obvio que se puede calcular de la misma forma los valores de  $kD$  y  $S$  utilizando la representación de  $s$  en función de  $r^2/t$  y una curva tipo de  $W(u)$  en función de  $u$ .

Cuando se deban calcular los valores de las características hidráulicas para cada piezómetro por separado, se utilizará para cada uno de ellos una representación de los valores de  $s$  en función de los de  $t$  o de los de  $1/t$  usando una curva tipo de  $W(u)$  en función de  $1/u$  o de  $u$ , respectivamente.

Se mostrará por medio de una prueba que representar  $1/t$  o  $t$  en función de  $s$  o  $1/s$  tiene poca importancia ya que solamente se necesita girar la gráfica para que la curva obtenida con los datos, ajuste correctamente con la curva tipo. Se puede marcar el punto de ajuste a través del papel por medio de un alfiler o una señal. Por supuesto, el papel logarítmico debe tener la misma escala para ambas curvas.

### Observaciones

Debe recordarse que al utilizar el método de la curva de Theis y por tanto todos los métodos de curva tipo, hay que atribuir menos importancia a los primeros datos ya que tales datos no están completamente de acuerdo con la ecuación teórica del descenso ( $s$ ) sobre la que está basada la curva, o curvas tipo. Las ecuaciones teóricas se basan, entre otras cosas, sobre las suposiciones de que la descarga del pozo permanece constante y que la salida del agua almacenada en el acuífero

es inmediata y directamente proporcional a la intensidad con que la carga hidráulica disminuye. De hecho, puede haber un retraso de tiempo entre el descenso de la presión y la salida del agua almacenada; al principio también puede variar el caudal de descarga, mientras la bomba se adapte al cambio de la carga hidráulica. Probablemente ésto produce al comienzo desacuerdos entre la teoría y las condiciones reales de flujo. Conforme se alarga el tiempo de bombeo, disminuyen los efectos de tales condiciones de flujo y se puede alcanzar un mayor ajuste. No se debe mal interpretar la valiosa fórmula de Theis para régimen variable considerando que en la práctica serán suficientes 5 o 10 minutos de bombeo para poder aplicar con éxito el método. Si al representar los datos en papel logarítmico éstos presentan una curvatura plana (tal y como la de la curva tipo para  $1/u < 100$ ), se pueden obtener varias posiciones de ajuste que parecen razonablemente buenas y ésto dependerá del criterio personal. En tales casos la solución gráfica es prácticamente indeterminada y hay que recurrir a otros métodos.

### 3.2.2 Método de Chow

El método desarrollado por Chow (1952) tiene la ventaja de que evita la curva de ajuste del método de Theis y que no está restringido a pequeños valores de  $r$  y grandes de  $t$ , como sucede en el método de Jacob (Sección 2.3).

Se deben cumplir los mismos supuestos que en el método de theis (Sección 2.1) ya que este método está directamente basado en la ecuación de Theis (5)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W(u)$$

Para encontrar los valores de  $W(u)$  y  $u$  correspondientes al descenso  $s$  medido en el tiempo  $t$ , CHOW (1952) introduce la función

$$F(u) = \frac{W(u)e^u}{2,30} \quad (7)$$

Se puede calcular  $F(u)$  fácilmente tal y como se muestra más abajo. En el Anejo II y en el nomograma (Fig.13) se da la relación entre  $F(u)$ ,  $W(u)$  y  $u$ .

#### *Procedimiento.*

- Representar, para uno de los piezómetros, en papel semi-logarítmico los valores de  $s$  en función del tiempo  $t$  correspondiente ( $t$  en la escala logarítmica).
- Elegir un punto arbitrario A en la curva trazada por los puntos representados y trazar por él una tangente a dicha curva.

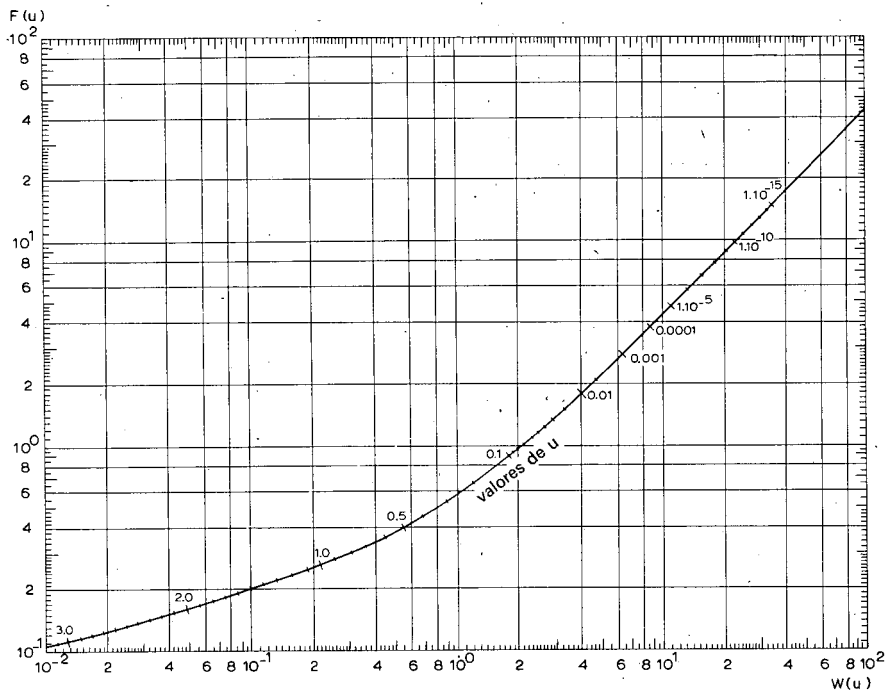


Fig.13. - Nomograma de Chow que da la relación entre  $F(u)$ ,  $W(u)$  y  $u$ .

- Leer en el eje de los descensos el correspondiente al punto A,  $s_A$ , y la pendiente de la tangente trazada, por ejemplo, diferencia de descensos por ciclo logarítmico de tiempo,  $\Delta s_A$  (Fig.14).

- Calcular el valor de  $F(u)$  para el punto A por medio de la relación

$$F(u) = \frac{s_A}{\Delta s_A} \quad (8)$$

- Conociendo los valores de  $F(u)$ , encontrar los correspondientes valores de  $W(u)$  y  $u$  en el nomograma de la Fig.13 o en el Anejo II.

- Se lee el valor de  $t_A$  en el eje correspondiente al tiempo de la curva de los datos reales y sustituyendo los valores numéricos apropiados en las Ecuaciones (5) y (6) se obtienen los valores de  $kD$  y  $S$ .

#### Observación

Para  $F(u) > 2,0$ ,  $W(u) = 2,30 F(u)$  y se lee el valor de  $u$  en el Anejo I.



*Ejemplo*

Con los datos de la Tabla 6, recogidos durante el ensayo por bombeo "Oude Korendijk", se presenta un ejemplo numérico.

Se aplica el método de Chow para analizar los datos del pizómetro  $H_{30}$ . En papel semi-logarítmico se representan los valores del descenso  $s$  en relación del tiempo  $t$ . En la Fig.14, por razones prácticas, se muestra solamente la curva para los 10 primeros minutos.

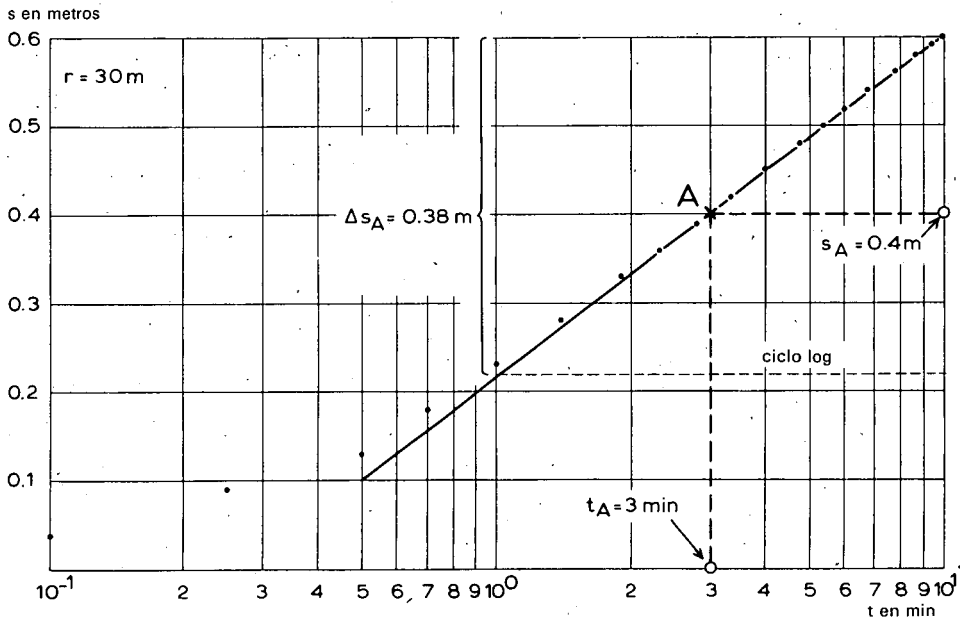


Fig:14. - Análisis de los datos del ensayo por bombeo "Oude Korendijk" con el método de Chow.

Se elige arbitrariamente un punto A de la curva y se traza por él la tangente a dicha curva. En el gráfico leemos  $s_A = 0,4$  m,  $t_A = 3$  min =  $3/1440$  días e  $\Delta s_A = 0,38$  m por ciclo logarítmico del tiempo.

Utilizando la ecuación (8) se obtiene  $F(u) = s_A/\Delta s_A = 0,4/0,38 = 1,06$ .

En la Fig.13 o en el Anejo II encontramos que  $F(u) = 1,06$  corresponde a  $u = 0,065$  y  $W(u) = 2,4$ . El caudal de descarga es  $788$  m<sup>3</sup>/día. Sustituyendo estos valores numéricos en la Ec.(5), se obtiene

$$kD = \frac{Q}{4\pi s_A} W(u)_A = \frac{788}{4 \times 3,14 \times 0,4} \times 2,3 = 360 \text{ m}^2/\text{día}$$

y de la Ec.(6) se obtiene

$$S = \frac{4u_A kD}{r^2} t_A = \frac{4 \times 0,065 \times 360}{30^2} \times \frac{3}{1440} = 2,0 \times 10^{-4}$$

### 3.2.3 Método de Jacob

El método de Jacob (COOPER y JACOB, 1946) está también basado en la fórmula de Theis; sin embargo, las condiciones exigidas para su aplicación son algo más restringidas que para los métodos de Theis y Chow.

En la fórmula de Theis (Ec.5), se puede desarrollar la integral exponencial en forma de una serie convergente; por tanto, se puede expresar el descenso  $s$  en la forma

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} \left[ -0,5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2,2!} + \frac{u^3}{3,3!} \dots \right]$$

De  $u = \frac{r^2 S}{4kDt}$  se puede observar que los valores de  $u$  disminuyen conforme aumenta el tiempo de bombeo  $t$ . En consecuencia, para grandes valores de  $t$  y/o pequeños valores de  $r$ , los términos que siguen a  $\ln u$  en la ecuación se hacen despreciables. Por ello, para valores pequeños de  $u$  ( $u < 0,01$ ) se puede expresar el descenso de la capa de agua  $s$  por medio de asíntota

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} \left[ -0,5772 - \ln \frac{r^2 S}{4kDt} \right]$$

Reagrupando los términos y cambiando los logaritmos neperianos a logaritmos decimales se obtiene

$$s = \frac{2,30Q}{4\pi kD} \log \frac{2,25kDt}{r^2 S} \quad (9)$$

Por tanto, la representación del descenso  $s$  en función del logaritmo del tiempo es una línea recta (Fig.15). Si se alarga la recta hasta que corte con el eje del tiempo se obtiene para  $s=0$ ,  $t=t_0$  y sustituyendo estos valores en la Ec.(9) se obtiene

$$0 = \frac{2,30Q}{4\pi kD} \log \frac{2,25kDt_0}{r^2 S}$$

y ya que  $\frac{2,300}{4\pi kD} \neq 0$ , se debe cumplir que  $\frac{2,25kDt_0}{r^2 S} = 1$

o lo que es lo mismo

$$S = \frac{2,25kDt_0}{r^2} \tag{10}$$

Si  $t/t_0 = 10$ , y por tanto  $\log t/t_0 = 1$ , se puede sustituir el valor de  $s$  por el de  $\Delta s$ , es decir la diferencia de descensos por ciclo logarítmico del tiempo, y se obtiene

$$kD = \frac{2,300}{4\pi \Delta s} \tag{11}$$

Se observará que  $\Delta s = 2,30/4\pi kD$  es la expresión de la pendiente de la línea recta. Esto significa que cuando se ajusta una línea recta a los puntos representados, los valores de  $t_0$  y de  $\Delta s$  quedan determinados (Fig.15).

$s$  en metros

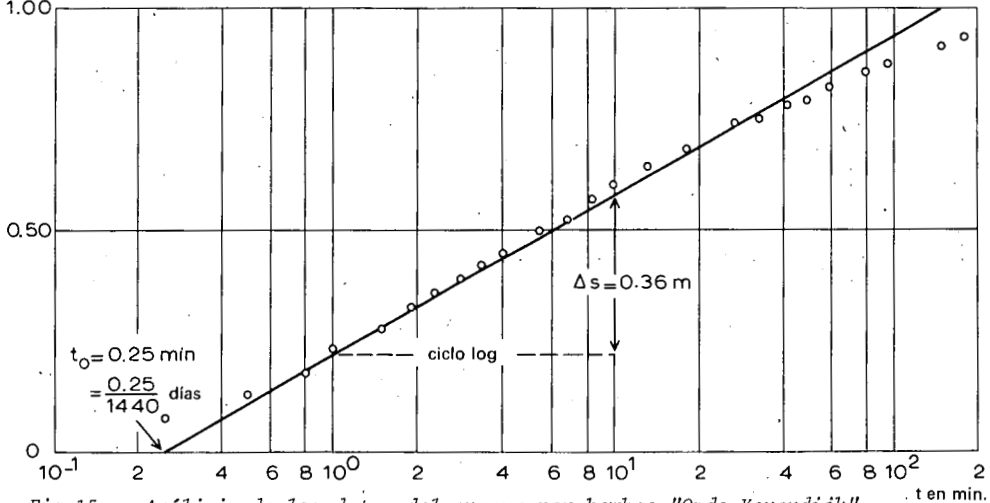


Fig.15. - Análisis de los datos del ensayo por bombeo "Oude Korendijk" ( $r=30$  m) por medio del método de Jacob (Procedimiento I).

Se deben satisfacer los siguientes supuestos y condiciones:

- Las mismas condiciones que para el método de Theis (Sección 2.1)
- Valores de  $u$  pequeños ( $u < 0,01$ ), es decir,  $r$  es pequeño y  $t$  es grande.

La condición de que  $u$  sea pequeño, para acuíferos confinados y moderadas distancias desde el pozo de bombeo, puede satisfacerse en una hora o menos de bombeo; sin embargo, para las condiciones de acuífero libre pueden necesitarse 12 o más horas de bombeo.

### Procedimiento I

- Representar, en papel semi-logarítmico, los valores de  $s$  en función del tiempo correspondientes a un piezómetro ( $r = \text{constante}$ ) situando los valores del tiempo en la escala logarítmica. A continuación trazar una línea recta que ajuste a los puntos marcados (Fig.15).

- Alargar la línea recta hasta que corte al eje del tiempo  $s = 0$ , y leer el valor de  $t_0$ .

- Determinar la pendiente de dicha recta, por ejemplo, midiendo el valor de la diferencia de descensos  $\Delta s$  por ciclo logarítmico del tiempo.

- Sustituir los valores de  $Q$  e  $\Delta s$  en la Ec.(11) y obtener  $kD$ . Conocidos los valores de  $kD$  y  $t_0$ , calcular  $s$  por medio de la Ec.(10).

### Observaciones

- Se debe repetir este procedimiento para todos los piezómetros disponibles, es decir, para diferentes valores de  $r$ . Entre los valores de  $kD$ , así como entre los de  $S$ , debe haber una concordancia.

- Una vez que se han determinado los valores de  $kD$  y  $S$ , se sustituyen en la ecuación  $u = r^2 S / 4kDt$  para comprobar si  $u < 0,01$ , que es la condición necesaria para aplicar el método de Jacob.

- Hay que expresar todos los valores numéricos en el mismo tipo de unidades antes de sustituirlos en las Ec.(10) y (11). Si es necesario, hay que introducir factores de conversión. Por ejemplo: por conveniencia se suele expresar el tiempo en minutos y la transmisividad en  $\text{m}^2/\text{día}$  al representar el diagrama tiempo-descenso. Por ello, al introducir el valor de  $t_0$  en la Ec.(10), es necesario dividir dicho valor por 1440 para convertir los minutos en días.

### Ejemplo

Para mostrar un ejemplo numérico, se han representado en papel semi-logarítmico los datos de descenso del piezómetro  $H_{30}$  del ensayo por bombeo "Oude Korendijk" (ver Tabla 6), en relación con el tiempo (Fig.15). Se ajusta una línea recta a los puntos obtenidos. En el eje vertical se mide la pendiente de esta recta obteniendo un  $\Delta s = 0,36$  por ciclo logarítmico de tiempo. Dicha recta corta al eje de abscisas (eje de descenso cero) en el punto  $t_0 = 0,25 \text{ min} = 0,25/1440 \text{ días}$ . El caudal de descarga es  $Q = 788 \text{ m}^3/\text{día}$ . Sustituyendo estos valores en la Ec.(11) resulta

$$kD = \frac{2,30Q}{4\pi\Delta s} = \frac{2,30 \times 788}{4 \times 3,14 \times 0,36} = 401 \text{ m}^2/\text{día}$$

Entrando en la Ec.(10) se tiene

$$S = \frac{2,25kDt_o}{r^2} = \frac{2,25 \times 401 \cdot 0,25}{30^2} \times \frac{1}{1440} = 1,7 \times 10^{-4}$$

Al sustituir los valores de kD, S y r en  $u = r^2S/4kDt$  se obtiene que  $r^2S/4kDt \approx 10^{-4}/t$  lo cual indica que para  $t > 0,01$  días o  $t > 14$  min,  $u < 0,01$  que es lo exigido. El desvío que muestra la curva tiempo-descenso con relación a la teórica línea recta es, probablemente, debido a filtraciones a través de alguna de las capas "impermeables".

Aplicando el mismo método a los datos procedentes de los piezómetros situados a 90 y 215 m de distancia del pozo de bombeo, se obtiene

$$r = 90 : kD = 400 \text{ m}^2/\text{día} \quad \text{y} \quad S = 1,8 \times 10^{-4}$$

$$r = 215 : kD = 960 \text{ m}^2/\text{día} \quad \text{y} \quad S = 5,8 \times 10^{-4}$$

#### *Procedimiento II*

Se puede seguir un procedimiento más o menos idéntico representando en papel semi-logarítmico los valores de s en función de los de r para  $t = \text{constante}$ , situando r en la escala logarítmica. De nuevo se ajusta una línea recta a los puntos obtenidos y se prolonga hasta que corte al eje de la r donde  $s = 0$  (Fig.16). Dicho punto tiene de coordenadas  $s = 0$  y  $r = r_o$  ( $r_o$  indica el radio de influencia para el momento t elegido). Siguiendo el mismo tipo de razonamiento que el mostrado más arriba, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$S = \frac{2,25kDt}{r_o^2} \tag{12}$$

y

$$kD = \frac{2,30Q}{2\pi\Delta s} \tag{13}$$

Como en el *Procedimiento I*, se obtiene los valores de  $r_o$  e  $\Delta s$  a partir del gráfico y utilizando las Ecs (13) y (12) se calculan los valores de kD y S.

#### *Observaciones*

- Fijarse en la diferencia existente entre el denominador de la Ec.(13) y el de la (11).

- Para obtener resultados fidedignos se necesitan, al menos, datos de tres piezómetros.

- Si no se miden los descensos en los diferentes piezómetros al mismo tiempo, hay que obtener el descenso correspondiente al momento elegido  $t$  interpolando en la curva tiempo-descenso de cada piezómetro utilizado en el Procedimiento I.

- Se debe repetir este procedimiento para varios valores de  $t$ . Los valores de  $kD$  y  $S$  obtenidos para diferentes valores de  $t$  deben mostrar gran concordancia.

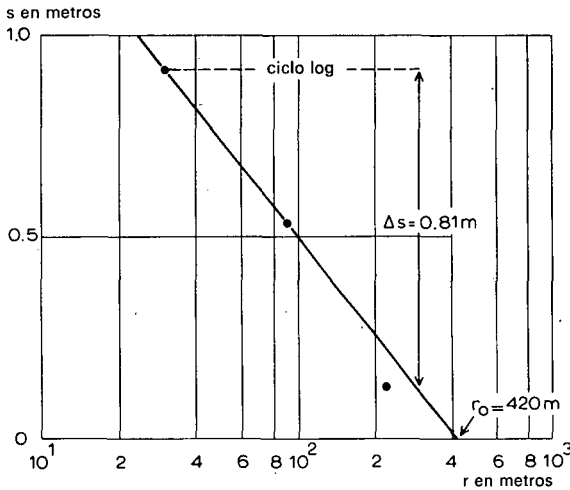


Fig. 16. - Análisis de los datos del ensayo por bombeo "Oude Korendijk" ( $t=140$  min) por el método de Jacob (Procedimiento II).

#### Ejemplo

Se representan los datos del descenso (interpolados) en relación con las distancias entre los piezómetros y el pozo de descarga utilizando datos del ensayo por bombeo "Oude Korendijk" y para  $t = 140$  min  $\approx 0,1$  día (Fig. 16).

Fué difícil ajustar una línea recta a los puntos existentes. Se ha dado más peso a los datos de  $H_{30}$  y  $H_{90}$  que a los de  $H_{215}$  ya que, aunque los descensos medidos en los dos primeros pudieran estar influenciados por alguna filtración, se sabe que alrededor de  $H_{215}$  la transmisividad es mayor que junto al pozo de bombeo. La pendiente de la línea recta es de  $\Delta s=0,81$  m por ciclo logarítmico de  $r$  y corta al eje de abscisas, eje de descenso=cero, en el punto  $r_0=420$  m. El caudal de descarga es  $Q=788$  m<sup>3</sup>/día. Sustituyendo estos valores en la Ec. (13) se obtiene

$$kD = \frac{2,30Q}{2\pi\Delta s} = \frac{2,30 \times 788}{2 \times 3,14 \times 0,81} = 355 \text{ m}^2/\text{día}$$

y entrando en la Ec. (12)

$$S = \frac{2,25kDt}{r_0^2} = \frac{2,30 \times 355 \times 0,1}{420^2} = 4,5 \times 10^{-4}$$

Procedimiento III

Se pueden emplear todos los datos en un sólo gráfico si se representan en papel semi-logarítmico los valores de  $s$  en relación a los de  $t/r^2$  ( $t/r^2$  en la escala logarítmica). Se traza una línea recta por los puntos obtenidos y se determina el corte de dicha recta con el eje de abscisas, descenso  $s = 0$  (Fig.17). Las coordenadas de este punto son  $s = 0$  y  $t/r^2 = (t/r^2)_0$ .

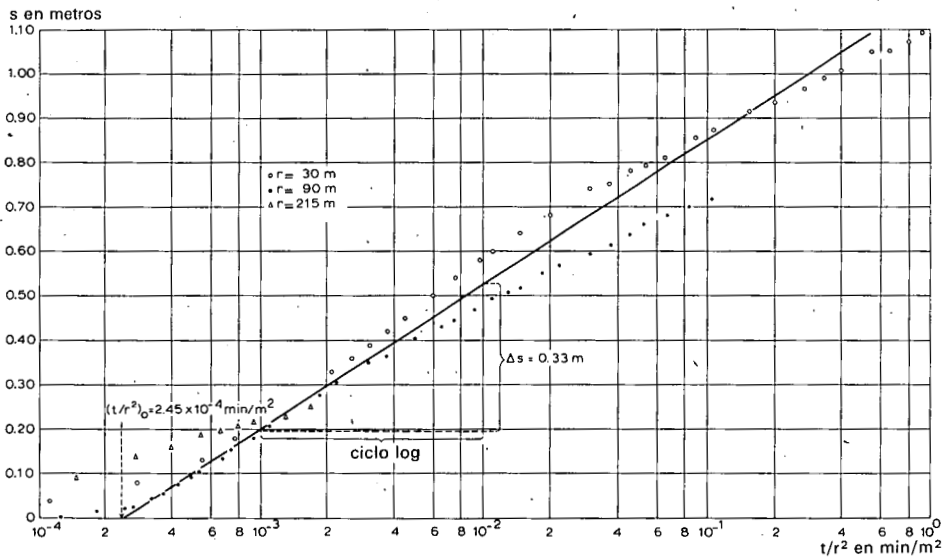


Fig.17. - Análisis de los datos del ensayo por bombeo "Oude Korendijk" por el método de Jacob (Procedimiento III).

Siguiendo un razonamiento semejante al utilizado en el Procedimiento I se obtienen las siguientes fórmulas

$$S = 2,25kD(t/r^2)_0 \tag{14}$$

y

$$kD = \frac{2,30Q}{4\pi\Delta s} \tag{15}$$

Se determinan por medio del gráfico los valores de  $(t/r^2)_0$  e  $\Delta s$  y utilizando las Ecs. (15) y (14) se calculan  $kD$  y  $S$ .

*Ejemplo*

Utilizaremos los datos de  $t/r^2$  de todos los piezómetros del ensayo por bombeo "Oude Korendijk" para mostrar un ejemplo numérico del método de Jacob (Procedimiento III, Tabla 6).

En la Fig.17 se da la representación en papel semi-logarítmico de los valores de  $s$  en relación con los de  $t/r^2$ . Se traza una línea recta a través de los puntos y ésta corta al eje de abscisas en el punto  $s = 0$ ,  $(t/r^2)_0 = 2,45 \times 10^{-4}$  min/m<sup>2</sup>, o  $2,45 \times 10^{-4}/1440$  día/m<sup>2</sup>. Sobre el eje vertical se mide el incremento de descenso por ciclo logarítmico de  $t/r^2$ ,  $\Delta s = 0,33$  m. El caudal de descarga es  $Q=788$  m<sup>2</sup>/día. Entrando con estos valores en la Ec.(15) se obtiene

$$kD = \frac{2,30Q}{4\pi\Delta s} = \frac{2,30 \times 788}{4 \times 3,14 \times 0,33} = 438 \text{ m}^2/\text{día}$$

y haciéndolo en la Ec.(14)

$$S = 2,25kD(t/r^2)_0 = 2,25 \times 438 \times \frac{2,45}{1440} \times 10^{-4} = 1,7 \times 10^{-4}$$

*Observación*

Aceptando de momento los valores de  $kD = 400$  m<sup>2</sup>/día y  $S = 2 \times 10^{-4}$  es fácil deducir que la condición

$$u = \frac{r^2 S}{4kDt} < 0,01$$

se satisface para

- $r = 30$  cuando  $t > 0,01$  días o  $t > 14$  min
- $r = 90$  cuando  $t > 0,1$  días o  $t > 140$  min
- $r = 215$  cuando  $t > 0,5$  días o  $t > 700$  min

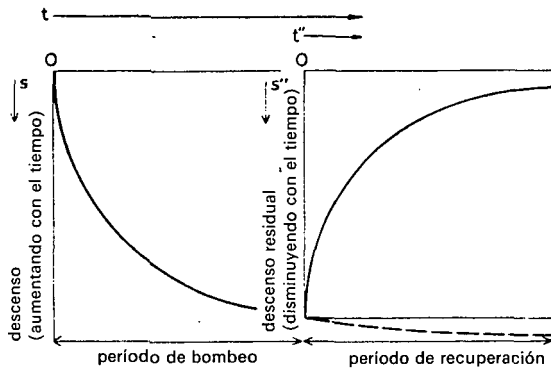


Fig.18.-Diagramas esquemáticos de las relaciones tiempo-descenso y tiempo-descenso residual.



### 3.2.4 Método de recuperación de Theis

Una vez terminado el bombeo el nivel del agua dejará de descender y comenzará a subir hasta su posición original; este período de ascenso es el llamado de recuperación del pozo. Se puede medir dicho ascenso del nivel de agua por medio del descenso residual  $s''$ , es decir, la diferencia entre el nivel del agua antes de comenzar el bombeo y el nivel actual, medida en un cierto momento  $t''$  después de finalizado el bombeo (Fig.18).

Con los datos obtenidos durante el período de recuperación se puede calcular la transmisividad, sirviendo de comprobación de los resultados obtenidos con los datos recogidos durante el bombeo. Además tiene la ventaja de que durante este período el caudal de descarga  $Q$  es constante e igual al caudal medio extraído durante el bombeo. Esto significa que durante el período de recuperación no se producen las pequeñas diferencias en el descenso, debidas a variaciones en el caudal de descarga del bombeo.

Si se satisfacen los supuestos y condiciones del método de Jacob (Sección 2.3), se puede utilizar el método de recuperación de Theis para calcular las propiedades hidráulicas del acuífero. Según THEIS (1935), el descenso residual  $s''$  durante el período de recuperación viene dado por

$$s'' = \frac{Q}{4\pi kD} \left[ \ln \frac{4kDt}{r^2 S} - \ln \frac{4kDt''}{r^2 S''} \right] \quad (16)$$

donde

$s''$  = descenso residual en m

$r$  = distancia del pozo de observación al de bombeo en m; si se considera el pozo de bombeo mismo,  $r = r_w$  = radio efectivo del pozo de bombeo

$S''$  = coeficiente de almacenamiento durante la recuperación, adimensional

$S$  = coeficiente de almacenamiento durante el bombeo, adimensional

$t$  = tiempo desde que comenzó el bombeo, en días

$t''$  = tiempo desde que terminó el bombeo, en días

$Q$  = caudal de recarga = caudal de descarga en  $m^3/día$

#### *Procedimiento*

Si  $S$  y  $S''$  son constantes e iguales y si además  $u = r^2 S / 4kDt''$  es suficientemente pequeño, la Ec.(16) se puede escribir de la siguiente forma:

$$s'' = \frac{2,300}{4\pi kD} \log \frac{t}{t''} \quad (17)$$

En papel semi-logarítmico se representan los valores de  $s''$  en relación con los de  $t/t''$  correspondientes a un piezómetro ( $t/t''$  en la escala logarítmica); por los puntos se traza una línea recta (Fig.19). La pendiente de esta recta es igual a  $2,30 Q/4\pi kD$ ; del gráfico se puede obtener el valor de  $\Delta s''$ , descenso residual por ciclo logarítmico de  $t/t''$ ; se sustituye dicho valor en la Ec.(18)

$$kD = \frac{2,30Q}{4\pi\Delta s} \quad (18)$$

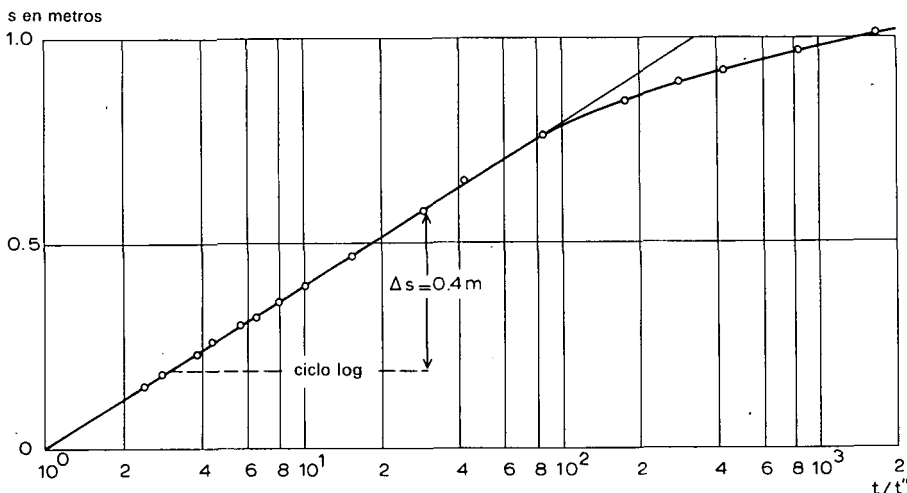


Fig.19. - Análisis de una síntesis de los datos del período de recuperación con el método correspondiente de Theis. Ensayo por bombeo "Oude Korendijk",  $r = 30$  m.

#### Observaciones

- No se puede obtener con este método ningún valor de  $S$
- Si  $S$  y  $S''$  son constantes pero diferentes, la línea recta trazada por los puntos representados corta al eje del tiempo en un punto de coordenadas  $s'' = 0$  y  $t/t'' = (t/t'')_0$ . Para este punto la Ec.(16) se convierte en

$$0 = \frac{2,30Q}{4\pi kD} \left[ \log\left(\frac{t}{t''}\right)_0 - \log\frac{S}{S''} \right]$$

Como  $\frac{2,30Q}{4\pi kD} \neq 0$ , se debe cumplir que  $\log(t/t'')_0 - \log(S/S'') = 0$  y por tanto  $(t/t'')_0 = S/S''$ , que indica el cambio relativo de  $S$ .

### Ejemplo

Se ha desarrollado un ejemplo numérico, usando una síntesis de los datos del período de recuperación, para el piezómetro situado a 30 m. del pozo de bombeo en el ensayo "Oude Korendijk" (Tabla 7).

TABLA 7. - SINTESIS DE LOS DATOS DEL PERIODO DE RECUPERACION EN  $H_{30}$ . ENSAYO POR BOMBEO "OUDE KORENDIJK".

$t''$ (min)	$t/t''$	$s''$ (m)	$t''$ (min)	$t/t''$	$s''$ (m)
0	$\infty$	1,09	60	15	0,47
0,5	1661	1,01	90	10	0,40
1	831	0,97	120	7,9	0,36
2	416	0,91	150	6,5	0,32
3	278	0,89	180	5,6	0,30
5	167	0,85	240	4,4	0,26
10	84	0,76	300	3,8	0,23
20	42	0,65	450	2,8	0,18
30	29	0,58	600	2,4	0,15

En papel semi-logarítmico se representan los valores del descenso residual,  $s''$ , en relación con los correspondientes valores de  $t/t''$  (Fig.19). La línea recta obtenida presenta una diferencia de descensos residuales por ciclo logarítmico de  $t/t''$  igual a 0,40 m. Sustituyendo este valor en la Ec.(18) se obtiene

$$kD = \frac{2,300}{4\pi\Delta s''} = \frac{2,30 \times 788}{4 \times 3,14 \times 0,40} = 361 \text{ m}^2/\text{día}$$

### 3.2.5 Evaluación

Se han utilizado los datos del ensayo por bombeo "Oude Korendijk", para mostrar ejemplos numéricos de los métodos para analizar el flujo de agua hacia un pozo de bombeo, a través de un acuífero confinado, en condiciones de régimen permanente y variable. Ahora se da un resumen de los valores obtenidos para las propiedades hidráulicas. Se puede concluir que el acuífero confinado del polder "Oude Korendijk" tiene las siguientes propiedades hidráulicas:  $kD = 400 \text{ m}^2/\text{día}$ ;  $S = 2 \times 10^{-4}$ . Un examen de las fichas de los pozos sugiere que, probablemente, la transmisividad del acuífero en las cercanías del piezómetro  $H_{215}$  es algo mayor que en los alrededores de los otros pozos. También hay indicios de que si se hubiera prolongado el período de bombeo, se habrían producido filtraciones de agua desde las capas inferior y/o superior del acuífero.

METODO	DATOS DEL PIEZOMETRO	kD m <sup>2</sup> /día	S	OBSERVACIONES
Thiem I	todos	342	-	valor medio
Thiem II	todos	343	-	
Theis	todos	418	$1,7 \times 10^{-4}$	
Chow	H <sub>30</sub>	360	$2,0 \times 10^{-4}$	
Jacob I	H <sub>30</sub>	401	$1,7 \times 10^{-4}$	
Jacob I	H <sub>90</sub>	480	$1,8 \times 10^{-4}$	
Jacob I	H <sub>215</sub>	960	$5,8 \times 10^{-4}$	
Jacob II	todos	355	$4,5 \times 10^{-4}$	
Jacob III	todos	438	$1,7 \times 10^{-4}$	

### 3.3 FLUJO EN REGIMEN PERMANENTE EN ACUIFEROS SEMI-CONFINADOS

En la naturaleza los acuíferos perfectamente confinados y los perfectamente libres son menos frecuentes que los semi-confinados. En general éstos últimos son muy comunes en zonas aluviales como deltas, llanuras costeras, valles bajos de río, depresiones de antiguos lagos, etc.

Cuando se bombea un acuífero semi-confinado como el mostrado en la Fig.20, no sólo se extrae agua del acuífero sino también de la capa semi-permeable situada por encima de él; se supone que ésta última está parcialmente saturada. Como resultado del bombeo, desciende el nivel piezométrico en el acuífero produciéndose, por tanto, una diferencia de carga hidráulica entre el agua del acuífero y el de la capa semi-permeable situada por encima de él. En consecuencia, empieza a producirse un flujo de agua vertical desde la capa semi-permeable hacia el acuífero. La cantidad de agua que a través de la capa semi-permeable entra en el acuífero, es directamente proporcional a la diferencia existente entre el nivel piezométrico y el freático, a inversamente proporcional a la resistencia hidráulica de la parte saturada de la capa semi-permeable. Es decir

$$q = \frac{h_{fr} - h_{piez}}{c} \quad (19)$$

Si el pozo de bombeo penetra totalmente en el acuífero, el flujo dentro del acuífero será horizontal. Como la descarga Q del pozo está compuesta de a) agua extraída del acuífero estudiado, y b) agua freática aportada por la capa semi-permeable, no se satisfacen los supuestos sobre los que se basan las fórmulas desarrolladas para analizar el flujo de agua en acuíferos confinados y libres. Por tanto, si se usan esas fórmulas se obtendrán resultados erróneos; se deben usar fórmulas en las que se considere que la resistencia hidráulica de la capa situada por encima del acuífero es alta pero no infinita.

Es importante el supuesto que indica que la cantidad de agua procedente de la capa superior es proporcional al descenso del nivel piezométrico en el acuífero. Como consecuencia de esta suposición, el nivel freático debe mantenerse constante; en la práctica, se considera que se cumple si el descenso del nivel freático durante el bombeo, es menor que el 5% del espesor de la parte saturada de la capa semi-permeable. Generalmente, este supuesto no se cumple si se lleva a cabo ensayos por bombeo de larga duración, a no ser que haya recarga del nivel freático; un ejemplo de esto último se produce cuando existen zanjas de agua superficiales. Conforme aumenta el tiempo de bombeo, aumenta también el porcentaje del caudal de descarga procedente de la capa superior.

Se observará que en acuíferos semi-confinados, es posible un flujo de agua en régimen permanente gracias a la recarga a través de la capa semi-permeable. Después de un cierto tiempo bombeando se obtendrá un equilibrio entre el caudal de descarga de la bomba y el caudal de flujo vertical de recarga a través de la capa semi-permeable. Este flujo en régimen permanente se mantendrá mientras el nivel freático en la capa semi-permeable permanezca constante. Para ilustrar con ejemplos los métodos de análisis de los datos obtenidos en un ensayo por bombeo hecho en un acuífero semi-confinado y en condiciones de régimen permanente, se usarán los datos del ensayo hecho en las cercanías de Dalem (Holanda) el 8 de Mayo de 1961; fué llevado a cabo por el Institute for Land and Water Management Research de Wageningen (Holanda).

El emplazamiento del ensayo estaba a unos 1500 m al norte del río Waal. El nivel de este río está influenciado por los movimientos de marea; al estar los acuíferos hidráulicamente conectados con el citado río, también el nivel piezométrico de los mismos está influenciado por las mareas.

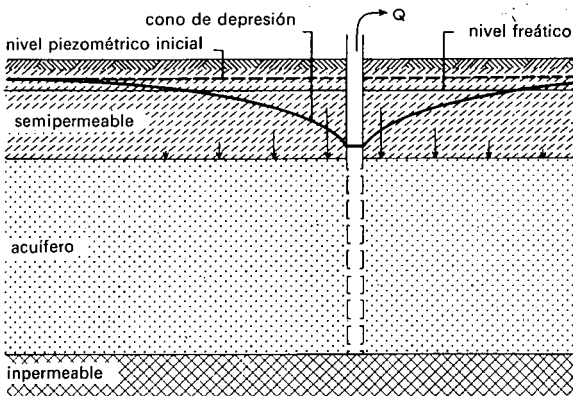


Fig. 20. - Sección transversal esquemática de un acuífero semi-confinado bombeado.

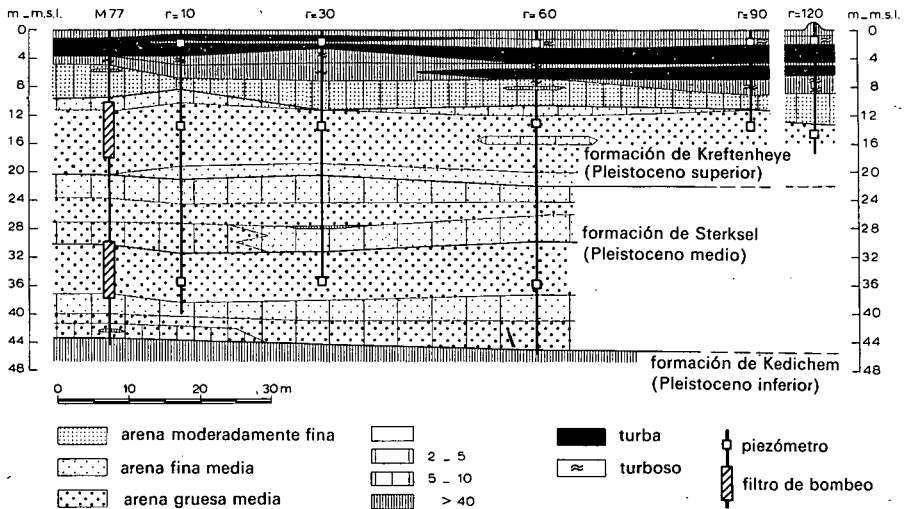


Fig. 21. - Sección transversal litológica del lugar donde se realizó el ensayo por bombeo "Dalem".

La Figura 21 muestra un corte geológico del lugar donde se hizo el ensayo por bombeo; se elaboró a partir de los datos obtenidos durante la perforación. Se considera la formación Kedichem como la capa impermeable inferior del acuífero. Las capas del Holoceno forman la capa semi-permeable situada encima del acuífero principal. Tal y como se muestra en la sección transversal, el pozo de bombeo tenía dos filtros. Durante el ensayo, 18 de Mayo de 1961, se cerró la parte perforada inferior y se restringió la entrada del agua únicamente a la superior; ésta última estaba dispuesta desde los 11 hasta los 19 m por debajo de la superficie. El nivel de la superficie coincide, poco más o menos, con el nivel del mar (n.m.m.). Antes de comenzar el ensayo, se hicieron durante 24 horas frecuentes lecturas del nivel del agua en los piezómetros, para determinar la influencia que los movimientos de marea existentes en el río tenían sobre los niveles piezométricos. Extrapolando a partir de estos datos, se establecieron las curvas marea-tiempo que permiten corregir los valores de los descensos de la capa de agua observados en los piezómetros durante el bombeo. También se tuvo en cuenta que los datos procedentes de los piezómetros situados cerca del pozo de bombeo estaban influenciados por los efectos de penetración parcial. Se terminó de bombear después de hacerlo durante 8 horas a caudal constante  $Q = 761 \text{ m}^3/\text{día}$ . Como no se había alcanzado todavía el régimen permanente, se dedujeron los descensos correspondientes a este estado de equilibrio extrapolando en las curvas tiempo-descenso. La Tabla 8 da estos valores; corresponden a profundidades del filtro

de 14 m, a no ser que se indique un valor diferente, y se ha incluido la corrección debida a los efectos de marea y penetración parcial.

TABLA 8. - DESCENSOS DE LA CAPA DE AGUA PARA REGIMEN PERMANENTE, OBTENIDOS POR EXTRAPOLACION, EN EL ENSAYO POR BOMBEO "DALEM", UNA VEZ CORREGIDOS.

Piezómetro	P <sub>10</sub>	P <sub>10</sub> <sup>†</sup>	P <sub>30</sub>	P <sub>30</sub> <sup>†</sup>	P <sub>60</sub>	P <sub>90</sub>	P <sub>120</sub>	P <sub>400</sub> <sup>†</sup>
Descensos en metros	0,310	0,252	0,235	0,213	0,170	0,147	0,132	0,059

† Filtro a 36 m de profundidad

### 3.3.1 Método de De Glee

Se deben cumplir las siguientes condiciones, además de las citadas en la pag.39:

- el acuífero es semi-confinado
- el flujo de agua hacia el pozo en régimen permanente
- la superficie freática permanece constante por lo que el paso de agua a través de la capa superior es proporcional al descenso en el nivel piezométrico; se cumple esta condición si el descenso del nivel freático durante el bombeo es menor que el 5% del espesor de la parte saturada de la capa semi-permeable
- $L > 3 D$

Si se cumplen las condiciones citadas, el descenso de la capa de agua en el acuífero para régimen permanente viene dado por la fórmula siguiente (DE GLEE, 1930 y 1951; ver también ANONIMO, 1964, págs.35-41)

$$s_m = \frac{Q}{2\pi kD} K_0 \left( \frac{r}{L} \right) \quad (20)$$

donde

- $s_m$  = máximo descenso (=régimen permanente), de la capa de agua en m, observado en un piezómetro situado a r metros del pozo de bombeo
- Q = descarga del pozo de bombeo, en m<sup>3</sup>/día
- L =  $\sqrt{kDc}$  = factor de filtración, en m
- c =  $D'/k'$  = resistencia hidráulica de la capa semi-permeable, en días
- $K_0(x)$  = función modificada de Bessel, de segunda clase y orden cero (función de Hankel).

En el Anejo III se dan los valores de  $K_0(x)$  para diferentes valores de x.

#### Procedimiento

- Preparar una curva tipo representando en papel logarítmico los valores de  $K_0(x)$  en relación con los de x; para ello se usa el Anejo III.

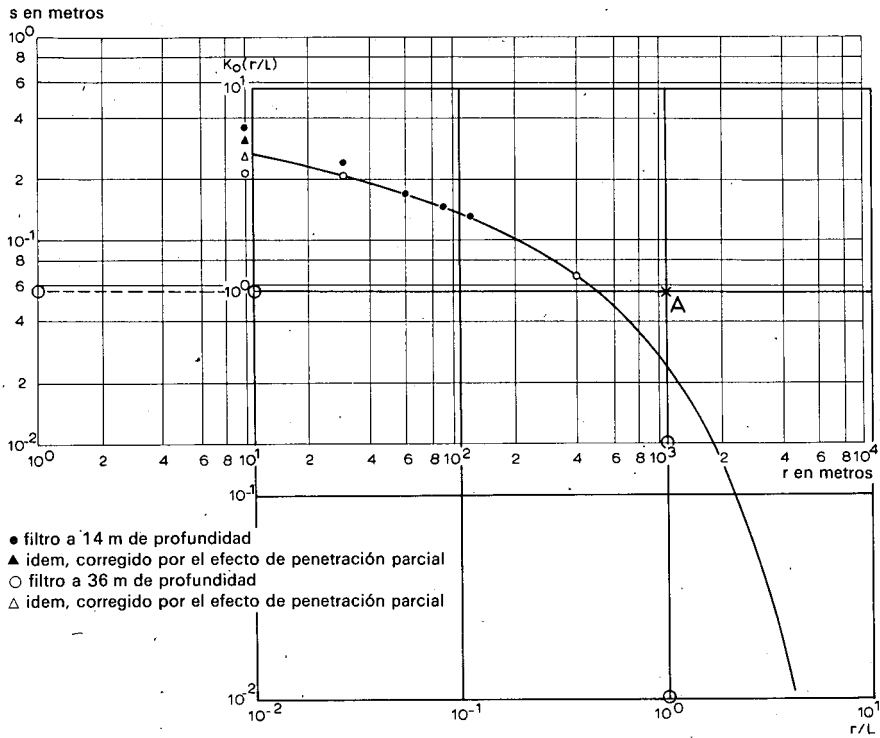


Fig. 22. - Análisis de los datos del ensayo por bombeo "Dalem" con el método de DE GLEE.

- En otro papel logarítmico, con la misma escala que el anterior, se representan los valores del descenso del nivel de agua en régimen permanente (máximo descenso)  $s_m$  en función de los correspondientes valores de  $r$ .

- Superponer los dos gráficos obtenidos de forma que los ejes se mantengan paralelos y encontrar por tanteo la posición en que mejor se ajustan los puntos obtenidos con los datos reales a la curva tipo (Fig. 22).

- Elegir un punto A sobre la parte en que ambas hojas se solapan y anotar para este punto los valores de  $s$ ,  $r$ ,  $K_o(r/L)$  y  $r/L (=x)$ .

- Sustituir estos valores en las Ecs. (20) y (21)

$$kD = \frac{Q}{2\pi s_m} K_o(r/L)$$

y

$$c = \frac{L^2}{kD} = \frac{1}{(r/L)^2} \times \frac{r^2}{kD}$$



y deducir  $kD$  y  $c$ . Es conveniente elegir como punto A el correspondiente a  $K_0(r/L) = 1$  y  $r/L = 1$ .

#### Ejemplo

Los descensos de la capa de agua para régimen permanente dados en la Tabla 8, se representan en relación con las correspondientes distancias; el gráfico obtenido se superpone sobre la curva tipo de De Glee elaborada representando los valores de  $K_0(x)$  en relación con los de  $x$  (Fig.22).

Se elige el punto A de forma que  $K_0(r/L) = 1$  y  $r/L = 1$ . En la gráfica, representando los datos reales, dicho punto tiene las coordenadas  $s = 0,057$  m y  $r = 1100$  m. Sustituyendo estos valores en la Ec.(20) se obtiene

$$kD = \frac{Q}{2\pi s} K_0\left(\frac{r}{L}\right) = \frac{761}{2 \times 3,14 \times 0,057} \times 1 = 2114 \text{ m}^2/\text{día}$$

Además como  $r/L = 1$ ,  $L = r = 1100$  m y por tanto

$$c = \frac{L^2}{kD} = \frac{(1100)^2}{2114} = 572 \text{ días}$$

### 3.3.2 Método de Hantush-Jacob

Desconociendo el trabajo hecho por DE GLEE muchos años antes, HANTUSH y JACOB (1955) también dedujeron la Ec.(20); dicha ecuación expresa la distribución del descenso de la capa de agua en las cercanías del pozo de bombeo, en régimen permanente, en un acuífero semi-confinado donde se producen aportes procedentes de la capa situada por encima del acuífero; estos aportes son proporcionales al descenso de la capa de agua en el acuífero debido al bombeo.

HANTUSH (1956, 1964) apuntó que si  $r/L$  es pequeño,  $r/L \leq 0,05$ , la Ec.(20) se puede expresar aproximadamente, para fines prácticos, de la siguiente forma

$$s_m \approx \frac{2,30Q}{2\pi kD} \left[ \log 1,12 \frac{L}{r} \right] \quad (22)$$

Para ello si se representan en papel semi-logarítmico los valores de  $s_m$  en relación con los de  $r$ , situando los de  $r$  en la escala logarítmica, se obtendrá una recta para valores pequeños de  $r/L$  (Fig.23). Para valores altos de  $r/L$ , los puntos se ajustan a una curva que se aproxima asintóticamente al eje de abscisas ( $s=0$ ).

La pendiente del tramo recto de la curva, diferencia de descensos  $\Delta s_m$  por ciclo logarítmico de  $r$ , viene dada por

$$\Delta s_m = \frac{2,30Q}{2\pi kD} \quad (23)$$

Prolongando la porción recta de la curva hasta que corte al eje de abscisas, se obtiene el punto de coordenadas  $s = 0$ ,  $r = r_0$ . Para este punto, la Ec.(22) queda reducida a

$$0 = \frac{2,30Q}{2\pi kD} \left[ \log 1,12 \frac{L}{r_0} \right]$$

Por tanto, se debe satisfacer que

$$1,12 \frac{L}{r_0} = \frac{1,12}{r_0} \sqrt{kDc} = 1$$

y en consecuencia

$$c = \frac{(r_0/1,12)^2}{kD} \tag{24}$$

Se puede utilizar este método si se satisfacen las siguientes condiciones:

- Los supuestos y condiciones de la solución de De Glee (Sección 3.1)
- $r/L \leq 0,05$

#### *Procedimiento*

- Representar en papel semi-logarítmico los valores de  $s_m$  en relación con los de  $r$ , colocando los de  $r$  en la escala logarítmica; es decir, se representan los valores máximos del descenso observados en cada piezómetro, en régimen permanente, en función de los correspondientes valores de las distancias de los piezómetros al pozo de bombeo. Trazar la recta que mejor se ajuste a los puntos que parezcan estar en línea recta y determinar la pendiente de dicha línea, por ejemplo, midiendo la diferencia de descensos  $\Delta s_m$  por ciclo logarítmico en  $r$  (Fig.23).

- Sustituir el valor de  $\Delta s_m$  y el de  $Q$  en la Ec.(23) y obtener  $kD$ .

- Prolongar la línea recta hasta que corte al eje de las  $r$  y obtener el valor de  $r_0$ . Sustituyendo los valores de  $r_0$  y  $kD$  en la Ec.(24), obtener el valor de la resistencia hidráulica  $c$  de la capa semi-permeable. Otra forma de calcular  $c$ , es: elegir un punto en la línea y anotar sus coordenadas  $s$  y  $r$ . Sustituir estos valores en la Ec.(22) y deducir  $L$ ; como  $L = \sqrt{kDc}$ ; calcular  $c$ .

#### *Ejemplo*

Para mostrar un ejemplo numérico, se utilizan datos del ensayo por bombeo "Dalem". Los valores de los descensos de la capa de agua en régimen permanente, dados en la Tabla 8, se representan en papel semi-logarítmico en relación con los de las correspondientes distancias. Para el pozo de observación situado a 10 m del pozo de bombeo, se ha utilizado la media de los descensos medidos en los piezómetros instalados a 14 y 36 m de profundidad. Lo mismo se hizo para el pozo de observa-

ción situado a 30 m del pozo de bombeo. Se traza una línea por los puntos obtenidos cuya pendiente, diferencia de descensos  $\Delta s_m$  por ciclo logarítmico de  $r$ , se obtiene del gráfico (Fig.23)

$$\Delta s_m = 0,281 - 0,143 = 0,138 \text{ m}$$

Además  $Q = 761 \text{ m}^3/\text{día}$

Sustituyendo estos datos en la Ec.(23), se obtiene

$$kD = \frac{2,30Q}{2\pi\Delta s_m} = \frac{2,30 \times 761}{2 \times 3,14 \times 0,138} = 2018 \text{ m}^2/\text{día}$$

La recta de ajuste corta al eje de descenso cero en el punto de  $r_o = 1100 \text{ m}$ . Sustituyendo este valor en la Ec.(24)

$$c = \frac{(r_o/1,12)^2}{kD} = \frac{(1100/1,12)^2}{2018} = 478 \text{ días}$$

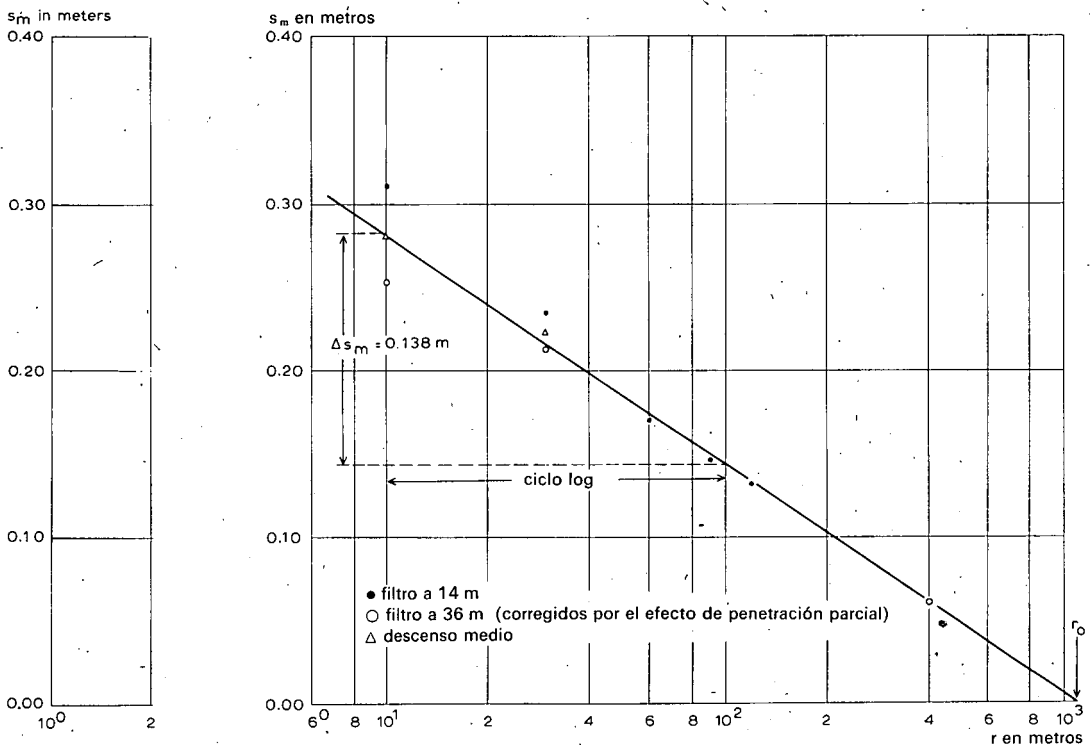


Fig. 23. - Análisis de los datos del ensayo por bombeo "Dalem" con el método de Hantush-Jacob.

Se observará que el resultado es una aproximación ya que sólo se puede utilizar este método para valores de  $r/L \leq 0,05$ . En este caso en concreto,  $r < 0,05 \times 1100 = 55$ , y por tanto, sólo se pueden emplear los datos de los piezómetros situados a 10 y 30 m de distancia del pozo de bombeo.

Estos datos son la media de dos descensos medidos a diferentes profundidades, en régimen permanente; cálculos basados en los datos de estos dos piezómetros no serán más dignos de confianza que el realizado más arriba.

### 3.3.3 Modificación de Ernst al método de Thiem

Como se recordará, la descarga  $Q$  del pozo está compuesta de

- a) una cantidad de agua extraída del acuífero estudiado, y
- b) una cantidad de agua freática aportada por la capa semi-permeable.

Es posible aplicar la fórmula de Thiem si del caudal de descarga se descuenta la cantidad de agua procedente de la capa freática, aportada por la capa semi-permeable (Ernst, comunicación personal).

Para determinar la cantidad de agua procedente de la capa freática, se supone un área coaxial circular de radio  $r_0$ . Si en la capa semi-permeable hay dos piezómetros superficiales, a  $r_1$  y  $r_2$  del pozo de bombeo, respectivamente,

$$r_0 = \frac{r_2 - r_1}{\ln(r_2/r_1)}$$

Se puede expresar  $r_0$ , en forma aproximada, por la siguiente expresión

$$r_0 = r_1 + 1/3(r_2 - r_1)$$

La cantidad de agua aportada por esta área circular a la descarga del pozo, en  $m^3/día$ , viene dada por

$$Q' = \pi \{r_1 + 1/3(r_2 - r_1)\}^2 \times \overline{\delta s'} \times S' \times 24 \quad (25)$$

donde

$\overline{\delta s'}$  = descenso medio del nivel freático, en la carga semi-permeable, durante la última hora de bombeo, en m

$S'$  = rendimiento específico, o porosidad efectiva, de la capa semi-permeable

Por consiguiente, para un acuífero semi-confinado, flujo en régimen permanente, que satisfaga los supuestos de la pág.39, se puede expresar la fórmula de Thiem de la forma siguiente

$$Q - Q' = \frac{2\pi kD(s_1 - s_2)}{\ln(r_2/r_1)} \quad (26)$$

### Observaciones

- Hay que hacer notar que el rendimiento específico de la capa semi-permeable,  $S'$ , puede ser estimado a partir de las fichas del pozo si se posee un criterio profesional adecuado.

- A menudo, también se debe estimar la velocidad de descenso del nivel freático, especialmente cuando sólo se dispone de unos pocos piezómetros superficiales. Por tanto, no se puede determinar exactamente la cantidad de agua aportada por la capa semi-permeable. Sin embargo, cuando existe un número mayor de pozos de observación superficiales, esta cantidad de agua se puede estimar con una exactitud razonable. Si se dan estas circunstancias se pueden obtener con la Ec.(26) bastantes buenos resultados, especialmente cuando la cantidad procedente de la capa freática,  $Q'$ , es un pequeño porcentaje de la descarga total del pozo.

### Procedimiento

Una vez calculado el valor de  $Q - Q'$ , se pueden seguir los procedimientos descritos en la Sección 1.1.

### Ejemplo

Se utilizan los datos del ensayo por bombeo "Dalem" (Tab.8). Los datos de los descensos del nivel freático se dan en la Tabla 9.

TABLA 9. - DESCENSO DEL NIVEL FREÁTICO DURANTE LOS 60 ÚLTIMOS MINUTOS DE BOMBEO

Distancia en metros	30	60	120
Descenso en metros	0,001	0,000	0,002

De la Tabla 9 se deduce que el descenso medio del nivel freático en la capa semi-permeable durante los últimos 60 minutos del período de bombeo es aproximadamente 0,001 m. El rendimiento específico de esta capa,  $S'$  (no confundir con el coeficiente de almacenamiento del acuífero), se ha estimado en 0,1. Según la Ec.(25), la cantidad de agua procedente de la capa semi-permeable situada encima del acuífero es

$$Q' = \pi \{r_1 + 1/3(r_2 - r_1)\}^2 \times \delta s' \times S' \times 24 = \\ = 3,14 \{30 + 1/3(120 - 30)\}^2 \times 0,001 \times 0,1 \times 24 = 27 \text{ m}^3/\text{día}$$

Sustituyendo los apropiados valores numéricos en la Ec.(26) se obtiene

$$kD = \frac{(Q - Q') \ln(r_2/r_1)}{2\pi (s_{m_1} - s_{m_2})} = \frac{(761 - 27) \times \ln(120/30)}{2 \times 3,14 \times (0,24 - 0,132)} = 1500 \text{ m}^2/\text{día}$$

Utilizando los datos de los pozos de observación situados a 30 y 60 m del pozo de bombeo y procediendo de la misma forma, se obtiene  $kD=1180 \text{ m}^2/\text{día}$  y utilizando los instalados a 90 y 120 m se deduce que  $kD=2300 \text{ m}^2/\text{día}$ .

### 3.4 FLUJO EN REGIMEN VARIABLE, EN ACUIFEROS SEMI-CONFINADOS

Antes de alcanzar un flujo en equilibrio, el descenso del nivel piezométrico debido al bombeo aumentará con el tiempo. Se puede esperar que exista una ecuación del flujo hacia el pozo, más o menos análoga a la ecuación de Theis para flujo en régimen variable en un acuífero confinado. De acuerdo con HANTUSH y JACOB (1955), se puede describir el descenso de la capa de agua en un acuífero semi-confinado de la siguiente forma:

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} \int_0^{\infty} \frac{1}{y} \exp\left(-y - \frac{r^2}{4L^2 y}\right) dy$$

o lo que es lo mismo

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W(u, r/L) \quad (27)$$

donde

$$u = \frac{r^2 S}{4kDt} \quad (28)$$

La ecuación (27) tiene la misma forma que la función del pozo de Theis (Ec.5); sin embargo, en este caso existen dos parámetros en la integral:  $u$  y  $r/L$ .

En el Anejo IV se dan los valores de  $W(u, r/L)$  para diferentes valores de  $r/L$  y  $u$ . Se compilaron estas tablas de acuerdo con HANTUSH (1956).

Utilizando los datos del ensayo por bombeo "Dalem", se muestran ejemplos numéricos de los métodos de análisis del flujo en régimen variable, en un pozo penetrando totalmente en un acuífero semi-confinado (ver pág.66 y Fig.21).

En la Tabla 10 se dan los valores de los descensos del nivel de agua en los piezómetros situados a 30, 60, 90 y 120 m del pozo de bombeo, una vez hecha la corrección debida a la marea.

#### 3.4.1 Método de Walton

Además de los supuestos citados en la pág.39, se deben satisfacer las siguientes condiciones limitantes:

- Acuífero semi-confinado.
- Flujo de agua hacia el pozo en régimen variable, es decir, ni las diferencias con el tiempo de descensos del nivel del agua son despreciables, ni el gradiente hidráulico es constante con el tiempo.

TABLA 10.

DATOS, DE LOS DESCENSOS DE LA CAPA DE AGUA EN EL ENSAYO POR BOMBEO "DALEM".

PIEZOMETRO SITUADO A 30 m DE DISTANCIA Y 14 m DE PROFUNDIDAD

Tiempo (días)	Descenso (m)	Tiempo (días)	Descenso (m)
0	0		
$1,53 \times 10^{-2}$	0,138	$8,68 \times 10^{-2}$	0,190
1,81	0,141	$1,25 \times 10^{-1}$	0,201
2,29	0,150	1,67	0,210
2,92	0,156	2,08	0,217
3,61	0,163	2,50	0,220
4,58	0,171	2,92	0,224
$6,60 \times 10^{-2}$	0,180	$3,33 \times 10^{-1}$	0,228
Descenso en rég.perm.obtenido por extrapolación			0,240 m

PIEZOMETRO SITUADO A 60 m DE DISTANCIA Y 14 m DE PROFUNDIDAD

0	0	$8,82 \times 10^{-2}$	0,127
$1,88 \times 10^{-2}$	0,081	$1,25 \times 10^{-1}$	0,137
2,36	0,089	1,67	0,148
2,99	0,094	2,08	0,155
3,68	0,101	2,50	0,158
4,72	0,109	2,92	0,160
$6,67 \times 10^{-2}$	0,120	$3,33 \times 10^{-1}$	0,164
Descenso en rég.perm.obtenido por extrapolación			0,170 m

PIEZOMETRO SITUADO A 90 m DE DISTANCIA Y 14 m DE PROFUNDIDAD

0	0		
2,43	0,069	$1,25 \times 10^{-1}$	0,120
3,06	0,077	1,67	0,129
3,75	0,083	2,08	0,136
4,68	0,091	2,50	0,141
6,74	0,100	2,92	0,142
$8,96 \times 10^{-2}$	0,109	$3,33 \times 10^{-1}$	0,143
Descenso en rég.perm.obtenido por extrapolación			0,147 m

PIEZOMETRO SITUADO A 120 m DE DISTANCIA Y 14 m DE PROFUNDIDAD

0	0		
$2,50 \times 10^{-2}$	0,057	$1,25 \times 10^{-1}$	0,105
3,13	0,063	1,67	0,113
3,82	0,068	2,08	0,122
5,00	0,075	2,50	0,125
6,81	0,086	2,92	0,127
$9,03 \times 10^{-2}$	0,092	$3,33 \times 10^{-1}$	0,129
Descenso en rég.perm.obtenido por extrapolación			0,132 m

- El agua extraída del almacenamiento se descarga en el mismo momento que se produce el descenso de la carga hidráulica en el acuífero.
- El diámetro de pozo es muy pequeño, por lo que se puede despreciar el almacenamiento en el pozo.

WALTON (1962) desarrolló un método de solución siguiendo una línea de razonamiento semejante al utilizado en el método de Theis; sin embargo en este caso, en vez de haber una sola curva tipo, existe una para cada valor de  $r/L$ . Esto significa que utilizando tablas de valores de la función  $W(u,r/L)$  como las publicadas por HANTUSH (1956), se debe obtener una familia de curvas (ver Anejo IV).

#### *Procedimiento*

- Usando el Anejo IV, representar en papel logarítmico los valores de  $W(u,r/L)$  en función de los de  $1/u$  para diferentes valores de  $r/L$ ; se obtiene una familia de curvas tipo (Fig.24).

- En otra hoja de papel logarítmico, con la misma escala que la anterior, representar los valores de  $s$ , en función de los de  $t/r^2$ , o los de  $s$  en función de los de  $t$  cuando sólo se emplean los datos de un piezómetro; así se obtiene la curva de los datos observados en el ensayo.

- Superponer la curva de los datos reales a la familia de curvas tipo y, manteniendo los ejes de coordenadas paralelos, encontrar por tanteo la posición en la que la mayor parte de los puntos se ajusta a una de las curvas tipo (Fig.25).

- Elegir un punto de coincidencia A donde ambas hojas se solapan y leer para este punto los valores de  $W(u,r/L)$ ,  $1/u$ ,  $s$  y  $t/r^2$  ( $\delta t$ ).

- Sustituir los valores de  $W(u,r/L)$  y  $s$ , junto con el conocido valor de  $Q$ , en la Ec.(27) y calcular  $kD$ .

- Sustituir el valor de  $kD$  y los recíprocos de  $1/u$  y  $t/r^2$  ( $\delta t$ ) en la Ec. (28) y deducir  $S$ .

- Con el valor numérico de  $r/L$ , correspondiente a la curva a la que mejor se ajuste la curva de datos reales, se puede obtener el valor de  $L$  y consecuentemente  $c$ , ya que  $L = \sqrt{kDc}$ .

#### *Observaciones*

- Es difícil obtener una única posición de ajuste para las dos hojas a no ser que un suficiente número de los datos reales procedan del período en que los efectos de filtración son despreciables o que  $r/L$  sea bastante grande.

- Cuando se utilizan los datos de un piezómetro, se debe repetir el mismo procedimiento para los restantes.



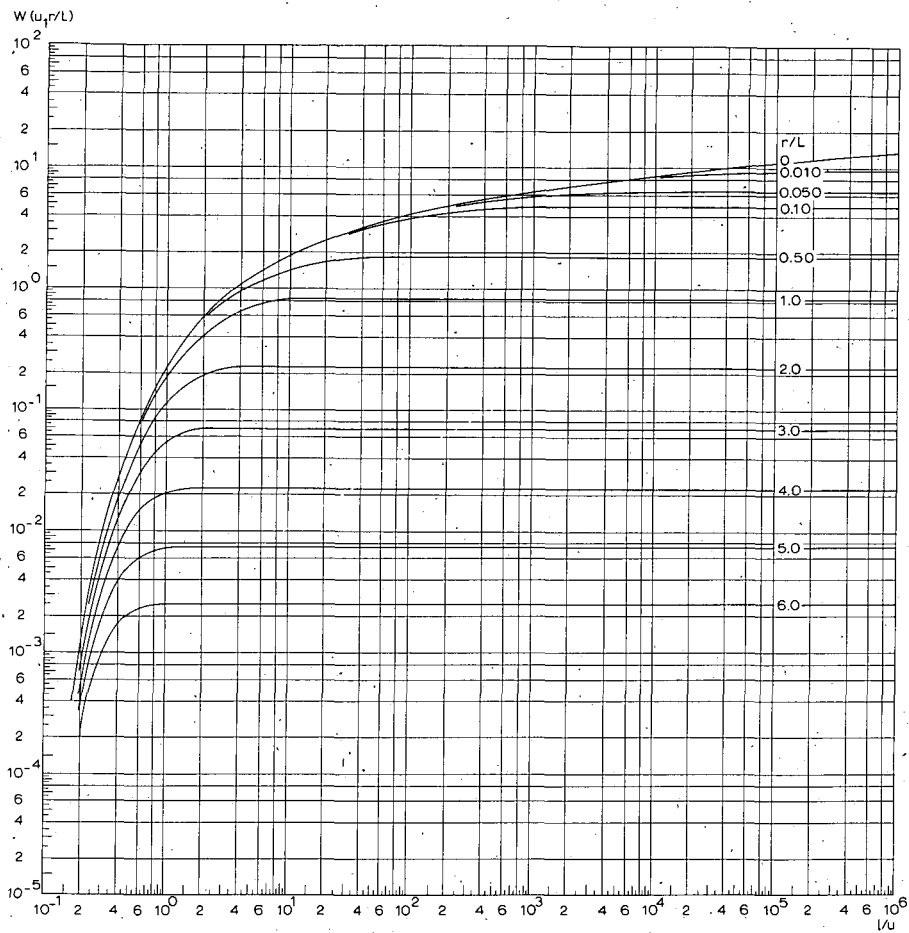


Fig.24. - Familia de curvas tipo del método de Walton;  $W(u, r/L)$  en función de  $1/u$  para diferentes valores de  $r/L$ .

*Ejemplo*

Para mostrar un ejemplo numérico, se utilizan los datos del piezómetro situado a 90 m del pozo de bombeo en el ensayo "Dalem" (Tabla 10). En papel logarítmico se representan los valores del descenso del nivel de agua en función de los de  $t$  (Fig.25). Comparando con la familia de curvas tipo de Walton, se encuentra que los puntos se ajustan a la curva tipo  $r/L = 0,1$ .

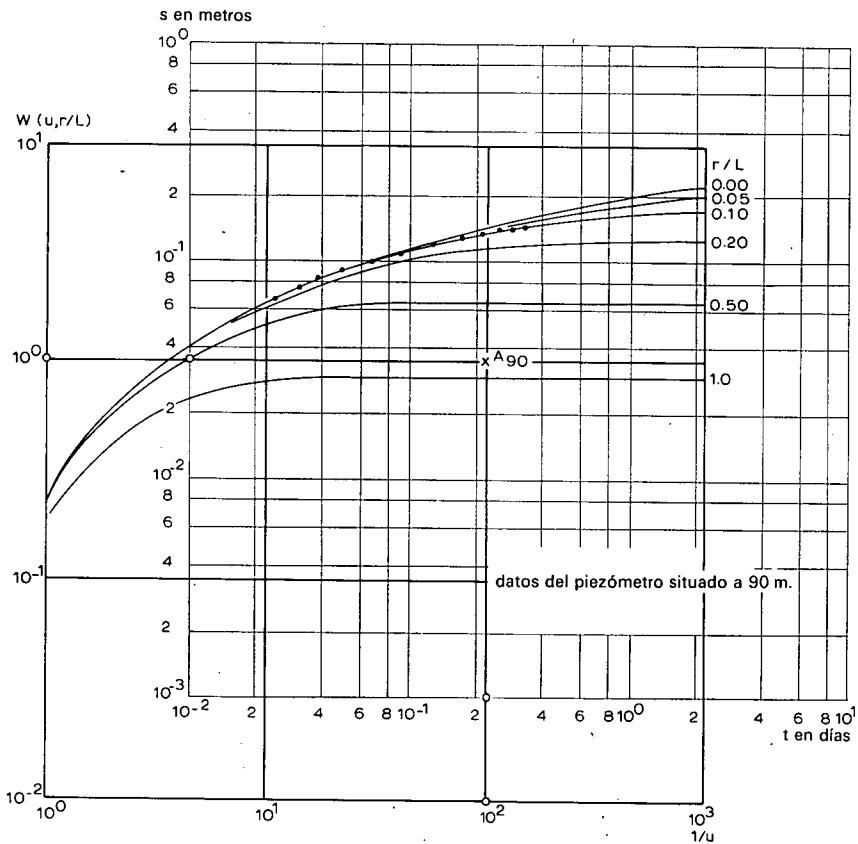


Fig. 25. - Análisis de los datos del ensayo por bombeo "Dalem" ( $r=90$ ) empleando el método de Walton.

Como punto de ajuste  $A_{90}$ , se elige aquél para el que  $W(u, r/L)=1$  y  $1/u=10^{-2}$ . Sobre los ejes de la gráfica de los datos reales, este punto tiene las coordenadas  $s = 0,035$  m y  $t = 0,22$  días. Sustituyendo los valores en las Ecs. (27) y (28) se obtiene

$$kD = \frac{Q}{4\pi s} W(u, r/L) = \frac{761}{4 \times 3,14 \times 0,035} \times 1 = 1729 \text{ m}^2/\text{día}$$

y

$$S = \frac{4kDt}{r^2} u = \frac{4 \times 1729 \times 0,22}{90^2} \times \frac{1}{10^2} = 1,9 \times 10^{-3}$$

Además como  $r=90$  m y  $r/L = 0,1$ , se deduce que  $L=900$  m y por ello,  $c = L^2/kD = (900)^2/1729 = 468$  días.

### 3.4.2 Método I de Hantush

Empleando el punto de inflexión de la curva tiempo-descenso representada sobre papel semi-logarítmico (HANTUSH 1956), desarrolló varios métodos para analizar los datos de ensayos por bombeo llevados a cabo en acuíferos semi-confinados. Sin embargo, para determinar este punto de inflexión es necesario conocer el descenso del nivel del agua para régimen permanente; ésto se puede determinar o bien por observación o bien por extrapolación.

Se deben satisfacer los siguientes supuestos y condiciones:

- Los supuestos y las condiciones citadas para el método de Walton (Sec.4.1).
- Se debe conocer, aproximadamente, el descenso del nivel de agua en régimen permanente.

En el método I de Hantush, basado en la Ec.(27), se utilizan los medidas del descenso del nivel de agua de un piezómetro.

La curva obtenida al representar en papel semi-logarítmico los valores de  $s$  en función de los de  $t$ , tiene un punto de inflexión  $p$ , según se discute con mayor amplitud más adelante (Fig.26); para dicho punto se cumplen las siguientes relaciones:

$$a) \quad s_p = \frac{1}{2} s_m = \frac{Q}{4\pi kD} K_0 \left( \frac{r}{L} \right) \quad (29)$$

donde  $K_0$  es la función modificada de Bessel, de segundo tipo y orden cero.

$$b) \quad u_p = \frac{r^2 s}{4kDt_p} = \frac{r}{2L} \quad (30)$$

c) La pendiente de la curva en el punto de inflexión,  $\Delta s_p$ , viene dada por

$$\Delta s_p = \frac{2,30Q}{4\pi kD} e^{-r/L} \quad (31)$$

o bien

$$r = 2,30L \left( \log \frac{2,30Q}{4\pi kD} - \log \Delta s_p \right) \quad (32)$$

d) Para el punto de inflexión, el descenso del nivel de agua y la pendiente de la curva, guardan la siguiente relación:

$$2,30 \frac{s_p}{\Delta s_p} = e^{r/L} K_0(r/L) \quad (33)$$

De la Ec.(29) a la (33), el índice  $p$  significa "para el punto de inflexión". Además,  $\Delta s$  representa la pendiente de una línea recta medida, por ejemplo, por medio de la diferencia de descensos por ciclo logarítmico de tiempo.

### Procedimiento

- Representar en papel semi-logarítmico los valores de los descensos  $s$  en función con los del tiempo  $t$ ,  $t$  en la escala logarítmica; a continuación trazar la curva que mejor se ajuste a los puntos representados obteniendo la curva tiempo-descenso (Fig.26).

- Obtener por extrapolación el valor del máximo descenso del nivel de agua  $s_m$ . Se observará que ésto es solamente posible si el período del ensayo es lo suficientemente largo.

- Calcular  $s_p$  empleando la Ec.(29):  $s_p = \frac{1}{2}s_m$ . El valor de  $s_p$  establece sobre la curva el punto de inflexión  $p$ .

- En el eje de abscisas leer el valor de  $t_p$  para el punto de inflexión.

- Determinar la pendiente  $\Delta s_p$  de la curva para el punto de inflexión. Se puede obtener una buena aproximación leyendo la diferencia de descensos, por ciclo logarítmico de tiempo, sobre el tramo recto de la curva en el que se halla el punto de inflexión o bien haciéndolo sobre una tangente trazada a la curva por el citado punto.

- Sustituir los valores de  $s_p$  e  $\Delta s_p$  en la Ec.(33) y encontrar  $r/L$ , por interpolación en la tabla de la función  $e^{xK_0}(x)$  dada en el Anejo III.

- Conociendo  $r/L$  y  $r$ , calcular  $L$ .

- Conociendo  $Q$ ,  $s_p$ ,  $\Delta s_p$  y  $r/L$ , calcular  $kD$  empleando la Ec.(31) y la tabla de valores de la función  $e^{-x}$  (Anejo III); también se puede hacer por medio de la Ec.(29) y empleando la tabla de valores de la función  $K_0(x)$  (Anejo III).

- Conociendo  $kD$ ,  $t_p$ ,  $r$  y  $r/L$ , calcular  $S$  por medio de la Ec.(30).

- Conociendo  $kD$  y  $L$ , calcular  $c$  de la relación  $c = L^2/kD$ .

### Observaciones

- La exactitud de las constantes de formación calculadas depende de la exactitud de la extrapolación del valor de  $s_m$ . Por ello, se debe comprobar el cálculo sustituyendo los valores de  $S$ ,  $L$  y  $kD$  en las Ecs.(28) y (27).

- Se debe calcular  $s$  para diferentes valores de  $t$ . Los valores de  $s$  deben caer en la curva de los datos reales, siempre que los valores de  $t$  no sean demasiado pequeños. Si los datos calculados difieren de los observados durante el ensayo, hay que ajustar la extrapolación de  $s_m$ . A veces, se puede trazar la curva de los datos reales, a través de los puntos representados, algo más pendiente o más tendida, y por ello también se puede ajustar el valor de  $\Delta s_p$ . Se repite el cálculo con los nuevos valores de  $s_m$  y/o  $\Delta s_p$ .

- Si hay más de un piezómetro, se puede aplicar separadamente este método para cada uno de ellos; también se podría aplicar, en este caso, el método III

de Hantush para analizar los datos procedentes de más de un piezómetro, en condiciones de régimen variable de flujo y para acuíferos semi-confinados.

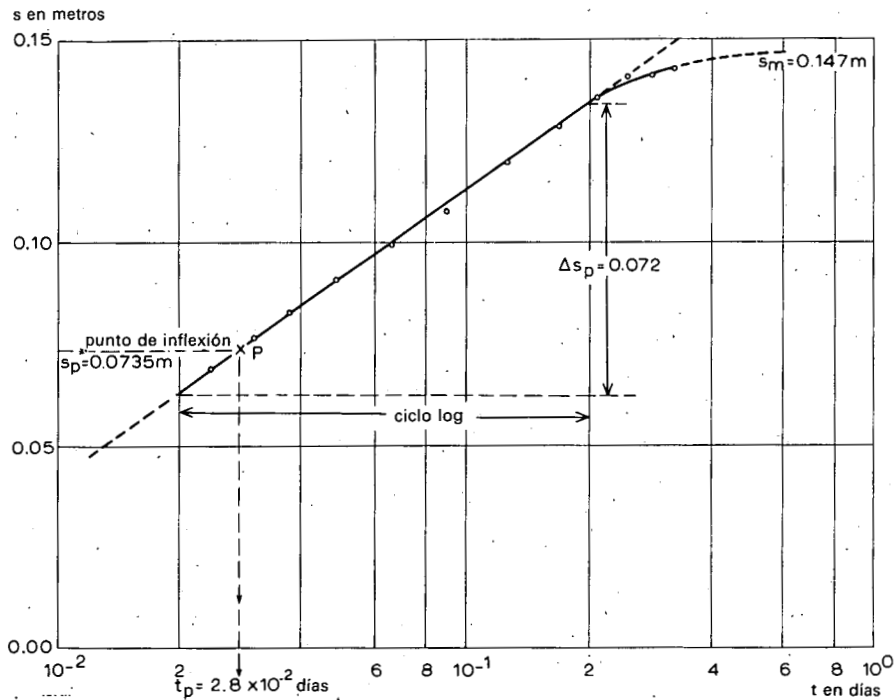


Fig. 26. - Análisis de los datos del ensayo por bombeo "Dalem" ( $r=90$  m), empleando el método I de Hantush.

#### Ejemplo

Para mostrar un ejemplo numérico se emplea los datos del piezómetro situado a 90 m del pozo de bombeo en el ensayo "Dalem" (Tabla 10).

Para este pozo de observación se representan en papel semi-logarítmico los valores de los descensos del nivel de agua en función de los del tiempo  $t$  (Fig. 26); por extrapolación sobre la curva obtenida se determina el máximo descenso (régimen permanente) y se obtiene  $s_m = 0,147$  m. De acuerdo con la Ec. (29), el descenso del nivel de agua en el punto de inflexión vale  $s_p = \frac{1}{2} s_m = 0,0735$  m. Representando este punto en la curva tiempo-descenso, se obtiene  $t_p = 2,8 \times 10^{-2}$  días.

Por el punto de inflexión se traza una tangente a la curva que, en este caso, coincide con el tramo recto de la curva. La pendiente de esta tangente es  $\Delta s_p = 0,072$  m.

Sustituyendo estos valores en la Ec.(33) se obtiene

$$2,30 \frac{s_p}{\Delta s_p} = 2,30 \times \frac{0,0735}{0,072} = 2,34 = e^{r/L} K_o(r/L)$$

Utilizando el Anejo III se deduce que  $r/L = 0,15$  y, como  $r = 90$  m, se sigue que  $L = 90/0,15 = 600$  m. Además se conoce el valor de  $Q = 761$  m<sup>3</sup>/día y el de  $e^{-r/L} = e^{-0,15} = 0,86$  se obtiene del Anejo III. Sustituyendo estos valores en la Ec.(31) se deduce que

$$kD = \frac{2,30Q}{4\pi\Delta s_p} e^{-r/L} = \frac{2,30 \times 761}{4 \times 3,14 \times 0,072} \times 0,86 = 1665 \text{ m}^2/\text{día}$$

y en consecuencia

$$c = \frac{L^2}{kD} = \frac{600^2}{1665} = 216 \text{ días}$$

Sustituyendo los correspondientes valores en la Ec.(30) se obtiene

$$s = \frac{r4kDt}{2Lr^2} = \frac{90}{2 \times 600} \times \frac{4 \times 1665 \times 2,8 \times 10^{-2}}{90^2} = 1,7 \times 10^{-3}$$

Para verificar el valor del descenso en régimen permanente obtenido por extrapolación, se elige un valor de  $t$  y se calcula para él el descenso empleando las Ecs. (27) y (28). Si se elige  $t = 0,1$  días, entonces

$$u = \frac{r^2 S}{4kDt} = \frac{90^2 \times 1,7 \times 10^{-3}}{4 \times 1665 \times 10^{-1}} = 0,02$$

Del Anejo IV,  $W(u, r/L) = 3,11$  (para  $u = 0,02$  y  $r/L = 0,15$ ). Por ello,

$$s_{(t=0,1)} = \frac{Q}{4\pi kD} W(u, r/L) = \frac{761}{4 \times 3,14 \times 1665} \times 3,11 = 0,113 \text{ m}$$

El punto de coordenadas  $t = 0,1$ ,  $s = 0,113$  cae en la curva tiempo-descenso y esto justifica que es bueno el valor extrapolado de  $s_m$ .

En la práctica esto se debe probar para varios puntos.

### 3.4.3 Método II de Hantush

También basado en la Ec.(27), se puede emplear para analizar los datos de ensayos por bombeo siempre que se cumplan los supuestos y las condiciones limitantes citadas en la Sección 4.1 (Método de Walton). Sin embargo, hay que hacer notar que se debe disponer de al menos dos piezómetros y que se debe poder extrapolar el máximo descenso para cada uno de los pozos de observación.

### Procedimiento

- Representar en papel semi-logarítmico los valores de los descensos de  $s$  en función de los correspondientes de  $t$ , para todos los piezómetros; se sitúa  $t$  en la escala logarítmica (Fig.27).

- Determinar la pendiente del tramo recto de cada curva; los valores de dicha pendiente vienen dados por  $\Delta s$ , diferencia de descensos por ciclo logarítmico de tiempo.

- Representar en papel semi-logarítmico los valores de la distancia  $r$  al pozo de bombeo en función de los de  $\Delta s$ , éstos últimos en la escala logarítmica. A continuación trazar la línea recta que mejor ajuste a los puntos obtenidos. Esta línea es la representación gráfica de la Ec.(32).

- Determinar la pendiente de esta línea  $\Delta r$ . Dicho valor viene dado por la diferencia de  $r$  por ciclo logarítmico de  $\Delta s$  (Fig.28).

- Prolongar la recta hasta que corte al eje de abscisas. Las coordenadas del punto de corte son  $r=0$  y  $\Delta s=(\Delta s)_0$ . Leer el valor de  $(\Delta s)_0$ .

- Conociendo los valores de  $\Delta r$  e  $(\Delta s)_0$ , calcular  $L$  por medio de la Ec.(34).

$$L = \frac{1}{2,30} \Delta r \quad (34)$$

y  $kD$  de la Ec. (35)

$$kD = 2,30 \frac{Q}{4\pi(\Delta s)_0} \quad (35)$$

- Conociendo  $kD$  y  $L$ , calcular  $c$  a partir de la relación  $c = L^2/kD$ .

- Con los conocidos valores de  $Q$ ,  $r$ ,  $kD$  y  $L$  y empleando la tabla de la función  $K_0(x)$  dada en el Anejo III, calcular los valores de  $s_p$  para cada pozo de observación utilizando la Ec.(29):  $s_p = (Q/4\pi kD)K_0(r/L)$ .

- Situar cada valor de  $s_p$  sobre su correspondiente curva descenso-tiempo y leer el valor de  $t_p$  sobre el eje de abscisas.

- Conociendo los valores de  $kD$ ,  $r$ ,  $r/L$  y  $t_p$ , calcular  $S$  con la Ec.(30):  $(r^2 S)/(4kD t_p) = \frac{1}{2}(r/L)$ .

### Ejemplo

Para mostrar un ejemplo numérico, se utilizan los datos de los piezómetros situados a 30, 60, 90 y 120 m del pozo de bombeo durante el ensayo "Dalem" (Tabla 10). En la Fig.27 se muestra, para cada uno de los piezómetros, la curva tiempo-

descenso. Se ha determinado la pendiente del tramo recto de cada una de las curvas y los valores obtenidos son

- $\Delta s$  (30 m) = 0,072 m
- $\Delta s$  (60 m) = 0,069 m
- $\Delta s$  (90 m) = 0,070 m
- $\Delta s$  (120 m) = 0,066 m

La Fig.28 muestra la representación, en papel semi-logarítmico, de los valores de  $\Delta s$  en función de los de  $r$ ; por los puntos obtenidos se ha trazado una recta de ajuste. Debido a su gran pendiente se midió el valor de la misma leyendo el valor de la diferencia de  $r$  por 1/20 de ciclo logarítmico de  $\Delta s$  (si 1 ciclo logarítmico mide 10 cm, 1/20 de él mide 0,5 cm). La diferencia de  $r$  por 1/20 de ciclo logarítmico de  $\Delta s$  es igual a 120 m; por tanto, la diferencia para un ciclo logarítmico será 2400 m;  $\Delta r = 2400$  m. La recta corta al eje de abscisas en el punto de coordenadas  $r = 0$ ,  $(\Delta s)_0 = 0,074$  m. Sustituyendo estos valores en las Ecs.(34) y (35) se obtiene:

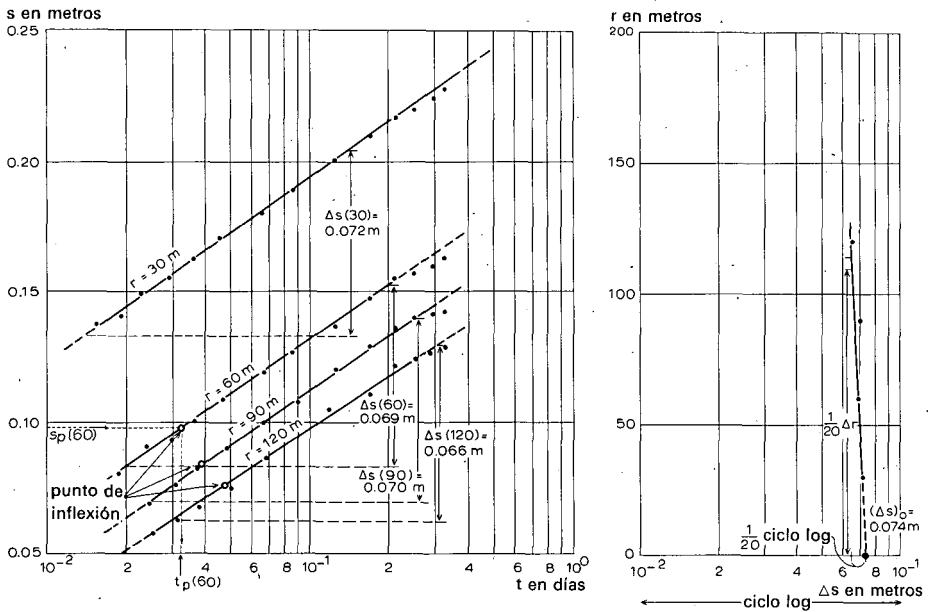


Fig.27. - Análisis de los datos obtenidos en el ensayo de "Dalem" empleando el método II de Hantush: Determinación de los valores de  $\Delta s$  para diferentes valores de  $r$ .

Fig.28. - Idem, determinación del valor de  $\Delta r$ .



$$L = \frac{1}{2,30} \Delta r = \frac{1}{2,30} \times 2400 = 1044 \text{ m}$$

y como  $Q = 761 \text{ m}^3/\text{día}$

$$kD = \frac{2,30Q}{4\pi(\Delta s)_o} = \frac{2,30 \times 761}{4 \times 3,14 \times 0,074} = 1883 \text{ m}^2/\text{día}$$

finalmente

$$c = \frac{L^2}{kD} = \frac{(1044)^2}{1883} = 579 \text{ días}$$

Se ha calculado el valor de  $r/L$  para cada piezómetro y los correspondientes valores de  $K_o(r/L)$  se han obtenido del Anejo III. Se muestran los resultados en la Tabla 11.

TABLA 11. - DATOS A SUSTITUIR EN LAS ECS.(29) Y (30)

r (m)	r/L	$K_o(r/L)$	$s_p$ (m)	$t_p$ (día)	$s_m$ (m)
30	0,0287	3,668	0,1200	fuera de la fig.	0,240
60	0,0575	2,984	0,0982	$3,25 \times 10^{-2}$	0,196
90	0,0860	2,576	0,0841	$3,85 \times 10^{-2}$	0,168
120	0,1148	2,290	0,0748	$4,70 \times 10^{-2}$	0,150

A partir de la Ec.(29) se calculan los valores de  $s_p$ , descenso del nivel de agua para el punto de inflexión de la curva trazada por los puntos de los datos reales, tal y como se muestra en la Fig.27 para el piezómetro situado a 60 m.

$$s_p(60) = \frac{Q}{4\pi kD} K_o(r/L) = \frac{761}{4 \times 3,14 \times 1883} \times 2,984 = 0,0982 \text{ m}$$

Sobre esta curva se determina el punto para el que  $s = 0,0982 \text{ m}$ ; este es el punto de inflexión. Sobre el eje de abscisas se lee el valor de  $t_p$ , que para el piezómetro situado a 60 m es  $t_p(60) = 3,25 \times 10^{-2}$  días. De la Ec.(29) se sigue que  $s_m(60) = 2s_p(60) = 0,196 \text{ m}$ . También se hace este cálculo para los otros piezómetros. Los resultados vienen dados en la Tabla 11.

Sustituyendo los valores de  $t_p$  en la Ec.(30) se obtienen los valores de  $S$ . Por ejemplo para  $r = 60 \text{ m}$

$$S = \frac{r}{2L} \frac{4kDt_p}{r^2} = \frac{60}{2 \times 1044} \times \frac{4 \times 1880 \times 3,25 \times 10^{-2}}{60^2} = 2,0 \times 10^{-3}$$

De la misma forma, para  $r = 90$  m y  $r = 120$  m se obtienen los valores de  $S = 1,6 \times 10^{-3}$  y  $S = 1,5 \times 10^{-3}$ . El valor medio de  $S$  es  $1,7 \times 10^{-3}$ .

Se observará que los valores calculados para el descenso en régimen permanente son algo superiores a los obtenidos por extrapolación a partir de la Tabla 8.

#### 3.4.4 Método III de Hantush

Se deben satisfacer los siguientes supuestos y condiciones

- los citados para el método de Walton (Sección 4.1) y, además, las condiciones siguientes
- $q > 2 r/L$
- $t > 4 t_p$

La Ec. (27), que da el valor del descenso por medio de la fórmula

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W(u, r/L)$$

puede también expresarse, según HANTUSH (1964), de la forma

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} \{2K_o(r/L - W(q))\} \quad (36)$$

donde

$$q = \frac{r^2}{4L^2} \frac{1}{u} = \frac{kDt}{SL^2} \quad (37)$$

Si  $q > 2r/L$ , se puede expresar la Ec.(36) de una forma aproximada por

$$s_m - s = \frac{Q}{4\pi kD} W(q) \quad (38)$$

donde, de acuerdo con la Ec.(20)

$$\begin{aligned} s_m &= (\text{máximo descenso} = \text{descenso en régimen permanente}) = \\ &= \frac{Q}{2\pi kD} K_o(r/L) \end{aligned}$$

Si se puede extrapolar el valor de  $s_m$  en una gráfica de  $s$  en función de  $\text{Log } t$ , se puede obtener el descenso del nivel de agua para el punto de inflexión empleando la Ec.(29)

$$s_p = 0,5 s_m$$

y entonces  $t_p$ , valor del tiempo correspondiente a  $s_p$ , se puede leer en la curva tiempo-descenso. Si un suficiente número de datos caen en el período en que  $t > 4t_p$ , se puede seguir el siguiente procedimiento.

### Procedimiento

- Representar para cada piezómetro, en papel semi-logarítmico los valores del descenso  $s$  en función de los correspondientes del tiempo  $t$ , situando  $t$  sobre la escala logarítmica; a continuación trazar las curvas que mejor se ajusten a los puntos obtenidos. Por extrapolación en estas curvas, determinar, para cada piezómetro, el máximo descenso  $s_m$ .

- Preparar una curva tipo representando, en papel logarítmico, los valores de  $W(q)$  en función de los de  $q$ . Esta curva es idéntica a la de  $W(u)$  en función de  $u$ , método de Theis. Por ello, se puede utilizar el Anejo I para trazar la curva tipo.

- Sobre otra hoja de papel logarítmico con la misma escala que la anterior, representar para todos los piezómetros disponibles los valores de  $(s_m - s)$  en función de los del tiempo. Hay que hacer notar que cada piezómetro tiene su propio valor de  $s_m$ . Como  $q$  es independiente de  $r$ , ver Ec.(37), es obvio que en un sólo gráfico se pueden representar los datos de todos los piezómetros.

- Superponer la curva de los datos reales a la curva tipo y, manteniendo los ejes de coordenadas paralelos, encontrar por tanteo la posición en que la mayor parte de los puntos de los datos observados caen en la curva tipo (Fig.29). Hay que señalar que los puntos de los datos reales correspondientes al período en que  $t < 4t_p$  para cada uno de los piezómetros, pueden caer por debajo de la curva tipo ya que para el citado período no se puede aplicar la Ec.(38).

- Elegir un punto de ajuste A sobre la parte en que ambas hojas se solapan, y anotar para A los valores de  $(s_m - s)$ ,  $t$ ,  $q$  y  $W(q)$ .

- Sustituir los valores de  $(s_m - s)$ ,  $W(q)$  y el valor conocido de  $Q$  en la Ec.(38) y deducir  $kD$ .

- Seleccionar un valor de  $s_m$  y junto con el de  $kD$  sustituirlos en la Ec.(20) y calcular el valor de  $K_o(r/L)$ ; a continuación encontrar el valor de  $r/L$  en el Anejo III.

- Como se conoce el valor de  $r$  correspondiente al  $s_m$  elegido, calcular  $L$  y a continuación obtener  $c$  con la fórmula  $c = L^2/kD$ .

- Sustituir los valores de  $kD$ ,  $t$ ,  $q$  y  $L$  en la Ec.(37) y obtener  $S$ .

### Ejemplo

Se usan los datos del ensayo por bombeo "Dalem". La Figura 29 muestra una representación de los valores de  $(s_m - s)$ , calculados a partir de los datos citados en

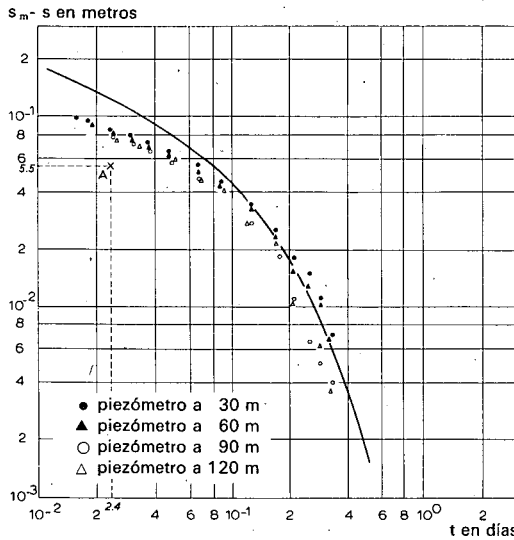


Fig. 29.-Análisis de los datos obtenidos en el ensayo por bombeo "Dalem", por medio del Método III de Hantush.

las Tablas 10 y 8, en función de los del tiempo  $t$ ; está hecha en papel logarítmico y para los piezómetros situados a 30, 60, 90 y 120 m del pozo de bombeo (filtros a 14 m de profundidad).

Se superpone esta gráfica a la curva tipo de  $W(q)$  en función de  $q$ , que es la misma que la curva tipo de Theis en la que  $W(u)$  viene en función de  $u$ .

Tal y como se podría esperar, para los primeros valores del tiempo ( $t < 4t_p$ ), los puntos caen por debajo de la curva tipo. Como punto de encaje A se elige el que en la hoja de la curva tipo tiene las coordenadas  $W(q) = 1$  y  $q = 0,1$ . Sobre la otra gráfica, dicho punto tiene las siguientes coordenadas:  $(s_m - s) = 0,055$  m y  $t = 2,4 \times 10^{-2}$  días. Sustituyendo los valores numéricos apropiados en la Ec.(38) se obtiene

$$kD = \frac{Q}{4\pi(s_m - s)} W(q) = \frac{761}{4 \times 3,14 \times 0,055} \times 1 = 1100 \text{ m}^2/\text{día}$$

Para el piezómetro situado a 90 m del pozo de bombeo,  $s_m = 0,147$  m. Entrando con este valor en la Ec.(20), se sigue que

$$K_o(r/L) = \frac{2\pi kD}{Q} s_m = \frac{2 \times 3,14 \times 1100}{761} \times 0,147 = 1,32$$

De acuerdo con el Anejo III, se deduce que  $r/L = 0,31$  y como  $r = 90$  m, se sigue que  $L = 290$  m y  $c = L^2/kD = 290^2/1100 = 77$  días.

Sustituyendo los apropiados valores en la Ec.(37), se sigue que

$$S = \frac{kDt}{L^2} \frac{1}{q} = \frac{1100 \times 2,4 \times 10^{-2}}{(290)^2} \times \frac{1}{10^{-1}} = 3,1 \times 10^{-3}$$

### 3.4.5 Evaluación

Para ilustrar los métodos de analizar el flujo en régimen permanente y variable en un acuífero semi-confinado hacia un pozo de bombeo, se han elaborado ejemplos numéricos empleando los datos del ensayo por bombeo "Dalem" (Fig.21). En la Tabla 12 se da un resumen de los valores obtenidos para las propiedades hidráulicas del acuífero.

TABLA 12. - CARACTERISTICAS HIDRAULICAS DEL ACUIFERO ESTUDIADO EN DALEM, CALCULADAS DE ACUERDO CON DIFERENTES METODOS.

Método	Datos del piezómetro	kD (m <sup>2</sup> /día)	S	L (m)	c (días)
De Glee	todos	2114	-	1100	572
Hantush-Jacob	todos	2018	-	980	478
Hantush I	90	1665	$1,7 \times 10^{-3}$	600	216
Hantush II	30-120	1883	$1,7 \times 10^{-3}$	1044	579
Hantush III	30-120	1100	$3,1 \times 10^{-3}$	290	77
Walton	90	1729	$1,9 \times 10^{-3}$	900	468
Ernst-Thiem	30-120	1500	-	-	-
	30-60	1180	-	-	-
	90-120	2300	-	-	-

A partir de esta tabla, se puede deducir que el acuífero semi-confinado situado cerca de Dalem (Holanda), tiene las siguientes propiedades hidráulicas

$$kD = 1700 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S = 2,0 \times 10^{-3}$$

$$L = 900 \text{ m}$$

$$c = 460 \text{ días}$$

Se observará que los valores obtenidos con los diversos métodos, son bastante diferentes. Esto es debido, mayormente, a las inevitables inexactitudes de los datos observados y, también, a la aplicación de los métodos gráficos de solución. Por ejemplo, en la mayor parte de los métodos se utiliza un descenso en régimen permanente obtenido por extrapolación, en vez de un valor medido directamente. Se pueden comprobar estas extrapolaciones usando el método II de Hantush; sin

embargo, en este método hay que ajustar muchas líneas rectas a los datos observados y éstos no siempre caen exactamente sobre una recta. En consecuencia, para estas líneas rectas existen diferentes posibles posiciones que varían débilmente entre sí; dichas diferentes rectas son tan aceptables como las trazadas pero dan valores diferentes de las propiedades hidráulicas. Se encuentran las mismas dificultades cuando hay que superponer la curva de los datos reales a una curva, o una familia de curvas-tipo. También en estos casos, son posibles diferentes puntos de ajuste levemente diferentes; dichos puntos tienen diferentes coordenadas y, por ello, se obtienen diferentes valores de las características hidráulicas.

Además debe tenerse en cuenta que aunque se supone que el acuífero es homogéneo, isótropo y de espesor uniforme, es evidente que para un acuífero formado por arena aluvial y grava, esta suposición no se cumple; por ello, los valores de las propiedades hidráulicas varían de un lugar a otro. Resumiendo, podemos establecer que el resultado global indica que una transmisividad de aproximadamente 1700 m<sup>2</sup>/día es la respuesta más precisa posible; un mayor grado de precisión es sólo una ilusión y además no es compatible con el carácter litológico del acuífero.

### 3.5 FLUJO EN REGIMEN VARIABLE EN ACUIFEROS LIBRES CON RENDIMIENTO RETARDADO Y EN ACUIFEROS SEMI-LIBRES

El agua extraída de un acuífero libre por un pozo de bombeo, proviene del almacenamiento en el acuífero a través de

- 1) drenaje por gravedad
- 2) compactación del acuífero y
- 3) la expansión del agua ya que se reduce la presión del agua en el suelo.

Sin embargo, a menudo el drenaje por gravedad no es inmediato; especialmente éste es el caso en sedimentos finos. En tales circunstancias no se cumple la condición limitante que, en las fórmulas para flujo en régimen variable se había expuesto; nos referimos a que la salida de agua del almacenamiento y el descenso de la carga hidráulica en el acuífero se producían simultáneamente. Sin embargo, en este caso el acuífero presenta el fenómeno de rendimiento retardado.

Se observará que este fenómeno no sólo se presenta en los acuíferos libres, homogéneos de material fino sino también en los que siendo libres son estratificados. En los acuíferos de grano grueso existen intercaladas una o más capas de arena

fina. El caso más simple es el de un acuífero homogéneo de arena gruesa situado sobre una capa impermeable y debajo de una capa de material fino que, aún teniendo una conductividad hidráulica notablemente más baja que el material del acuífero, no es lo suficientemente baja como para clasificarla como semi-permeable. De hecho, tal acuífero es intermedio entre el semi-confinado y el "verdadero" libre; por tanto se le llamará semi-libre. Si tal acuífero se bombea, el nivel de agua en la capa superior también desciende, aunque inicialmente, menos que el nivel piezométrico en la capa de mayor permeabilidad (Fig.30). Como no se puede despreciar el descenso del nivel freático, en la capa de material fino existe un flujo horizontal que hay que tener en cuenta. Es obvio que en este caso no se cumple la condición de los acuíferos semi-confinados que establece que el nivel freático en la capa situada por encima de él, no esté afectado por el bombeo. Por tanto, no son aplicables los métodos de análisis de los datos obtenidos en ensayos por bombeo, hechos en acuíferos semi-confinados.

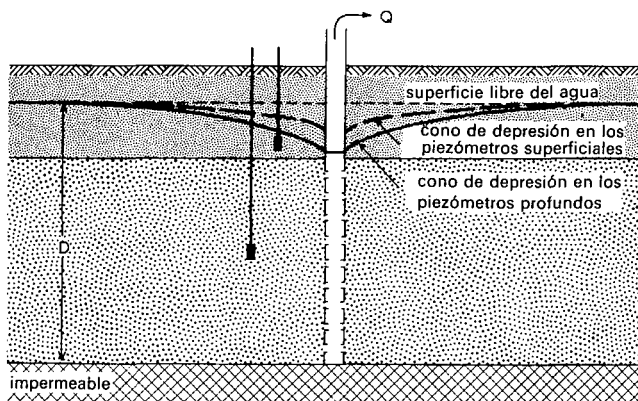


Fig.30. - Sección transversal esquemática de un acuífero semi-libre, bombeado.

BOULTON (1963) (ver también PRICKET, 1965) introdujo un método para analizar los datos de ensayos por bombeo sobre acuíferos libres, en el que se tiene en cuenta el rendimiento retardado debido a un lento drenaje por gravedad. Para fines prácticos, también se puede usar para analizar el régimen variable en un acuífero semi-libre. Este método se describirá ahora, y para ilustrarlo se presenta un ejemplo numérico; para ello se utilizan los datos del ensayo por bombeo "Vennebulten" en la parte este de Holanda. El ensayo fué llevado a cabo por el Institute for Land and Water Management Research, Wageningen (Holanda).

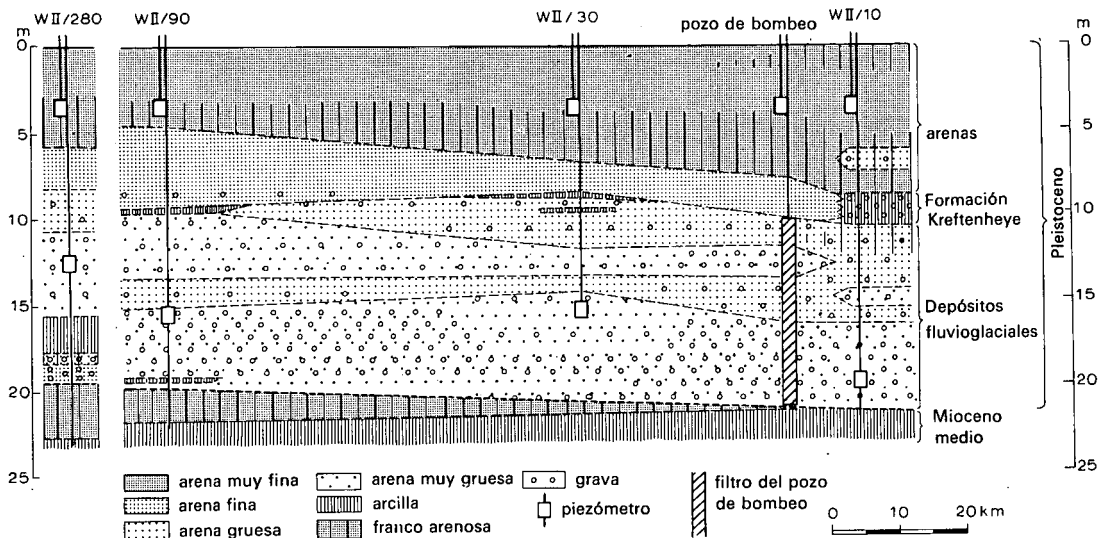


Fig. 31. - Sección transversal litológica del lugar del ensayo por bombeo "Vennebulten".

TABLA 13. - RESUMEN DE LOS DATOS DEL PIEZOMETRO WII/90. ENSAYO POR BOMBEO "VENNEBULTEN"

Tiempo (min)	Descenso filtro pro- fundo (m)	Descenso filtro su- perficial (m)	Tiempo (min)	Descenso filtro profundo (m)	Descenso filtro su- perficial (m)
0	0	0	41	0,128	0,018
1,17	0,004		51	0,133	0,022
1,34	0,009		65	0,141	0,026
1,7	0,015		85	0,146	0,028
2,5	0,030		115	0,161	0,033
4,0	0,047		175	0,161	0,044
5,0	0,054		260	0,172	0,050
6,0	0,061	0,005	300	0,173	0,055
7,5	0,068		370	0,173	
9	0,064	0,006	430	0,179	
14	0,090	0,008	485	0,183	0,061
18	0,098	0,010	665	0,182	0,071
21	0,103		1340	0,200	0,096
26	0,110	0,011	1490	0,203	0,099
31	0,115	0,014	1520	0,204	0,099



La Figura 31 muestra un corte geológico del área donde se realizó el ensayo, elaborado a partir de los datos obtenidos durante la perforación. La base impermeable consta de arcillas marinas del Mioceno Medio. Los materiales del acuífero son arenas fluvio-glaciales muy gruesas y depósitos del Rhin, del final del Pleistoceno; conforme se asciende cambian gradualmente a arena muy fina y, a veces, a capas de material franco-arenoso. La parte del acuífero de material más fino tiene un espesor de unos 10 m.

En el pozo de bombeo se ha instalado el filtro del tubo entre 10 y 21 m de profundidad; los piezómetros se situaron a 10, 30, 90 y 280 m respectivamente, del pozo de bombeo y a profundidades que iban de 12 a 19 m. A las mismas distancias también se instalaron piezómetros superficiales; a unos 3 m de profundidad. Se bombeó el acuífero a un caudal constante de  $873 \text{ m}^3/\text{día}$  durante 25 horas. La Tabla 13 resume los descensos del nivel de agua observados en uno de los piezómetros.

### 3.5.1 Método de Boulton

Se puede usar, éste método si se satisfacen las siguientes condiciones:

- Los supuestos citados en la pág.39.
- Acuífero semi-libre o libre presentando rendimiento retardado.
- El flujo de agua hacia el pozo es en régimen variable.
- El diámetro del pozo es pequeño, es decir, se puede desprestigiar el almacenamiento en el pozo.

Se pueden distinguir tres segmentos diferentes en la curva tiempo-descenso obtenida con los datos del ensayo hecho en un acuífero libre con rendimiento retardado (Fig.32).

El primer segmento, indica que durante un período corto posterior al comienzo del bombeo, el acuífero libre reacciona inicialmente de la misma forma que un acuífero confinado.

Debido a la compactación del acuífero y a la expansión del agua misma, ésta es liberada del almacenamiento instantáneamente (sin retardo). Todavía no ha comenzado el drenaje por gravedad. En condiciones favorables se puede calcular la transmisividad del acuífero aplicando el método de Theis a éste primer tramo de la curva tiempo-descenso; corresponde a poco más que los primeros minutos de datos; en éste caso sólo se pueden utilizar los descensos en los puntos de observación más cercanos, ya que en los distantes el descenso durante los primeros minutos es demasiado pequeño para medirlo. Además no se puede emplear el coefi-

ciente de almacenamiento obtenido de esta forma para predecir los descensos del nivel de agua a largo plazo.

El segundo segmento de la curva tiempo-descenso, presenta una disminución en la pendiente, ya que a través de intersticios existentes por encima del cono de depresión, se produce rellenado del acuífero debido al drenaje por gravedad. Durante este tiempo se produce una marcada discrepancia entre la curva obtenida con los datos reales y la curva tipo de Theis para flujo en régimen variable.

Durante el tercer segmento, que puede comenzar después de unos minutos o a los varios días de haber empezado a bombear, de nuevo la curva se ajusta estrechamente a la curva tipo de Theis.

En este tercer segmento existe un equilibrio entre el drenaje por gravedad y la velocidad con que la capa freática desciende. Por ello, el error entre los datos reales y los teóricos obtenidos con la ecuación de Theis, se va haciendo cada vez más pequeño.

Se puede mostrar que el coeficiente efectivo de almacenamiento es

$$S_A + S_Y = \gamma S_A$$

donde

$S_A$  = volumen de agua que instantáneamente sale del almacenamiento, por unidad de descenso del nivel de agua, por unidad superficial horizontal (=coeficiente efectivo de almacenamiento en un primer período)

$S_Y$  = volumen total de rendimiento retardado extraído del almacenamiento, por unidad de descenso del nivel de agua, por unidad superficial horizontal (=rendimiento específico)

$$\gamma = 1 + \frac{S_Y}{S_A} \quad (39)$$

La solución general de la ecuación del flujo es una ecuación diferencial bastante complicada que, simbólicamente y por analogía con la ecuación de Theis, se puede expresar de la forma

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W(u_{AY}, r/B) \quad (40)$$

A  $W(u_{AY}, r/B)$  se le puede llamar "ecuación del pozo de Boulton".

Durante un primer período, esta ecuación describe el primer segmento de la curva tiempo-descenso y la Ec. (40) se reduce a

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W(u_A, r/B) \quad (41)$$

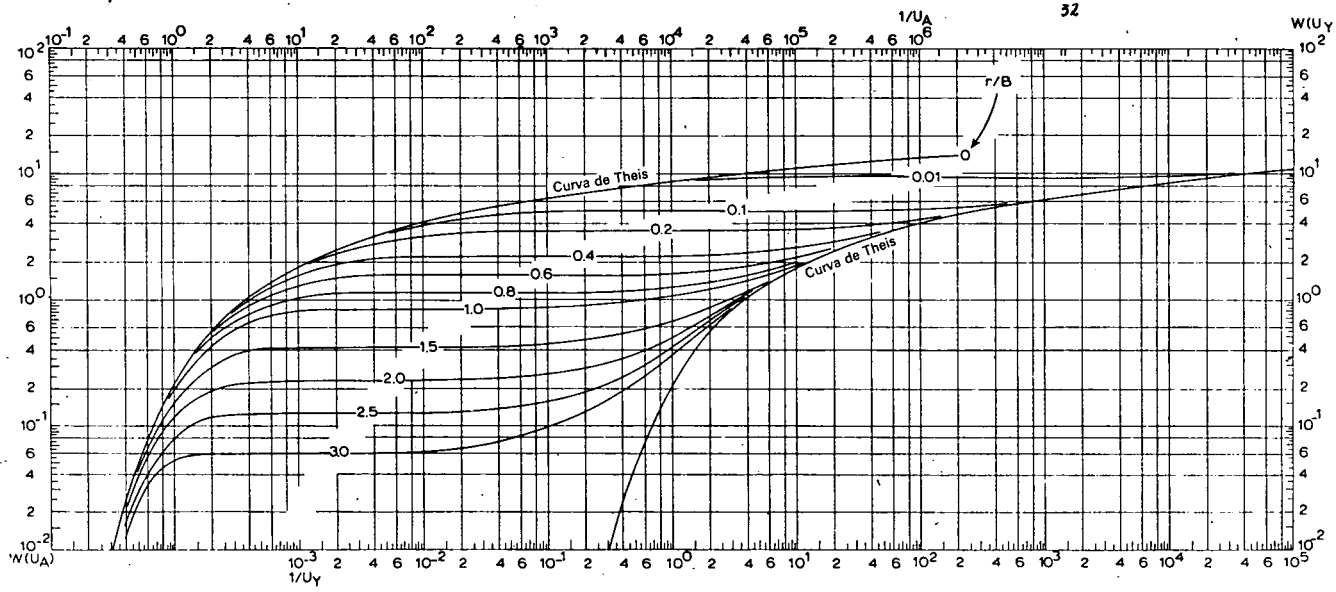


Fig.32. - Familia de curvas-tipo de Boulton:  $W(u_A, r/B)$  en función de  $1/u_A$  y  $W(u_Y, r/B)$  en función  $1/u_Y$  para diferentes valores de  $r/B$ .

donde

$$u_A = \frac{r^2 S_A}{4kDt} \quad (42)$$

En las condiciones del último período, la Ec.(40) describe el tercer segmento de la curva tiempo-descenso y se reduce a

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W(u_Y, r/B) \quad (43)$$

$$u_Y = \frac{r^2 S_Y}{4kDt} \quad (44)$$

Sin embargo, las fórmulas más arriba mencionadas sólo son válidas si  $\gamma$  tiende a infinito; en la práctica esto significa que  $\gamma > 100$ . Si  $10 < \gamma < 100$ , el segundo segmento de la curva tiempo-descenso no se mantiene horizontal durante un tramo tan largo como cuando  $\gamma > 100$ ; sin embargo todavía el método de Boulton da una bastante buena aproximación.

Si  $\gamma$  tiende a infinito, el segundo segmento viene descrito por

$$s = \frac{Q}{2\pi kD} K_0\left(\frac{r}{B}\right) \quad (45)$$

donde  $K_0(r/B)$  es la función modificada de Bessel de segundo tipo y orden cero. Por analogía con el factor de filtración  $L$  de los acuíferos semi-confinados, se le puede llamar a  $B$  factor de drenaje. Viene definido por

$$B = \sqrt{\frac{kD}{\alpha S_Y}} \quad (46)$$

y se expresa en metros.

A  $1/\alpha$  se le llama "índice de retraso de Boulton" y es una constante empírica. Se expresa en días y se emplea en combinación con la "curva índice-retraso de Boulton" (Fig.33) para determinar el tiempo  $t_{wt}$  para el que el rendimiento retardado cesa de afectar al descenso del nivel de agua.

#### *Procedimiento*

- Sobre papel logarítmico, construir las curvas tipo de Boulton representando los valores de  $W(u_{AY}, r/B)$  en función de los de  $1/u_A$  y  $1/u_Y$ ; se hace para una serie de valores prácticos de  $r/B$  y, para ello, se utiliza el Anejo V. La parte izquierda de la Figura 32 muestra las curvas "tipo-A" ( $W(u_A, r/B)$  en función de  $1/u_A$ ); en la parte derecha de la figura están las curvas "tipo-Y" ( $W(u_Y, r/B)$  en función de  $1/u_Y$ ).

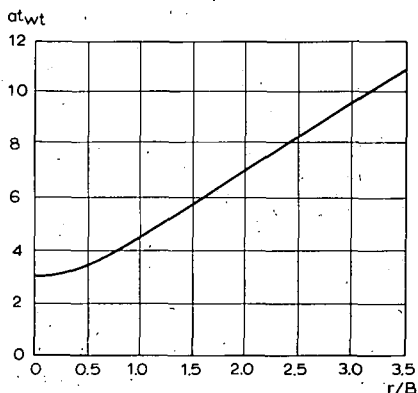


Fig. 33. - Curva retardo-índice de Boulton.

- Preparar la curva de los datos reales representando, en otra hoja de papel logarítmico de la misma escala que la anterior, los valores de los descensos  $s$  en función de los correspondientes de  $t$ , para un único piezómetro situado a una distancia  $r$  del pozo de bombeo.

- Superponer la curva de los datos reales a las curvas tipo-A y, manteniendo los ejes de coordenadas paralelos, encontrar por tanteo la posición en que los datos de campo obtenidos en el primer período de bombeo, se ajustan a una de las curvas tipo-A. Anotar el valor de  $r/B$  de la curva tipo-A seleccionada.

- Sobre la parte que ambas hojas se solapan, elegir un punto A y anotar para este punto los valores de  $s$ ,  $t$ ,  $1/u_A$  y  $W(u_A, r/B)$ .

- Sustituir estos valores en las Ecs. (41) y (42) y, junto con el valor de  $Q$  también conocido, calcular  $kD$  y  $S_A$ .

- Moviendo la curva de los datos reales, encontrar una nueva situación en la que los datos del último período de bombeo se ajustan lo mejor posible a una curva tipo-Y con el mismo valor de  $r/B$  que la curva tipo-A seleccionada anteriormente.

- Seleccionar un nuevo punto Z sobre la porción en que ambas hojas se superponen y leer para este punto los valores de  $s$ ,  $t$ ,  $1/u_Z$  y  $W(u_Z, r/B)$ .

- Sustituir estos valores en las Ecs. (43) y (44) y junto con el valor de  $Q$ , calcular  $kD$  y  $S_Y$ . Los dos cálculos deben dar aproximadamente el mismo valor de  $kD$ .

- Sustituir los valores de  $S_A$  y  $S_Y$  en la Ec. (39) y calcular  $\gamma$ .

- Conocido el valor de  $r$  y de  $r/B$ , calcular el valor de  $B$ ; a continuación, sustituyendo los valores de  $B$ ,  $S_Y$  y  $kD$  en la Ec. (46) calcular  $1/\alpha$ .

- Con el tiempo, los efectos del drenaje por gravedad retardado se hacen despreciables y, por ello, la curva tipo-Y se une con la curva de Theis. Midiendo el valor de  $\alpha t_{wt}$  para un valor particular de  $r/B$  sobre la "curva-retardo índice de Boulton" (Fig.33), determinar el punto donde ambas curvas se unen para el concreto valor de  $r/B$ . Como se conoce  $1/\alpha$ , calcular ahora  $t_{wt}$ . El factor  $t_{wt}$  es la coordenada tiempo del punto donde la curva tiempo-descenso que se ajusta a la curva tipo con el concreto valor de  $r/B$ , se une con la parte derecha de la curva de Theis.

- Repetir el procedimiento con los datos reales de cada uno de los piezómetros disponibles. Los cálculos de  $kD$ ,  $S_A$  y  $S_Y$  con los datos de los diferentes piezómetros deben dar aproximadamente los mismos resultados.

#### *Observaciones*

- Hay que hacer notar que para valores de  $\gamma > 100$ , la pendiente de la línea que une las correspondientes curvas tipo A e Y es, por esencia, cero. Para valores tales que  $10 < \gamma < 100$ , la pendiente de esta línea es pequeña y es, aproximadamente, la tangente a ambas curvas. Los puntos de los datos reales que no se pudo hacer coincidir con una curva tipo-A ni con una tipo-Y, deben caer sobre esta tangente (BOULTON, 1964).

- Si no es aparente la influencia de un rendimiento retardado, la curva de los datos reales debe caer completamente sobre la parte izquierda de la curva tipo de Theis.

- Si se han hecho suficientes observaciones posteriores al momento en que el rendimiento retardado deja de influir sobre la curva tiempo-descenso, para calcular los valores de  $kD$  y  $S_Y$  se podrán utilizar los datos correspondientes a  $t > t_{wt}$  en combinación con la parte derecha de la curva de Theis.

- Si se emplea el método de Boulton a ensayos por bombeo hechos en acuíferos semi-libres, no se obtiene información sobre las propiedades de la capa situada por encima del acuífero, ya que las propiedades definidas de  $B$  son las de un acuífero libre.

#### *Ejemplo*

Para mostrar un ejemplo numérico, se emplean los datos del piezómetro, situado a 90 m del pozo de bombeo (Tabla 13) en el ensayo "Vennebulten". Los datos obtenidos en este piezómetro se representan en papel logarítmico (Fig.34). Queda claro que la curva trazada por los puntos obtenidos, no se ajusta ni a la curva tipo de Theis ni a ninguna de las curvas tipos de Walton. Por otra parte, esa parte central casi horizontal y los crecientes descensos que a continuación se presentan,

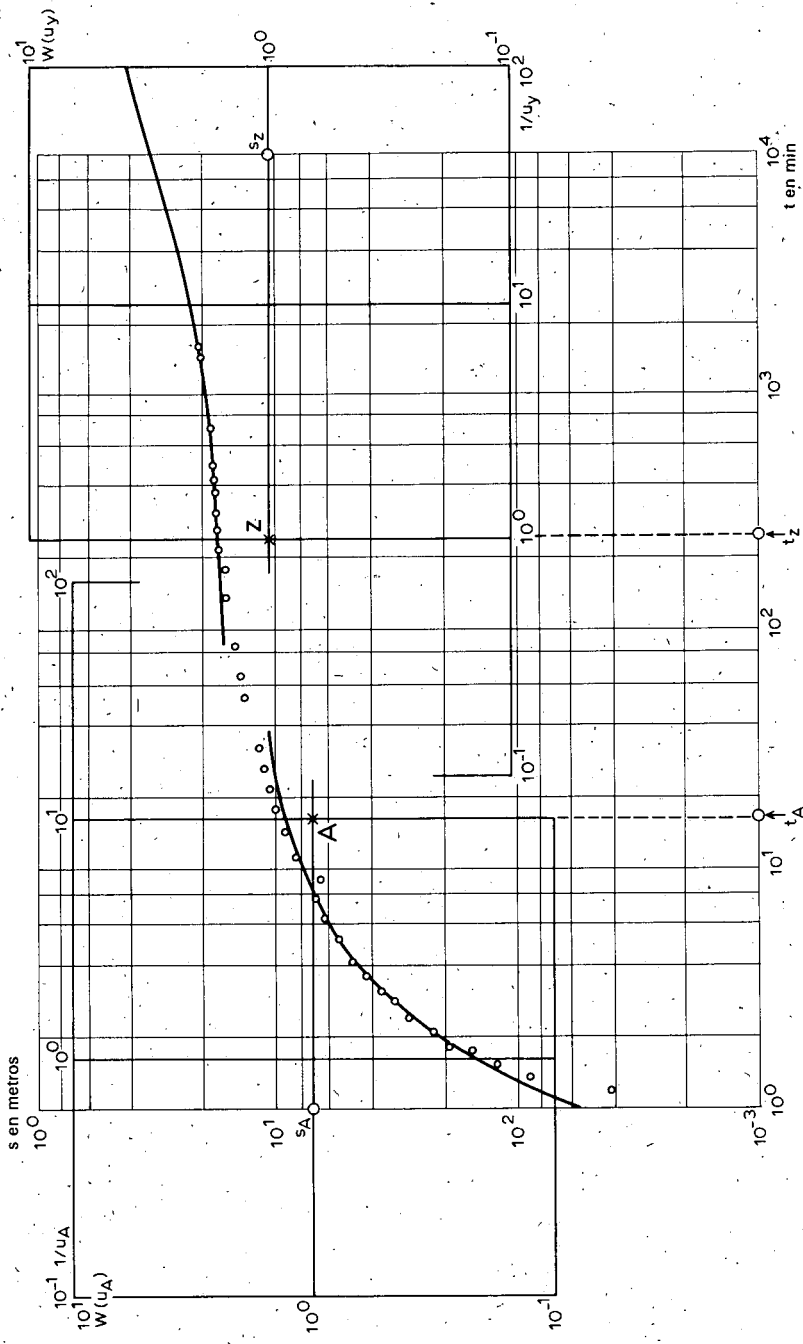


Fig. 34. - Análisis de los datos del ensayo por bombeo "Yennebulten" ( $r = 90$  m) con el método de Boulton.

son típicos de las curvas tipo de Boulton. También la estratigrafía podría indicar que más bien se trata de un acuífero libre (con rendimiento retardado) o de uno semi-libre que de uno semi-confinado. Si también se tiene en cuenta que el nivel de agua en los piezómetros superficiales desciende continuamente, se dan todas las razones para analizar este ensayo por bombeo con el método de Boulton. Se superpone la parte requerida de la curva tiempo-descenso sobre la familia de curvas tipo de Boulton y, manteniendo los ejes de coordenadas paralelos, se busca por tanteo la posición en que su parte izquierda se ajusta a la parte izquierda de una de las curvas-tipo. En este caso, se encuentra que se ajusta, en el tramo citado, a la curva-tipo para la que  $r/B = 0,6$ . Se elige un punto de encaje A. Este punto tiene las siguientes coordenadas:

$$1/u_A = 10, W(u_A, r/B) = 1, s = 0,070 \text{ m y } t = 16 \text{ min} = 1,11 \times 10^{-2} \text{ días.}$$

Sustituyendo estos valores en las Ecs. (41) y (42) se obtiene

$$kD = \frac{Q}{4\pi s} W(u_A, r/B) = \frac{873}{4 \times 3,14 \times 0,070} \times 1 = 990 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S_A = \frac{u_A 4kDt}{r^2} = \frac{10^{-1} \times 4 \times 990 \times 1,11 \times 10^{-2}}{90^2} = 5,4 \times 10^{-4}$$

Ahora se busca la posición en la que la parte derecha de la curva se ajusta a la parte derecha de la curva tipo en la que  $r/B = 0,6$ ; de nuevo se elige un punto de encaje (Z). Este punto tiene las siguientes coordenadas:

$$1/u_Y = 1, W(u_Y, r/B) = 1, s = 0,105 \text{ m y } t = 250 \text{ min} = 1,74 \times 10^{-2} \text{ días.}$$

Sustituyendo estos valores en las Ecs. (43) y (44) se deduce

$$kD = \frac{Q}{4\pi s} W(u_Y, r/B) = \frac{873}{4 \times 3,14 \times 0,105} \times 1 = 660 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S_Y = \frac{u_Y 4kDt}{r^2} = \frac{1 \times 4 \times 660 \times 1,74 \times 10^{-1}}{90^2} = 5,7 \times 10^{-2}$$

Como  $r = 90 \text{ m}$ , se sigue que

$$B = \frac{r}{r/B} = \frac{90}{0,6} = 150 \text{ m}$$

y por medio de la Ec. (46) se calcula  $\alpha$



$$\alpha = \frac{kD}{S_Y B^2} = \frac{606}{5,7 \times 10^{-2} \times 150} = 0,47 \text{ día}^{-1}$$

Como  $r/B = 0,6$ , en la curva de Boulton de retardo-índice (Fig.33) se lee que  $\alpha t_{wt} = 36$  y, por ello,  $t_{wt} = 3,6/\alpha = 3,6/0,47 = 7,7$  días.

Finalmente se calcula  $\gamma$  con la Ec.(39)

$$\gamma = 1 + (S_Y/S_A) = 1 + \frac{5,7 \times 10^{-2}}{5,4 \times 10^{-4}} = 1 + 104 = 105$$

Cuando se repite este procedimiento para los datos de los piezómetros situados a 10 y 30 m respectivamente del pozo de bombeo, se obtienen los resultados citados en la Tabla 14.

#### *Evaluación*

A partir de los datos que se muestran en la Tabla 14, se puede concluir que las características hidráulicas del acuífero en "Vennebulten" son

$$kD \approx 900 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$S_A \approx 7 \times 10^{-4}$$

$$S_Y \approx 0,10$$

$$t_{wt} \approx 5 \text{ días}$$

Si se hubiera ignorado el hecho de que durante el bombeo el nivel freático sufrió un descenso considerable, se habría podido describir el acuífero como uno semi-confinado con nivel freático constante. En tal caso se habría podido emplear el método de De Glee para analizar los datos del ensayo. Se habrían obtenido unos valores de  $1750 \text{ m}^2/\text{día}$  para la transmisividad y de 570 días para la resistencia hidráulica de la capa semi-permeable. Por supuesto que un valor tan alto de  $c$  es contradictorio con el gran descenso del nivel freático. Esto ilustra claramente la importancia de comprobar los valores calculados con otras observaciones.

TABLA 14. - PUNTO DE AJUSTE Y CARACTERISTICAS HIDRAULICAS CALCULADAS CON EL METODO DE BOULTON. ENSAYO POR BOMBEO VENNEBULTEN

Pozo número	Punto de ajuste	r/B	$1/u_A$	$1/u_Y$	$W(u_A)$	$W(u_Y)$	s (m)	t (días)	kD ( $m^2/dfa$ )	$S_A$	$S_Y$	$\alpha$ (días $^{-1}$ )	$t_{wt}$ (días)	$\gamma$
W II/10	A	0,1	$10^2$		1		0,052	$1,52 \times 10^{-3}$	1339	$8,13 \times 10^{-4}$				288
	Z													
W II/30	A	0,316	10		1		0,074	$1,91 \times 10^{-3}$	940	$7,97 \times 10^{-4}$				72
	Z													
W II/90	A	0,6	10		1		0,070	$1,11 \times 10^{-2}$	990	$5,4 \times 10^{-4}$				105
	Z													

### 3.6 FLUJO EN REGIMEN PERMANENTE EN ACUIFEROS LIBRES

Los métodos para analizar los datos de ensayos por bombeo en acuíferos libres, son relativamente antiguos y están basados en el trabajo de Dupuit. DUPUIT (1863) demostró que para obtener una solución a la ecuación diferencial que describe el flujo de agua en régimen permanente hacia un pozo de bombeo, es necesario suponer que

- la velocidad del flujo es proporcional a la tangente de gradiente hidráulico en vez de al seno, como realmente sucede

- el flujo de agua es horizontal y uniforme en cualquier parte de un corte vertical que contenga el eje del pozo.

Además, que alrededor del pozo existe una frontera de carga hidráulica constante; si no fuera así, no podría producirse flujo en régimen permanente. Sin embargo, aún cuando no existiera tal límite, si el período de bombeo es suficientemente largo, las diferencias de descensos se van haciendo despreciables con el tiempo. En las condiciones citadas, se pueden aplicar las fórmulas para régimen permanente sin cometer errores de importancia.

#### 3.6.1 Método de Thiem-Dupuit

Si se cumplen los supuestos citados en la p.39 y los supuestos de Dupuit más arriba citados y si además se satisfacen las condiciones

- acuífero libre
- el flujo de agua hacia el pozo en régimen permanente

entonces, se puede expresar la descarga del pozo en un acuífero libre (Fig.35), de la forma

$$Q = 2\pi r kh \frac{dh}{dr}$$

Integrando esta ecuación entre los límites  $r_1$  y  $r_2$  ( $r_2 > r_1$ ), se obtiene

$$Q = \pi k \frac{h_2^2 - h_1^2}{\ln(r_2/r_1)} \quad (47)$$

A la Ecuación (47) se le llama *fórmula de Dupuit*.

Esta ecuación no describe exactamente el descenso del nivel de agua cerca del pozo, ya que la fuerte curvatura de la capa de agua en esa parte contradice los

supuestos de Dupuit. Se han ignorado la influencia de la zona de escape de agua situada en el pozo por encima del nivel de agua, la del movimiento de agua en el suelo en la zona capilar y la de las componentes vertical de la velocidad que alcanzan su máximo en las cercanías del pozo.

Como  $h = D - s$ , se puede transformar la Ec.(47) en la siguiente:

$$Q = \frac{\pi k \{ (D - s_2)^2 - (D - s_1)^2 \} 2D / 2D}{\ln(r_2 / r_1)}$$

$$= \frac{2\pi k D \{ (s_1 - s_1^2 / 2D) - (s_2 - s_2^2 / 2D) \}}{\ln(r_2 / r_1)}$$

Sustituyendo  $s - s^2 / 2D$  por  $s' =$  valor del descenso corregido, se obtiene

$$Q = \frac{2\pi k D (s'_{m1} - s'_{m2})}{\ln(r_2 / r_1)} \quad (48)$$

Esta fórmula es idéntica a la de Thiem (Ec.2) para un acuífero confinado; para calcular el valor de la transmisividad, se puede seguir el mismo procedimiento que el descrito en la Sección 1.1.

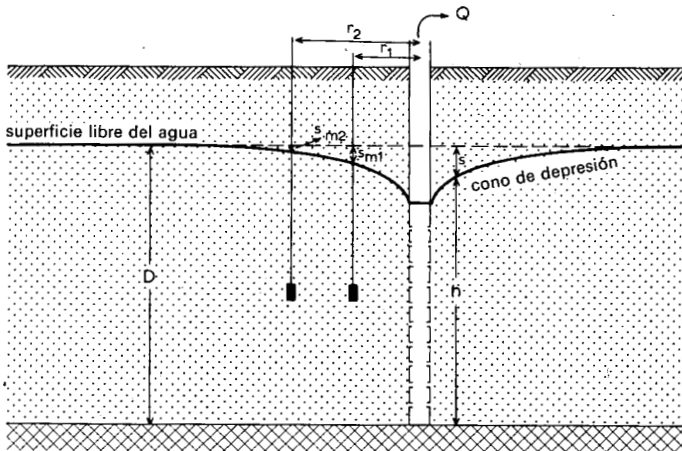


Fig.35. - Esquema de un corte transversal de un acuífero libre bajo bombeo.

### *Observación*

El descenso de la capa de agua debe ser pequeño en relación con el espesor de la parte saturada del acuífero; ya que si no, no se cumple el supuesto de que el espesor del acuífero es constante.

### 3.7 FLUJO DE AGUA EN REGIMEN VARIABLE EN ACUIFEROS LIBRES

En un acuífero libre en el que no son aparentes los efectos de rendimiento retardado, el patrón del flujo hacia un pozo es el mismo que en un acuífero confinado. En consecuencia se pueden utilizar los métodos descritos en las Secciones 2.1 - 2.4 siempre y cuando se satisfagan los supuestos citados en la pág.39, los de Dupuit citados en la Sección 6 y las siguientes condiciones limitantes:

- acuífero libre
- flujo de agua hacia el pozo en régimen variable
- se descarga el agua extraída del almacenamiento al mismo tiempo que se produce el descenso de la carga hidráulica, es decir, no hay efectos de rendimiento retardado
- el diámetro del pozo es muy pequeño, es decir, se puede despreciar el almacenamiento del agua en él.

Se debe reemplazar en las ecuaciones el valor de  $s$  por el de  $s' = s - s^2/2D$ .

### *Observaciones*

- El descenso del nivel de agua debe ser pequeño en comparación con el espesor de la parte saturada del acuífero, ya que si no, no se cumple la condición de espesor del acuífero constante.
- El símbolo  $S$  significa, en este caso, rendimiento específico.

TABLA 15. - REPASO DE LOS METODOS DE ANALISIS PRESENTADOS EN EL CAPITULO 3.

PRINCIPALES SUPUESTOS: 1. El acuífero tiene aparentemente una extensión superficial infinita. 2. El acuífero es homogéneo, isótropo y de espesor uniforme. 3. Antes de comenzar el bombeo las superficies piezométrica y/o freática son (casi) horizontales. 4. El caudal de descarga es constante. 5. El pozo penetra totalmente en el acuífero. SOLAMENTE PARA METODOS DE ANALISIS PARA REGIMEN VARIABLE: 6. Se puede despreciar el almacenamiento en el pozo. 7. Se descarga el agua extraída del almacenamiento al mismo tiempo que se produce el descenso de carga hidráulica (no es válido para acuíferos libres con rendimiento retardado ni para acuíferos semi-libres).

TIPO DE ACUIFERO	TIPO DE SOLUCION (REGIMEN)	ECUACION DE FLUJO	METODO DE ANALISIS		OBSERVACIONES	PARAM. CALCUL.	SEC-CION	REFERENCIA	
			NOMBRE	TIPO					
confinado	permanente	$Q = \frac{2\pi kD(s_1 - s_2)}{\ln(r_2/r_1)}$	Thiem	cálculo		kD	1.1	THIEM, 1906	
	variable	$s = \frac{Q}{4\pi kD} \int_u^\infty \frac{e^{-y}}{y} dy = \frac{Q}{4\pi kD} W(u)$	Theis Chow	curva de ajuste nomograma	$u = \frac{r^2 S}{4kDt}$	kD y S	2.1	JACOB, 1940	
		$s = \frac{2,30Q}{4\pi kD} \log \frac{2,25kDt}{r^2 S}$	Jacob	línea recta	$\frac{r^2 S}{4kDt} \leq 0,01$		kD y S	2.3	COOPER y JACOB, 1946
		$s'' = \frac{2,30Q}{4\pi kD} \log \frac{t}{t''}$	recuperación de Theis	línea recta	$s'' = \text{descenso residual}$ $t'' = \text{tiempo desde que terminó el bombeo}$		kD	2.4	THEIS, 1935
semi-confinado	permanente	$s_m = \frac{Q}{2\pi kD} K_0 \left( \frac{r}{L} \right)$	De Glee	curva de ajuste	$L \geq 3D$	kD y c	3.1	DE GLEE, 1930	
		$s_m = \frac{2,30Q}{2\pi kD} \left( \log 1,12 \frac{L}{r} \right)$	Hantush Jacob	línea recta	$r/L \leq 0,05$	kD y c	3.2	HANTUSH y JACOB, 1955	
		$Q - Q' = \frac{2\pi kD(s_1 - s_2)}{\ln(r_2/r_1)}$	mod.de Ernst al mét.de Thiem	cálculo	$Q' = \text{caudal de recarga a través de la capa confinante}$	kD	3.3	comunicación oral	

variable	$s = \frac{Q}{4\pi kD} \int_u^{\infty} \frac{1}{y} \exp\left(-y - \frac{r^2}{4L^2 y}\right) dy =$	Walton	curva de ajuste	$u = \frac{r^2 S}{4kDt}$	kD, S y c	4.1	WALTON, 1962
	$= \frac{Q}{4\pi kD} W(u, r/L)$	Hantush I	punto de inflexión		kD, S y c	4.2	HANTUSH, 1956
		Hantush II			kD, S y c	4.3	HANTUSH, 1956
	$s = \frac{Q}{4\pi kD} \{2K_o(r/L) - W(q, r/L)\}$	Hantush III	curva de ajuste	$q = \frac{kDt}{SL^2}; q > \frac{2r}{L}; t > 4t_p$	kD, S et c	4.4	HANTUSH, 1956
libre con rendimiento retardado	variable $s = \frac{Q}{4\pi kD} \int_u^{\infty} 2J_o\left(\frac{r}{B} y\right) \frac{y^2}{y^2 + 1} \times$	Boulton	curva de ajuste	$y =$ variable de integración			
y semi-libre	$\times [1 - \exp\{-\alpha y t(y^2 + 1)\}] \frac{dy}{y} =$			$u_A = \frac{r^2 S_A}{4kDt}; u_Y = \frac{r^2 S_Y}{4kDt}$	kD, S <sub>A</sub> , S <sub>Y</sub> , B y 1/α	5.1	BOULTON, 1963
	$= \frac{Q}{4\pi kD} W(u_{AY}, r/B)$			$\gamma = (S_A + S_Y)/S_A; \gamma > 100$			
libre	permanente $Q = \pi k \frac{h_2^2 - h_1^2}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{2\pi kD(s'_1 - s'_2)}{\ln(r_2/r_1)}$	Thiem-Dupuit	cálculo	$s' = s - (s^2/2D)$	kD	6.1	THIEM, 1906
	variable como para acuíferos confinados			se sustituye s por $s' = s - (s^2/2D)$	kD y generalmente S	7 y 2.1 a 2.4	THIEM, 1906 JACOB, 1940 CHOW, 1952 COOPER y JACOB, 1946

#### 4. METODOS PARA ANALIZAR LOS DATOS DE UN ENSAYO POR BOMBEO II

En el Capítulo 3 se han descrito e ilustrado con ejemplos, los métodos de análisis por bombeo en condiciones naturales relativamente simples. Sin embargo, sucede a menudo que hay que llevar a cabo ensayos bajo condiciones menos simples que las supuestas en el capítulo precedente. Afortunadamente, en las últimas décadas se han desarrollado métodos para analizar los datos de un ensayo por bombeo para una amplia gama de condiciones específicas. Se recordará que todos los métodos descritos en el Capítulo 3, están basados sobre los siguientes supuestos:

1. El acuífero tiene, aparentemente, una extensión superficial infinita.
2. El acuífero es homogéneo, isótropo y de un espesor uniforme en toda el área influenciada por el ensayo por bombeo.
3. Antes de comenzar el bombeo, la superficie piezométrica y/o freática, son (casi) horizontales en toda el área influenciada por el ensayo por bombeo.
4. El bombeo del acuífero es a caudal constante.
5. El pozo de bombeo penetra totalmente en el acuífero y, por ello, el flujo de agua hacia el pozo es horizontal para todo el espesor del acuífero.

Además, en los métodos para régimen variable se suponía que:

6. Se puede desprestigiar el almacenamiento en el pozo, es decir, el diámetro del pozo es muy pequeño.
7. Se descarga el agua extraída del acuífero al mismo tiempo que se produce el descenso de la carga hidráulica (excepto para acuíferos libres con rendimiento retardado).

En este capítulo se describen métodos de análisis de ensayos por bombeo en los que no se satisfacen una o más de las condiciones más arriba citadas. También se describen métodos para cuando el ensayo se hace en acuíferos compuestos de dos capas diferentes y métodos de aproximación para analizar los datos de pozos de bombeo sin piezómetros. En la Tabla 17 se da un repaso de estos métodos.

No se ilustran con ejemplos los métodos descritos en este capítulo ya que esto habría necesitado mucho espacio; además, para aquellos a quienes los métodos descritos en el Capítulo 3 les son familiares, no habrá ninguna dificultad para aplicar los métodos a las condiciones especiales de flujo que aquí se describen.



#### 4.1 ACUIFEROS LIMITADOS POR UNA O MAS FRONTERAS

A veces, es necesario realizar ensayos por bombeo cerca del límite del acuífero. En tales casos, no es válido el supuesto de que el acuífero tiene una extensión superficial infinita.

Se pueden distinguir los dos siguientes tipos de límites:

- a) Límites de barrera (por ejemplo, un muro impermeable).
- b) Límites de recarga (por ejemplo, un río o un canal).

Para análisis del flujo en estos acuíferos, se emplea *el principio de superposición*. Según este principio, el descenso del nivel de agua causado por dos o más pozos es la suma de los descensos causados por cada uno de ellos por separado. Suponiendo una serie de pozos imaginarios o imagen, se puede transformar un acuífero de extensión finita en uno de, aparentemente, infinita extensión y por ello, se pueden aplicar las ecuaciones antes descritas a este nuevo sistema. Si solamente hay un límite (Fig.36), se crea el sistema sustitutorio con un pozo imagen. Los pozos reales y los pozos imagen están a igual distancia del límite y están colocados a uno y otro lado sobre una línea perpendicular al límite. El pozo imagen es el reflejado del pozo real, actuando el límite como un espejo plano. Si el límite es de recarga, entonces el pozo imagen debe ser también de recarga, ya que a lo largo de la frontera el descenso debe ser cero. Esto es comprensible ya que un pozo de recarga produce un descenso negativo. Si, por otro lado la frontera es un límite barrera, entonces el pozo imagen es de descarga. En este caso, se toma el descenso producido por el pozo imagen como positivo, ya que la presencia de la frontera aumenta el descenso total.

Si hay más de un límite en las cercanías del pozo de bombeo, se necesitan más pozos imagen. La Figura 38 muestra el sistema substitución de pozos imagen para dos límites que entre sí forman ángulo recto. Como se observará, existen dos pozos imágenes primarios, que son los reflejados de los pozos reales y un pozo imagen secundario que es el reflejado de los pozos imagen primarios. Es fácil ver que cuando hay límites paralelos, el número de pozos imagen es teóricamente infinito (ver Figs 39, 40 y 41); sin embargo, en la mayoría de los casos prácticos, se puede encontrar por tanteo la distancia efectiva.

#### 4.1.1 Flujo en régimen permanente en acuíferos confinados o libres limitados por uno o más límites de recarga rectos

##### 4.1.1.1 Método de Dietz

En 1943, Dietz publicó un método de analizar los datos de un ensayo por bombeo llevado a cabo en las cercanías de límites de recarga rectos, siempre que el flujo sea en régimen permanente. Este método basado en el trabajo de MUSKAT (1937), emplea las funciones de Green para describir la influencia de los límites.

Este método se basa en los siguientes supuestos y condiciones:

- Los supuestos de la página 108, excepto el supuesto 1, que se reemplaza por:
  - En la zona influenciada por el ensayo por bombeo, el acuífero está atravesado por uno o más límites de recarga rectos que penetran totalmente en el acuífero y en los que el nivel de agua es constante.
  - El agua en el canal está en contacto libre con el acuífero bombeado.

Además se añaden las siguientes condiciones:

- El acuífero puede ser confinado o libre.
- El flujo hacia el pozo es en régimen permanente.

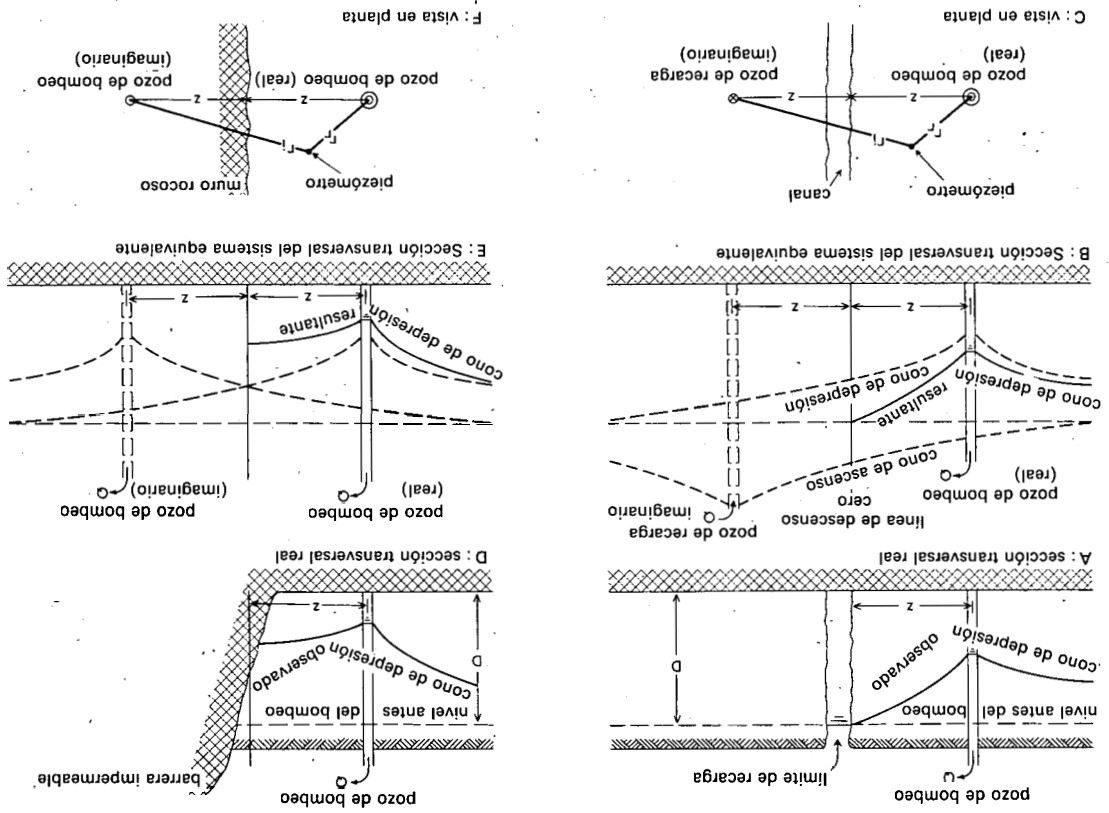
Si se cumplen estos supuestos y condiciones, el descenso del nivel de agua, en régimen permanente, en un piezómetro con coordenadas  $x_1, y_1$  causado por el pozo de bombeo de coordenadas  $x_w, y_w$ , viene dado por

$$s_{1,m} = \frac{Q}{2\pi kD} G(x,y) \quad (49)$$

donde  $G(x, y)$  = función de Green para una cierta configuración del límite. Para la configuración mostrada en la Fig.37-A, un límite de recarga recto, la función es

$$G(x,y) = \frac{1}{2} \ln \frac{(x_1 + x_w)^2 + (y_1 - y_w)^2}{(x_1 - x_w)^2 + (y_1 - y_w)^2} \quad (50)$$

Fig. 36. - Sección transversal esquemática y vista en planta de un acuífero con un límite recto. A y C: condiciones naturales; B y D: sistema equivalente con un pozo imagen; E y F: vista en planta.



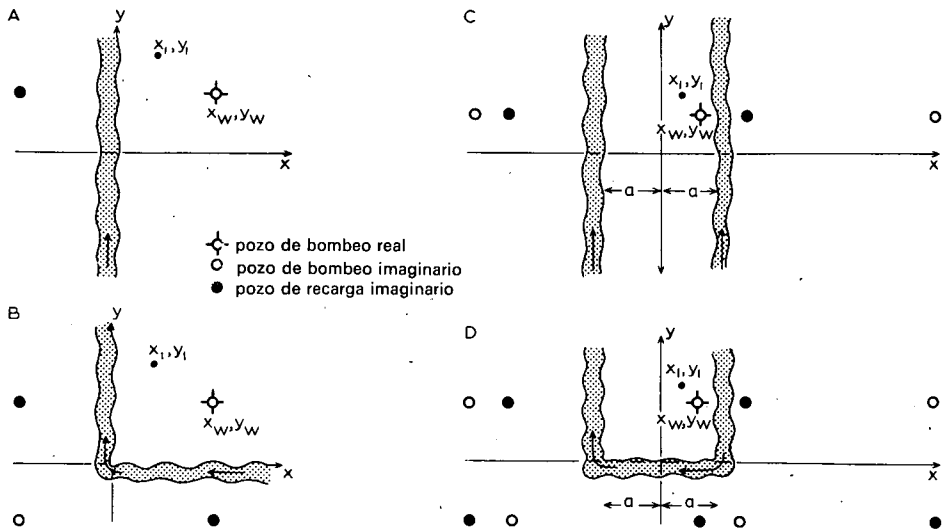


Fig. 37. - Gráfico esquemático de la situación de los ejes de coordenadas en el método de Dietz. Esquemas de los sistemas pozo-imagen, en un acuífero con fronteras hidráulicas.

Para la configuración mostrada en la Fig. 37B, con dos límites de recarga en ángulo recto, la función es de la forma

$$G(x,y) = \frac{1}{2} \ln \frac{\{(x_1 - x_w)^2 + (y_1 + y_w)^2\} \{(x_1 + x_w)^2 + (y_1 - y_w)^2\}}{\{(x_1 - x_w)^2 + (y_1 - y_w)^2\} \{(x_1 + x_w)^2 + (y_1 + y_w)^2\}} \quad (51)$$

Para el tipo de configuración que se muestra en la Fig. 37C, con dos límites de recarga rectos y paralelos, la función se transforma en

$$G(x,y) = \frac{1}{2} \ln \frac{\cosh \frac{\pi(y_1 - y_w)}{2a} + \cos \frac{\pi(x_1 + x_w)}{2a}}{\cosh \frac{\pi(y_1 - y_w)}{2a} - \cos \frac{\pi(x_1 - x_w)}{2a}} \quad (52)$$

Para la configuración de la Fig. 37D, la función es

$$G(x,y) = \frac{1}{2} \ln \frac{\left[ \cosh \frac{\pi(y_1 - y_w)}{2a} + \cos \frac{\pi(x_1 + x_w)}{2a} \right] \left[ \cosh \frac{\pi(y_1 + y_w)}{2a} - \cos \frac{\pi(x_1 - x_w)}{2a} \right]}{\left[ \cosh \frac{\pi(y_1 - y_w)}{2a} - \cos \frac{\pi(x_1 - x_w)}{2a} \right] \left[ \cosh \frac{\pi(y_1 + y_w)}{2a} - \cos \frac{\pi(x_1 + x_w)}{2a} \right]} \quad (53)$$

### *Procedimiento*

- Determinar la configuración del límite y sustituir la apropiada función de Green en la Ec.(49).

- Sobre el mapa de localización del bombeo, medir los valores de  $x_w$ ,  $y_w$ ,  $x_1$  e  $y_1$ .

- Sustituir los valores numéricos de  $Q$ ,  $x_w$ ,  $y_w$ ,  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $s_{1,m}$  en la Ec.(49) y calcular el valor de  $KD$ .

- Repetir este procedimiento para todos los piezómetros disponibles. Los resultados deben mostrar una buena concordancia.

### *Observaciones*

- En las Ecs.(52) y (53), los ángulos vienen expresados en radianes.

- Con este método no se puede calcular el valor de  $S$ .

En acuíferos libres, hay que reemplazar el valor de  $s_m$  por el de  $s'_m = s_m - s_m^2/2D$ .

4.1.2 Flujo en régimen variable en acuíferos confinados y libres limitados por una o más fronteras rectas de recarga o por una o más barreras

4.1.2.1 Método de Stallman

STALLMAN (citado por Ferris y al., 1962), desarrolló un método empleando una curva tipo para los datos de un ensayo por bombeo cuando éste se lleva a cabo en las cercanías de uno o más límites. Se puede emplear este método si se cumplen los siguientes supuestos y condiciones limitantes:

- Los supuestos citados en la pág.108 excepto el primero que se reemplaza por:

- En la zona bajo influencia del ensayo por bombeo, el acuífero está atravesado por una o más barreras, o por uno o más límites rectos de recarga que penetran totalmente en el acuífero.

- En los límites de recarga, el nivel del agua es constante y el contacto(s) entre ellos y el acuífero es (son) tan permeable como el acuífero.

Además, se añaden las siguientes condiciones:

- El acuífero es confinado o libre.

- El flujo de agua hacia el pozo es en régimen variable.

- La descarga del agua extraída del almacenamiento se produce al mismo tiempo que el descenso de la carga hidráulica en el acuífero.

Se llama  $r_r$  a la distancia entre el pozo real de bombeo y un piezómetro; a la distancia entre un piezómetro imaginario y un piezómetro se le llama  $r_i$ ;  $\beta$  es el nombre de la relación  $r_i/r_r$

$$\text{Si } u = \frac{r^2 S}{4kDt} \quad (54)$$

$$\text{y } u_i = \frac{r_i^2 S}{4kDt} = \frac{\beta^2 r_r^2 S}{4kDt} = \beta^2 u \quad (55)$$

entonces, el descenso del nivel de agua en el piezómetro viene descrito por la ecuación

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} [W(u) \pm W(\beta_1^2 u) \pm W(\beta_2^2 u) \pm \dots \pm W(\beta_n^2 u)] \quad (56)$$

o bien,

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W(u, \beta_{1 \rightarrow n}) \quad (57)$$

En el Anejo VI-A, se dan los valores numéricos de  $W(u, \beta_{1 \rightarrow n})$ . El número de los términos de la segunda parte de la igualdad expresada en la Ec.(56), viene determinado por el número de pozos imagen. Si además del pozo real sólo hay uno imagen, como es el caso de un único límite recto (Fig.36), sólo habrá dos términos: el primero  $(Q/4\pi kD)W(u)$  que describe la influencia del pozo real de bombeo y el segundo  $(Q/4\pi kD)W(\beta^2 u)$  que describe la del pozo imagen.

Si hay dos límites rectos que se cortan en ángulo recto, habrá tres pozos imagen además del real, por lo que habrá cuatro sumandos en la segunda parte de la igualdad de la Ec.(56). Con límites paralelos, el número de pozos imagen es infinito. Pero los pozos imagen para los que  $\beta > 100$ , tienen una influencia desechable sobre los descensos del nivel de agua en los piezómetros considerados y, por ello, se pueden despreciar los sumandos correspondientes.

Los términos correspondientes a un pozo de descarga, real o imagen, tienen signo positivo mientras que los de recarga lo tienen negativo.

En consecuencia, el descenso del nivel de agua en un piezómetro causado por un pozo de bombeo, situado cerca de un límite con configuración como las mostradas en las Figs 36 y 38 a 41, puede ser descrito de la forma siguiente (los subíndices de  $\beta$  se corresponden con el número que los pozos imagen llevan en las figuras).

*Un límite recto*

Un límite de recarga (Fig.36-C)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} [W(u) - W(\beta^2 u)] \quad (58)$$

o bien

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W_R(u, \beta) \quad (59)$$

Un límite barrera (Fig.36-F)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} [W(u) + W(\beta^2 u)] \quad (60)$$

o bien

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W_B(u, \beta) \quad (61)$$

*Dos límites rectos que forman ángulo recto entre sí*

Un límite barrera y uno de recarga (Fig.38-A)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} [W(u) + W(\beta_1^2 u) - W(\beta_2^2 u) - W(\beta_3^2 u)] \quad (62)$$

Dos límites de barrera (Fig.38-B)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} [W(u) + W(\beta_1^2 u) + W(\beta_2^2 u) + W(\beta_3^2 u)] \quad (63)$$

Dos límites de recarga (Fig.38-C)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} [W(u) - W(\beta_1^2 u) - W(\beta_2^2 u) + W(\beta_3^2 u)] \quad (64)$$

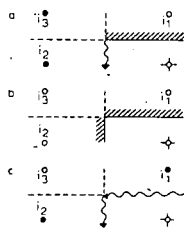


Fig.38. - Dos límites rectos en ángulo recto.

*Dos límites paralelos*

Un límite barrera y uno de recarga (Fig.39-A)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} [W(u) + W(\beta_1^2 u) - W(\beta_2^2 u) - W(\beta_3^2 u) + \dots \pm W(\beta^2 u)] \quad (65)$$

Dos límites de barrera (Fig.39-B)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W(u) + W(\beta_1^2 u) + W(\beta_2^2 u) + W(\beta_3^2 u) + \dots + W(\beta_n^2 u) \quad (66)$$

Dos límites de recarga (Fig.39-C)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W(u) - W(\beta_1^2 u) - W(\beta_2^2 u) + W(\beta_3^2 u) + \dots \pm W(\beta_n^2 u) \quad (67)$$

De la misma forma se puede componer la ecuación del descenso de la capa de agua para el caso de tres o cuatro límites rectos (comparar las Figs.40 y 41).

#### *Procedimiento*

- Determinar la configuración de los límites y preparar un esquema del sistema equivalente de pozos imagen.

- Determinar para uno de los piezómetros el valor de  $r_r$  y el (los) de  $r_i$ . Calcular el valor (valores) de  $\beta = r_i/r_r$  para cada uno de los pozos imagen y determinar el signo de cada uno de los términos de la parte derecha de la ecuación del descenso del nivel de agua. Utilizando el Anejo VI-A, calcular los valores numéricos de  $W(u, \beta_{1 \rightarrow n})$  respecto de los de  $u$  de acuerdo con la Ec.(56); en papel logarítmico, representar la curva tipo de  $W(u, \beta_{1 \rightarrow n})$  en función de  $u$ .

(Para sistemas con único límite, se pueden leer directamente los valores de  $W_R(u, \beta)$  y  $W_B(u, \beta)$ , respectivamente, en los Anejos VI-B y VI-C).

- En otra hoja de papel logarítmico, representar los valores de  $s$  correspondientes al piezómetro considerado, en función de los de  $1/t$ ; ésta es la curva de los datos observados.

- Superponer ambas curvas y manteniendo los ejes de coordenadas paralelos, buscar por tanteo la posición en la que la mayor parte de los datos reales caen sobre la curva tipo.

- En la parte donde las dos hojas se solapan, elegir un punto A y leer para él los valores de  $u$ ,  $W(u, \beta_{1 \rightarrow n})$ ,  $s$  y  $1/t$ .

- Sustituir estos valores de  $s$ ,  $W(u, \beta_{1 \rightarrow n})$  y de  $Q$  (conocido) en la Ec.(57) y calcular  $kD$ .

- Sustituir los valores de  $Q$ ,  $r_r$ ,  $u$ ,  $kD$  y  $1/t$  en la Ec.(54) y calcular  $S$ .

- Repetir este procedimiento para todos los piezómetros disponibles. Se observará que cada piezómetro tiene su propia curva, ya que los valores de  $W(u, \beta_{1 \rightarrow n})$  dependen del valor(es) de la relación  $r_i/r_r = \beta$ , que es (son) diferente(s) para cada piezómetro.



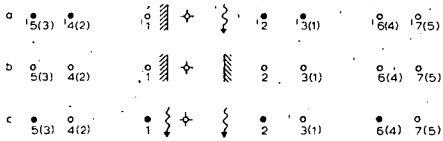


Fig. 39. - Dos límites rectos paralelos.

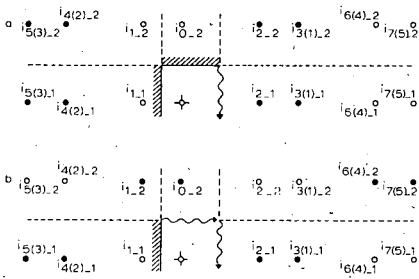


Fig. 40. - Dos límites rectos paralelos cortados en ángulo recto por un tercero.

- pozo de recarga imaginario
  - pozo de bombeo imaginario
  - ⊕ pozo de bombeo real
  - (3) numero de los pozos reflejados
- Los esquemas se continuan hasta el infinito

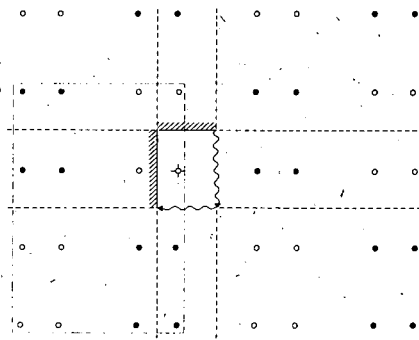


Fig. 41. - Cuatro límites rectos, es decir, dos pares de límites rectos que se cortan entre sí en ángulo recto.

*Observaciones*

- En acuíferos libres hay que reemplazar  $s$  por  $s' = s - s^2/2D$ .

- Se observará que también se puede utilizar este método para analizar los datos del descenso del nivel de agua en un acuífero bombeado por uno o más pozos reales, o en un acuífero donde se bombea y recarga con pozos reales, siempre y cuando todos los pozos tengan el mismo valor de  $Q$ .

#### 4.1.2.2 Método de la imagen de Hantush (para una única frontera de recarga)

El método de la imagen es útil cuando la línea efectiva de recarga no corresponde con la orilla o con la línea de corriente de río o canal. Esto puede ser debido a la pendiente de la orilla, a efectos de penetración parcial de la línea de recarga, o a una resistencia hidráulica en el contacto entre el acuífero y la frontera de recarga. Cuando estos efectos son pequeños, aunque no despreciables, se pueden compensar haciendo mayor la distancia entre el pozo de bombeo y la frontera hidráulica (línea  $s = 0$  en Fig.36-B) que la existente entre el pozo de bombeo y la frontera real de recarga (Fig.42).

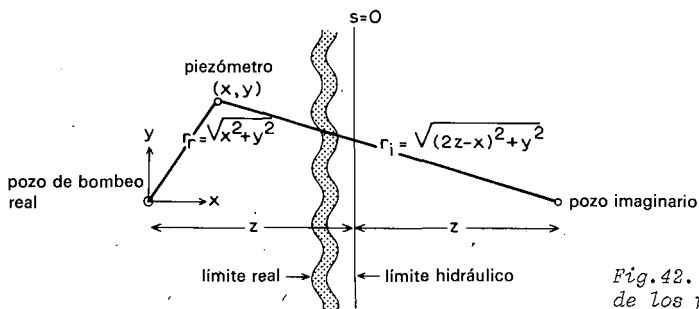


Fig.42. - Ilustración gráfica de los parámetros en el método de la imagen de Hantush.

Así el método de la imagen de Hantush, está basado sobre los siguientes supuestos y condiciones limitantes.

- Los supuestos de la pág.108 excepto 1, que se cambia por:
- El acuífero está atravesado, en la zona de influencia del ensayo, por una frontera recta de recarga.
- La línea de recarga tiene un nivel de agua constante, pero no se necesita conocer de antemano la línea efectiva de recarga. Sin embargo, la resistencia del contacto frontera-acuífero debe ser pequeña, aunque no despreciable.

Además se añaden las siguientes condiciones:

- El acuífero es confinado o libre.
- El flujo de agua hacia el pozo es en régimen variable.

Como se mostró en la descripción del método de Stallman, se puede expresar el descenso del nivel de agua en un acuífero limitado a un lado por un límite de recarga, por medio de la Ec.(58)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} [W(u) - W(\beta^2 u)]$$

donde, de acuerdo con la Ec.(54)

$$u = \frac{r_r^2 S}{4kDt}$$

y

$$\beta = \frac{r_i}{r_r}$$

$r_r = \sqrt{x^2 + y^2}$  es la distancia entre el piezómetro y el pozo real de descarga.

$r_i = \sqrt{(2z - x)^2 + y^2}$  es la distancia entre el piezómetro y el pozo de recarga.

$x$ , y son las coordenadas del piezómetro respecto del pozo real de descarga (ver Fig.42).

$2z$  es la distancia entre el pozo real de descarga y el pozo imaginario de recarga. La frontera hidráulica, es decir, la línea efectiva de recarga, corta a la línea que une el pozo real y el pozo imagen en su punto medio. Ambas líneas se cortan en ángulo recto. Hay que tener en cuenta, especialmente en el caso de límites de recarga, que el límite hidráulico no siempre coincide con la orilla o con las líneas de corriente del río o canal. No es necesario conocer de antemano  $z$ , ni la situación del pozo imagen, ni la distancia  $r_i$  que depende de él; tampoco se necesita conocer de antemano la relación  $r_i/r_r = \beta$ .

La relación entre  $\beta$ ,  $x$ ,  $r_r$ , y  $z$  viene dada por

$$4z^2 - 4xz - r_r^2(\beta^2 - 1) = 0 \quad (68)$$

HANTUSH (1959), observó que si se representa en papel semi-logarítmico los valores del descenso del nivel de agua  $s$  en función de los de  $t$  (t en la escala logarítmica), la curva obtenida tiene un punto de inflexión  $p$  (Fig.43). Para este punto, el valor de  $u$  viene dado por

$$u_p = \frac{r_r^2 S}{4kDt_p} = \frac{2 \ln \beta}{\beta^2 - 1} \quad (69)$$

La pendiente de la curva en este punto es

$$\Delta s_p = \frac{2,30Q}{4\pi kD} (e^{-u_p} - e^{-\beta^2 u_p}) \quad (70)$$

y el descenso del nivel de agua para el citado punto es

$$s_p = \frac{Q}{4\pi kD} W(u_p, \beta) \quad (71)$$

Para valores de  $t > 4t_p$ , el descenso  $s$  se aproxima al máximo descenso  $s_m$

$$s_m = \frac{Q}{2\pi kD} \ln \beta \quad (72)$$

Se observará que la relación entre  $s_m$ , Ec.(72), e  $\Delta s_p$ , Ec.(70), depende únicamente del valor de  $\beta$ , ya que

$$\frac{s_m}{\Delta s_p} = \frac{2 \log \beta}{e^{-u_p} - e^{-\beta^2 u_p}} = f(\beta) \quad (73)$$

donde  $u_p$  viene dado por la Ec.(69).

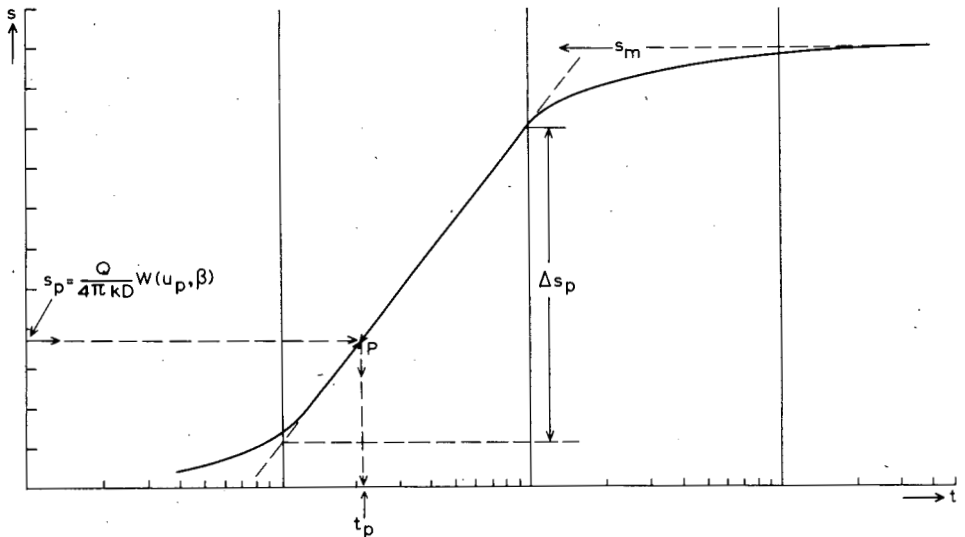


Fig. 43. - Ilustración esquemática de la aplicación del método de la imagen de Hantush. Procedimiento I.

Si para valores pequeños de  $1/t$  ( $1/t \leq 0,01 \text{ min}^{-1}$ ) se representan en papel normal los valores de  $s$  en función de los de  $1/t$ , se obtiene una curva que corta al eje de la  $s$  en un punto para el que el descenso del nivel de agua es el máximo,  $s_m$  (Fig. 44-B).

La pendiente de la curva en el corte con el eje de  $s$  (Fig. 44-B), es igual a

$$\Delta s_{mt} = \frac{ds}{d(1/t)} = \frac{QSz}{4\pi(kD)^2} (z - x) \quad (74)$$

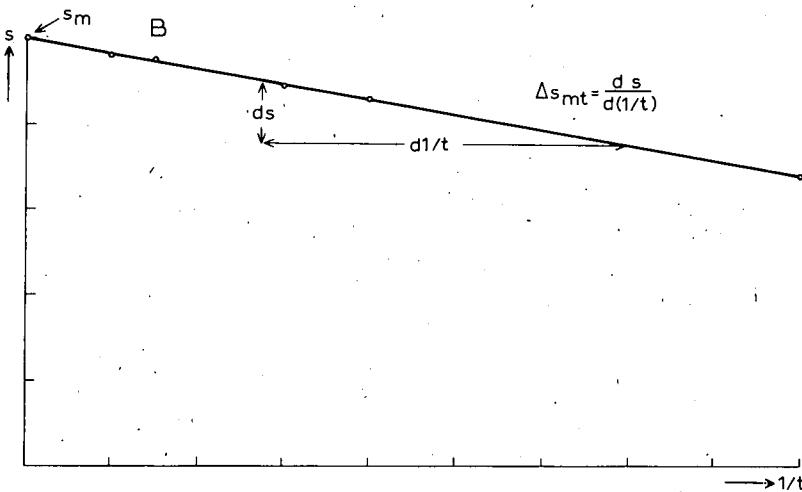
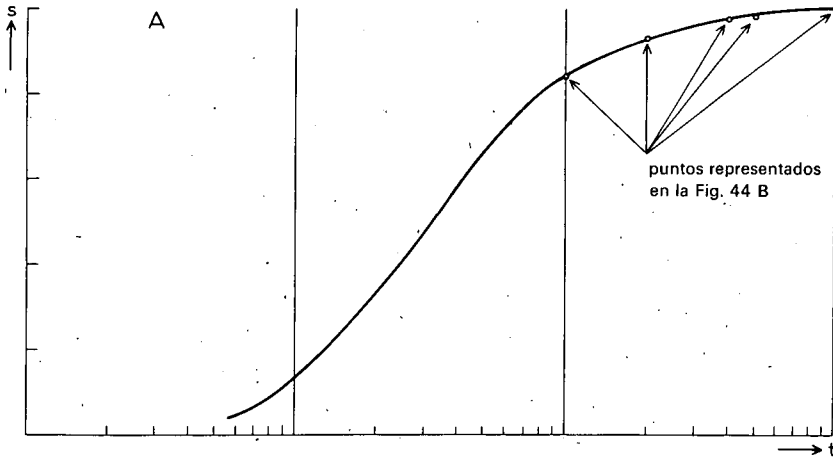


Fig.44. - Ilustración esquemática de la aplicación del método de la imagen, de Hantush. Procedimiento II. A: curva tiempo-descenso ( $r=\text{constante}$ ); B: curva de  $s$  en función de  $1/t$  para valores grandes de  $t$ . Determinación de  $\Delta s_m$  y  $s_m$ .

Representando en papel normal los valores de  $\Delta s_{mx}$  en función de los de  $x$ , para los diferentes piezómetros, se obtiene una línea recta que corta al eje de  $x$  en un punto en que  $\Delta s_m$  es igual a  $z$  y cuya pendiente viene dada por

$$\Delta s_{mx} = \frac{d(\Delta s_{mt})}{dx} = \frac{QSz}{4\pi(kD)^2} \quad (75)$$

Se observará en la Ec.(72) que si se representan en papel semi-logarítmico los valores de  $s_m$  en función de los de  $\beta$  ( $\beta$  en la escala logarítmica), se obtiene una línea recta cuya pendiente es

$$\Delta s_{m\beta} = \frac{2,30Q}{2\pi kD} \quad (76)$$

*Procedimiento I: usando los datos de un sólo piezómetro*

- En papel semi-logarítmico, representar los valores del descenso  $s$  en función de los de  $t$  ( $t$  en la escala logarítmica); por los puntos obtenidos trazar la curva tiempo-descenso (Fig.43).

- Obtener por extrapolación, el valor del máximo descenso de  $s_m$ .

- Calcular la pendiente de  $\Delta s_p$  del tramo recto de la curva; es una aproximación de la pendiente en el punto de inflexión  $p$ . El valor de  $\Delta s_p$  es la diferencia de descensos por ciclo logarítmico del tiempo.

- Calcular el valor de la relación  $s_m/\Delta s_p$  por medio de la Ec.(73); es igual a  $f(\beta)$ . A partir de  $f(\beta)$ , se puede encontrar el valor de  $\beta$  empleando el Anejo VII.

- Sustituir los valores numéricos de  $s_m$ ,  $Q$  y  $\beta$  en la Ec.(72) y calcular  $kD$ .

- Empleando el Anejo VII, obtener los valores de  $u_p$  y  $W(u_p, \beta)$ . Sustituir los valores numéricos de  $Q$ ,  $kD$  y  $W(u_p, \beta)$  en la Ec.(71) y calcular  $s_p$ .

- Conociendo  $s_p$ , situar en la curva el punto de inflexión y leer  $t_p$ .

- Sustituir los valores numéricos de  $kD$ ,  $t_p$ ,  $u_p$  y  $r_r$  en la Ec.(69) y calcular  $S$ . Calcular  $z$  empleando la Ec.(68).

- Empleando las Ecs.(54) y (58), el Anejo VI-B, y los valores calculados para  $\beta$ ,  $kD$  y  $S$ , calcular la curva teórica de tiempo-descenso. Esta curva debe estar en buena concordancia con la curva tiempo-descenso trazada con los datos reales. Si no sucede ésto, se han cometido errores en la aproximación de  $s_m$  e  $\Delta s_p$ . Entonces se deberá repetir el procedimiento con aproximaciones corregidas de estos dos valores.

- Aplicar este procedimiento a los datos de todos los piezómetros disponibles. Los diferentes valores obtenidos para  $kD$  y  $S$ , deben de estar de acuerdo entre sí.

*Procedimiento II: usando los datos de dos o más piezómetros*

- Empleando los datos para los que la recarga es efectiva, representar para cada piezómetro la curva tiempo-descenso empleando los valores de  $s$  y  $1/t$  y haciéndolo en papel semi-logarítmico (ver Fig.44).

- Empleando una escala mayor para  $1/t$ , obtener otro conjunto de curvas de  $s$  en función de  $1/t$  sólo para valores altos de  $t$ . Trazar la tangente a cada curva por el punto donde corta al eje de las  $s$  y calcular la pendiente  $\Delta s_{mt}$ , empleando la Ec.(74). Las coordenadas del citado punto de corte son  $1/t = 0$ ,  $s = s_m$  (Fig.44B).

- Representar en papel normal los valores de  $\Delta s_{mt}$  en función de los de  $x$  (distancia del piezómetro al pozo de bombeo, ver Fig.42); por los puntos obtenidos trazar una recta que se ajuste a ellos. La ecuación de esta línea viene dada por la Ec.(75). Medir la pendiente de esta línea  $\Delta s_{mx}$ , y anotar las coordenadas de su punto de corte con el eje- $x$ . El valor de  $x$  en este punto de corte es  $z$ , que es la distancia efectiva a la línea de recarga. Conocido  $z$ , se puede calcular  $r_i$  y por tanto  $\beta$ .

- Representar en una hoja de papel semi-logarítmico los valores de  $s_m$  en función de los de  $\beta$  ( $\beta$  en la escala logarítmica). Trazar una recta que pase por el punto ( $s_m = 0$ ,  $\beta = 1$ ) y que se ajuste a los puntos obtenidos; medir la pendiente de dicha recta,  $\Delta s_{m\beta}$ .

- Sustituir los valores numéricos de  $\Delta s_{m\beta}$  y  $Q$  en la Ec.(76) y calcular  $KD$ .

- Sustituir los valores numéricos de  $\Delta s_{mx}$ ,  $Q$ ,  $KD$  y  $z$  en la Ec.(75) y calcular  $S$ .

## 4.2 ACUIFEROS ANISOTROPOS

### 4.2.1 Flujo en régimen variable en acuíferos anisótropos confinados o libres

En muchos casos, se pueden considerar los acuíferos homogéneos pero no isótropos. Se llaman acuíferos anisótropos a aquellos en los que la conductividad hidráulica no es la misma en todas las direcciones. Se puede presentar una anisotropía significativa en áreas eólicas, en depósitos costeros y, a menudo, en depósitos fluviales. La transmisividad en la dirección principal de la anisotropía puede ser de dos a diez veces mayor que la existente en la dirección menos importante. Para muchos fines, no es importante la anisotropía pero, sin embargo, puede tomar importancia cuando se emplea la transmisividad para hacer cálculos regionales sobre el flujo de agua en el suelo.

En lo sucesivo, se tomará el eje- $x$  paralelo al eje principal de anisotropía y el eje- $y$  paralelo al eje menor.

#### 4.2.1.1 Método de Hantush

Se deben satisfacer los siguientes supuestos y condiciones limitantes:

- Los supuestos citados en la pág.108, excepto el número 2 que se sustituye por:

- El acuífero es homogéneo, anisótropo y de espesor uniforme en toda el área sobre la que el ensayo influye.

Además, se añaden las siguientes condiciones:

- Flujo de agua hacia el pozo en régimen variable
- Acuífero confinado o libre.

El descenso del nivel de agua en un acuífero isótropo, confinado o libre, viene dado por la Ecuación de Theis, Ec.(5)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W(u)$$

donde

$$u = \frac{r^2 S}{4kDt}$$

De acuerdo con HANTUSH (1966), para un acuífero anisótropo confinado o libre, con ejes principales x e y, se reemplazan las ecuaciones citadas por

$$s = \frac{Q}{4\pi(kD)_e} W(u') \quad (77)$$

donde

$$u' = \frac{r^2 S}{4t(kD)_n} \quad (78)$$

$$(kD)_e = \sqrt{(kD)_x \times (kD)_y} = \text{transmisividad efectiva} \quad (79)$$

$(kD)_n$  = transmisividad en una dirección que forma con el eje-x un ángulo igual a  $(\theta + \alpha)$  (más adelante se define  $\theta$  y  $\alpha$ ).

Aplicando los métodos para acuíferos isótropos, a los datos obtenidos en piezómetros situados a lo largo de una línea que forma un ángulo  $(\theta + \alpha)$  con el eje-x, se obtendrán los valores de  $(kD)_e$  y  $S/(kD)_n$ . Por lo tanto, se necesita más de una línea radial de piezómetros para calcular S y  $(kD)_n$ .

HANTUSH (1966) demostró que si se define  $\theta$  como el ángulo que forma la primera línea radial de piezómetros ( $n=1$ ) con el eje-x y  $\alpha_n$  como el que forma la línea radial n con la primera (Figs.54-A y B),  $(kD)_n$  viene dado por:



$$(kD)_n = (kD)_x \left[ \cos^2(\theta + \alpha_n) + m \sin^2(\theta + \alpha_n) \right] \quad (80)$$

donde

$$m = \frac{(kD)_x}{(kD)_y} = \left[ \frac{(kD)_e}{(kD)_y} \right]^2 \quad (81)$$

Como para la primera línea radial de piezómetros  $\alpha_1 = 0$ , la Ec.(80) queda reducida a

$$(kD)_1 = (kD)_x (\cos^2 \theta + m \sin^2 \theta) \quad (82)$$

y por tanto

$$a_n = \frac{(kD)_1}{(kD)_n} = \frac{\cos^2(\theta + \alpha_n) + m \sin^2(\theta + \alpha_n)}{\cos^2 \theta + m \sin^2 \theta} \quad (83)$$

Por supuesto que  $a_1 = 1$ .

Combinado las Ecs.(81) y (83) se obtiene

$$m = \frac{(kD)_e}{(kD)_y} = \frac{a_n \cos^2 \theta - \cos^2(\theta + \alpha_n)}{\sin^2(\theta + \alpha_n) - a_n \sin^2 \theta} \quad (84)$$

Si hay tres grupos de piezómetros a lo largo de tres direcciones radiales diferentes, aplicando la Ec.(83) se puede despejar  $\theta$ , obteniéndose

$$\operatorname{tg}(2\theta) = -2 \frac{(a_3 - 1) \sin^2 \alpha_2 - (a_2 - 1) \sin^2 \alpha_3}{(a_3 - 1) \sin 2\alpha_2 - (a_2 - 1) \sin 2\alpha_3} \quad (85)$$

La Ec.(85) da dos soluciones para el ángulo  $(2\theta)$  que difieren en  $\pi$  radianes (dentro del plano xy); si una de las soluciones es  $\delta$ , la otra será  $\delta + \pi$ ; por tanto  $\theta$  tiene dos valores,  $\delta/2$  y  $(\pi + \delta)/2$ . Uno de los valores da un valor de  $m > 1$  y el otro un valor de  $m < 1$ . Como se ha supuesto que el eje-x coincide con el eje principal de anisotropía, el valor de  $\theta$  para el que  $m = (kD)_x / (kD)_y > 1$ , es el correspondiente al eje principal de anisotropía; el otro valor de  $\theta$  corresponderá al eje menor (eje-y).

Se observará que un valor negativo de  $\theta$  indica que el semieje positivo de x está a la izquierda de la primera línea de piezómetros.

#### *Procedimiento I (se conocen las direcciones principales de anisotropía)*

Si a partir de los datos geológicos se conocen las direcciones principales de anisotropía, los datos de dos grupos de piezómetros instalados sobre dos direcciones radiales diferentes, son suficientes para el cálculo de las propiedades hidráulicas (Fig.45-A).

- Se aplican a los datos de cada línea radial de piezómetros los métodos para acuíferos isótropos; si el acuífero es confinado, Secciones 2.1-2.3 del Capítulo 3 y si es libre Sección 7 del mismo Capítulo. Así se obtienen los valores de  $(kD)_e$ ,  $S/(kD)_1$  y  $S/(kD)_2$ .

- Combinado los dos últimos valores, se obtiene  $a_2$  por medio de la Ec.(83). Como se conocen  $\theta$  y  $\alpha_2$ , sustituyendo los valores de  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $a$  y  $(kD)_e$  en la Ec.(84), se calcula  $m$ . A continuación se obtienen  $(kD)_x$  y  $(kD)_y$  empleando la Ec.(81).

- Sustituir los valores de  $(kD)_x$ ,  $m$ ,  $\theta$  y  $\alpha_2$  en las Ecs.(82) y (83) y calcular  $(kD)_1$  y  $(kD)_2$ .

- A partir de estos dos últimos valores y de los de  $S/(kD)_1$  y  $S/(kD)_2$ , se obtienen dos valores de  $S$  que deben ser iguales.

*Procedimiento II (se desconocen las direcciones principales de la anisotropía)*  
En este caso, se necesitan los datos de piezómetros situados a lo largo de tres direcciones radiales diferentes (Fig.45-B).

- Se aplican los métodos para acuíferos isótropos (Capítulo 3, Secciones 2.1-2.3 o Sección 7) a los datos de cada línea radial de piezómetros. Así se obtienen los valores de  $(kD)_e$ ,  $S/(kD)_1$ ,  $S/(kD)_2$  y  $S/(kD)_3$ .

- Combinando estos tres últimos valores, se calculan  $a_2$  y  $a_3$ . Como  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  son conocidos, se puede calcular  $\theta$  por medio de la Ec.(85).

- Sustituyendo en la Ec.(84) los valores de  $\theta$ ,  $(kD)_e$ ,  $\alpha_2$  y  $a_2$  (o de  $\alpha_3$  y  $a_3$ ), se calcula  $m$  y, a continuación, se calculan  $(kD)_x$  y  $(kD)_y$  con la Ec.(81).

- Se sustituyen los valores de  $(kD)_x$ ,  $m$ ,  $\theta$ , y los de  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  en la Ec.(80) y se calcula  $(kD)_1$ ,  $(kD)_2$  y  $(kD)_3$ .

- Combinando estos tres últimos valores con los correspondientes de  $S/(kD)_1$ ,  $S/(kD)_2$  y  $S/(kD)_3$ , se obtienen tres valores de  $S$  que deben ser substancialmente iguales.

#### *Observaciones*

- Los datos reales medidos, deben permitir el uso de aquellos métodos para acuíferos isótropos que proporcionan valores de  $S/(kD)_n$ . Por ello, no son aplicables los métodos de análisis para régimen permanente en acuíferos isótropos (Capítulo 3, Secciones 1 y 6 y el método de recuperación de Theis, en el mismo Capítulo, Sección 2 y 4).

- El análisis de los datos proporciona para cada grupo de piezómetros un valor de  $(kD)_e$ . Estos valores deben ser prácticamente iguales entre sí.

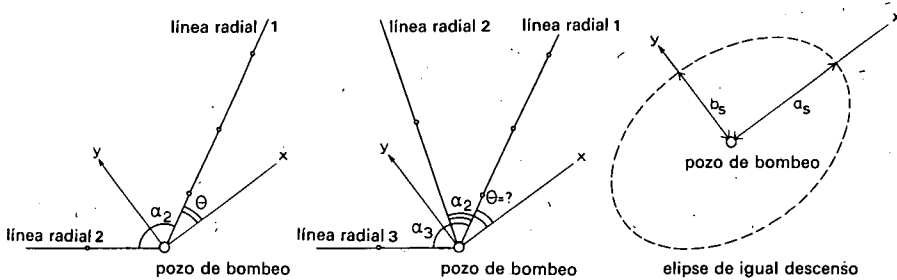


Fig. 45. - Ilustración esquemática de los parámetros empleados en los métodos de Hantush-Thomas para acuíferos anisótropos. A: se conocen las direcciones principales de la anisotropía. B: no se conocen las direcciones principales de la anisotropía. C: elipse de igual descenso del nivel de agua.

#### 4.2.1.2 Método de Hantush-Thómas

En un acuífero isótropo, alrededor de un pozo de bombeo, las líneas de igual descenso forman círculos concéntricos. Sin embargo en un acuífero anisótropo estas líneas forman elipses cuya ecuación es

$$\frac{x^2}{a_s^2} + \frac{y^2}{b_s^2} = 1 \quad (86)$$

donde  $a_s$  y  $b_s$  son la longitud de los dos ejes principales de la elipse de igual descenso  $s$ , para el tiempo  $t_s$ . Se puede demostrar que

$$(kD)_n = (r_n^2/a_s b_s)(kD)_e \quad (87)$$

$$(kD)_x = (a_s/b_s)(kD)_e \quad (88)$$

$$(kD)_y = (b_s/a_s)(kD)_e \quad (89)$$

$$\frac{4\pi s(kD)_e}{Q} = W(u') \quad (90)$$

donde

$$u' = \frac{r^2 S}{4(kD)_n t} = \frac{a_s b_s S}{4(kD)_e t_s} \quad (91)$$

Si se para de bombear después de un período  $t_0$  de bombeo, la ecuación del descenso residual del nivel de agua, viene dada por

$$s'' = \frac{Q}{4\pi(kD)_e} W_x(\tau, u'_0) \quad (92)$$

donde

$$W_x(\tau, u'_0) = W\left[\frac{u'_0}{1 + \tau}\right] - W(u'_0/\tau) \quad (93)$$

$$u_0 = \frac{r^2 S}{4(kD)_n t_0}$$

$$\tau = t''/t_0$$

$t''$  = tiempo desde que se terminó de bombear.

La línea de igual descenso residual para el tiempo  $t''$ , viene dada por:

$$\frac{x^2}{a_{s''}^2} + \frac{y^2}{b_{s''}^2} = 1 \quad (94)$$

$a_{s''}$  y  $b_{s''}$  son las longitudes de los ejes principales de la elipse de igual descenso residual. Se puede demostrar que

$$(kD)_n = (r_n^2/a_{s''}b_{s''})(kD)_e \quad (95)$$

$$(kD)_x = (a_{s''}/b_{s''})(kD)_e \quad (96)$$

$$(kD)_y = (b_{s''}/a_{s''})(kD)_e \quad (97)$$

$$\frac{4\pi s''(kD)_e}{Q} = W_x(\tau, u'_0) \quad (98)$$

donde

$$u'_0 = \frac{a_{s''}b_{s''}S}{4(kD)_e t_0} \quad (99)$$

HANTUSH y THOMAS (1966) demostraron que cuando se conoce  $(kD)_e$ ,  $a_s$  y  $b_s$ , se pueden calcular las otras propiedades hidráulicas.

Por tanto, no es necesario tener valores de  $S/(kD)_n$ , siempre y cuando haya un suficiente número de observaciones como para trazar las elipses de igual descenso del nivel de agua.

Se puede usar el método de Hantush-Thomas si se satisfacen los siguientes supuestos y condiciones limitantes:

- Los supuestos citados en la pág.108, menos el número 2 que se reemplaza por:  
- Acuífero homogéneo, anisótropo y de espesor uniforme en toda el área bajo la influencia del ensayo por bombeo.

Además se añaden las siguientes condiciones:

- El acuífero es confinado o libre.
- El flujo de agua hacia el pozo es en régimen variable.

Cuando se emplean los datos del descenso residual, se supone, además, la siguiente condición

$$\frac{r^2 S}{4(kD)_n t''} < 0,01$$

*Procedimiento I (utilizando datos tomados durante el periodo de bombeo)*

- Para los datos de cada grupo de piezómetros situados sobre una dirección radial, aplicar los métodos para acuíferos isótropos. (Cap.3, Secciones 1 y 2 para acuíferos confinados y Secciones 6 y 7 para los libres). Así se obtienen los valores de  $(kD)_e$  y, a veces los de  $S/(kD)_n$ . El factor  $(kD)_e$  es constante para el conjunto total y  $S/(kD)_n$  es constante para cada dirección radial.

- Sustituir los valores de  $(kD)_e$  y  $S/(kD)_n$  en las Ecs.(77) y (78) y calcular el descenso del nivel de agua para cualquier tiempo  $t$  y para cualquier punto situado sobre cada dirección radial.

- Construir una o más elipses de igual descenso (Fig.45-C), empleando los datos medidos (o calculados); a continuación, calcular  $a_s$  y  $b_s$  para cada elipse.

- Por medio de las Ecs.(87) a (89), calcular  $(kD)_n$ ,  $(kD)_x$  y  $(kD)_y$ . De la Ec.(90), calcular el valor de  $W(u')$  y, empleando el Anejo I, encontrar el correspondiente valor de  $u'$ . Conocido  $u'$ , calcular  $S$  con la Ec.(91).

- Repetir este procedimiento para varios valores de  $s$ . Se deben encontrar para  $(kD)_n$ ,  $(kD)_x$ ,  $(kD)_y$  y  $S$ , aproximadamente los mismos valores.

*Procedimiento II (empleando los datos de recuperación)*

- Empleando los métodos para acuíferos isótropos (Capítulo 3, Secciones 1, 2, 6 y 7) determinar el valor de  $(kD)_e$ .

- Construir una o más elipses de igual descenso residual del nivel de agua (Fig.45-C) y calcular para cada una de ellas los valores de  $a_{s''}$  y  $b_{s''}$ .

- A partir de las Ecs.(95) a (97), calcular  $(kD)_n$ ,  $(kD)_x$  y  $(kD)_y$ .

- Empleando seleccionados valores de  $u'_0$  y un valor de  $\tau = t''/t_0$  correspondiente a la situación considerada, preparar una tabla de valores de  $u'_0$  y los

correspondientes de  $W(\tau, u'_0)$ , usando la Ec.(93). Es claro que si se calculan  $u'_0/(1 + \tau)$  y  $u'_0/\tau$ , se pueden encontrar los valores de  $W(u'_0/(1 + \tau))$  y  $W(u'_0/\tau)$  en el Anejo I.

- Por medio de la Ec.(98) calcular el valor de  $W_n[(\tau, u'_0)]$  y de la Tabla que anteriormente se ha preparado, obtener el correspondiente valor de  $u'_0$ . Conocido el valor de  $u'_0$ , calcular  $S$  entrando en la Ec.(99).

- Repetir este procedimiento para varios valores de  $s''$ . Se deben encontrar aproximadamente los mismos valores para  $(kD)_n$ ,  $(kD)_x$ ,  $(kD)_y$  y  $S$ .

#### 4.2.2 Flujo en régimen variable en acuíferos anisótropos semi-confinados

Se puede analizar el flujo de agua en un acuífero de este tipo por medio de un método que, en esencia, es el mismo que el de Hantush citado en la Sección 4.2.1.1.

##### 4.2.2.1 Método de Hantush

Se deben satisfacer los siguientes supuestos y condiciones limitantes:

- Los supuestos citados en la pág.108, excepto el número 2 que se sustituye por:
- Acuífero homogéneo, anisótropo y de espesor uniforme en toda la superficie sobre la que el test por bombeo influye.
- Las condiciones limitantes mencionadas en el Capítulo 3, Sección 4.1 (Método de Walton).

En acuíferos semi-confinados, anisótropos, se pueden emplear los mismos métodos que los citados en la Sección 2.1.1; sin embargo, se desconoce un parámetro más, que es el factor de filtración  $L$ . Dicho factor viene dado por

$$L_n = \sqrt{(kD)_n c} \quad (100)$$

Como  $c$  es constante, la Ec.(83) proporciona una relación entre  $L_n$  y  $L_1$ .

$$a_n = \frac{(kD)_1}{(kD)_n} = \left[ \frac{L_1}{L_n} \right]^2 = \frac{\cos^2(\theta + \alpha_n) + m \sin^2(\theta + \alpha_n)}{\cos^2\theta + m \sin^2\theta} \quad (101)$$

##### *Procedimiento*

Se usa el mismo procedimiento que en el método de Hantush para acuíferos anisótropos confinados y libres; en este caso se emplean los métodos para acuíferos isotropos semi-confinados (Capítulo 3, Sección 4) y además se usa la Ec.(101) en vez de la Ec.(83).

### 4.3 ACUIFEROS EN FORMA DE CUÑA

#### 4.3.1 Flujo en régimen variable en acuíferos confinados en los que el espesor varía exponencialmente en la dirección del flujo

##### 4.3.1.1 Método de Hantush

Si el espesor de un acuífero varía exponencialmente en la dirección del flujo (dirección x), permaneciendo constante en la dirección del eje y (Fig.46), de acuerdo con HANTUSH (1964), la ecuación del descenso del nivel de agua en régimen variable es de la forma

$$s = \left[ \frac{Q}{4\pi k D_0} \exp \left( \frac{r}{a} \cos \theta \right) \right] W(u, \left| \frac{r}{a} \right|) \quad (102)$$

donde

$D_0$  = espesor del acuífero en el punto donde está situado el pozo de bombeo

$\theta$  = ángulo que forma la línea que une el pozo de bombeo y un piezómetro, con el eje x, en radianes

$a$  = constante que define la variación exponencial del espesor del acuífero

$$u = \frac{r^2 S}{4kD_0 t}$$

Esta ecuación tiene la misma forma que la que describe el descenso del nivel de agua, en régimen variable, en un acuífero semi-confinado de espesor constante, Ec.(27).

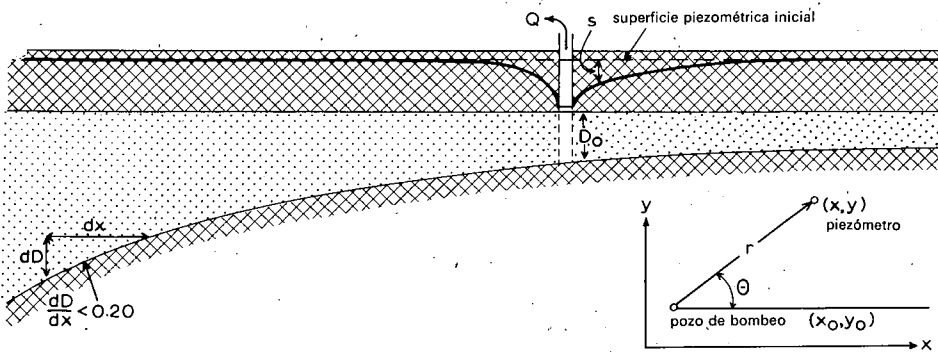


Fig. 46. - Sección transversal esquemática de un bombeo en un acuífero en forma de cuña.

Por ello, también se puede escribir la Ec.(102) de una forma análoga a la Ec.(36).

$$s = \left[ \frac{Q}{4\pi kD_0} \exp\left(\frac{r}{a} \cos \theta\right) \right] \left[ 2K_0\left(\left|\frac{r}{a}\right|\right) - w(q, \left|\frac{r}{a}\right|) \right] \quad (103)$$

donde

$$q = \frac{r^2}{4a^2} \frac{1}{u} = \frac{kD_0 t}{Sa^2} \quad (104)$$

Si  $q > 2\left|\frac{r}{a}\right|$ , una forma aproximada de escribir la Ec.(103) es

$$(s_m - s) = \left[ \frac{Q}{4\pi kD_0} \exp\left(\frac{r}{a} \cos \theta\right) \right] w(q) \quad (105)$$

donde  $s_m$  = descenso máximo o descenso para régimen permanente

$$s_m = \frac{Q}{2\pi kD_0} \exp\left(\frac{r}{a} \cos \theta\right) K_0\left(\left|\frac{r}{a}\right|\right) \quad (106)$$

En papel semi-logarítmico se representan los valores de  $s$  en relación con los de  $t$  ( $t$  en la escala logarítmica); por extrapolación en esta curva, se calcula el valor de  $s_m$ , descenso del nivel de agua en régimen permanente para un piezómetro situado a una distancia  $r$  del pozo de bombeo. Haciendo  $s_p = 0,5 s_m$ , se obtiene el descenso del nivel de agua para el punto de inflexión; empleando la curva, se obtiene el valor del tiempo correspondiente a dicho punto de inflexión,  $t_p$ .

Si un número suficiente de datos observados caen dentro del período  $t > 4 t_p$ , se puede utilizar un método análogo al método III de Hantush para acuíferos semi-fonfinados de espesor constante (ver Capítulo 3, Sección 4.4). Sin embargo, se deben satisfacer los siguientes supuestos y condiciones limitantes:

- Los supuestos citados en la pág.108, excepto el número 2, que se sustituye por:

- Acuífero homogéneo e isótropo en toda el área bajo influencia del ensayo por bombeo.

- El espesor del acuífero varía exponencialmente en la dirección del flujo; sin embargo, se cumple que  $(dD/dx) < 0,20$ .

Además se añaden las siguientes condiciones:

- Acuífero confinado.

- Flujo de agua hacia el pozo en régimen variable.

- Se descarga el agua extraída del almacenamiento al mismo tiempo que se produce el descenso de la carga hidráulica.



$$q > 2 \left| \frac{r}{a} \right|$$

$$t > 4t_p$$

### Procedimiento

- Representar en papel semilogarítmico para uno de los piezómetros, los valores de  $s$  en función de los de  $t$  ( $t$  en la escala logarítmica); por extrapolación sobre la curva obtenida, encontrar el valor del máximo descenso  $s_m$ .

- Preparar una curva tipo representando en papel logarítmico los valores de  $W(q)$  en función de los de  $q$ ; para ello se emplea el Anejo I. Esta curva es idéntica a una representación de  $W(u)$  en función de  $1/u$ .

- En otra hoja de papel logarítmico con la misma escala que la anterior, representar los valores de  $(s_m - s)$  en función de los de  $t$ . Es obvio que se pueden emplear los datos de un sólo piezómetro ya que aunque  $q$  es independiente del radio  $r$ , ésto no sucede para  $(Q/4\pi kD_0) \exp\{(r/a) \cos \theta\}$ .

- Superponer la curva de los datos reales sobre la curva tipo y, manteniendo los ejes de coordenadas paralelos, encontrar por tanteo la posición en que ambas curvas se ajustan lo mejor posible. Se observará que los puntos para los que  $t < 4t_p$  pueden caer por debajo de la curva tipo; ésto es debido a que en éste período, no se puede aplicar la Ec.(105).

- Elegir un punto de ajuste A sobre la parte en que ambas hojas se solapan y leer para él los valores de  $(s_m - s)$ ,  $t$ ,  $q$  y  $W(q)$ .

- Sustituir los valores de  $(s_m - s)$  y  $W(q)$  en la Ec.(105) y calcular  $(Q/4\pi kD_0) \exp\{(r/a) \cos \theta\}$ .

- Multiplicando este valor por 2, se obtiene  $\frac{Q}{2\pi kD_0} \exp\left(\frac{r}{a} \cos \theta\right)$ .

Sustituir este valor y el de  $s_m$  en la Ec.(106) y obtener un valor de  $K_0(r/a)$ .

En el Anejo III se mira el valor de  $(r/a)$  y como se conoce  $r$  se puede calcular  $a$ . Conocidos  $(r/a)$  y  $\theta$ , se puede calcular  $r/a \cos \theta$  y, finalmente se obtiene  $\exp\{(r/a) \cos \theta\}$ , por medio del Anejo III.

- Sustituir los valores numéricos de  $\exp\{(r/a) \cos \theta\}$ ,  $Q$  y  $D_0$  en la relación  $\frac{Q}{2\pi kD_0} \exp\left(\frac{r}{a} \cos \theta\right)$  y calcular  $k$ .

- Sustituir los valores de  $t$  y  $q$  del punto A, junto con los de  $kD_0$  y  $a$ , en la Ec.(104) y calcular  $S$ .

- Repetir este procedimiento para todos los piezómetros disponibles.

### Observaciones

Debido a la analogía entre las Ecs.(27) y (102), para analizar los datos de un ensayo por bombeo obtenidos en las condiciones consideradas, se puede emplear un método análogo al método I de Hantush (para acuíferos horizontales semi-confinados con espesor constante).

Si se colocan todos los piezómetros y el pozo de bombeo sobre una única línea recta  $\theta$  es el mismo para todos los piezómetros y se puede emplear un método análogo al método II de Hantush para acuíferos semi-confinados (ver Capítulo 3, Secciones 2.2 y 2.3).

## 4.4 ACUIFEROS EN PENDIENTE

### 4.4.1 Flujo en régimen permanente en acuíferos libres, en pendiente y de espesor constante

#### 4.4.1.1 Método del punto de culminación

Sea un acuífero libre cuyo espesor saturado es constante y tiene una pendiente uniforme en la dirección del flujo (eje-x, Fig.47). La pendiente del nivel de agua  $i$ , será igual a la de la capa impermeable inferior  $\alpha$ ; el caudal de agua por unidad de ancho de acuífero, viene dado por

$$q = \frac{Q}{F} = kD\alpha \quad (107)$$

de donde

$$\alpha = \frac{q}{kD}$$

Cuando se bombea un acuífero de este estilo a caudal constante  $Q$ , la pendiente del cono de depresión a lo largo del eje-x y aguas abajo del pozo de bombeo viene dada para régimen permanente

$$-\frac{dh}{dx} = \frac{Q}{2\pi rkD} \quad (108)$$

En el eje-x hay un punto en el que la pendiente  $\alpha$  y la pendiente  $dh/dx$  son numéricamente iguales pero de signo contrario; por ello la pendiente combinada es cero. Este punto es el llamado punto de culminación del cono de depresión; si se proyecta este punto sobre el eje de las  $x$ , se encuentra que está a una distancia  $x_0$  del pozo de bombeo. En consecuencia, combinando las Ecs.(107) y (108)

se obtiene

$$\alpha = \frac{Q}{2\pi k D x_0} \quad (109)$$

Por lo tanto, se puede calcular la transmisividad si se satisfacen los siguientes supuestos y condiciones limitantes:

- Los supuestos citados en la pág.108, excepto el número 3, que se sustituye por:
  - Antes de comenzar el bombeo, el nivel freático tiene una pendiente en la dirección del flujo.

Además, se añaden las siguientes condiciones:

- Acuífero libre.
- Flujo de agua hacia el pozo en régimen permanente.

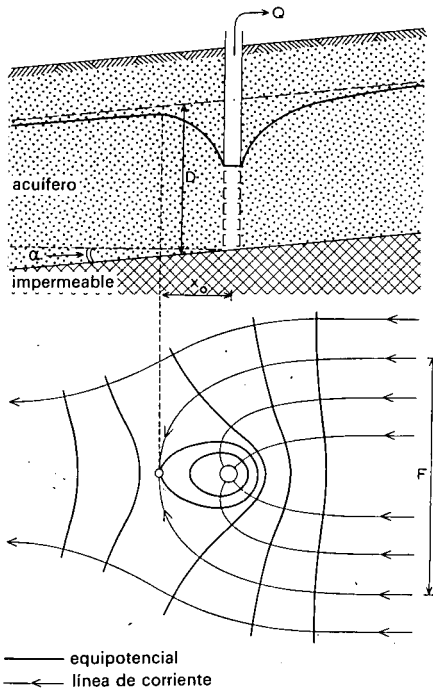


Fig.47. - Sección transversal esquemática y vista en planta de un acuífero libre en pendiente, bajo bombeo.

### Procedimiento

- Representar en papel aritmético, en función de  $r$ , en vez de los descensos, las elevaciones del nivel de agua respecto de un plano horizontal de referencia.
- Determinar la distancia  $x_0$  del pozo de bombeo al punto en el que la pendiente del cono de depresión es cero.
- Sustituir los valores de  $Q$ ,  $\alpha$  y  $x_0$  en la Ec.(109) y calcular  $kD$ .

### Observación

El ancho de la zona de la que procede el agua extraída, viene dada por  $F = 2\pi x_0$ .

## 4.4.2 Flujo en régimen variable en acuíferos libres, en pendiente, y de espesor constante

### 4.4.2.1 Método de Hantush

Para el mismo tipo de acuífero que el descrito en la Sección 4.1, la ecuación del descenso del nivel de agua en régimen variable de acuerdo con HANTUSH (1964), es de la forma

$$s - \frac{s^2}{2D} = \left\{ \frac{Q}{4\pi kD} \exp - \left[ \left( \frac{r}{\beta} \right) \cos \theta \right] \right\} W(u, \frac{r}{\beta}) \quad (110)$$

donde

$\theta$  = ángulo que forma la línea que une el pozo de bombeo y un piezómetro con la dirección del flujo, en radianes

$$\beta = \frac{2D}{i}$$

$$u = \frac{r^2 S}{4kDt}$$

$i$  = pendiente de la capa de agua

Esta ecuación es semejante a la que describe el descenso del nivel de agua, en régimen variable, en un acuífero horizontal semi-confinado de espesor constante, Ec.(27).

Por ello, también se puede escribir la Ec.(110) de una forma análoga a la Ec.(36)

$$s - \frac{s^2}{2D} = \left[ \frac{Q}{4\pi kD} \exp - \left( \frac{r}{\beta} \right) \cos \theta \right] \left[ 2K_0 \left( \frac{r}{\beta} \right) - W(q, \frac{r}{\beta}) \right] \quad (111)$$

donde

$$q = \frac{r^2}{4\beta^2} \frac{1}{u} = \frac{kDt}{S\beta^2} \quad (112)$$

Las Ecuaciones (111) y (103) son idénticas y, por tanto, se puede desarrollar un método idéntico al de acuíferos confinados en forma de cuña (Hantush, Sección 3.1.1); se deberán satisfacer los siguientes supuestos y condiciones limitantes:

- Los supuestos citados en la pág.108, excepto el número 3, que se sustituye por:

- Antes de comenzar el bombeo, el nivel freático tiene una pendiente en la dirección del flujo cuyo gradiente es  $i < 0,20$ .

Además se añaden las siguientes condiciones:

- Acuífero libre.
- Flujo de agua hacia el pozo en régimen variable.
- Se descarga el agua extraída del almacenamiento al mismo tiempo que se produce el descenso de carga hidráulica.

$$q > 2\frac{r}{\beta}$$

$$t > 4t_p$$

*Procedimiento y observaciones*

Ver Sección 3.1.1.

#### 4.5 ACUIFEROS BOMBEADOS CON CAUDAL DE DESCARGA VARIABLE

Algunas veces, se bombean acuíferos con caudal de descarga variable. Esto puede ser intencionado, como es el caso de una variación escalonada del caudal de descarga con el tiempo. También puede ser debido a las características de la bomba; ésto sucede cuando el caudal de descarga disminuye de una forma continua con el tiempo.

Se dispone de métodos para analizar los datos de tales ensayos siempre y cuando se satisfagan los siguientes supuestos y condiciones:

- Los supuestos citados en la Pág.108, excepto el número 4, que se sustituye por:

- Acuífero bombeado con un caudal de descarga variable.
- Acuífero confinado o libre.
- Flujo de agua hacia el pozo en régimen variable.

Aquí, al discutir los métodos de análisis, se distingue entre variación escalonada y variación continua. En relación con los pozos surgentes (descenso del nivel de agua constante), ver Sección 10.

#### 4.5.1 Bombeo escalonado

##### 4.5.1.1 Método de Cooper-Jacob

Por razones que aquí no se discutirán, a veces es necesario bombear de una forma escalonada. Esto significa que primeramente se bombea a un caudal de descarga  $Q_0$  durante un período  $t_1-t_0$ ; luego a un caudal  $Q_1$  durante un tiempo  $t_2-t_1$ , y así sucesivamente. En estas condiciones, si se sustituye el valor del descenso  $s$  por el del descenso específico  $s/Q$ , se puede aplicar el método de Jacob (Capítulo 3, Sección 2.3) al período total de bombeo (COOPER y JACOB, 1946); se deberán satisfacer las condiciones específicas exigidas para la aplicación del método de Jacob. Ahora, la Ec. (11) queda de la forma

$$kD = \frac{2,30}{4\pi} \frac{1}{\Delta(s/Q)} \quad (113)$$

y la Ec. (13) cambia a

$$kD = \frac{2,30}{2\pi} \frac{1}{\Delta(s/Q)} \quad (114)$$

y la Ec. (15) se transforma en

$$kD = \frac{2,30}{4\pi} \frac{1}{\Delta(s/Q)} \quad (115)$$

donde  $\Delta(s/Q)$  es la diferencia de descensos específicos por ciclo logarítmico de  $\bar{t}$ ,  $\bar{r}$  o  $\bar{t}/r^2$ , respectivamente. Estos últimos valores son los valores de las medias logarítmicas ponderadas de  $t$ ,  $r$  y  $t/r^2$ . La media logarítmica ponderada  $\bar{t}$  representa el tiempo en el que se habrían producido los descensos del nivel de agua observados, si se hubiera bombeado a un caudal de descarga constante e igual al caudal real durante el tiempo  $t$ . De la misma forma, la media logarítmica ponderada  $\bar{r}$  representa la distancia a la que se habrían producido los descensos medidos en el tiempo  $t$ , si se hubiera bombeado a un caudal constante e igual al caudal de descarga en el tiempo  $t$ . Las Ecuaciones (10), (12) y (14), empleadas para el cálculo de  $S$ , no cambian porque en estas fórmulas  $S$  es independiente de  $Q$ .

##### *Procedimiento y condiciones específicas*

El procedimiento y las condiciones específicas son iguales que en el método de Jacob (ver Capítulo 3, Sección 2.3); sin embargo, en este caso hay que emplear los valores de  $\bar{t}$ ,  $\bar{r}$ ,  $\bar{t}/r^2$  y  $s/Q$  en vez de los de  $t$ ,  $r$ ,  $t/r^2$  y  $s$ .

Para un piezómetro dado, la media logarítmica ponderada  $\bar{t}_n$ , se calcula de la forma siguiente:

- Se multiplica cada incremento de descarga ocurrido antes de  $t_n$ , ( $\Delta Q_0, \Delta Q_1 \dots \Delta Q_{n-1}$ ), por el logaritmo de la longitud del período de tiempo que va desde que se produjo cada incremento hasta  $t_n$ ,  $\log(t_n - t_0), \log(t_n - t_1) \dots \log(t_n - t_{n-1})$ .

- Sumar estos productos algebraicamente:  $\Sigma\{\Delta Q_i \times \log(t_n - t_i)\}$ .

- Dividir esta suma por la suma algebraica de los incrementos de descarga, es decir, por el caudal real de descarga en el tiempo  $t_n$ :

$$\Sigma\{\Delta Q_i \times \log(t_n - t_i)\} / \Sigma \Delta Q_i$$

- El antilogaritmo del cociente anterior es el valor buscado de  $\bar{t}_n$ .

De la misma forma, se pueden calcular  $\bar{r}_n$  o  $(\bar{t}/r^2)_n$ . A continuación, se presenta un ejemplo numérico.

#### Ejemplo

Se comenzó el bombeo ( $t=0$ ) a un caudal de  $Q=300 \text{ m}^3/\text{día}$ . Después de una hora de bombeo, se incrementa a  $Q = 500 \text{ m}^3/\text{día}$ . Se mantiene durante tres horas este caudal y a continuación se reduce el caudal a  $400 \text{ m}^3/\text{día}$ . Se mantiene durante una hora a este caudal y se termina el bombeo. Expresando los períodos de bombeo en minutos, se obtienen los siguientes resultados:

$t_n - t_i$	$\log(t_n - t_i)$	$\Delta Q_i$	$\Delta Q_i \times \log(t_n - t_i)$	$\Sigma\{\Delta Q_i \log(t_n - t_i)\} / \Sigma \Delta Q_i$	$\bar{t}$
300	2,477	300	743,1		
240	2,380	200	476,0		
60	1,778	-100	-177,8		
		+ 400	+ 1041,3	+ 2,603	+ 400

Por lo tanto, en los cálculos se sustituye el tiempo real de bombeo,  $t_n = 300 \text{ min}$ , por el de  $\bar{t} = 400 \text{ min}$ .

#### Observaciones

- Hay que hacer notar que tanto el método de Theis como el de Chow se pueden adaptar al análisis de los datos de un ensayo por bombeo de tipo escalonado; para ello, es necesario emplear el descenso específico  $s/Q$  en vez del descenso  $s$  (ver Capítulo 3, Secciones 2.1 y 2.2).

- Si se usa la media ponderada del caudal de descarga,  $Q'' = \Sigma Q_i t_i / \Sigma \Delta t_i$ , también se puede aplicar el método de recuperación de Theis.

- Por último, también se puede emplear el método de Cooper-Jacob para análisis del flujo en acuíferos bombeados por múltiples pozos; para ello, se representan los valores de  $s/Q$  en función de los de  $t/r^2$ .

#### 4.5.2 Caudal de descarga que decrece continuamente

##### 4.5.2.1 Método de Aron-Scott

Si la carga hidráulica en el pozo de bombeo disminuye, muchas bombas presentan un descenso del caudal de descarga; este descenso depende de la disminución de la carga hidráulica conforme aumenta el tiempo de bombeo. Generalmente, se puede expresar matemáticamente el descenso del caudal de descarga; corrientemente, el mayor descenso se produce poco después de comenzar el bombeo. ABU-ZIED y SCOTT (1963) y HANTUSH (1964a), desarrollaron métodos analíticos y gráficos para evaluar ensayos por bombeo donde la variación de la descarga sigue una cierta relación matemática tiempo-distancia. Sin embargo, estos métodos llevan consigo muchos cálculos y tabulaciones de parámetros que no son muy prácticos.

ARON y SCOTT (1965), propusieron un método simplificado, aplicable a ensayos por bombeo en acuíferos confinados o libres, donde el mayor descenso del caudal de descarga se produce poco después de comenzar el bombeo (Fig.48A).

Aron y Scott mostraron que cuando

$$\frac{r^2 S}{4kD(t_n - t)} < 0,01$$

donde  $t_n$  es el tiempo total de bombeo, el descenso del nivel del agua ( $s_t$ ) en un cierto momento  $t$ , es aproximadamente igual a

$$s_t \approx \left[ \frac{2,30Q_t}{4\pi kD} \log \frac{2,25kDt}{r^2 S} \right] + s_e \quad (116)$$

donde  $Q_t$  es la descarga  $Q$  para el tiempo  $t$ ,  $s_e$  es el exceso de descenso producido por la mayor descarga existente durante el comienzo del bombeo.

Si  $\bar{Q}_t$  es el caudal medio de descarga para el período que va desde  $t=0$  hasta  $t=t$ , el exceso total de volumen bombeado (producido por el exceso de descenso  $s_e$ ) es  $(\bar{Q}_t - Q_t)$ ; el descenso  $s_e$  viene dado por

$$s_e = \frac{\bar{Q}_t - Q_t}{2,25\pi kD} \quad (117)$$



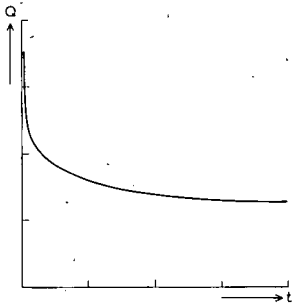


Fig. 48A.-Diagrama esquemático descarga-tiempo de una bomba con caudal de descarga que decrece con el tiempo.

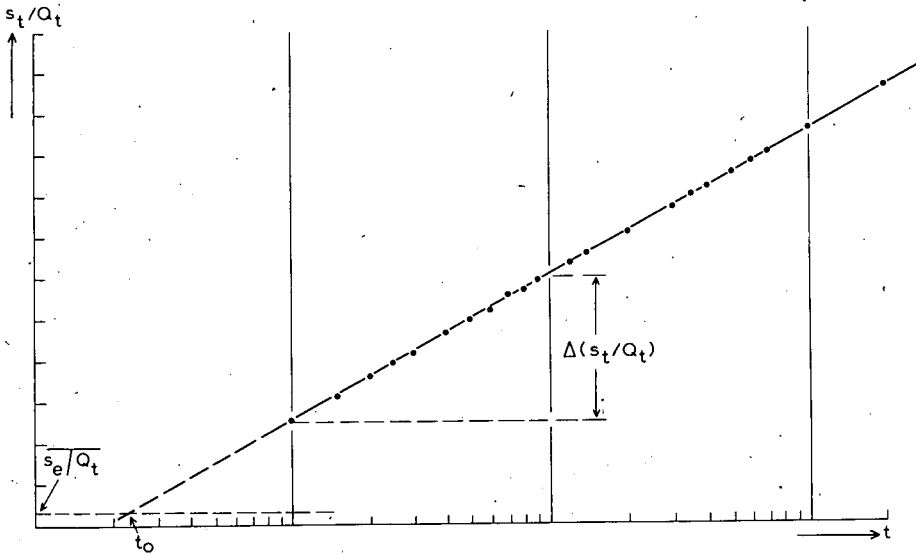


Fig. 48B.-Ilustración esquemática de la aplicación del método Aron-Scott.

$$\text{Si } \frac{r^2 S}{4kD(t_n - t)} < 0,01$$

se sigue que  $s_e$  será pequeño con relación a  $s_t$  y

$$kD \approx \frac{2,30}{4\pi\Delta(s_t/Q_t)} \quad (118)$$

donde  $\Delta(s_t/Q_t)$  es la diferencia de descenso específico del nivel de agua por ciclo logarítmico de tiempo, y

$$S \approx \frac{2,25kDt_0}{r^2} \quad (119)$$

donde  $t_0$  es el punto donde la recta trazada por los puntos corta a una paralela al eje-x cuyo valor de  $s_t/Q_t = \overline{s_e/Q_t}$ ; la gráfica está hecha en papel semilogarítmico (Fig.48B). El valor de  $\overline{s_e/Q_t}$  es la media de varios valores de  $s_e/Q_t$  calculados por medio de la ecuación

$$\frac{s_e}{Q_t} = \frac{(\overline{Q_t}/Q_t) - 1}{2,25\pi kD} \quad (120)$$

Está claro que para analizar los datos de un ensayo por bombeo en el que el caudal de descarga decrece continuamente, se puede emplear un método análogo al de Jacob (Capítulo 3, Sección 2.3), siempre y cuando se satisfagan los siguientes supuestos y condiciones:

- Los supuestos citados en la página 137.
- Las condiciones específicas del método de Jacob (ver Capítulo 3, Sección 2.3).
- El caudal de descarga disminuye continua y gradualmente de tal forma que el descenso más rápido de la descarga se produce poco después de comenzar el bombeo; por ello,  $s_e$  es pequeño comparado con el descenso del nivel de agua medido.

#### *Procedimiento*

- Representar para uno de los piezómetros, en papel semilogarítmico, los valores de  $s_t/Q_t$  en función de los de  $t$  ( $t$  en la escala logarítmica). Ajustar una línea recta a los puntos obtenidos (Fig.48B).
- Determinar la pendiente de la recta,  $\Delta(s_t/Q_t)$ ; dicho valor indica el descenso específico del nivel de agua por ciclo logarítmico de tiempo.
- Empleando la Ec.(118), calcular  $kD$ .
- Por medio de la Ec.(120) calcular  $s_e/Q_t$  para varios valores de  $t$  y determinar el valor medio  $\overline{s_e/Q_t}$ .
- Determinar el punto de corte de la línea recta con la paralela al eje-x para el valor de  $\overline{s_t/Q_t} = s_e/Q_t$ . El valor de  $t$  para el punto de corte citado es  $t_0$ .
- Calcular  $S$  con la Ec.(119).
- Repetir este procedimiento para todos los piezómetros en los que se satisfacen los supuestos citados. Los resultados deben de estar de acuerdo entre sí.

#### *Observaciones*

- Si se cumplen las condiciones más arriba señaladas, este procedimiento produce un error no mayor que un 5 a 10% en el cálculo de la transmisividad, o de un 20 a 30% en el cálculo del coeficiente de almacenamiento.

#### 4.5.2.2 Método de Sternberg

Aplicando el método de Jacob (ver Capítulo 3, Sección 2.3) junto con el principio de superposición, STERNBERG (1969) demostró que el descenso específico del nivel de agua en un piezómetro situado a una distancia  $r$  de un pozo de bombeo cuyo caudal de descarga disminuye, puede expresarse de la forma

$$\frac{s_k}{Q_k} = \frac{1}{4\pi kD} \left[ \sum_{j=0}^{k-1} \frac{Q_{j+1} - Q_j}{Q_k} \ln(t_k - t_j) + \ln \frac{2,25kD}{r^2 S} \right] \quad (121)$$

donde

$t_k$  = tiempo desde el comienzo del bombeo

$t_k < t_n$

$t_n$  = tiempo total de bombeo

$Q_0 = 0$

$Q_k$  = caudal de descarga para el tiempo  $t_k$

$s_k$  = descenso del nivel de agua para el tiempo  $t_k$

Representado en papel aritmético los valores de  $s_k/Q_k$  en función de los de

$$\sum_{j=0}^{k-1} \frac{Q_{j+1} - Q_j}{Q_k} \ln(t_k - t_j)$$

se obtiene una línea recta (Fig.49) cuya pendiente viene dada por

$$\Delta(s_k/Q_k) = \frac{1}{4\pi kD} \quad (122)$$

Se observará que  $\ln\left(\frac{2,25kD}{r^2 S}\right)$  es una constante cuyo valor es

$$\ln\left(\frac{2,25kD}{r^2 S}\right) = \frac{s_k/Q_k}{\Delta(s_k/Q_k)} - \sum_{j=0}^{k-1} \frac{Q_{j+1} - Q_j}{Q_k} \ln(t_k - t_j) \quad (123)$$

- Los supuestos y condiciones sobre los que se basa el método de Sternberg son los mismos que los del método de Aron-Scott (Sección 5.2.1).

#### Procedimiento

- Representar en papel aritmético los valores de  $Q$  en función de los de  $t$ . Dividir el eje del tiempo en intervalos de tiempo iguales ( $t_{j+1} - t_j$ ); para cada

uno de ellos calcular el caudal medio de descarga. Para diferentes valores de  $t_k$ , determinar el valor de  $s_k/Q_k$ . Calcular los correspondientes valores de

$$\sum_{j=0}^{k-1} \frac{Q_{j+1} - Q_j}{Q_k} \ln(t_k - t_j)$$

- En papel aritmético representar  $s_k/Q_k$  en función de

$$\sum_{j=0}^{k-1} \frac{Q_{j+1} - Q_j}{Q_k} \ln(t_k - t_j)$$

y calcular la pendiente de la recta trazada por los puntos obtenidos,  $\Delta(s_k/Q_k)$ ; ver Fig.49.

- Calcular  $kD$  con la Ec.(122) y  $S$  por medio de la Ec.(123).

#### Observación

Como los parámetros representados en un gráfico como el de la Fig.49 son dependientes del tiempo, se recomienda las mismas unidades para ambos; por ejemplo,  $Q$  en  $m^3/día$  y  $t$  en días.

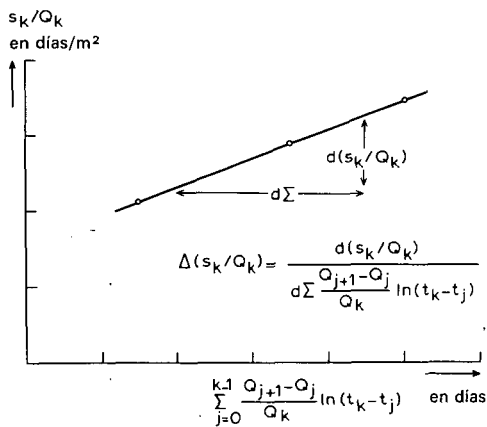


Fig.49. - Ilustración esquemática de la aplicación del método de Sternberg.

#### 4.5.2.3 Método de recuperación de Sternberg

Sternberg (1967) desarrolló, a partir de una técnica para determinar la permeabilidad en campos petrolíferos, un método para calcular la transmisividad de acuíferos confinados, empleando datos de recuperación tomados después de un ensayo

por bombeo de corta duración; es una modificación del método de recuperación de Theis (Capítulo 3, Sección 2.4). Sin embargo, se debe disponer de los datos de recuperación para un período de al menos  $1\frac{1}{2}$  veces el tiempo de bombeo  $t_n$ .

Aproximadamente, el descenso residual para cualquier momento viene dado por

$$s'' = \frac{2,30\bar{Q}}{4\pi kD} \log \frac{\bar{t} + t''}{t''} \quad (124)$$

donde

$$\bar{Q} = \text{caudal de descarga corregido} = V/\bar{t} \quad (125)$$

$V$  = volumen total bombeado

$t''$  = tiempo desde que terminó el bombeo

$$\bar{t} \approx \text{tiempo total de bombeo corregido} = 2\left(t_n - \frac{\Delta t}{V}\right) \sum t^* Q_{t^*} \quad (126)$$

Los parámetros de la Ec.(126) vienen dados por

$$t_n = \sum_{1}^n \Delta t = \text{tiempo total de bombeo}$$

$$t^* = \frac{t_j + t_{j+1}}{2}$$

$$t_j = \sum_{1}^j \Delta t (j < n)$$

$\Delta t$  = intervalo de tiempo

$n$  = número de intervalos de tiempo en que se ha dividido el tiempo de bombeo

Este método se basa en

- Los supuestos citados en la página 137;
- Las condiciones exigidas para la aplicación del método de recuperación de Theis (ver Capítulo 3, Sección 2.4).

#### *Procedimiento*

- Representar en papel aritmético los valores de  $Q$  en función de los de  $t$ . Dividir el eje del tiempo en intervalos de tiempo de igual longitud  $\Delta t$  y calcular para cada uno de ellos el caudal medio de descarga. Empleando la Ec.(126) calcular  $t$  y a partir de la Ec.(125) obtener  $\bar{Q}$ .

- Representar en papel semilogarítmico el descenso residual  $s''$  en función de  $(\bar{t} + t'')/t''$ , (éste último en la escala logarítmica). Se obtendrá una línea recta.

- Determinar la pendiente de esta línea  $\Delta s''$ , es decir, la diferencia de descensos residuales por ciclo logarítmico de  $(\bar{t} + t'')/t''$ .

- Sustituir  $\bar{Q}$  e  $\Delta s''$  en la ecuación

$$kD = \frac{2,30\bar{Q}}{4\pi\Delta s''} \quad (127)$$

y calcular  $kD$ .

#### 4.6 ACUIFEROS PARCIALMENTE PERFORADOS

No siempre es posible instalar el filtro del pozo a lo largo de todo el espesor del acuífero. En tal caso, se dice que el pozo está parcialmente perforado. En un radio alrededor del pozo tal que  $r < 2D$ , las líneas de flujo de agua en el acuífero no son horizontales sino que son radiales en sentido vertical (Fig.3). Por tanto, el descenso del nivel piezométrico medido a una distancia  $r < 2D$ , está influenciado por las componentes verticales del flujo. En consecuencia, los datos de los piezómetros situados a distancias tales que  $r > 2D$ , se pueden analizar con los métodos descritos en el Capítulo 3; sin embargo, para aquellos en que  $r < 2D$ , es necesario tener en cuenta la influencia de las componentes verticales del flujo.

Muchas veces, esta influencia es despreciable en el área para la que  $D < r < 2D$ ; por ello, en la práctica a menudo el área de  $r < 2D$  queda reducida a la de  $r \approx D$ . Sin embargo, cuando no se conoce  $D$  y la parte perforada del tubo de bombeo sólo cubre una relativamente pequeña parte del espesor del acuífero, es mejor considerar que el área en la que los efectos de perforación parcial son considerables, es la de radio  $r < 2D$ . Bajo condiciones de flujo en régimen permanente, se pueden neutralizar los efectos de la perforación parcial empleando métodos de corrección sobre los datos obtenidos en la zona afectada. Con los datos corregidos, se pueden emplear los métodos para pozos que penetran totalmente en el acuífero (Capítulo 3). HANTUSH (1962), desarrolló una modificación de los métodos de Theis y Jacob para el caso de flujo en régimen variable.

#### 4.6.1 Flujo en régimen permanente en acuíferos confinados parcialmente perforados

##### 4.6.1.1 Método I de Huisman para la corrección por penetración parcial

En la publicación sobre el flujo de agua hacia el pozo en régimen permanente (ver REFERENCIAS: Steady flow of groundwater towards wells, 1964, págs.73 y 91) se da una fórmula desarrollada por Huisman para el cálculo de la corrección del descenso del nivel de agua en un piezómetro situado a una distancia  $r$  del pozo de bombeo; es necesario que el acuífero sea confinado parcialmente perforado y que  $r < 2D$ . La citada fórmula es

$$(s_m)_{\text{parcialmente}} - (s_m)_{\text{totalmente}} = \frac{Q}{2\pi kD} \frac{2D}{\pi d} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[ \sin\left(\frac{n\pi b}{D}\right) - \sin\left(\frac{n\pi a}{D}\right) \right] \cos\left(\frac{n\pi z}{D}\right) K_0\left(\frac{n\pi r}{D}\right) \quad (128)$$

donde (ver Fig.50)

- $a$  = distancia desde el extremo inferior del filtro del tubo de bombeo hasta la capa impermeable inferior
- $b$  = distancia desde el extremo superior del filtro del tubo de bombeo hasta la capa impermeable inferior
- $z$  = distancia desde el punto medio del filtro del piezómetro hasta la capa impermeable inferior
- $d$  = longitud del filtro del tubo de bombeo
- $(s_m)_{\text{parcialmente}}$  = descenso observado en régimen permanente

Los ángulos se expresan en radianes.

Para poder usar la fórmula, se deben cumplir los siguientes supuestos y condiciones:

- Los supuestos citados en la pág.108, excepto el número 5 que se sustituye por:
- El pozo de bombeo no perfora todo el espesor del acuífero.

Además se añaden las siguientes condiciones:

- El acuífero es confinado.
- Flujo de agua hacia el pozo en régimen permanente.
- $r > r_w$ .

##### Procedimiento

- Empleando un valor aproximado de  $kD$  y el valor observado de  $(s_m)_{\text{parcialmente}}$  calcular el valor del descenso del nivel de agua que se habría producido si se hubiera perforado el acuífero totalmente,  $(s_m)_{\text{totalmente}}$ .

- Empleando el método de Thiem (Capítulo 3, Sección 1.1), calcular a continuación un valor corregido de  $kD$ .

- Si existe una gran diferencia entre ambos valores de  $kD$ , el supuesto y el corregido, repetir el procedimiento substituyendo en la Ec.(128) el valor corregido de  $kD$  obteniendo, de esta forma, un resultado mejor.

#### Observaciones

- No se puede aplicar este método de corrección a los datos procedentes de las cercanías inmediatamente próximas al pozo de bombeo; para ellos, se debe aplicar el segundo método de Huisman para corrección por penetración parcial (Sección 6.1.2).

- Generalmente, bastará con emplear unos pocos términos de la serie, ver Ec.(128).

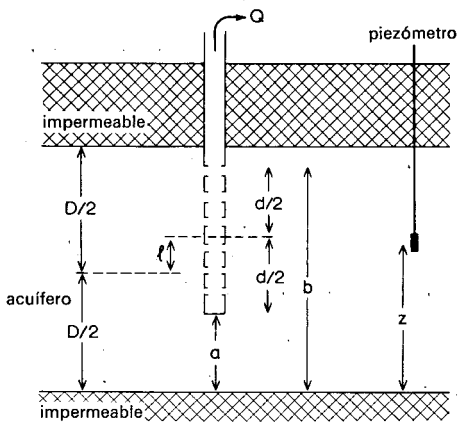


Fig.50.-Ilustración esquemática de los parámetros del método I de corrección de Huisman para el método de corrección por penetración parcial.

#### Ejemplo

Como se verá en la Sección 6.2, también se puede aplicar el método de corrección de Huisman a los datos procedentes de ensayos por bombeo en acuíferos semi-confinados. Para mostrar un ejemplo numérico, se usarán los datos del ensayo "Dalem". Utilizando el corte transversal del lugar donde se hizo el ensayo (Fig.21), se pueden obtener los valores numéricos de los parámetros mostrados en la Fig.50. Para el piezómetro situado a 10 m del pozo de bombeo y a 36 m de profundidad, se obtienen los siguientes datos:

$$D = 35 \text{ m}, d = 8 \text{ m}, a = 25 \text{ m}, b = 33 \text{ m}, r = 10 \text{ m y } z = 10 \text{ m}.$$

Substituyendo estos valores junto con el de  $Q = 761 \text{ m}^3/\text{día}$  y el valor aproximado de  $kD \approx 2000 \text{ m}^3/\text{día}$  en la Ec.(128), se obtiene:



para n = 1, la expresión afectada por el signo  $\Sigma = - 0,1831$   
 para n = 2, la expresión afectada por el signo  $\Sigma = - 0,0101$   
 para n = 3, la expresión afectada por el signo  $\Sigma = - 0,0012$   
 para n = 4, la expresión afectada por el signo  $\Sigma = + 0,0044$

$$\frac{Q}{2\pi kD} \frac{2D}{\pi d} = \frac{761}{2 \times 3,14 \times 2000} \times \frac{2 \times 35}{3,14 \times 8} = \frac{- 0,1900}{0,1687} \times$$

$$(s_m)_{\text{parcialmente}} - (s_m)_{\text{totalmente}} = \frac{- 0,0320}{\text{m}}$$

Esto significa que al descenso de nivel de agua medido hay que sumarle 0,032 para obtener el que se habría obtenido en el caso de que se hubiera perforado totalmente el acuífero. Para el piezómetro situado a una distancia  $r = 10$  m y una profundidad de 14 m, los datos medidos son los mismos, excepto  $z = 30$  m. Para este piezómetro se obtiene

para n = 1, la expresión afectada por el signo  $\Sigma = + 0,2646$   
 para n = 2, la expresión afectada por el signo  $\Sigma = + 0,0284$   
 para n = 3, la expresión afectada por el signo  $\Sigma = + 0,0003$   
 para n = 4, la expresión afectada por el signo  $\Sigma = + 0,0011$

$$\frac{Q}{2\pi kD} \frac{2D}{\pi d} = \frac{+ 0,2944}{+ 0,1687} \times$$

$$(s_m)_{\text{parcialmente}} - (s_m)_{\text{totalmente}} = \frac{+ 0,0495}{\text{m}}$$

Esto significa que hay que restar 0,050 m al descenso del nivel de agua medido.

#### 4.6.1.2 Método II de Huisman para la corrección por penetración parcial

Según Huisman (*Steady flow of groundwater towards wells, 1964, pág.93*), el descenso extra del nivel de agua en la superficie del pozo de bombeo, causado por una posición excéntrica del filtro del tubo de bombeo, viene dado, para acuíferos confinados o semi-confinados y para flujo de agua en régimen permanente, por

$$(s_m)_{\text{parcialmente}} - (s_m)_{\text{totalmente}} = \frac{Q}{2\pi kD} \left( \frac{1-P}{P} \right) \ln \frac{eD}{r_w} \quad (129)$$

donde (ver Fig.50)

$P = \frac{d}{D}$  = relación entre la parte perforada del acuífero y su espesor total

$d$  = longitud del filtro del tubo de bombeo

$l$  = distancia entre el punto situado a  $d/2$  y el situado a  $D/2$

$\epsilon$  = función de  $P$  y  $e$  (ver Anejo VIII)

$e = \frac{1}{D}$  = valor de excentricidad

$r_w$  = radio efectivo del pozo de bombeo

Se puede emplear esta fórmula si se cumplen los siguientes supuestos y condiciones limitantes:

- Los supuestos citados en la pág.108 excepto el número 5, que se sustituye por:

- El pozo de bombeo no perfora todo el espesor del acuífero.

Además se añaden las siguientes condiciones:

- El acuífero es confinado.

- El flujo de agua hacia el pozo es en régimen permanente.

-  $r = r_w$ .

#### *Procedimiento*

- Empleando el valor medido para  $(s_m)$  parcialmente y uno aproximado para  $kD$ , calcular el descenso del nivel de agua que se hubiera producido en el caso de que el pozo perforase totalmente el acuífero,  $(s_m)$  totalmente.

- A continuación calcular un valor corregido de  $kD$  empleando el método de Thiem (Capítulo 3, Sección 1.1).

- Si se observa una gran diferencia entre los dos valores de  $kD$  el medido y el corregido, sustituir éste último en la Ec.(129) y repetir el procedimiento para obtener un resultado mejor.

#### 4.6.1.3 Método de Jacob para la corrección por penetración parcial

Se puede emplear éste método si se cumplen los siguientes supuestos y condiciones:

- Los supuestos citados en la página 108 excepto el número 5, que se sustituye por:

- El pozo de bombeo no perfora el espesor total del acuífero; sin embargo se instala filtro a lo largo de una porción parcial del acuífero que comienza o bien en el límite superior, o bien en el inferior del mismo.

Además, se añaden las siguientes condiciones:

- El acuífero es confinado.
- El flujo de agua hacia el pozo es en régimen permanente.
- Los piezómetros están instalados cerca de la parte superior y/o de la base del acuífero.

El método de corrección de Jacob (JACOB, 1963), está basado en las fórmulas desarrolladas por MUSKAT (1938).

La divergencia entre descensos del nivel de agua (factor de corrección), viene expresado para una distancia  $r$  del pozo de bombeo por la distribución, puramente logarítmica, siguiente:

$$\delta = \frac{(2/\pi P) \sum_{n=1}^{\infty} \left[ (+1)^n K_0(n\pi r/D) \operatorname{sen}(n\pi P) \right]}{n} \quad (130)$$

donde  $K_0$  representa la función modificada de Bessel, de segundo tipo y orden cero (función de Hankel).

El signo positivo es para la distribución del descenso del nivel piezométrico a lo largo de la parte superior del acuífero. El signo negativo lo es para la distribución del descenso del nivel piezométrico a lo largo de la base del acuífero.

$P = d/D =$  razón de perforación.

$\delta =$  factor de corrección del descenso del nivel piezométrico.

Por tanto

$$(s_m)_{\text{totalmente}} - (s_m)_{\text{parcialmente}} = \delta \frac{Q}{2\pi kD} \quad (131)$$

donde  $(s_m)_{\text{totalmente}} - (s_m)_{\text{parcialmente}}$  es la corrección del descenso del nivel de agua piezométrico, es decir, diferencia entre el descenso observado,  $(s_m)_{\text{parcialmente}}$ , y el que se hubiera obtenido si el pozo de descarga hubiera perforado totalmente el acuífero,  $(s_m)_{\text{totalmente}}$ ; por supuesto, siempre y cuando se mantuvieran las mismas condiciones restantes.

Si el pozo de bombeo horada únicamente la parte superior del acuífero, los descensos medidos en los piezómetros instalados cerca de la citada parte superior serán demasiado grandes y los medidos en los instalados cerca de la base del acuífero serán demasiado pequeños. Sin embargo, si la porción perforada del tubo de bombeo corresponde a la mitad inferior del acuífero, se presentará la situación inversa; descensos demasiado pequeños en los piezómetros instalados cerca de la

parte superior del acuífero y demasiado grandes en los situados cerca de la base del mismo.

La relación entre  $\delta$ ,  $\pi r/D$  y  $P$  viene dada por nomogramas (Figs. 51A y 51B).

La Figura 51A se usa cuando el filtro del tubo de bombeo y los piezómetros están instalados o bien cerca de la parte superior del acuífero o bien cerca de la base del mismo. La Figura 51B es para emplearla cuando el filtro del pozo de bombeo se instala cerca de la parte superior del acuífero y los piezómetros cerca de la base del mismo, o viceversa.

#### *Procedimiento*

- Representar en papel semi-logarítmico el máximo descenso  $s_m$  del nivel piezométrico medido en los diferentes piezómetros en función de  $r$ , distancias al pozo de bombeo ( $r$  en la escala logarítmica).

- Ajustar una línea recta a los puntos obtenidos y calcular la pendiente de esta línea,  $\Delta s$ ; este valor viene dado, por ejemplo, por la diferencia de descensos por ciclo logarítmico de  $r$ ; a continuación calcular  $kD$  por medio de la Ec.(4):

$$kD = \frac{2,30Q}{2\pi\Delta s_m}$$

(Método de Thiem, Procedimiento II; Capítulo 3, Sección 1.1).

- Para cada piezómetro calcular el valor de  $\pi r/D$  y el de  $P$ ; a continuación leer el valor de  $\delta$  en la Fig. 51A o 51B, según sea el caso.

- Por medio de la Ec.(131), calcular para cada piezómetro la corrección a aplicar al descenso del nivel piezométrico medido.

- Volver a calcular  $kD$  por medio del método de Thiem, Procedimiento II, empleando los valores corregidos de los descensos.

- Si la diferencia entre el valor aproximado y el corregido de  $kD$  es apreciable, repetir el procedimiento con el valor corregido de  $kD$ .

#### *Observación*

- Hay que tener en cuenta que no se pueden aplicar las curvas de las Figs. 51A y 51B si el filtro del tubo de bombeo está instalado en una posición intermedia entre la parte superior y la base del acuífero.

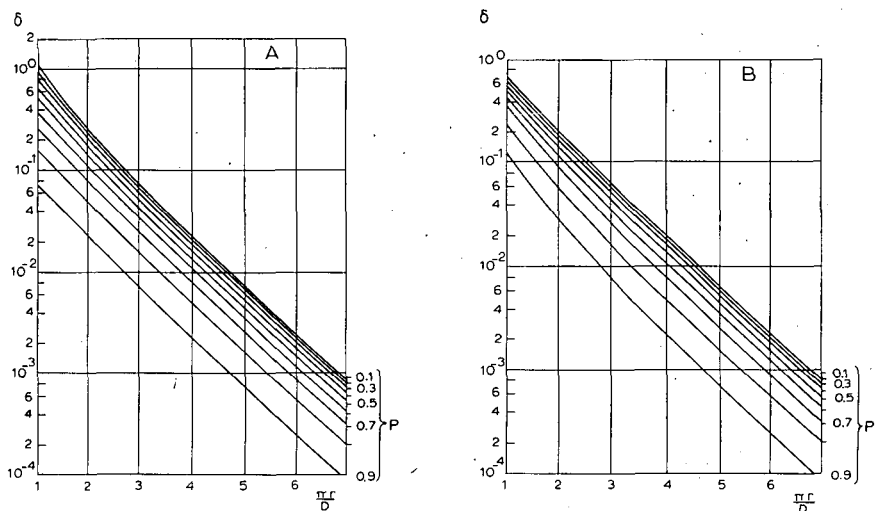


Fig. 51. - Nomogramas de Jacob para el cálculo del factor de corrección en el método del mismo autor para corregir los efectos debidos a penetración parcial. A: filtro de la bomba y del piezómetro situados o bien cerca de la parte superior o de la base del acuífero; B: filtro del pozo situado cerca de la parte superior del acuífero y filtro del piezómetro cerca de la base del mismo o viceversa.

#### 4.6.2 Flujo en régimen permanente en acuíferos semi-confinados parcialmente perforados

##### 4.6.2.1 Métodos de corrección I y II de Huisman

Se puede demostrar (*Steady flow of groundwater towards wells, 1964*) que, por regla general, el efecto de penetración parcial es independiente de una realimentación vertical procedente, o bien de las capas situadas por encima del acuífero o bien de las que están por debajo de él. Por ello, los métodos de corrección I y II de Huisman, se pueden aplicar también a acuíferos semiconfinados siempre que satisfagan los supuestos citados en las Secciones 6.1.1 y 6.1.2 respectivamente.

En este caso, se emplean los datos de los descensos corregidos del nivel piezométrico en combinación con los métodos descritos en el Capítulo 3, Sección 3.

#### 4.6.3 Flujo en régimen permanente en acuíferos libres parcialmente perforados

##### 4.6.3.1 Método de corrección de Hantush

HANTUSH (1964), observó que los métodos para analizar los datos de un ensayo por bombeo en un acuífero libre totalmente perforado (Capítulo 3, Sección 6) se pueden aplicar a aquellos casos en que el acuífero esté parcialmente perforado,

siempre que el tiempo de bombeo sea relativamente corto o el acuífero de espesor relativamente grande, y siempre que se sustituya el descenso observado  $s$  por el de  $s - s^2/2d$ , donde  $d$  es la profundidad de penetración.

#### 4.6.4 Flujo en régimen variable en acuíferos confinados parcialmente perforados

Para flujo en régimen variable, HANTUSH (1962) elaboró los métodos que más abajo se describen; dichos métodos son modificaciones de los de Theis y Jacob. Presentan la ventaja de que no es necesario conocer de antemano el espesor del acuífero.

##### 4.6.4.1 Modificación de Hantush al método de Theis de corrección por perforación parcial

Según HANTUSH (1962), el descenso del nivel de agua en un piezómetro situado a una distancia  $r$  del pozo de bombeo ( $r < 2D$ ), para un tiempo de bombeo relativamente corto

$$t < \frac{(2D - b - z)^2 (S/D)}{20k}$$

viene dado por

$$s = \frac{Q}{8\pi k(b-d)} E \left[ u, \frac{b}{r}, \frac{d}{r}, \frac{z}{r} \right] \quad (132)$$

donde

$$E \left[ u, \frac{b}{r}, \frac{d}{r}, \frac{z}{r} \right] = M(u, \beta_1) - M(u, \beta_2) + M(u, \beta_3) - M(u, \beta_4) \quad (133)$$

$\beta_1 = (b+z)/r$  (el significado de los símbolos  $b, d$  y  $z$ , viene dado en la Fig.52)

$\beta_2 = (d+z)/r$

$\beta_3 = (b-z)/r$

$\beta_4 = (d-z)/r$

$M(u, \beta)$  es una función cuyos valores numéricos se dan en el Anejo IX.

$$u = \frac{r S/D}{4kt} \quad (134)$$

$S/D$  = coeficiente específico de almacenamiento, es decir, volumen de agua extraído del almacenamiento por unidad de volumen de acuífero y por unidad de descenso del nivel piezométrico (expresado en  $m^{-1}$ ).

Se puede usar la modificación de Hantush al método de Theis siempre y cuando se satisfagan los siguientes supuestos y condiciones limitantes:

- Los supuestos citados en la página 108, excepto el número 5 que se sustituye por:

- El pozo de bombeo no perfora todo el espesor del acuífero.

Además se añaden las siguientes condiciones limitantes:

- El acuífero es confinado o libre.
- El flujo de agua hacia el pozo es en régimen variable.
- El tiempo de bombeo es relativamente corto:

$$t < \{(2D - b - z)^2(S/D)\}/20k$$

#### *Procedimiento*

- Para uno de los piezómetros, determinar los valores de  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  y  $\beta_4$ ; empleando la Ec.(133), calcular el valor de la función E correspondiente a diferentes valores de u. Los valores de  $M(u, \beta)$  se obtienen en las tablas del Anejo IX.

- Representar en papel logarítmico los valores de E en función de los de  $1/u$ ; así se obtiene la curva tipo.

- En otra hoja de papel logarítmico, con la misma escala que la anterior, representar los valores de los descensos observados s en función de los de t; ésta es la curva de los datos reales.

- Superponer ambas curvas y, manteniendo los ejes de coordenadas paralelos, encontrar la posición en que el mayor número de los datos reales caen sobre la curva tipo. Se observará que para valores relativamente grandes del tiempo, los datos reales caen fuera y por encima de la curva tipo; esta desviación es esperable ya que la curva tipo está trazada sobre el supuesto de que el tiempo de bombeo es relativamente corto.

- En la zona donde ambas hojas se solapan y donde las curvas no se desvían una de otra, elegir un punto A y leer para él los valores de s, E,  $1/u$  y t.

- Sustituir los valores de s y E en la Ec.(132) junto con los de Q, b y d (conocidos) y calcular k.

- Sustituir los valores de  $1/u$  y t en la Ec.(134) y como se conocen los de r y k, calcular S/D.

- Si la curva de los datos reales se aparta de la curva tipo, anotar el valor de  $1/u$  para el punto donde se separan ambas curvas,  $1/u_{sep}$ .

- Calcular D de la ecuación

$$D \approx 0,5 (b + z + r \sqrt{\frac{5}{u_{sep}}}) \quad (135)$$

Ahora se puede calcular el valor de la transmisividad ( $kD$ ). Si la curva de los datos no se separa de la curva tipo dentro del tramo correspondiente a los datos observados, tomar el valor de  $1/u$  para un punto situado en las cercanías del último punto de los datos reales. En este caso, usando este valor de  $1/u$  en vez de el de  $1/u_{sep}$ , se obtiene un espesor del acuífero mayor que el deducido con la Ec.(135).

- Repetir este procedimiento para todos los piezómetros situados en las cercanías del pozo de bombeo, es decir, para todos los que cumplan las condiciones de  $r < 2D$ .

#### 4.6.4.2 Modificación de Hantush al método de Jacob de corrección por perforación parcial

De acuerdo con HANTUSH (1962), el valor del descenso del nivel de agua en los piezómetros, para un período de bombeo relativamente largo

$$t > \frac{D^2(S/D)}{2k}$$

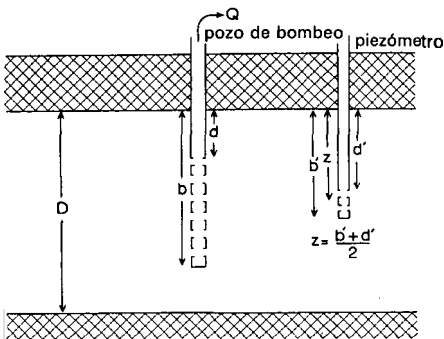
viene dado por

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} \left[ W(u) + f_s \left( \frac{r}{D}, \frac{b}{D}, \frac{d}{D}, \frac{z}{D} \right) \right] \quad (136)$$

donde  $W(u)$  es la función del pozo de Theis y

$$f_s = \frac{4D^2}{\pi^2(b-d)(b'-d')} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n^2} \right) K_0 \left( \frac{n\pi r}{D} \right) \times \\ \times \left[ \sin \left( \frac{n\pi b}{D} \right) - \sin \left( \frac{n\pi d}{D} \right) \right] \left[ \sin \left( \frac{n\pi b'}{D} \right) - \sin \left( \frac{n\pi d'}{D} \right) \right] \quad (137)$$

*Nota: Los ángulos vienen expresados en radianes. El significado de los símbolos está en la Fig.52.*



*Fig.52. - Ilustración esquemática de los parámetros de la modificación de Hantush al método de corrección de Theis por perforación parcial.*



Representando en papel semi-logarítmico los valores de  $s$  en función de los de  $t$ ,  $t$  en la escala logarítmica, se obtiene, para valores grandes de  $t$ , una línea recta. La pendiente de esta recta  $\Delta s$ , es decir, la diferencia de descensos  $s$  por ciclo logarítmico de tiempo, viene dado por

$$\Delta s = \frac{2,30Q}{4\pi kD} \quad (138)$$

El punto de corte de esta línea recta con el eje de las abscisas, tiene de coordenadas  $t = t_0$ ,  $s = 0$ ;  $t_0$  viene expresado por

$$t_0 = \frac{Sr^2}{2,25kDe f_s} \quad (139)$$

Cuando la diferencia entre  $b'$  y  $d'$  es pequeña  $\{(b'-d') < 0,05D\}$  se puede sustituir la Ec.(137) por

$$f_s = \frac{4D}{\pi(b-d)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right) K_0\left(\frac{n\pi r}{D}\right) \left[\cos\left(\frac{n\pi z}{D}\right)\right] \left[\sin\left(\frac{n\pi b}{D}\right) - \sin\left(\frac{n\pi d}{D}\right)\right] \quad (140)$$

Los supuestos y condiciones limitantes en las que este método se basa, son los mismos que las de la modificación de Hantush al método de Theis, Sección 6.4.1; sin embargo, en este caso el tiempo de bombeo no es relativamente corto sino más bien largo;  $t > D^2(S/D)/2k$ .

#### *Procedimiento*

- Representar para uno de los piezómetros, en papel semi-logarítmico, los valores de  $s$  en función de los de  $t$  ( $t$  en la escala logarítmica). Por los puntos obtenidos, trazar una línea recta y prolongarla hasta que corte al eje de abscisas ( $s = 0$ ).

- Calcular la pendiente de esta recta  $\Delta s$ , diferencia de descensos por ciclo logarítmico de tiempo; también determinar el valor de  $t_0$ .

- Calcular  $kD$  empleando la Ec.(138).

- Calcular el valor de  $f_s$  con la Ec.(137) o la Ec.(140), según sea el caso; generalmente, solamente es necesario considerar unos pocos términos de la serie.

- Empleando el Anejo III, calcular  $\exp(f_s)$ ; a continuación calcular el coeficiente de almacenamiento  $S$  por medio de la Ec.(139).

- Repetir este procedimiento para todos los piezómetros en que  $r < 2D$ .

#### 4.7 ACUIFEROS BOMBEADOS POR MEDIO DE UN POZO DE GRAN DIAMETRO

##### 4.7.1 Flujo de agua en régimen variable en un acuífero confinado

##### 4.7.1.1 Método de Papadopulos-Cooper

Debido a la falta de medios económicos o de equipo, a veces es necesario llevar a cabo el ensayo por bombeo empleando un pozo ya existente. Sin embargo, este pozo puede tener un gran diámetro y, por ello, los métodos de Theis etc., descritos en el Capítulo 3, Secciones 2.1-2.4 no son aplicables; como se recordará, uno de los supuestos en que se basan estos métodos es que el radio del pozo es muy pequeño. PAPANOPULOS y COOPER (1967) presentaron un método para analizar los datos de un ensayo por bombeo hechos en pozos de gran diámetro (Fig.53); en él, se tiene en cuenta la capacidad de almacenamiento en el pozo mismo (en el método de Theis se suponía que era despreciable).

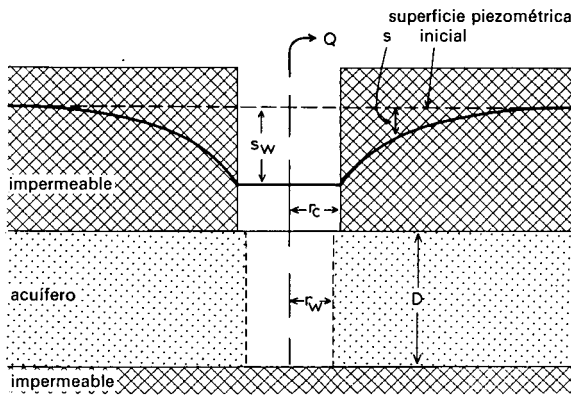


Fig.53. - Sección transversal esquemática de un acuífero confinado, bombeado por medio de un pozo de gran diámetro.

Por tanto, los supuestos y condiciones son:

- Los supuestos y condiciones citados en la página 108, excepto el número 6 que se sustituye por:

- No se puede considerar muy pequeño el diámetro del pozo de bombeo; por ello, el almacenamiento en el pozo no es despreciable.

Además se añaden las siguientes condiciones:

- El acuífero es confinado.

- Flujo de agua hacia el pozo en régimen variable.

- Las pérdidas en el pozo son despreciables, es decir, la resistencia a la entrada de agua en él es cero.

La ecuación general del flujo de agua dentro de un pozo de gran diámetro es

$$s_w = \frac{Q}{4\pi kD} F(u_w, \beta) \quad (141)$$

donde  $F(u_w, \beta)$  es una función cuyos valores numéricos se dan en el Anejo X.

$$u_w = \frac{r_w^2 S}{4kDt} \quad (142)$$

$$\beta = \frac{r_w^2 S}{r_c^2}$$

El índice  $w$  indica "en el pozo de bombeo".

$r_c$  = radio de la parte del pozo donde no se ha instalado el filtro.

#### *Procedimiento*

- Usando el Anejo X, representar en papel logarítmico la familia de curvas de  $F(u_w, \beta)$  en función de  $1/u_w$  para diferentes valores de  $\beta$  (Fig.54).

- En otra hoja de papel logarítmico con la misma escala que la anterior, representar la curva de los datos reales de  $s_w$  en función de  $t$ .

- Superponer ambas curvas y encontrar por tanteo, manteniendo los ejes de coordenadas paralelos, la posición en que la mayor parte de los puntos correspondientes a los datos reales se ajustan a un segmento de una de las curvas tipo.

- Elegir un punto arbitrario A en la parte donde ambas hojas se solapan y leer para él los valores de  $F(u_w, \beta)$ ,  $1/u_w$ ,  $s_w$  y  $t$ ; anotar también el valor de  $\beta$  correspondiente a la curva tipo a la que los datos reales se ajustan.

- Sustituir los valores de  $F(u_w, \beta)$  y  $s_w$ , junto con el conocido valor de  $Q$ , en la Ec.(141) y calcular  $kD$ .

- Calcular los valores de  $S$  sustituyendo los valores de  $r_w$ ,  $1/u_w$ ,  $t$  y  $kD$  en la Ec.(142) o introduciendo los valores de  $r_c$ ,  $r_w$  y  $\beta$  en la Ec.(143). Ambos valores de  $S$ , obtenidos por las dos formas citadas, deben ser muy similares.

#### *Observaciones*

- El tramo casi recto de la curva tipo corresponde al período en que la mayor parte del agua procede del almacenamiento propio del pozo. Los puntos de los datos reales que coinciden con esta parte de la curva tipo no reflejan correctamente las características del acuífero.

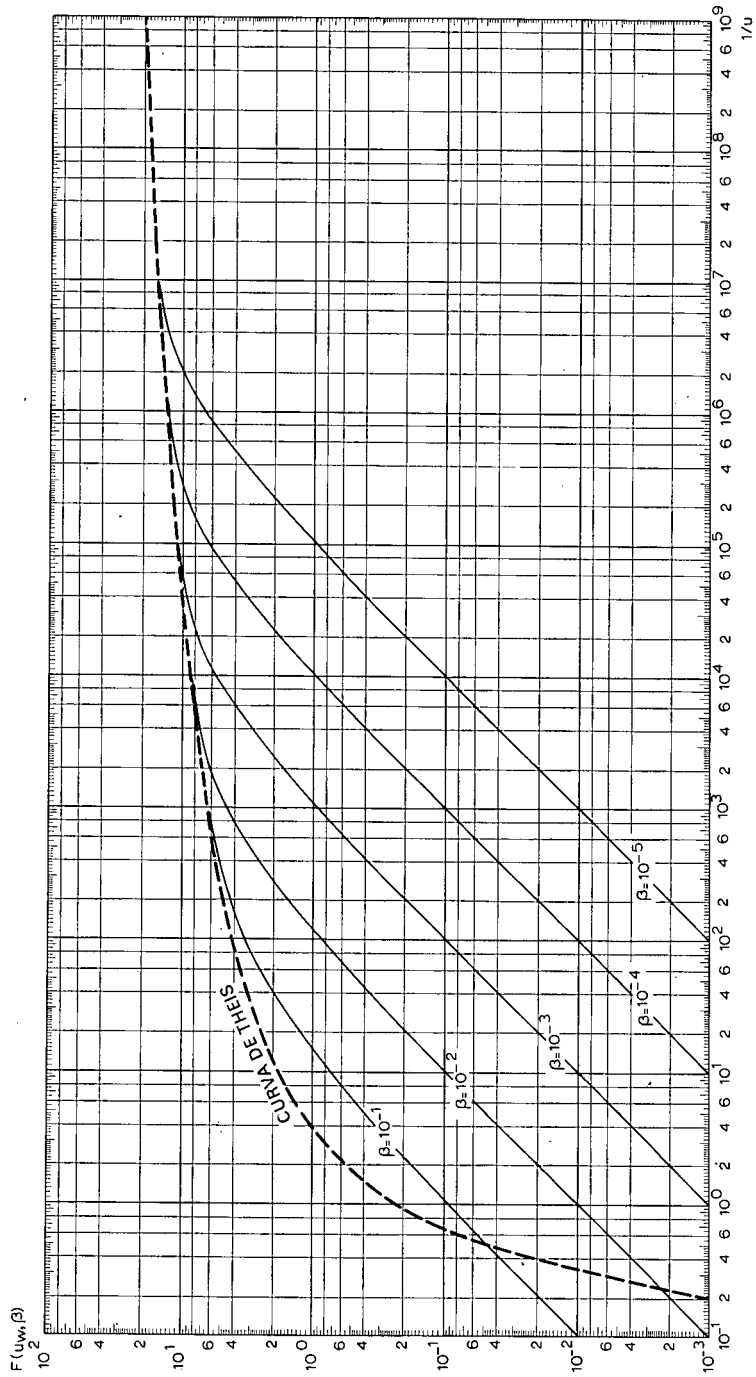


Fig. 54. - Familia de curvas tipo de Papadopulos-Cooper:  $F(u_w, \beta)$  en función de  $1/u_w$  para diferentes valores de  $\beta$ .

- Como la forma de las curvas tipo varía sólo débilmente al variar  $\beta$  un orden de magnitud, la determinación del valor de  $S$  por este método es digna de confianza sólo hasta cierto punto.

- Si es posible, se debe instalar un piezómetro muy cerca del pozo de bombeo para comprobar si las pérdidas de carga hidráulica, a la entrada del agua al pozo, son realmente despreciables.

#### 4.8 ACUIFEROS SEMI-CONFINADOS QUE CONSTAN DE DOS CAPAS

##### 4.8.1 Flujo en régimen permanente

HUISMAN y KEMPERMAN (1951, ver también *Steady flow of groundwater towards wells*, 1964, págs.161-167), desarrollaron un método para analizar los datos de un ensayo por bombeo realizado en un acuífero semiconfinado que consta de dos capas y en el que el flujo es en régimen permanente. Al hablar de acuífero semiconfinado de dos capas se quiere expresar el acuífero cuyo límite inferior es una capa semi-permeable o impermeable, su límite superior es una capa semi-permeable y entre ambos límites existe una capa semi-permeable que lo divide en dos partes (Fig.55).

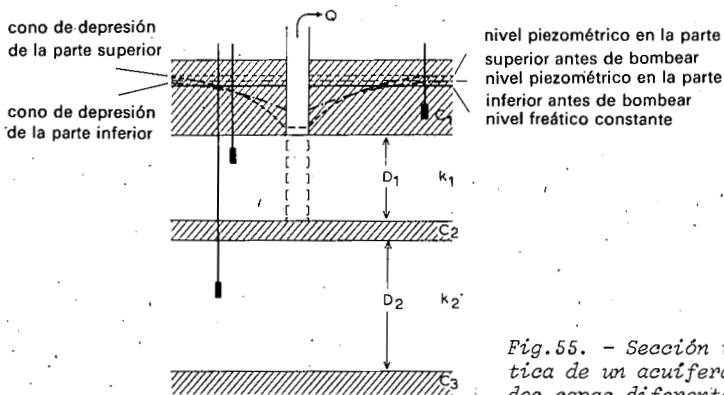


Fig.55. - Sección transversal esquemática de un acuífero constituido por dos capas diferentes, bajo bombeo.

Si la resistencia hidráulica de la capa intermedia es alta comparada con la de la capa semi-permeable superior, siendo la capa inferior impermeable, se podrá considerar a ambas partes del acuífero como dos acuíferos semi-confinados separados. En este caso, ensayos por bombeo realizados por separado en cada una de las dos partes del acuífero, se pueden analizar con los métodos expuestos en el Capítulo 3, Sección 3.

Sin embargo, cuando la resistencia hidráulica de la capa semi-permeable intermedia es apreciablemente más baja que la de la capa semi-permeable superior, la situación es más complicada. Si, por ejemplo, se bombea la parte superior del acuífero, el agua extraída proviene de:

- la parte superior del acuífero
- la parte inferior del mismo (a través de la capa semi-permeable)
- la capa semi-permeable superior.

Si sólo se bombea la capa superior y se prosigue el bombeo hasta que se alcance el régimen permanente, se puede emplear el método de Huisman-Kemperman para determinar las propiedades hidráulicas del acuífero; por supuesto, deberá existir un suficiente número de piezómetros instalados, tanto en la parte superior como en la inferior del acuífero. Este método es bastante complicado. Sin embargo, también se puede bombear en primer lugar la parte inferior del acuífero y a continuación, después del período total de recuperación, bombear la parte superior. En este caso, el análisis de los datos es mucho más sencillo. Para analizar los datos del doble ensayo realizado, se puede emplear el método de Bruggeman (BRUGGEMAN, 1966).

#### 4.8.1.1 Método de Huisman-Kemperman

Este método está basado en los siguientes supuestos y condiciones limitantes:

- Los supuestos citados en la pág.108, excepto los números 2 y 5 que se sustituyen por:
  - El acuífero está dividido en dos partes por medio de una capa semi-permeable; ambas partes son homogéneas, isotrópicas y de espesor constante en toda el área sobre la que el ensayo influye.
  - El pozo de descarga perfora todo el espesor de la parte superior del acuífero y el flujo de agua hacia el pozo a través de todo el espesor de la parte perforada, es horizontal.
  - El límite superior del acuífero es una capa semi-permeable.

Además, se añaden las siguientes condiciones:

- El flujo de agua hacia el pozo en régimen permanente.
- $r/L$  es pequeño ( $r/L < 0,05$ )
- $c_1 > c_2$
- $k_2 D_2 > k_1 D_1$
- $c_3 = \infty$

HUISMAN y KEMPERMAN (1951), desarrollaron fórmulas para determinar el descenso del nivel piezométrico en las diferentes partes del acuífero; dichas fórmulas sólo son válidas para valores pequeños de  $r/L$ .

Descenso del nivel piezométrico en la parte superior del acuífero

$$s_1 = a_1 - \frac{2,30Q}{2\pi k_1 D_1} \log r \quad (144)$$

y en la parte inferior del acuífero

$$s_2 = \frac{2,30Q}{2\pi k_1 D_1} a_2 \quad (145)$$

$a_1$  y  $a_2$  son constantes y dependen de los valores de  $k_1 D_1$ ,  $k_2 D_2$ ,  $c_1$  y  $c_2$ .

#### Procedimiento

- Es indispensable emplear en los cálculos un caudal de descarga standard  $Q' = 250 \text{ m}^3/\text{día}$ . Por ello hay que corregir los valores de los descensos del nivel de agua en todos los piezómetros, en régimen permanente, por medio del factor de corrección

$$s' = \frac{Q'}{Q} s \quad (146)$$

donde

- $s$  = descenso observado del nivel de agua en los piezómetros con el caudal de descarga real  $Q$ , y
- $s'$  = descenso corregido del nivel de agua en los piezómetros para el caudal de descarga standard  $Q'$  ( $250 \text{ m}^3/\text{día}$ )

- En papel semi-logarítmico, representar los valores de  $s'_1$  y  $s'_2$  en función de los de  $r$  ( $r$  en la escala logarítmica).

- Trazar la tangente a la curva obtenida con los valores de  $s'_1$ , en función de los de  $r$ , para valores pequeños de  $r$ . La Ec.(144) da la fórmula para esta parte de la línea. Por ello la pendiente de esta tangente, es decir la diferencia de descensos por ciclo logarítmico de  $r$ ,  $\Delta s'_1$  es igual a

$$\Delta s'_1 = \frac{2,30Q'}{2\pi k_1 D_1} \quad (147)$$

- Leer el valor de  $\Delta s'_1$  en el gráfico y con  $Q' = 250 \text{ m}^3/\text{día}$ , calcular  $k_1 D_1$ .

- A continuación, conociendo el valor de  $2,30 Q'/2\pi k_1 D_1$  y leyendo en el gráfico los correspondientes valores de  $s'_1$  y  $r$ , calcular la constante  $a_1$ .

- Con la ayuda del nomograma de Huisman-Kemperman (Fig.56), calcular los valores de  $c_2$  para el conocido valor de  $k_1 D_1$  y los supuestos valores de  $c_1$  y  $k_2 D_2$ . Esto se hace de la siguiente forma:

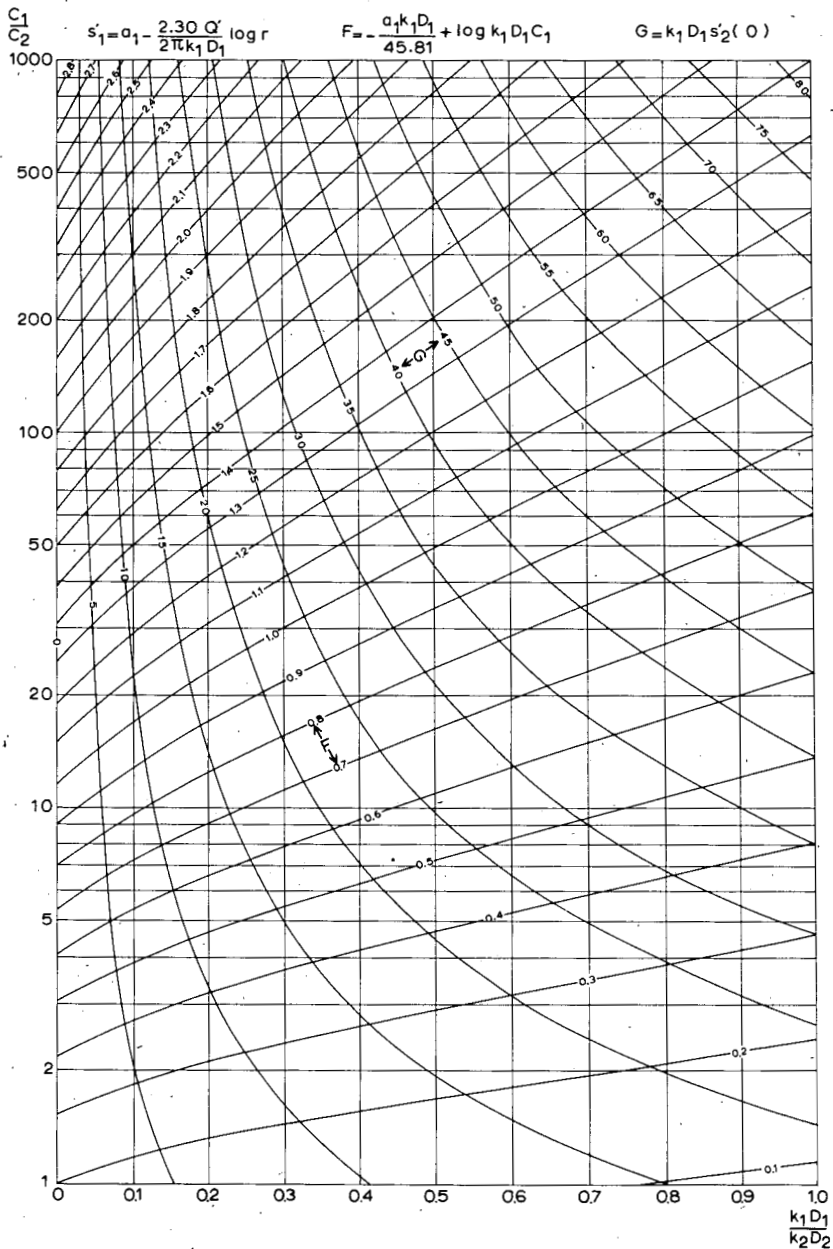


Fig. 56. - Nomograma que muestra la relación entre  $c_1/c_2$  y  $k_1 D_1/k_2 D_2$  para acuíferos semi-confinados separados por una capa semi-permeable. El acuífero superior está limitado superiormente por otra capa semi-permeable.



usar para  $c_1$  los valores de 1000, 2000, 5000 y 10 000 días y para  $k_2D_2$  los de 1000, 2000, 3000 y 4000  $m^2/día$ . Para cada combinación, se calcula el valor de  $F$  y el de  $k_1D_1/k_2D_2$ ;  $F$  viene dado por la expresión

$$F = \frac{a_1 k_1 D_1}{45,81} + \log k_1 D_1 c_1 \quad (148)$$

- Empleando el nomograma más arriba citado, encontrar un valor de  $c_1/c_2$  para cada combinación de  $c_1$  y  $k_2D_2$  y calcular el correspondiente valor de  $c_2$ .

- Elaborar una lista de los valores de  $c_2$  de la siguiente forma:

$k_2D_2$	$c_1 = 1000$	2000	5000	10.000 días
1000 $m^2/día$	$c_2 =$			
2000				
3000				
4000				

- De la misma forma y para las mismas combinaciones de  $c_1$  y  $k_2D_2$ , calcular el valor de  $c_2$  con la ayuda del nomograma de Huisman-Kemperman (Fig.56); sin embargo, ahora se usan los valores de  $k_1D_1/k_2D_2$ , donde  $G$  viene dado por

$$G = k_1 D_1 s_2' (0) \quad (149)$$

donde  $s_2' (0)$  es el descenso del nivel piezométrico en la parte inferior del acuífero para  $r = 0$ . Se puede obtener por extrapolación hecha en la gráfica de los datos reales ya que,  $s_2' (0)$  es aproximadamente, el valor de  $s_2'$  para el punto en que la curva descenso-distancia de los datos observados, corta al eje vertical (Fig.57).

- Una vez más, tabular los valores de  $k_2D_2$ ,  $c_1$  y  $c_2$  de la forma más arriba indicada. Las relaciones expresadas en estas tablas tienen, cada una, dos grados de libertad. Combinando los datos de ambos, se obtiene una relación con un grado de libertad. Esto se hace de la siguiente forma:

para  $c_1 = 1000$  existe un valor de  $k_2D_2$  para el que la diferencia entre los valores de  $c_2$  es el más pequeño, por ejemplo  $k_2D_2 = 1000$ . Ahora se calcula la relación  $k_1D_1/k_2D_2$  entre el valor conocido de  $k_1D_1$  y el de  $k_2D_2 = 1000$ . En la Fig.56, la línea vertical que representa esta relación  $k_1D_1/k_2D_2$  y las curvas que representan las funciones  $F$  y  $G$  forman, para  $c_1 = 1000$ , un pequeño triángulo. Anotar los valores de  $c_1/c_2$  y  $k_1D_1/k_2D_2$  para el centro de este triángulo. Calcular  $k_2D_2$  y  $c_2$  empleando el ya conocido valor de  $k_1D_1$  y el valor supuesto de  $c_1 = 1000$ .

- Repetir este procedimiento para  $c_1 = 2000, 5000$  y  $10\ 000$  días. Disponer los resultados de la siguiente forma:

$c_1$	=	1000	2000	5000	10 000
$c_2$	=				
$k_2 D_2$	=				

Todavía queda un grado de libertad. La cuarta relación entre las constantes hidráulicas depende de la forma que toma la curva descenso-distancia para valores grandes de  $r$ ; no se puede expresar dicha relación matemáticamente. Sin embargo, el "Municipal Water Works" de Amsterdam (Holanda), ha preparado curvas standard representando a  $s'$  en función de  $r$  para los siguientes valores:

$c_1 = 1000, 2000, 5000$  y  $10\ 000$  días;  $c_2 = 10, 100$  y  $1000$  días;  $k_1 D_1 = 500, 1000$  y  $1500$  m<sup>2</sup>/día y  $k_1 D_1 + k_2 D_2 = 3000, 4000, 5000$  y  $6000$  m<sup>2</sup>/día; siempre  $Q' = 250$  m<sup>3</sup>/día. Se seleccionan las curvas a emplear, teniendo en cuenta los valores arriba citados. La curva standard que mejor se ajuste a la curva descenso-distancia de los datos reales, da los valores buscados de  $c_1$ ,  $c_2$  y  $k_2 D_2$ . Estos valores son bastantes exactos para  $k_1 D_1$ ,  $k_2 D_2$  y  $c_2$ ; sin embargo, el valor de  $c_1$  es algo menos digno de confianza.

*NOTA: Estamos muy agradecidos al Director del "Municipal Water Works" de Amsterdam (Holanda) que nos cedió las curvas standard. Estas se pueden obtener a su precio en el "International Institute for Land Reclamation and Improvement".*

#### Observaciones

- Es necesario disponer de datos de un número suficiente de piezómetros instalados en ambas partes del acuífero ya que si no, será imposible obtener curvas de los datos reales dignas de confianza.

- Es totalmente necesario transformar los datos reales de los descensos del nivel de agua en los piezómetros en los correspondientes al caudal de descarga standard  $Q' = 250$  m<sup>3</sup>/día.

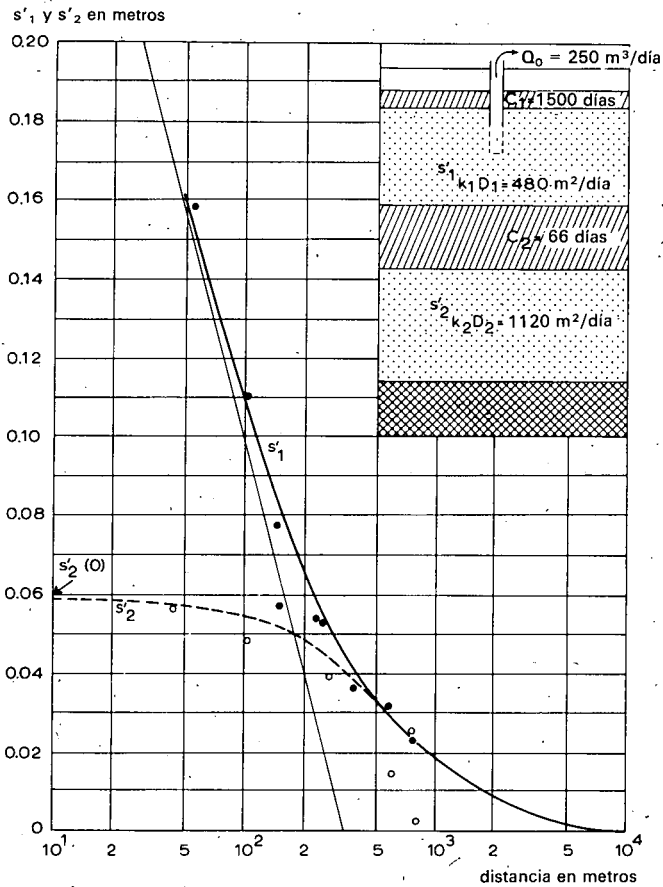


Fig. 57. - Ilustración esquemática de la superposición de las curvas distancia-descenso sobre las curvas tipo de Huisman-Kemperman (según Huisman y Kemperman, 1951).

#### 4.8.1.2 Método de Bruggeman

BRUGGEMAN (1966), desarrolló un método para analizar los datos de un ensayo por bombeo llevado a cabo en un acuífero dividido en dos capas. No es necesario suponer que la parte inferior del acuífero descansa sobre una capa impermeable. También se puede utilizar el método en el caso de que la base del acuífero sea una capa semi-permeable.

Bruggeman demostró que son válidas las siguientes relaciones:

$$s'_{1,1} + P_1 s'_{2,1} = \frac{Q'}{2\pi k_1 D_1} K_0(\tau/\lambda_1) \quad (150)$$

$$s'_{1,1} + P_2 s'_{2,1} = \frac{Q'}{2\pi k_1 D_1} K_0(r/\lambda_2) \quad (151)$$

$$s'_{1,2} + P_1 s'_{2,2} = P_1 \frac{Q'}{2\pi k_2 D_2} K_0(r/\lambda_1) \quad (152)$$

$$s'_{1,2} + P_2 s'_{2,2} = P_2 \frac{Q'}{2\pi k_2 D_2} K_0(r/\lambda_2) \quad (153)$$

donde

$$s' = \frac{Q'}{Q} s \quad (154)$$

$Q'$  = caudal standard de descarga

El primer subíndice de  $s$  indica la parte del acuífero en la que está instalado el piezómetro. El segundo subíndice indica la parte del acuífero que se bombea. Por ejemplo,  $s'_{1,2}$  es el descenso del nivel de agua corregido en un piezómetro instalado en la parte superior del acuífero durante un bombeo de la inferior a un caudal de descarga constante  $Q'$ .

Además

$$P + P = \frac{(k_2 D_2 / k_1 D_1) (s'_{2,2} - s'_{1,1})}{s'_{1,2}} \quad (155)$$

$$P_1 P_2 = - (k_2 D_2 / k_1 D_1) \quad (156)$$

donde

$P_1$ ,  $P_2$ ,  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son constantes que están relacionadas entre sí de la forma siguiente:

$$\frac{1}{\lambda_1^2} = a_1 + b_1 - a_2 P_1 \quad (157)$$

$$\frac{1}{\lambda_2^2} = a_1 + b_1 - a_2 P_2 \quad (158)$$

$$\frac{P_1}{\lambda_1^2} = -b_1 + b_2 P_1 + a_2 P_1 \quad (159)$$

$$\frac{P_2}{\lambda_2^2} = -b_1 + b_2 P_2 + a_2 P_2 \quad (160)$$

donde  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  también son constantes que dependen de  $k_1 D_1$ ,  $k_2 D_2$ ,  $c_1$  y  $c_2$  de acuerdo con las siguientes ecuaciones:

$$a_1 = \frac{1}{k_1 D_1 c_1} \quad (161)$$

$$b_1 = \frac{1}{k_1 D_1 c_2} \quad (162)$$

$$a_2 = \frac{1}{k_2 D_2 c_2} \quad (163)$$

$$y \quad b_2 = \frac{1}{k_2 D_2 c_3} \quad (164)$$

Los supuestos y las condiciones limitantes en las que se basa este método son los mismos que los del método de Huisman-Kemperman, con la excepción de que en este caso no es necesario que la capa sobre la que el acuífero descansa, sea impermeable. Por tanto,  $c_3 < \infty$ .

#### *Procedimiento*

- Por medio de la Ec.(154), transformar los valores del descenso real del nivel de agua en los piezómetros en descensos referidos a un caudal de descarga  $Q'$ , arbitrariamente elegido. Comprobar que  $s'_{1,2} = s'_{2,1}$ ; ésto se debe cumplir siempre que se satisfagan las condiciones exigidas para la aplicación de este método.

- En papel logarítmico, representar los valores de  $s'_{1,1}$  en función de los de  $r$ . A continuación, calcular  $k_1 D_1$ , con la Ec.(147)

$$\Delta s'_{1,1} = \frac{2,30Q'}{2\pi k_1 D_1}$$

donde

$\Delta s'_{1,1}$  es la diferencia en  $s'_{1,1}$  por ciclo logarítmico de  $r$ .

- De la misma forma, calcular  $k_2 D_2$  a partir del gráfico representando los valores de  $s'_{2,2}$  en función de los de  $r$ .

- Calcular con la Ec.(156) el valor de  $P_1 P_2$ .

Sustituyendo en la Ec.(155) los valores de  $s'_{2,2}$  y  $s'_{1,1}$  (para un valor dado de  $r$ ) y los de  $k_1 D_1$  y  $k_2 D_2$ , calcular el valor de  $P_1 + P_2$ . Cuando se repite ésto último para unos cuantos valores de  $r$ , se obtiene una forma de comprobar si se han calculado correctamente los valores de  $k_2 D_2$  y  $k_1 D_1$  ya que  $P_1 + P_2$  debe ser independiente de  $r$ . Calcular  $P_1$  y  $P_2$  a partir de los valores de  $P_1 + P_2$  y  $P_1 P_2$ .

Si se comparan las Ecs.(150) a (153) con la Ec.(20), se puede ver la analogía entre las ecuaciones de Bruggeman y la de De Glee.

- Por tanto, representar en papel logarítmico los valores de  $s'_{1,1} + P_1 s'_{2,1}$  en función de los de  $r$ , y calcular los valores empleando el método de De Glee

(ver Capítulo 3, Sección 3.1). De la misma forma, calcular  $\lambda_2$  a partir de la gráfica de  $s'_{1,1} + P_2 s'_{2,1}$  en función de  $r$ . Comprobar los valores de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , calculándolos a partir de las gráficas en papel logarítmico de  $1/P_1 s'_{1,2} + s'_{2,2}$  en función de  $r$  y de  $1/P_2 s'_{1,2} + s'_{2,2}$  en función de  $r$ , y empleando a continuación el método de De Glee.

- Usando las Ecs.(157) a (160), calcular los valores de  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  y  $b_2$  a partir de los conocidos valores de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $P_1$  y  $P_2$ .

- Finalmente, calcular los valores de  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $k_1 D_1$  y  $k_2 D_2$  empleando las Ecs. (161) a (164). Al calcular de esta forma  $k_1 D_1$  y  $k_2 D_2$  se obtiene una forma de comprobar los valores anteriormente obtenidos.

#### 4.8.1.3 Otros métodos

En los últimos años, se han propuesto muchas soluciones para el flujo variable de agua, en acuíferos separados por capas semi-permeables, que permiten la existencia de flujo de agua de un acuífero a otro. Estos métodos se basan en la suposición de que la distribución del nivel piezométrico del agua en un acuífero, no está influenciada por un bombeo en el otro. En muchos casos no se puede suponer esta situación. Cuando existe una interacción entre los acuíferos, las fórmulas para flujo de agua en régimen variable hasta ahora presentadas, son inaplicables ya que en ellas no se tiene en cuenta este fenómeno.

HANTUSH (1967) evitó esta dificultad y desarrolló soluciones para los dos casos siguientes: 1) un sistema de dos acuíferos confinados separados por una capa semi-permeable; 2) un sistema en que la capa semi-permeable separa a un acuífero confinado de uno libre situado sobre el anterior. Al bombear el acuífero inferior, también se produce un descenso en el nivel del agua superior; se supone que este descenso es pequeño comparado con el espesor saturado.

Sin embargo las fórmulas desarrolladas son bastante complicadas y no se puede emplear sin un computador. Esto es especialmente cierto en las soluciones para régimen variable ya que hay que hacer largos cálculos. Las soluciones para régimen permanente son algo menos complicadas pues varios términos desaparecen si se alarga el tiempo hasta el infinito.

Recientemente, NEUMAN y WITHERSPOON (1969a) desarrollaron una solución para el problema del flujo de agua hacia un pozo en un sistema radial confinado e infinito, compuesto por dos acuíferos separados por una capa semi-permeable. El pozo perfora totalmente uno de los acuíferos; se tienen en cuenta los efectos del almacenamiento de agua en la capa semi-permeable y del descenso del nivel de agua en el acuífero no bombeado. También estas ecuaciones son complicadas y entran en

Si las pérdidas en el tubo son altas, la ecuación del descenso toma la forma

$$Q = C's \tan \alpha' \quad (168)$$

donde  $C'$  es una constante y  $\tan \alpha' \neq 1$  ( $0,5 < \tan \alpha' < 1$ ).

Consecuentemente, la línea recta trazada por los puntos obtenidos ( $Q$  en función de  $s$  en papel logarítmico), forman un ángulo  $\alpha' < 45^\circ$  con el eje de las  $s$ . Cuando  $Q$  es pequeño, las pérdidas en el tubo del pozo son muy pequeñas y la experiencia muestra que para  $Q < 400 \text{ m}^3/\text{día}$  y  $s < 1 \text{ m}$ , se pueden despreciar dichas pérdidas. Por ello, en estas circunstancias  $\tan \alpha' = 1$  y  $C' = C = Q/s_{mw}$ .

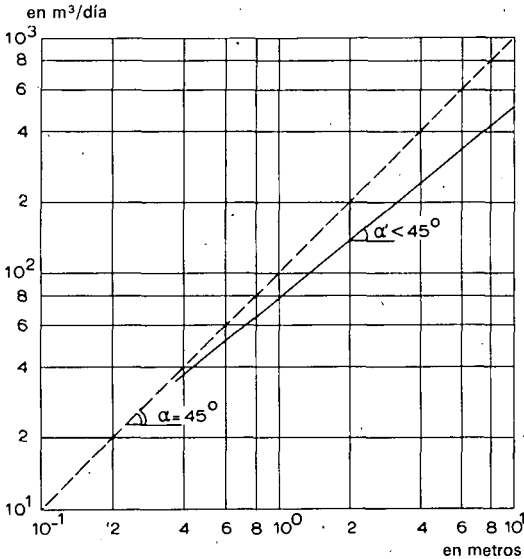


Fig. 58.-Ilustración esquemática del método de Gosselin.

*Procedimiento*

- Representar en papel logarítmico los valores de  $Q$  en función de los correspondientes de  $s_{mw}$ . Ajustar una línea recta a los puntos obtenidos y medir el ángulo que dicha recta forma con el eje de las  $s_{mw}$ .

- Si  $\alpha < 45^\circ$  prolongar la línea recta al área para la que  $Q$  y  $s_{mw}$  son pequeños. Calcular  $Q/s_{mw}$  para un punto donde se puede suponer que las pérdidas en el tubo son pequeñas y sustituir este valor en la Ec. (166).

- Cuando  $\alpha \approx 45^\circ$ , se puede también calcular el valor de  $Q/s_{mw}$  usando valores grandes de  $Q$  y  $s_{mw}$ .

#### 4.9.2 Flujo en régimen permanente en acuíferos libres

##### 4.9.2.1 Método de Logan

Siguiendo el mismo razonamiento que en la Sección 9.1.1 para acuíferos libres, resulta

$$kD = \frac{1,22Q}{s'_{mw}} \quad (169)$$

donde  $s'_{mw} = s_{mw} - s_{mw}^2/2D$ .

#### 4.9.3 Flujo en régimen permanente en acuíferos confinados parcialmente perforados

##### 4.9.3.1 Método de Zangar

Empleando la teoría del flujo tridimensional, ZANGAR (1953) desarrolló un método para estimar la conductividad hidráulica, usando los datos de un ensayo por bombeo en el que el pozo perfora menos del 20% de un acuífero confinado (Fig.59). En esta situación, la conductividad hidráulica viene dada por

$$k = \frac{1}{C_s} \frac{r_w}{r_w} \frac{Q}{s_{mw}} \quad (170)$$

donde  $C_s$  es el coeficiente que da el valor del radio hemisférico equivalente de un pozo cilíndrico. Los valores de  $C_s$ , correspondientes a los de  $d/r_w$ , vienen dados en la Tabla 16;  $d$  es la longitud de la parte perforada del tubo de bombeo.

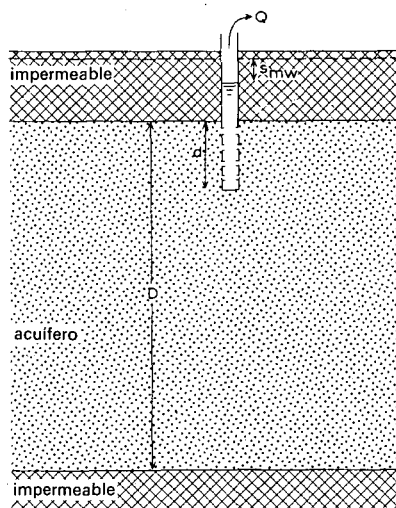


Fig. 59. - Ilustración esquemática de los parámetros del método de Zangar.



TABLA 16. - Valores de  $C_s$  correspondientes a los de  $d/r_w$ .

$d/r$	$C_s$	$d/r_w$	$C_s$	$d/r_w$	$C_s$
1	7,3	$1 \times 10$	$2,52 \times 10$	$1 \times 10^2$	$1,27 \times 10^2$
1,5	8,7	$1,5 \times 10$	$3,25 \times 10$	$1,5 \times 10^2$	$1,76 \times 10^2$
2	10,2	$2 \times 10$	$3,90 \times 10$	$2 \times 10^2$	$2,24 \times 10^2$
3	12,4	$3 \times 10$	$5,20 \times 10$	$3 \times 10^2$	$3,10 \times 10^2$
4	14,7	$4 \times 10$	$6,30 \times 10$	$4 \times 10^2$	$4,00 \times 10^2$
6	18,5	$6 \times 10$	$8,60 \times 10$	$6 \times 10^2$	$5,70 \times 10^2$
8	22,0	$8 \times 10$	$10,90 \times 10$	$8 \times 10^2$	$7,30 \times 10^2$

*Procedimiento*

- Calcular el valor de  $d/r_w$  y, a continuación, calcular el de  $C_s$  o bien directamente de la Tabla 16 o bien empleando una curva basada en la Tabla 16, representando en papel logarítmico los valores de  $C_s$  en función de los de  $d/r_w$ .

- Sustituir los valores numéricos de  $Q$ ,  $r_w$ ,  $s_{mw}$  y  $C_s$  en la Ec.(170) y calcular  $k$ .

4.9.4 Flujo en régimen permanente en acuíferos confinados

5.9.4.1 Método de Hurr

De acuerdo con Theis, ver Capítulo 3, Sección 2.1, se puede describir el flujo de agua en régimen permanente en un acuífero confinado por medio de las Ecs.

(5) y (6)

$$s = \frac{Q}{4\pi kD} W(u) \tag{5}$$

donde

$$u = \frac{r^2 S}{4kDt} \tag{6}$$

Disponiendo de otra forma la Ec.(5) se obtiene

$$W(u) = \frac{4\pi kDs}{Q} \tag{171}$$

HURR (1966) demostró que multiplicando ambos términos de la igualdad de la Ec.

(171) por  $u$ , el valor de  $kD$  desaparece del segundo término

$$uW(u) = \frac{4\pi kDs}{Q} \times \frac{r^2 S}{4kDt} \times \frac{\pi r^2 S}{t} \times \frac{s}{Q} \tag{172}$$

En el Anejo XI y en la Fig.60 se dan una tabla y un gráfico correspondientes a los valores de  $u$  y  $uW(u)$ .

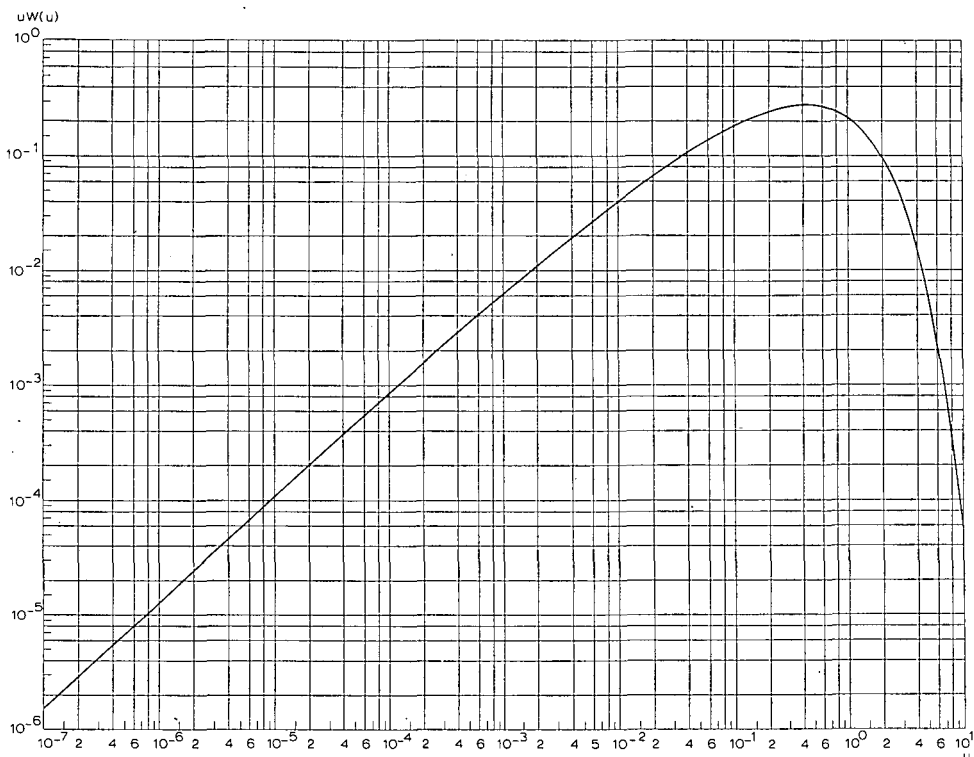


Fig. 60. - Gráfico mostrando los correspondientes valores de  $u$  y  $uW(u)$ .

*Procedimiento*

- Calcular con la Ec.(172) el valor de  $uW(u)$  para un supuesto valor de  $S$  y para los conocidos valores de  $r$ ,  $t$ ,  $s$  y  $Q$ . Del Anejo XI o de la Fig.60, obtener el correspondiente valor de  $u$ .

- Sustituir los valores de  $u$ ,  $r$ ,  $t$  y  $S$  en la Ec.(6) y calcular  $kD$ .

*Observación*

El método de Hurr permite calcular la transmisividad empleando un único dato del descenso del nivel de agua siempre que el valor que se suponga para el coeficiente de almacenamiento sea razonablemente exacto. La precisión exigida para dicho coeficiente, disminuye si decrece el valor de  $u$ . Para  $u/S < 0,001$ , la influencia de  $S$  en los valores calculados de  $kD$ , se hace despreciable.

4.9.5 Flujo en régimen variable en acuíferos libres

4.9.5.1 Método de Hurr

También se puede aplicar el método descrito en la sección 9.4.1 en el análisis de los datos de un ensayo por bombeo llevado a cabo en acuíferos libres; para ello, es necesario que la extracción del agua del almacenamiento sea instantánea.

#### 4.10 POZOS SURGENTES

##### 4.10.1 Flujo en régimen variable en acuíferos confinados

Aunque estrictamente hablando un pozo de este estilo es un pozo no-bombeado, el método de cálculo de las propiedades hidráulicas de un acuífero, a partir de observaciones hechas en tal pozo, está tan fuertemente relacionado con el análisis de ensayos por bombeo, que se creyó útil incluir este método en este libro.

##### 4.10.1.1 Método de Jacob-Lohman

JACOB y LOHMAN (1952), demostraron que el caudal de descarga de un pozo surgente viene dado por la ecuación siguiente:

$$Q = \frac{4\pi k D s_w}{2,30 \log(2,25kDt/r_w^2)} \quad (173)$$

Obsérvese que para un pozo de este estilo,  $s_w$  es una constante que es igual a la diferencia entre el nivel estático y el nivel al que está la abertura del pozo por donde sale el agua.

##### *Procedimiento*

- Se cierra la salida del pozo por un período suficientemente largo para que la presión llegue a ser estática (para medirla con un medidor de presión ajustado en la parte superior del pozo). Entonces se abre de nuevo el pozo y se mide el caudal de descarga a intervalos de 30 a 60 segundos durante los primeros minutos; luego estos intervalos van aumentando conforme pasa el tiempo. El análisis de los datos sigue el esquema del método de Jacob (ver Capítulo 3, Sección 2.3).

- Representar en papel semi-logarítmico los valores de  $s_w/Q$  en función de los de  $t$  ( $t$  en la escala logarítmica). Ajustar una línea recta a los puntos obtenidos. Prolongar dicha recta hasta que corte al eje del tiempo. Para este punto,  $s_w/Q = 0$  y  $t = t_0$ .

- Introducir el valor de la pendiente de la línea  $\Delta(s_w/Q)$  en la Ec.(174) y obtener  $kD$ .

$$kD = \frac{2,30}{4\pi\Delta(s_w/Q)} \quad (174)$$

- Calcular el coeficiente de almacenamiento  $S$ , de la ecuación

$$S = \frac{2,25kDt_0}{r_w^2} \quad (175)$$

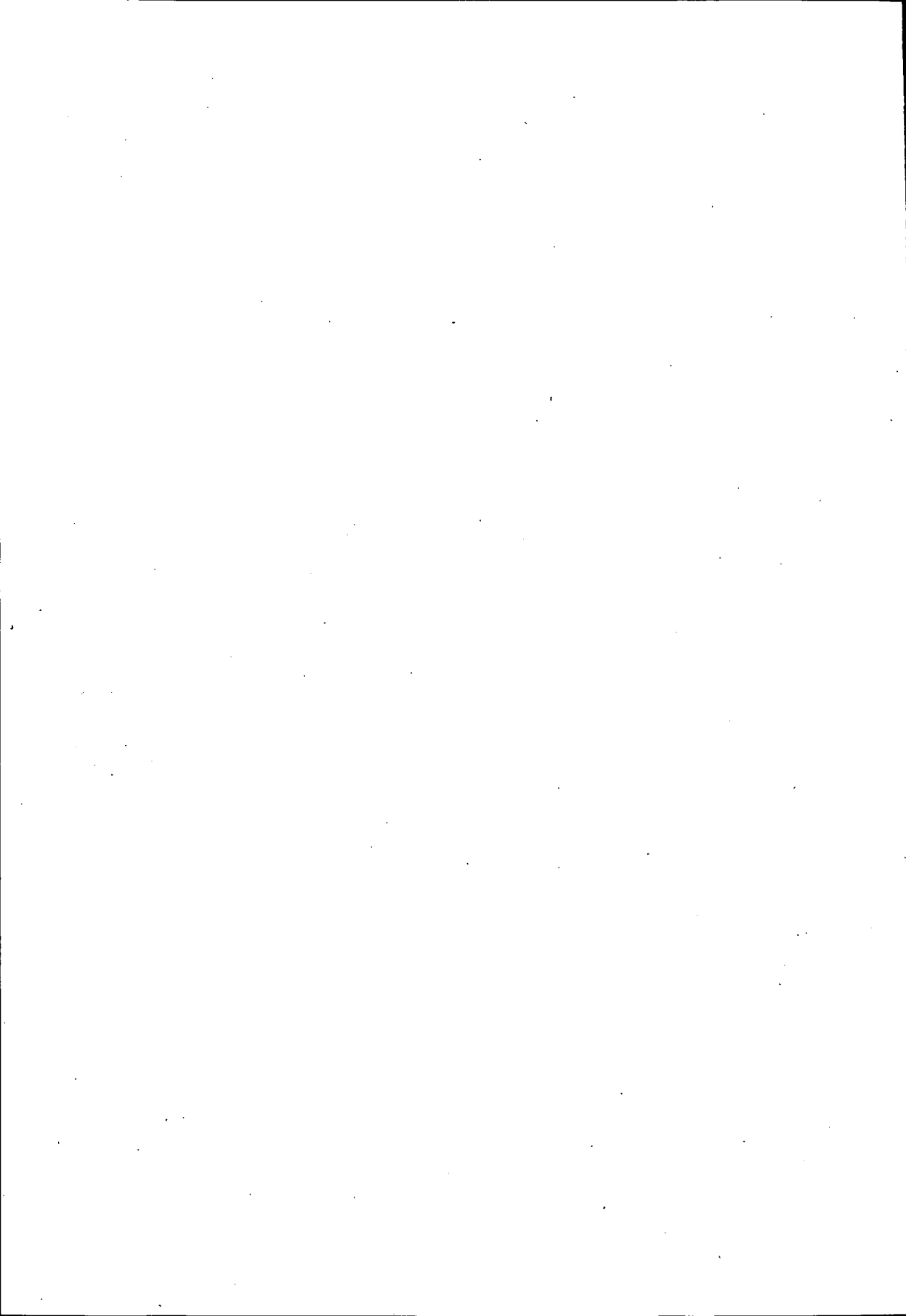


TABLA 17. - REPASO DE LOS METODOS DE ANALISIS PRESENTADOS EN EL CAPITULO 4.

PRINCIPALES SUPUESTOS (si se cambia alguno, se cita en la columna 1): 1. El acuífero tiene, aparentemente, una superficie infinita; 2. El acuífero es homogéneo, isótropo y de espesor uniforme. 3. Antes de comenzar el bombeo, las superficies piezométrica y/o freática son (casi) horizontales. 4. El caudal de descarga es constante. 5. El pozo de bombeo perfora totalmente al acuífero. SOLAMENTE PARA METODOS DE ANALISIS PARA REGIMEN VARIABLE: 6. Se puede despreciar el almacenamiento de agua en el pozo. 7. Se descarga el agua extraída del almacenamiento al mismo tiempo que se produce el descenso de carga hidráulica en el acuífero.

SUPUESTOS QUE SE CAMBIAN	TIPO DE ACUIFERO	TIPO DE SOLUCION	METODO DE ANALISIS		OBSERVACIONES	PARAM. CALCUL.	SECCION	REFERENCIA
			NOMBRE	TIPO				
1. El acuífero está atravesado por uno o más límites de recarga, o por una o más barreras, que penetran totalmente en el acuífero	confinado o libre	régimen permanente	Dietz	cálculo	sólo límites de recarga	kD	1.1.1	DIETZ, 1943
		régimen variable	Stallman	curva de ajuste	límites de recarga y/o barreras	kD y S	1.2.1	FERRIS y al., 1962
			de la imagen de Hantush	línea recta	una frontera de recarga	kD y S	1.2.2	HANTUSH, 1959
2. Acuífero homogéneo, anisótropo y de espesor uniforme	confinado o libre	régimen variable	Hantush	cálculo		$(kD)_x, (kD)_y, S$	2.1.1	HANTUSH, 1966
			Hantush-Thomas	cálculo	también para los datos del período de recuperación	$(kD)_x, (kD)_y, S$	2.1.2	HANTUSH y THOMAS, 1966
		semi-confinado	régimen variable	Hantush	cálculo		$(kD)_x, (kD)_y, S, c$	2.2.1
2. Acuífero homogéneo e isótropo; el espesor varía exponencialmente	confinado	régimen variable	Hantush	curva de ajuste	$dD/dx < 0,20$	$kD_0$ y S	3.1.1	HANTUSH, 1964

3. Antes de comenzar el bombeo, la superficie freática tiene una pendiente en la dirección del flujo	libre	régimen permanente	punto de culminación	cálculo		kD	4.1.1	comunicación oral
		régimen variable	Hantush	curva de ajuste	$i < 0,20$	kD y S	4.2.1	HANTUSH, 1964
4. Caudal de descarga variable	confinado o libre	régimen variable	Cooper-Jacob	línea recta	bombeo escalonado en el tiempo	kD y S	5.1.1	COOPER y JACOB, 1946
			Aron-Scott	línea recta	la descarga decrece continuamente	kD y S	5.2.1	ARON y SCOTT, 1965
			Sternberg	línea recta	idem	kD y S	5.2.2	STERNBERG, 1968
			período de recuperación	línea recta	idem	kD	5.2.3	STERNBERG, 1967
5. El pozo de bombeo perfora parcialmente el acuífero	confinado	régimen permanente	I de corrección de Huisman	cálculo	$r > r_w$	kD	6.1.1	ANONIMO, 1964
			II de corrección de Huisman	cálculo	$r = r_w$	kD	6.1.2	ANONIMO, 1964
			De corrección de Jacob	cálculo	el filtro del pozo está instalado o bien cerca del límite superior del acuífero o bien cerca de la base	kD	6.1.3	JACOB, 1963
			I y II de corrección de Huisman	cálculo		kD	6.2.1	ANONIMO, 1964
			De corrección de Hantush	cálculo		kD	6.3.1	HANTUSH, 1964

SUPUESTOS QUE SE CAMBIAN	TIPO DE ACUIFERO	TIPO DE SOLUCION	METODO DE ANALISIS		OBSERVACIONES	PARAM. CALCUL.	SECCION	REFERENCIA
			NOMBRE	TIPO				
	confinado	régimen variable	mod.de Hantush al método de Theis	curva de ajuste	período corto de bombeo	k, S y D	6.4.1	HANTUSH, 1962
			mod.de Hantush al método de Jacob	línea recta	período largo de bombeo	kD y S	6.4.2	HANTUSH, 1962
6. No se puede despreciar el almacenamiento de agua en el pozo	confinado	régimen variable	Papadopulos-Cooper	curva de ajuste	la resistencia de entrada del agua al pozo es cero	kD y S	7.1.1	PAPADOPULOS y COOPER, 1967
2. y 5. El acuífero consta de dos capas separadas por una capa semi-permeable	semi-confinado	régimen permanente	Huisman-Kemperman	nomograma y curva de ajuste	sólo se bombea la parte superior	$k_1D_1, k_2D_2$ $c_1$ y $c_2$	8.1.1	HUISMAN y KEMPERMAN, 1951
			Bruggeman	línea recta	se bombean la parte superior y la inferior, por separado	$k_1D_1, k_2D_2$ $c_1$ y $c_2$	8.1.2	BRUGGEMAN, 1966
Se añade el supuesto anterior y, además, el de que el acuífero es parcialmente perforado	confinado	régimen permanente	Zangar	cálculo	método de aproximación, sin piezómetros	k	9.3.1	ZANGAR, 1953
Se añaden los supuestos de resistencia a la entrada de agua en el pozo y, además, se conoce S	confinado	régimen variable	Hurr	cálculo	método de aproximación, sin piezómetros	kD	9.4.1	HURR, 1966
	libre	régimen variable	Hurr	cálculo	método de aproximación, sin piezómetros	kD	9.5.1	HURR, 1966
Pozo surgente: descenso constante, descarga variable	confinado	régimen variable	Jacob-Lohman	línea recta		kD y S	10.1.1	JACOB y LOHMAN, 1952

## 5. CORRECCIONES Y CONVERSIONES

En la primera parte de este Capítulo, se dan métodos para corregir los datos del descenso del nivel de agua en los piezómetros debido a influencias externas, es decir, influencias independientes de las actividades relacionadas con el ensayo por bombeo. En la segunda parte, se describe la conversión entre diferentes tipos de unidades y se dan tablas para facilitar estas conversiones.

### 5.1 CORRECCIONES POR INFLUENCIAS EXTERNAS

Los datos observados del descenso del nivel de agua en los piezómetros pueden estar influenciados por elementos que no se tienen en cuenta en los métodos de análisis. Estos factores son: recarga o descarga natural del acuífero, cambios en la presión barométrica, influencia de la marea en la presión del agua en el acuífero, etc.

Para determinar si el acuífero está influenciado por fuerzas externas o no, es recomendable comenzar la recolección de los datos de los piezómetros unos pocos días antes de llevar a cabo el ensayo por bombeo y proseguir dicha recolección unos pocos días después de la recuperación total del acuífero. Con el mismo fin, se pueden tomar datos durante el bombeo en un piezómetro instalado fuera del radio de influencia del pozo de bombeo.

Cuando, durante el período posterior a la recuperación se observa que el nivel de agua en los piezómetros es el mismo que durante el período de pre-bombeo, se puede suponer que ninguna fuerza externa ha influido en el acuífero durante el bombeo. Sin embargo, si el nivel del agua está sometido a cambios unidireccionales o rítmicos, hay que corregir los datos de los descensos del nivel de agua antes de que se puedan emplear en uno de los diferentes métodos de análisis.

#### 5.1.1 Variación unidireccional

El acuífero puede estar bajo la influencia de recarga o de drenaje natural con lo que se produce un ascenso o un descenso constante del nivel piezométrico. Por ello, se debe preparar para cada piezómetro una gráfica representando el nivel del agua en él en función del tiempo; el período comprendido comenzará unos días antes del bombeo y terminará después de la recuperación total del acuífero, una vez que se ha obtenido, de nuevo, la línea de variación natural del nivel de agua. Interpolando en la curva de variación natural, se obtiene las correcciones que se deberán aplicar a los datos obtenidos durante el período de bombeo y durante el de recuperación. Para dar un ejemplo, supóngase que el acuífero está sometido a una variación unidireccional y que el nivel del agua en un piezómetro en el tiempo  $t_0$  (comienzo del ensayo por bombeo), es  $h_0$ .



Por interpolación hecha en la curva de variación natural, se deduce que el nivel del agua para el tiempo  $t_1$ , hubiera sido  $h_1$  si no se hubiera bombeado. Por ello, los valores absolutos del cambio del nivel de agua debido a la variación natural para el tiempo  $t_1$ , son  $h_0 - h_1 = \Delta h_1$ .

Si para el tiempo  $t_1$ , el descenso del nivel del agua en el piezómetro es  $s_1$ , donde  $s_1$  es el descenso en relación con el nivel piezométrico para  $t = t_0$ , el descenso debido al bombeo será .

en el caso de drenaje natural:  $s'_1 = s_1 - \Delta h_1$

en el caso de recarga natural:  $s'_1 = s_1 + \Delta h_1$

Se puede emplear el mismo procedimiento cuando los cambios unidireccionales son debidos a la presión barométrica.

### 5.1.2 Fluctuaciones rítmicas

Pueden ser debidas a la influencia de mareas, fluctuaciones del nivel del río, diferencias entre la evapotranspiración durante el día y la noche, o a variaciones rítmicas de la presión barométrica.

Una gráfica representando el nivel del agua en los piezómetros en función del tiempo para un período que cubra suficientemente el período de pre-bombeo y el posterior a la recuperación total del acuífero, dará la suficiente información para la corrección de los descensos del nivel de agua observados durante el ensayo por bombeo.

#### *Ejemplo*

Como un ejemplo numérico, se corregirán los datos del piezómetro situado a 400 m del pozo de bombeo durante el ensayo "Dalem" (ver Capítulo 3, Secciones 3 y 4 y Fig.21). El piezómetro está situado a 1900 m del río Waal, cuyo nivel de agua está influenciado por la marea del Mar del Norte. El río está hidráulicamente conectado con el acuífero, por ello, el ascenso y descenso del nivel del agua en el río afectan al nivel del agua en los piezómetros. Las lecturas en el piezómetro cubren un período que comprende desde unos días antes del comienzo del bombeo y hasta unos días posteriores a la recuperación total del acuífero; ésto hace posible la interpolación de datos durante el período de bombeo y el de recuperación. La parte superior de la Fig.61 muestra la curva de la marea en función del tiempo para un nivel de referencia dado. El nivel de referencia elegido fué el nivel piezométrico en el momento en que comenzó el bombeo. A las 10,20 horas,

era bajar y los niveles de agua descendieron 5 mm, independientemente del bombeo. Esto significa que los descensos observados en ese momento eran 5 mm mayores que los que se hubieran producido en el caso de no estar bajo la influencia de la marea. Por tanto, hay corregir el descenso del nivel del agua. La corrección a aplicar se lee sobre el eje vertical de la curva marea-tiempo. La parte inferior de la Fig.61 muestra la curva tiempo-descenso sin corregir y la obtenida después de corregirla debido a la influencia de la marea. Se observará que las escalas verticales de las dos gráficas representadas en la Fig.61, son diferentes. Se empleó el mismo procedimiento para corregir los datos de los otros piezómetros y usando para cada uno de ellos la curva marea-tiempo correspondiente a la distancia existente entre piezómetro y río. Es claro que cuanto más cerca está un piezómetro del río, mayor será la influencia de la marea sobre los niveles piezométricos.

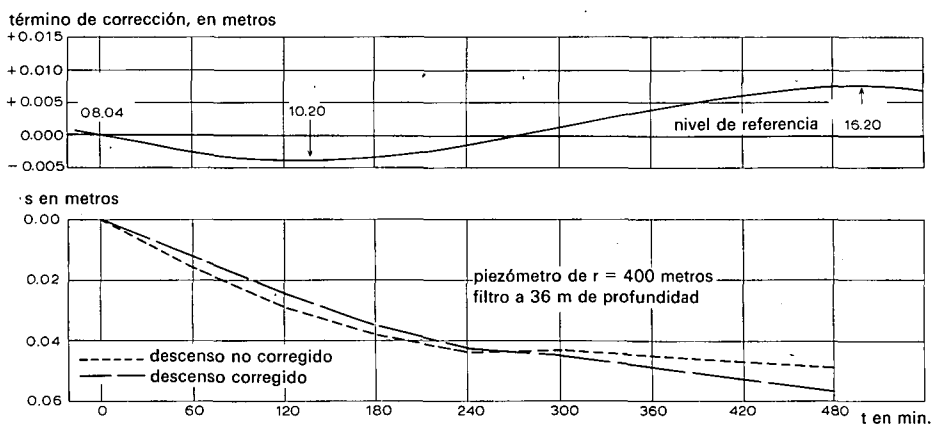


Fig.61. - Corrección de los datos de un piezómetro debida a la influencia de la marea. La parte superior de la figura muestra las variaciones del nivel del agua debidas a la marea únicamente (sin bombeo). NOTA: Las escalas verticales en ambas partes de esta figura son diferentes.

### 5.1.3 Fluctuaciones regulares no-rítmicas

En una gráfica representando el nivel del agua en función del tiempo, correspondiendo el período de pre-bombeo, también se pueden detectar fluctuaciones regulares no-rítmicas debidas, por ejemplo, a cambios en la presión barométrica. En este caso, se debe preparar una curva presión barométrica-nivel piezométrico que permita corregir los datos observados del descenso del nivel de agua en los piezómetros. Dentro de este tipo de fluctuaciones, están incluidas las debidas al paso de trenes, especialmente en acuíferos confinados.

#### 5.1.4 Fluctuaciones Únicas

En general, no se pueden corregir los descensos observados del nivel de agua durante un ensayo por bombeo en el que se producen fluctuaciones únicas causadas, por ejemplo, por un terremoto, una lluvia fuerte o una repentina crecida de un río que está hidráulicamente conectado con el acuífero. En ciertas condiciones favorables, se pueden tener en cuenta tales fluctuaciones obteniendo la corrección extrapolando en los datos obtenidos en un piezómetro control instalado fuera de la zona influencia del pozo de bombeo. Pero, en general, los datos de tal ensayo son inutilizables y será necesario repetir el ensayo una vez que la situación sea nuevamente normal.

#### 5.2 CONVERSION DE UNIDADES

Desgraciadamente, no existe una regla fija para las unidades en que se expresan las características del ensayo por bombeo y las propiedades hidráulicas del acuífero. Por ejemplo, la transmisividad suele venir expresada en unidades tan diferentes como  $\text{litr}/\text{seg}\cdot\text{m}^2/\text{día}$ , galón USA/día-pie o galón inglés/día-pie. Además muchas veces las observaciones de campo vienen expresadas en otras unidades que en las que se deben expresar los resultados finales. Por ello, es muy común el tener que convertir unidades en el análisis de un ensayo por bombeo. Se debe tener cuidado para que un valor que solamente es aproximado, venga expresado, después de la conversión con demasiada precisión. Por ejemplo: el análisis de un ensayo por bombeo puede dar valores de la transmisividad que varían entre  $1833 \text{ m}^2/\text{día}$  y  $2217 \text{ m}^2/\text{día}$ . Consecuentemente, se puede concluir que el valor de la transmisividad es, aproximadamente, de  $2000 \text{ m}^2/\text{día}$ .

Si se convierte este valor en galones USA/día-pie, al multiplicar por 80,52 ( $1 \text{ m}^2/\text{día} = 80,52 \text{ galones USA/día-pie}$ ), se obtiene:

$$2000 \text{ m}^2/\text{día} = 161,040 \text{ galones USA/día-pie}$$

Sin embargo

$$\text{aproximadamente } 2000 \text{ m}^2/\text{día} = \text{aproximadamente } 160,000 \text{ galones USA/día-pie}$$

y la variación será entre

$$147.000 \text{ galones USA/día-pie y } 178.000 \text{ galones USA/día-pie}$$

y no entre

$$147.593,16 \text{ y } 178.512,84 \text{ galones USA/día-pie}$$

La Tabla 18 da los coeficientes de conversión para las unidades que frecuentemente se encuentran. Los factores de conversión que no se citan en dicha tabla, se pueden calcular fácilmente.

Por ejemplo:

*Pregunta:* "¿Cómo se expresa una conductividad hidráulica de 230 l/seg-m<sup>2</sup> en galones USA/día-pie<sup>2</sup>?"

*Respuesta:*

$$1 \text{ l/seg-m}^2 = 1.000 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{seg-m}^2 (=m/\text{seg})$$

$$1 \text{ m/seg} = 2,121 \times 10^3 \text{ galones USA/día-pie}^2$$

por tanto

$$1 \text{ l/seg-m}^2 = 1.000 \times 10^3 \times 2,121 \times 10^3 = 2,121 \text{ galones USA/día-pie}^2$$

y

$$230 \text{ l/seg-m}^2 = 230 \times 2,121 = 487,8 \text{ galones USA/día-pie}^2$$

TABLA 18. - COEFICIENTES DE CONVERSION

Abreviaturas: pulg = pulgada; l = litro; Gal. Ing. = Galón Inglés;  
Gal. US = Galón US; h = hora.

LONGITUD	m	cm	pie	pulg
1 m	1,000	$1,000 \times 10^2$	3,281	39,37
1 cm	$1,000 \times 10^{-2}$	1,000	$3,281 \times 10^{-2}$	0,3937
1 pie	0,3048	30,48	1,000	12,00
1 pulg	$2,540 \times 10^{-2}$	2,540	$8,333 \times 10^{-2}$	1,000

LONGITUDES RECIPROCAS	m <sup>-1</sup>	cm <sup>-1</sup>	pie <sup>-1</sup>	pulg <sup>-1</sup>
1 m <sup>-1</sup>	1,000	$1,000 \times 10^{-2}$	0,3048	$2,540 \times 10^{-2}$
1 cm <sup>-1</sup>	$1,0 \times 10^2$	1,000	30,48	2,540
1 pie <sup>-1</sup>	3,281	$3,281 \times 10^{-2}$	1,000	$8,333 \times 10^{-2}$
1 pulg <sup>-1</sup>	39,37	0,3937	12,00	1,000

AREA	m <sup>2</sup>	pie <sup>2</sup>
1 m <sup>2</sup>	1,000	10,76
1 pie <sup>2</sup>	$9,290 \times 10^{-2}$	1,000

RECIPROCO DEL AREA	m <sup>-2</sup>	pie <sup>-2</sup>
1 m <sup>-2</sup>	1,000	$9,290 \times 10^{-2}$
1 pie <sup>-2</sup>	10,76	1,000

VOLUMEN	m <sup>3</sup>	l	Gal. Ing.	Gal. U.S.	pie <sup>3</sup>
1 m <sup>3</sup>	1,000	$1,000 \times 10^3$	$2,200 \times 10^2$	$2,642 \times 10^2$	35,32
1 l	$1,000 \times 10^{-3}$	1,000	0,2200	0,2642	$3,532 \times 10^{-2}$
1 Gal. Ing.	$4,546 \times 10^{-3}$	4,546	1,000	1,200	0,1605
1 Gal. U.S.	$3,785 \times 10^{-3}$	3,785	0,8326	1,000	0,1337
1 pie <sup>3</sup>	$2,827 \times 10^{-2}$	28,27	6,229	7,480	1,000

TIEMPO	día	h	min	seg
1 día	1,000	24,00	$1,440 \times 10^3$	$8,640 \times 10^4$
1 h	$4,167 \times 10^{-2}$	1,000	60,00	$3,600 \times 10^3$
1 min	$6,944 \times 10^{-4}$	$1,667 \times 10^{-2}$	1,000	60,00
1 seg	$1,157 \times 10^{-5}$	$2,777 \times 10^{-4}$	$1,667 \times 10^{-2}$	1,000

RECIPROCO DEL TIEMPO	día <sup>-1</sup>	h <sup>-1</sup>	min <sup>-1</sup>	seg <sup>-1</sup>
1 día <sup>-1</sup>	1,000	$4,167 \times 10^{-2}$	$6,944 \times 10^{-4}$	$1,157 \times 10^{-5}$
1 h <sup>-1</sup>	24,000	1,000	$1,667 \times 10^{-2}$	$2,777 \times 10^{-4}$
1 min <sup>-1</sup>	$1,440 \times 10^3$	60,00	1,000	$1,667 \times 10^{-2}$
1 seg <sup>-1</sup>	$8,640 \times 10^4$	$3,600 \times 10^3$	60,00	1,000

(Tabla 18. - Coeficientes de conversión)

CAUDAL DE DESCARGA	l/seg	m <sup>3</sup> /día	m <sup>3</sup> /seg	Gal.Ing./día	Gal.U.S./día	pie <sup>3</sup> /día
1 l/seg	1,000	86,40	$1,000 \times 10^{-3}$	$1,901 \times 10^4$	$2,282 \times 10^4$	$3,051 \times 10^3$
1 m <sup>3</sup> /h	0,2777	24,00	$2,777 \times 10^{-4}$	$5,279 \times 10^3$	$6,340 \times 10^3$	$8,476 \times 10^2$
1 m <sup>3</sup> /día	$1,157 \times 10^{-2}$	1,000	$1,157 \times 10^{-5}$	$2,200 \times 10^2$	$2,642 \times 10^2$	35,32
1 m <sup>3</sup> /seg	$1,000 \times 10^3$	$8,640 \times 10^4$	1,000	$1,901 \times 10^7$	$2,282 \times 10^7$	$3,051 \times 10^6$
1 Gal.Ing./día	$5,262 \times 10^{-5}$	$4,546 \times 10^{-3}$	$5,262 \times 10^{-8}$	1,000	1,201	0,1605
1 Gal.U.S./día	$4,381 \times 10^{-5}$	$3,785 \times 10^{-3}$	$4,381 \times 10^{-8}$	0,8327	1,000	0,1337
1 pie <sup>3</sup> /día	0,3277	$2,832 \times 10^{-2}$	$3,277 \times 10^{-7}$	6,229	7,481	1,000

CONDUCTIVIDAD HIDRAULICA	m/día	m/seg	cm/h	Gal.Ing./día-pie <sup>2</sup>	Gal.U.S./día-pie <sup>2</sup>	Gal.Ing./min-pie <sup>2</sup>	Gal.U.S./min-pie <sup>2</sup>
1 m/día	1,000	$1,157 \times 10^{-5}$	4,167	20,44	24,54	$1,419 \times 10^{-2}$	$1,704 \times 10^{-2}$
1 m/seg	$8,640 \times 10^4$	1,000	$3,600 \times 10^5$	$1,766 \times 10^6$	$2,121 \times 10^6$	$1,226 \times 10^3$	$1,472 \times 10^3$
1 cm/h	0,2400	$2,777 \times 10^{-6}$	1,000	4,905	5,890	$3,406 \times 10^{-3}$	$4,089 \times 10^{-3}$
1 G.Ing./d.-pie <sup>2</sup>	$4,893 \times 10^{-2}$	$5,663 \times 10^{-7}$	0,2039	1,000	1,201	$6,944 \times 10^{-4}$	$9,339 \times 10^{-4}$
1 Gal.US/d.-pie <sup>2</sup>	$4,075 \times 10^{-2}$	$4,716 \times 10^{-7}$	0,1698	0,8327	1,000	$5,783 \times 10^{-4}$	$6,944 \times 10^{-4}$
1 G.Ing./m.-pie <sup>2</sup>	70,46	$8,155 \times 10^{-2}$	$2,936 \times 10^2$	$1,440 \times 10^3$	$1,729 \times 10^3$	1,000	1,201
1 Gal.US/m.-pie <sup>2</sup>	58,67	$6,791 \times 10^{-2}$	$2,445 \times 10^2$	$1,195 \times 10^3$	$1,440 \times 10^3$	0,8326	1,000

TRANSMISIVIDAD	m <sup>2</sup> /día	m <sup>2</sup> /seg	Gal.Ing./día-pie	Gal.U.S./día-pie	Gal.Ing./min-pie	Gal.U.S./min-pie
1 m <sup>2</sup> /día	1,000	$1,157 \times 10^{-5}$	67,05	80,52	$4,656 \times 10^{-2}$	$5,592 \times 10^{-2}$
1 m <sup>2</sup> /seg	$8,64 \times 10^4$	1,000	$5,793 \times 10^6$	$6,957 \times 10^6$	$4,023 \times 10^3$	$4,831 \times 10^3$
1 G.Ing./d.-pie	$1,491 \times 10^{-2}$	$1,726 \times 10^{-7}$	1,000	1,201	$6,944 \times 10^{-4}$	$8,339 \times 10^{-4}$
1 Gal.US/d.-pie	$1,242 \times 10^{-2}$	$1,437 \times 10^{-7}$	0,8326	1,000	$5,783 \times 10^{-4}$	$6,944 \times 10^{-4}$
1 G.Ing./m.-pie	21,48	$2,486 \times 10^{-4}$	$1,440 \times 10^3$	$1,729 \times 10^3$	1,000	1,201
1 Gal.US/m.-pie	17,88	$2,070 \times 10^{-4}$	$1,199 \times 10^3$	$1,440 \times 10^3$	0,8326	1,000

Abreviaturas: G. = galón; d. = día; m. = min

## 6. REFERENCIAS

- ABU-ZIED, M.A. y V.H.SCOTT. 1963. Non-steady flow for wells with decreasing discharges. Proc.Am.Soc.Civ.Eng., vol.89, HY 3:119-132.
- ANONIMO. 1964. Steady flow of groundwater towards wells. Den Haag. 179 p. Proc. Comm.Hydrol.Res.TNO, 10.
- ARON, G. y V.H.SCOTT. 1965. Simplified solutions for decreasing flow in wells. Proc.Am.Soc.Civ.Eng., vol.91, HY 5:1-12.
- BOULTON, N.S. 1963. Analysis of data from non-equilibrium pumping tests allowing for delayed yield from storage. Proc.Inst.Civ.Eng., vol.26:469-482.
- BOULTON, N.S. 1964. Analysis of data from non-equilibrium pumping tests allowing for delayed yield from storage: a discussion. Proc.Inst.Civ.Eng.28:603-610.
- BRUGGEMAN, G.A. 1966. Analyse van de bodemconstanten in een grondpakket, bestaande uit twee of meer watervoerende lagen gescheiden door semi-permeabele lagen. Manuscrito no publicado.
- CHOW, V.T. 1952. On the determination of transmissivity and storage coefficients from pumping test data. Am.Geophys.Union Trans.33:397-404.
- COOPER, H.H. y C.E.JACOB. 1946. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well field history. Am.Geophys.Union Trans.27:526-534.
- DARCY, H. 1856. Les fontaines publiques de la ville de Dyon. V.Dalmont, Paris, 647 p.
- DAVIS, S.N. y R.J.M.DE WIEST. 1966. Hydrogeology. John Wiley and Sons, New York, 463 p.
- DE GLEE, G.J. 1930. Over grondwaterstromingen bij wateronttrekking door middel van putten. Tesis. J.Waltman, Delft. 175' p.
- DE GLEE, G.J. 1951. Berekeningsmethoden voor de winning van grondwater. In: Drinkwatervoorziening. 3e Vacantie cursus, p.38-80. Moorman's periodieke pers. Den Haag.
- DE RIDDER, N.A. y K.E.WIT. 1965. A comparative study on the hydraulic conductivity of unconsolidated sediments. J.Hydrology 3:180-206.
- DE WIEST, R.J.M. 1967. Geohydrology. John Wiley and Sons, New York, 366 p.
- DIETZ, D.N. 1943. De toepassing van invloedsfuncties bij het berekenen van de verlaging van het grondwater tengevolge van wateronttrekking. Water 27,6:51-54.

- DUPOIT, J. 1863. Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables. 2ème édition. Dunod, Paris, 304 p.
- ERNST, L.F., N.A.DE RIDDER y J.J.DE VRIES. 1970. The geohydrology of East Gelderland (Netherlands). Geol.en Mijnbouw, 49(6):457-488.
- FERRIS, J.G. et al. 1962. Theory of aquifer tests. U.S.Geol.Survey, Water Supply Paper 1536-E, 174 p.
- GOSSELIN, M. 1951. L'inventaire des ressources hydrauliques de la Tunisie. Ann. Ponts Chaussées 121:665-763.
- HANTUSH, M.S. 1956. Analysis of data from pumping tests in leaky aquifers. Am. Geophys.Union Trans. 37:702-714.
- HANTUSH, M.S. 1959. Analysis of data from pumping wells near a river. J.Geophys. Res.64:1921-1932.
- HANTUSH, M.S. 1960. Modification of the theory of leaky aquifers. J.Geophys.Res. 65:3713-3725.
- HANTUSH, M.S. 1962. Aquifer tests on partially penetrating wells. Am.Soc.Civ. Eng.Trans.127:284-308, part I.
- HANTUSH, M.S. 1962 a. Drawdown around a partially penetrating well. Am.Soc.Civ. Eng.Trans.127:268-283, part I.
- HANTUSH, M.S. 1964. Hydraulics of wells. In:V.T.Chow (ed.), Advances in Hydro-science I:281-432. Academic Press, New York, London.
- HANTUSH, M.S. 1964 a. Drawdown around wells of variable discharge. J.Geophys.Res. 69:4221-4235.
- HANTUSH, M.S. 1965. Wells near streams with semi-pervious beds. J.Geophys.Res. 70:2829-2838.
- HANTUSH, M.S. 1966. Analysis of data from pumping tests in anisotropic aquifers. J.Geophys.Res.71:421-426.
- HANTUSH, M.S. 1967. Flow to wells in aquifers separated by a semi-pervious layer. J.Geophys.Res.72:1709-1720.
- HANTUSH, M.S. y C.E.JACOB. 1955. Non-steady radial flow in an infinite leaky aquifer. Am.Geophys.Union Trans.36:95-100.
- HANTUSH, M.S. y R.G.THOMAS. 1966. A method for analyzing a drawdown test in anisotropic aquifers. Water Resources Res.2:281-285.



- HUISMAN, L. y J.KEMPERMAN. 1951. Bemaling van spanningsgrondwater. De Ingenieur 62:B.29-B.35.
- HURR, T.R. 1966. A new approach for estimating transmissivity from specific capacity. Water Resources Res.2:657-664.
- JACOB, C.E. 1940. On the flow of water in an elastic artesian aquifer. Am.Geophys. Union Trans.72:574-586, part II.
- JACOB, C.E. 1963. Correction of drawdowns caused by a pumped well tapping less than the full thickness of an aquifer. In: Bentall, R. (ed.): Methods of determining permeability, transmissibility and drawdown. U.S.Geol.Survey, Water Supply Paper 1536-I:272-282.
- JACOB, C.E. y S.W.LOHMAN. 1952. Non-steady flow to a well of constant drawdown in an extensive aquifer. Am.Geophys.Union Trans.33:559-569.
- JAHNKE, E. y F.EMBDE. 1945. Tables of functions with formulas and curves. Dover Publ., New York, 306 p.
- JAVANDEL, I. y P.A.WITHERSPOON. 1968. Application of the finite element method to transient flow in porous media. J.Soc.Pet.Eng.Sept: p.241.
- JAVANDEL, I. y P.A.WITHERSPOON. 1969. A method of analyzing transient flow in multilayered aquifers. Water Resources Res.5:856-869.
- JOHNSON, E.E. 1966. Groundwater and Wells. E.E.Johnson, Inc., Saint Paul, Minn., 440 p.
- LOGAN, J. 1964. Estimating transmissibility from routine production tests of waterwells. Groundwater 2, 1:35-37.
- MUSKAT, M. 1937. The flow of homogeneous fluids through porous media. McGraw Hill Book Co., New York, 763 p.
- NEUMAN, S.P. y P.A.WITHERSPOON. 1969 a. Theory of flow in a confined two-aquifer system. Water Resources Res.5:803-816.
- NEUMAN, S.P. y P.A.WITHERSPOON. 1969 b. Applicability of current theories of flow in leaky aquifers. Water Resources Res.5:817-829.
- PAPADOPULOS, I.S. y H.H.COOPER jr. 1967. Drawdown in a well of large diameter. Water Resources Res.3:241-244.
- PRICKET, T.A. 1965. Type-curve solution to aquifer tests under water-table conditions. Groundwater 3,3:5-14.

- SCHOELLER, H. 1962. Les eaux souterraines. Masson & Cie., Paris, 642 p.
- STERNBERG, Y.M. 1967. Transmissibility determination from variable discharge pumping tests. Groundwater 5, 4:27-29.
- STERNBERG, Y.M. 1968. Simplified solution for variable rate pumping test. Proc.Am. Soc.Civ.Eng.94:177-180, HY 1.
- THEIS, C.V. 1935. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage. Am.Geophys.Union Trans.16:519-524.
- THIEM, A. 1870. Die Ergiebigkeit artesischer Bohrlöcher, Schachtbrunnen und Filtergallerien. J.f.Gasbel.& Wasservers. 14:450-567.
- THIEM, G. 1906. Hydrologische Methoden. Gebhardt, Leipzig, 56 p.
- TODD, K. 1959. Groundwater Hydrology. John Wiley & Sons, New York, 336 p.
- WALTON, W.C. 1962. Selected analytical methods for well and aquifer evaluation. Illinois State Water Survey Bull.49. 81 p.
- ZANGAR, C.N. 1953. Theory and problems of water percolation. Engineering Monographs 8, U.S.Bureau of Reclamation, Denver, Colorado, 76 p.

TABLA DE MATERIAS

Acuíferos, clasificación	1.2	Bomba, elección de la	2.1.5.2
- , calculación de las propiedades hidráulicas	3.2.4	<i>Bombeo, ver también Ensayos por bombeo</i>	
- , estratificación	2.1.6.2	Bombeo escalonado	4.5.1
- , propiedades hidráulicas	1.3	<i>Boulton, ver también Índice de retraso</i>	
Acuíferos anisótropos	4.2	Boulton (índice de retraso)	1.3.5; 3.5.1
- bombeados con caudal de descarga variable	4.5	- (método)	3.5.1
- bombeados con un pozo di gran diámetro	4.7	Bruggeman (método)	4.8.1.2
- confinados	1.2.2	<i>Capas, ver también Acuíferos</i>	
- en forma de cuña	4.3	Capas, determinación	2.3.1
- en pendiente	4.4	- , propiedades hidráulicas	1.3
- isotropos	3	- , tipos de	1.2; 2.1.6.2
- libres	1.2.1	Capas con rendimiento retardado	1.2.1
- libres con rendimiento retardado	3.5	Caudal de descarga, medidas	2.2.1.2
- limitados	4.1	- de un pozo surgente	4.10.1.1
- parcialmente perforados	4.6	- del flujo	1.1
- semi-confinados	1.2.3	Chorro de agua (método)	2.2.1.2
- semi-confinados de dos capas	4.8	Chow (método)	3.2.2
- semi-libres	1.2.4	Conductividad hidráulica	1.1; 2.1.6.2
<i>Agua, ver también Nivel de agua</i>		Coefficiente de almacenamiento	1.3.2
Agua artesiana	1.2.2	- de permeabilidad	1.1
- bombeada	2.1.5.3	- efectivo de almacenamiento	3.5.1
- confinada	1.2.2	- recíproco de filtración	1.3.3
- freática	1.2.1	<i>Cooper-Jacob, ver también Jacob, Papadopulos-Cooper</i>	
- libre	1.2.1	Cooper-Jacob (método)	4.5.1.1
Altura piezométrica	1.1	Darcy (ley)	1.1
Anisotropía	4.2.1	De Glee (método)	3.3.1
Aron-Scott (método)	4.5.2.1	Descarga del agua bombeada	2.1.5.3
<i>Ascenso, ver también Métodos de recuperación</i>		Descenso del nivel de agua	3.4
Ascenso del nivel del agua, medidas	3.2.4; 4.5.2.3		
Bessel (función)	3.5.1; 4.6.1.3		

Descenso del nivel de agua (influencias externas)	5.1
Descenso del nivel freático	3.3.3
- en piezómetro	2.3.1
- residual	3.2.4
Dietz (método)	4.1.1.1
Drenaje, coeficiente recíproco	1.3.3
- , factor de	1.3.4; 4.2.2.1
<i>Dupuit, ver Thiem-Dupuit</i>	
<i>Ecuación, ver también Fórmula</i>	
Ecuación de Darcy	1.1
- de equilibrio de Thiem	3.1.1
- del pozo de Boulton	3.5.1
Ecuaciones del flujo, tipos	1.4
Ensayo de recuperación	2.2.1.1
Ensayos por bombeo	2
- , análisis de los datos	2.3
- , archivado de los datos	2.3.4
- , duración	2.2.2
- , medidas	2.2.1
- , métodos de análisis	3
- , objetivo	2.1.1
- , pozos de gran diámetro	4.7
- , recomendaciones para informe	2.3.3
Ernst (modificación al método de Thiem)	3.3.3
Factor de corrección	4.6.1.3
- de drenaje	1.3.5
- de filtración	1.3.4; 4.2.2.1
Filtro de grava	2.1.5.1
Fluctuaciones rítmicas	5.1.2
<i>Flujo, ver también Régimen</i>	

Flujo, ecuaciones del	1.4
- , velocidad	1.1
Flujo en régimen permanente	1.4.1; 3.1; 3.3; 3.6; 4.1.1; 4.4.1; 4.6.1; 4.6.2; 4.6.3; 4.8.1
Flujo en régimen variable	1.4.2; 3.2; 3.4; 3.5; 3.7; 4.1.2; 4.2; 4.3.1; 4.4.2; 4.6.4; 4.10.1
Fórmula de Dupuit	3.6.1
- de Theis	3.2
- de Thiem	3.1.1; 3.3.3; 4.9.1.2
Frontera de recarga	4.1.1; 4.1.2
- hidráulica	4.1.2.2
Función de Green	4.1.1.1
- del pozo de Theis	3.2; 3.4
- de Hankel	4.6.1.3
- modificada de Bessel	3.5.1; 4.6.1.3
Gosselin (método)	4.9.1.2
Gradiente hidráulico	1.1
Green (función)	4.1.1.1
Hankel (función)	4.6.1.3
Hantush (método de corrección)	4.6.3.1
- (método de la imagen)	4.1.2.2
- (métodos para acuíferos anisótropos)	4.2.1.1; 4.2.2.1
- (método para acuíferos en forma de cuña)	4.3.1.1
- (método para acuíferos en pendiente)	4.4.2.1
- (método para acuíferos semi-confinados)	3.4.2; 3.4.3; 3.4.4
- (modificación al método de Jacob)	4.6.4.2
- (modificación al método de Theis)	4.6.4.1

*Hantush-Jacob, ver también Jacob*

Hantush-Jacob (método) 3.3.2  
Hantush-Thomas (método) 4.2.1.2  
Huisman (método) 4.6.1.1; 4.6.1.2;  
4.6.2.1  
Huisman-Kemperman (método) 4.8.1.1  
Hurr (método) 4.9.4.1; 4.9.5.1

Índice de retraso de  
Boulton 1.3.5; 3.5.1

*Jacob, ver también Cooper-Jacob,  
Hantush-Jacob*

Jacob (método) 3.2.3; 4.6.1.3; 4.6.4.2  
Jacob-Lohman (método) 4.10.1.1

*Kemperman, ver Huisman-Kemperman*

Ley de Darcy 1.1  
Límites del acuífero 4.1  
Logan (método) 4.9.1.1; 4.9.2.1  
*Lohman, ver Jacob-Lohman*

Marea, influencia de 3.3

Medidas del caudal de  
descarga 2.2.1.2  
- del nivel de agua 2.2.1.1

Medidor de orificios 2.2.1.2

*Método de Aron-Scott, ver Aron-Scott*

Método de cálculo de las propiedades  
hidráulicas de un acuífero 4.10.1

- de la imagen 4.1.2.2

- del chorro de agua 2.2.1.2

- del punto de culminación 4.4.1.1

Métodos de aproximación 4.9

- de corrección por penetración  
parcial 4.6

- de recuperación 3.2.4; 4.5.2.3

Métodos para analizar los  
datos de un ensayo 3; 4

- (evaluación) 3.2.5; 3.4.5

*Nivel, ver también Superficie*

Nivel de agua en un  
piezómetro 1.1

- , medidas del 2.2.1.1

Nivel freático 1.1; 1.2.1

- libre 1.1; 1.2.1

Orificio, medidor de 2.2.1.2

*Papadopulos-Cooper, ver también  
Cooper-Jacob*

Papadopulos-Cooper (método) 4.7.1.1

Permeabilidad del acuífero 2.1.6.2

- (coeficiente) 1.1

Piezómetros 2.1.6

- , análisis de los datos 2.3

- , construcción 2.1.6.4

- , distancia de 2.1.6.2

- , medidas del nivel de  
agua 2.2.1.1

- , número de 2.1.6.1

- , profundidad 2.1.6.3

Porosidad efectiva 1.3.2

Pozo de descarga 2.1.5

- , diámetro 2.1.5.1

- , medidas del nivel de  
agua 2.2.1

Pozos de gran diámetro 4.7

- imagen 4.1

- surgentes 4.10

Principio de superposición 4.1

Profundidad del pozo 2.1.5.1

Punto de culminación del cono  
de depresión (método) 4.4.1.1

Recipiente (método) 2.2.1.2

*Recuperación, ver también  
Ensayo de recuperación, Métodos  
de recuperación*

Recuperación del pozo 3.2.4

Régimen permanente 1.4.1

Régimen permanente, acuíferos confinados	3.1	Thiem (método)	3.1.1;3.3.3
- , acuíferos de dos capas	4.8	Thiem-Dupuit (método)	3.6.1
- , acuíferos en pendiente	4.4.1	<i>Thomas, ver Hantush-Thomas</i>	
- , acuíferos libres	3.6	Transmisividad del acuífero	1.3.1
- , acuíferos limitados	4.1.1	- , estimación de la	2.1.3
- , acuíferos parcialmente perforados	4.6.1;4.6.2;4.6.3	- , métodos de aproximación	4.9
- , acuíferos semi-confinados	3.3;4.8	Velocidad del flujo	1.1
Régimen variable	1.4.2	Walton (método)	3.4.1
- , acuíferos anisótropos	4.2.1;4.2.2	Zangar (método)	4.9.3.1
- , acuíferos confinados	3.2;4.10.1		
- , acuíferos en forma de cuña	4.3.1		
- , acuíferos en pendiente	4.4.2		
- , acuíferos libres	3.7		
- , acuíferos limitados	4.1.2		
- , acuíferos parcialmente perforados	4.6.4		
- , acuíferos semi-confinados	3.4		
- , acuíferos semi-libres	3.5		
Rendimiento específico	1.3.2;3.5.1		
- retardado	1.3.5;3.5.1		
Resistencia al flujo vertical	1.3.3		
- hidráulica del acuífero	1.3.3		
<i>Scott, ver Aron-Scott</i>			
Stallman (método)	4.1.2.1		
Sternberg (método)	4.5.2.2		
- (método de recuperación)	4.5.2.3		
Superficie piezométrica	1.1;1.2.1		
<i>Superposición, ver Principio de superposición</i>			
<i>Test de acuífero, ver también Ensayos por bombeo</i>			
Test de acuífero	2.1.1		
- del pozo	2.1.1		
Theis (función del pozo)	3.2; 3.4		
- (método)	3.2.1;3.5.1;4.6.4.1		
- (método de recuperación)	3.2.4		

# ANEJOS

## INTRODUCCION

Los anejos contienen las tablas de las funciones matemáticas encontradas en los métodos de análisis descritos en los Capítulos 3 y 4.

No todas las tablas tienen el mismo grado de detalle. Las tablas para las funciones que solamente se usan para la construcción de curvas-tipo, son mucho más simples que aquellas en las que los cálculos reales deben ser hechos con valores elegidos en ellas.

En algunas tablas, a un número le sigue otro entre paréntesis. El número entre paréntesis indica la potencia de diez por la que el otro número está multiplicado.

Ejemplo:  $2,73(-3) = 0,00273$ .

*NOTA: Los puntos (.) deben interpretarse como la coma decimal ya que las Tablas están escritas en forma anglosajona.*

### LISTA DE LOS ANEJOS

PAG.	ANEJO	TITULO	CAPITULO	SECCION	REFERENCIA
198	I	Tabla de los valores de $W(u)$ correspondientes a los de $u$ y $1/u$	3	2.1	según WALTON (1962)
198	II	Tabla de los correspondientes valores de $u$ , $W(u)$ , y $F(u)$	3	2.2	
199	III	Tabla de las funciones $e^x$ , $e^{-x}$ , $K_0(x)$ y $e^x K_0(x)$			según HANTUSH (1956)
200	IV	Tabla de los valores de la función $W(u, r/L)$ . Se puede encontrar tablas más extensas en Hantush (1956) y Walton (1962)	3	4	
202	V	Tabla de los valores de las funciones $W(u_A, r/B)$ y $W(u_Y, r/B)$	3	5	según BOULTON (1963)
203	VI A	Valores de $W(\beta^2, u)$	4	1.2.1	
205	VI B	Valores de $W_R(u, \beta) = W(u) - W(\beta^2, u)$	4	1.2.1	
206	VI C	Valores de $W_B(u, \beta) = W(u) + W(\beta^2, u)$	4	1.2.1	
207	VII	Tabla de los correspondientes valores de $\beta$ , $u_p$ , $W(u_p, \beta)$ y $f(\beta)$	4	1.2.2	según HANTUSH (1959)
207	VIII	Tabla de los valores de $\epsilon = f(p, e)$	4	6.1.2	según ANONIMO (1964)
208	IX	Tabla de los valores de $M(u, \beta)$	4	6.4.1	según HANTUSH (1962)
212	X	Tabla de los valores de la función $F(u_w, \beta)$	4	7.1.1	según PAPADOPULOS y COOPER (1967)
212	XI	Tabla de los valores de $uW(u)$	4	9.4	

ANEJO I. TABLA DE LOS VALORES DE  $W(u)$  CORRESPONDIENTES A LOS DE  $u$  Y  $1/u$   
(ver Capítulo 3, Sección 2.1; según WALTON, 1962)

n	$1/u =$												
	N	n	n(1)	n(2)	n(3)	n(4)	n(5)	n(6)	n(7)	n(8)	n(9)	n(10)	
		$u =$	N	N(-1)	N(-2)	N(-3)	N(-4)	N(-5)	N(-6)	N(-7)	N(-8)	N(-9)	N(-10)
1.000	1.0	$W(u) =$	2.194(-1)	1.823	4.038	6.332	8.633	1.094(1)	1.324(1)	1.554(1)	1.784(1)	2.015(1)	2.245(1)
0.833	1.2		1.584(-1)	1.660	3.858	6.149	8.451	1.075(1)	1.306(1)	1.536(1)	1.766(1)	1.996(1)	2.227(1)
0.666	1.5		1.000(-1)	1.465	3.637	5.927	8.228	1.053(1)	1.283(1)	1.514(1)	1.744(1)	1.974(1)	2.204(1)
0.500	2.0		4.890(-2)	1.223	3.355	5.639	7.940	1.024(1)	1.255(1)	1.485(1)	1.715(1)	1.945(1)	2.176(1)
0.400	2.5		2.491(-2)	1.044	3.137	5.417	7.717	1.002(1)	1.232(1)	1.462(1)	1.693(1)	1.923(1)	2.153(1)
0.333	3.0		1.305(-2)	9.057(-1)	2.959	5.235	7.535	9.837	1.214(1)	1.444(1)	1.674(1)	1.905(1)	2.135(1)
0.286	3.5		6.970(-3)	7.942(-1)	2.810	5.081	7.381	9.683	1.199(1)	1.429(1)	1.659(1)	1.889(1)	2.120(1)
0.250	4.0		3.779(-3)	7.024(-1)	2.681	4.948	7.247	9.550	1.185(1)	1.415(1)	1.646(1)	1.876(1)	2.106(1)
0.222	4.5		2.073(-3)	6.253(-1)	2.568	4.831	7.130	9.432	1.173(1)	1.404(1)	1.634(1)	1.864(1)	2.094(1)
0.200	5.0		1.148(-3)	5.598(-1)	2.468	4.726	7.024	9.326	1.163(1)	1.393(1)	1.623(1)	1.854(1)	2.084(1)
0.166	6.0		3.601(-4)	4.544(-1)	2.295	4.545	6.842	9.144	1.145(1)	1.375(1)	1.605(1)	1.835(1)	2.066(1)
0.142	7.0		1.155(-4)	3.738(-1)	2.151	4.392	6.688	8.990	1.129(1)	1.360(1)	1.590(1)	1.820(1)	2.050(1)
0.125	8.0		3.767(-5)	3.106(-1)	2.027	4.259	6.555	8.856	1.116(1)	1.346(1)	1.576(1)	1.807(1)	2.037(1)
0.111	9.0		1.245(-5)	2.602(-1)	1.919	4.142	6.437	8.739	1.104(1)	1.334(1)	1.565(1)	1.795(1)	2.025(1)

ANEJO II. TABLA DE LOS CORRESPONDIENTES VALORES DE  $u$ ,  $W(u)$ , Y  $F(u)$   
(ver Capítulo 3, Sección 2.2)

u	W(u)	F(u)	u	W(u)	F(u)	u	W(u)	F(u)
5	1.14(-3)	7.34(-2)	9(-2)	1.92	9.13(-1)	9(-4)	6.44	
4	3.78(-3)	8.98(-2)	8(-2)	2.03	9.56(-1)	8(-4)	6.55	
3	1.30(-2)	1.17(-1)	7(-2)	2.15	1.00	7(-4)	6.69	
2	4.89(-2)	1.57(-1)	6(-2)	2.30	1.06	6(-4)	6.84	
1	2.19(-1)	2.59(-1)	5(-2)	2.47	1.13	5(-4)	7.02	
			4(-2)	2.68	1.21	4(-4)	7.25	
9(-1)	2.60(-1)	2.76(-1)	3(-2)	2.96	1.33	3(-4)	7.53	
8(-1)	3.11(-1)	3.01(-1)	2(-2)	3.35	1.49	2(-4)	7.94	
7(-1)	3.74(-1)	3.27(-1)	1(-2)	4.04	1.77	1(-4)	8.63	F(u)=
6(-1)	4.54(-1)	3.60(-1)						
5(-1)	5.60(-1)	4.01(-1)	9(-3)	4.14	1.82	9(-5)	8.74	= $\frac{W(u)}{2.30}$
4(-1)	7.02(-1)	4.55(-1)	8(-3)	4.26	1.87	8(-5)	8.86	
3(-1)	9.06(-1)	5.32(-1)	7(-3)	4.39	1.92	7(-5)	8.99	
2(-1)	1.22	6.47(-1)	6(-3)	4.54	1.99	6(-5)	9.14	
1(-1)	1.82	8.74(-1)	5(-3)	4.73	2.07	5(-5)	9.33	
			4(-3)	4.95	2.16			
			3(-3)	5.23	2.28			
			2(-3)	5.64	2.46			
			1(-3)	6.33	2.75			



ANEJO III. TABLA DE LAS FUNCIONES  $e^x$ ,  $e^{-x}$ ,  $K_0(x)$  Y  $e^x K_0(x)$ . SEGUN HANTUSH (1956)

x	$e^x$	$e^{-x}$	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$	x	$e^x$	$e^{-x}$	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$	x	$e^x$	$e^{-x}$	$K_0(x)$	$e^x K_0(x)$
0.010	1.010	0.990	4.721	4.769	0.10	1.105	0.905	2.427	2.682	1.0	2.718	0.368	0.421	1.144
.011	1.011	0.989	4.626	4.677	.11	1.116	0.896	2.333	2.605	1.1	3.004	0.333	0.366	1.098
.012	1.012	0.988	4.539	4.594	.12	1.127	0.887	2.248	2.534	1.2	3.320	0.301	0.318	1.057
.013	1.013	0.987	4.459	4.517	.13	1.139	0.878	2.169	2.471	1.3	3.659	0.272	0.278	1.021
.014	1.014	0.986	4.385	4.447	.14	1.150	0.869	2.097	2.412	1.4	4.025	0.247	0.244	0.988
.015	1.015	0.985	4.316	4.381	.15	1.162	0.861	2.030	2.358	1.5	4.422	0.223	0.214	0.958
.016	1.016	0.984	4.251	4.320	.16	1.173	0.852	1.967	2.309	1.6	4.853	0.202	0.188	0.931
.017	1.017	0.982	4.191	4.263	.17	1.185	0.844	1.909	2.262	1.7	5.314	0.183	0.165	0.906
.018	1.018	0.982	4.134	4.209	.18	1.197	0.835	1.854	2.219	1.8	5.800	0.165	0.146	0.883
.019	1.019	0.981	4.080	4.158	.19	1.209	0.827	1.802	2.179	1.9	6.306	0.150	0.129	0.861
0.020	1.020	0.980	4.028	4.110	0.20	1.221	0.819	1.753	2.141	2.0	6.835	0.135	0.114	0.842
.021	1.021	0.979	3.980	4.064	.21	1.234	0.811	1.706	2.105	2.1	7.386	0.122	0.101	0.823
.022	1.022	0.978	3.933	4.021	.22	1.246	0.802	1.662	2.071	2.2	7.957	0.111	8.93 (-2)	0.806
.023	1.023	0.977	3.889	3.979	.23	1.259	0.794	1.620	2.039	2.3	8.547	0.100	7.91 (-2)	0.789
.024	1.024	0.976	3.846	3.940	.24	1.271	0.787	1.580	2.008	2.4	9.156	9.07 (-2)	7.02 (-2)	0.774
.025	1.025	0.975	3.806	3.902	.25	1.284	0.779	1.541	1.979	2.5	9.784	8.21 (-2)	6.23 (-2)	0.759
.026	1.026	0.974	3.766	3.866	.26	1.297	0.771	1.505	1.952	2.6	1.044	7.43 (-2)	5.54 (-2)	0.743
.027	1.027	0.973	3.729	3.831	.27	1.310	0.763	1.470	1.925	2.7	1.114	6.72 (-2)	4.93 (-2)	0.726
.028	1.028	0.972	3.692	3.797	.28	1.323	0.756	1.436	1.900	2.8	1.184	6.08 (-2)	4.38 (-2)	0.721
.029	1.029	0.971	3.657	3.765	.29	1.336	0.748	1.404	1.876	2.9	1.254	5.50 (-2)	3.90 (-2)	0.709
0.030	1.030	0.970	3.623	3.734	0.30	1.350	0.741	1.372	1.853	3.0	1.324	4.98 (-2)	3.47 (-2)	0.698
.031	1.031	0.969	3.591	3.704	.31	1.363	0.733	1.342	1.830	3.1	1.394	4.50 (-2)	3.10 (-2)	0.687
.032	1.032	0.968	3.559	3.675	.32	1.377	0.726	1.314	1.809	3.2	1.464	4.08 (-2)	2.76 (-2)	0.677
.033	1.033	0.967	3.528	3.647	.33	1.391	0.719	1.286	1.788	3.3	1.534	3.69 (-2)	2.46 (-2)	0.667
.034	1.034	0.966	3.498	3.620	.34	1.405	0.712	1.259	1.768	3.4	1.604	3.34 (-2)	2.20 (-2)	0.658
.035	1.035	0.965	3.470	3.593	.35	1.419	0.705	1.233	1.749	3.5	1.674	3.02 (-2)	1.96 (-2)	0.649
.036	1.036	0.964	3.442	3.568	.36	1.433	0.698	1.207	1.731	3.6	1.744	2.73 (-2)	1.75 (-2)	0.640
.037	1.037	0.964	3.414	3.543	.37	1.448	0.691	1.183	1.713	3.7	1.814	2.47 (-2)	1.56 (-2)	0.632
.038	1.038	0.963	3.388	3.519	.38	1.462	0.684	1.160	1.696	3.8	1.884	2.24 (-2)	1.40 (-2)	0.624
.039	1.040	0.962	3.362	3.495	.39	1.477	0.677	1.137	1.679	3.9	1.954	2.02 (-2)	1.25 (-2)	0.617
0.040	1.041	0.961	3.336	3.473	0.40	1.492	0.670	1.114	1.663	4.0	2.024	1.83 (-2)	1.12 (-2)	0.609
.041	1.042	0.960	3.310	3.450	.41	1.507	0.664	1.093	1.647	4.1	2.094	1.60 (-2)	1.00 (-2)	0.602
.042	1.043	0.959	3.286	3.429	.42	1.522	0.657	1.072	1.632	4.2	2.164	1.40 (-2)	0.90 (-2)	0.595
.043	1.044	0.958	3.264	3.408	.43	1.537	0.650	1.052	1.617	4.3	2.234	1.22 (-2)	0.81 (-2)	0.589
.044	1.045	0.957	3.241	3.387	.44	1.553	0.644	1.032	1.602	4.4	2.304	1.06 (-2)	0.74 (-2)	0.582
.045	1.046	0.956	3.219	3.367	.45	1.568	0.638	1.013	1.589	4.5	2.374	0.92 (-2)	0.68 (-2)	0.576
.046	1.047	0.955	3.197	3.348	.46	1.584	0.631	0.994	1.575	4.6	2.444	0.80 (-2)	0.64 (-2)	0.570
.047	1.048	0.954	3.176	3.329	.47	1.600	0.625	0.976	1.562	4.7	2.514	0.70 (-2)	0.61 (-2)	0.564
.048	1.049	0.953	3.155	3.310	.48	1.616	0.619	0.958	1.549	4.8	2.584	0.62 (-2)	0.58 (-2)	0.559
.049	1.050	0.952	3.134	3.292	.49	1.632	0.613	0.941	1.536	4.9	2.654	0.56 (-2)	0.55 (-2)	0.553
0.050	1.051	0.951	3.114	3.274	0.50	1.649	0.606	0.924	1.524	5.0	2.724	0.51 (-2)	0.53 (-2)	0.548
.051	1.052	0.950	3.094	3.256	.51	1.665	0.600	0.908	1.512					
.052	1.053	0.949	3.075	3.239	.52	1.682	0.594	0.892	1.501					
.053	1.054	0.948	3.056	3.223	.53	1.699	0.589	0.877	1.489					
.054	1.055	0.947	3.038	3.206	.54	1.716	0.583	0.861	1.478					
.055	1.056	0.946	3.019	3.190	.55	1.733	0.577	0.847	1.467					
.056	1.058	0.945	3.001	3.174	.56	1.751	0.571	0.832	1.457					
.057	1.059	0.945	2.984	3.159	.57	1.768	0.565	0.818	1.446					
.058	1.060	0.944	2.967	3.144	.58	1.786	0.560	0.804	1.436					
.059	1.061	0.943	2.950	3.129	.59	1.804	0.554	0.791	1.426					
0.060	1.062	0.942	2.933	3.114	0.60	1.822	0.549	0.777	1.417					
.061	1.063	0.941	2.916	3.100	.61	1.840	0.543	0.765	1.407					
.062	1.064	0.940	2.900	3.086	.62	1.859	0.538	0.752	1.398					
.063	1.065	0.939	2.884	3.072	.63	1.878	0.533	0.740	1.389					
.064	1.066	0.938	2.869	3.058	.64	1.896	0.527	0.728	1.380					
.065	1.067	0.937	2.853	3.045	.65	1.915	0.522	0.716	1.371					
.066	1.068	0.936	2.838	3.032	.66	1.935	0.517	0.704	1.363					
.067	1.069	0.935	2.823	3.019	.67	1.954	0.512	0.693	1.354					
.068	1.070	0.934	2.809	3.006	.68	1.974	0.507	0.682	1.346					
.069	1.071	0.933	2.794	2.994	.69	1.994	0.502	0.671	1.338					
0.070	1.072	0.932	2.780	2.981	0.70	2.014	0.497	0.660	1.330					
.071	1.074	0.931	2.766	2.969	.71	2.034	0.492	0.650	1.322					
.072	1.075	0.930	2.752	2.957	.72	2.054	0.487	0.640	1.315					
.073	1.076	0.930	2.738	2.945	.73	2.075	0.482	0.630	1.307					
.074	1.077	0.929	2.725	2.934	.74	2.096	0.477	0.620	1.300					
.075	1.078	0.928	2.711	2.923	.75	2.117	0.472	0.611	1.293					
.076	1.079	0.927	2.698	2.911	.76	2.138	0.468	0.601	1.285					
.077	1.080	0.926	2.685	2.900	.77	2.160	0.463	0.592	1.278					
.078	1.081	0.925	2.673	2.889	.78	2.181	0.458	0.583	1.272					
.079	1.082	0.924	2.660	2.879	.79	2.203	0.454	0.574	1.265					
0.080	1.083	0.923	2.647	2.868	0.80	2.225	0.449	0.565	1.258					
.081	1.084	0.922	2.635	2.857	.81	2.248	0.445	0.557	1.252					
.082	1.085	0.921	2.623	2.847	.82	2.270	0.440	0.548	1.245					
.083	1.086	0.920	2.611	2.837	.83	2.293	0.436	0.540	1.239					
.084	1.088	0.919	2.599	2.827	.84	2.316	0.432	0.532	1.233					
.085	1.089	0.918	2.587	2.817	.85	2.340	0.427	0.524	1.226					
.086	1.090	0.918	2.576	2.807	.86	2.363	0.423	0.516	1.220					
.087	1.091	0.917	2.564	2.798	.87	2.387	0.419	0.509	1.214					
.088	1.092	0.916	2.553	2.788	.88	2.411	0.415	0.501	1.209					
.089	1.093	0.915	2.542	2.779	.89	2.435	0.411	0.494	1.203					
0.090	1.094	0.914	2.531	2.769	0.90	2.460	0.407	0.487	1.197					
.091	1.095	0.913	2.520	2.760	.91	2.484	0.402	0.480	1.192					
.092	1.096	0.912	2.509	2.751	.92	2.509	0.398	0.473	1.186					
.093	1.097	0.911	2.499	2.742	.93	2.534	0.395	0.466	1.181					
.094	1.099	0.910	2.488	2.733	.94	2.560	0.391	0.459	1.175					
.095	1.100	0.909	2.478	2.725	.95	2.586	0.387	0.452	1.170					
.096	1.101	0.908	2.467	2.716	.96	2.612	0.383	0.446	1.165					
.097	1.102	0.908	2.457	2.707	.97	2.638	0.379	0.440	1.159					
.098	1.103	0.907	2.447	2.699	.98	2.664	0.375	0.433	1.154					
.099	1.104	0.906	2.437	2.691	.99	2.691	0.372	0.427	1.149					



ANEJO IV. (continuación)

u	1/u	r/L	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8
0		$\infty$		4.85	3.50	2.74	2.23	1.55	1.13
1(-4)	1.00(4)		8.63						
2(-4)	5.00(3)		7.94						
4(-4)	2.55(3)		7.25						
6(-4)	1.66(3)		6.84						
8(-4)	1.25(3)		6.55	4.84					
$W(u, r/L) = W(0, r/L)$									
1(-3)	1.00(3)		6.33	4.83					
2(-3)	5.00(2)		5.64	4.71					
4(-3)	2.50(2)		4.95	4.42	3.48				
6(-3)	1.66(2)		4.54	4.18	3.43				
8(-3)	1.25(2)		4.26	3.98	3.36	2.73			
1(-2)	1.00(2)		4.04	3.81	3.29	2.71	2.22		
2(-2)	5.00(1)		3.35	3.24	2.95	2.57	2.18		
4(-2)	2.50(1)		2.68	2.63	2.48	2.27	2.02	1.52	
6(-2)	1.66(1)		2.29	2.26	2.17	2.02	1.84	1.46	1.11
8(-2)	1.25(1)		2.03	2.00	1.93	1.83	1.69	1.39	1.08
1(-1)	1.00(1)		1.82	1.80	1.75	1.67	1.56	1.31	1.05
2(-1)	5.00		1.22	1.21	1.19	1.16	1.11	9.96(-1)	8.58(-1)
4(-1)	2.50		7.02(-1)	7.00(-1)	6.93(-1)	6.81(-1)	6.65(-1)	6.21(-1)	5.65(-1)
6(-1)	1.66		4.54(-1)	4.53(-1)	4.50(-1)	4.44(-1)	4.36(-1)	4.15(-1)	3.87(-1)
8(-1)	1.25		3.11(-1)	3.10(-1)	3.08(-1)	3.05(-1)	3.01(-1)	2.89(-1)	2.73(-1)
1	1.00			2.19(-1)	2.18(-1)	2.16(-1)	2.14(-1)	2.07(-1)	1.97(-1)
2	5.00(-1)			4.88(-2)	4.87(-2)	4.85(-2)	4.82(-2)	4.73(-2)	4.60(-2)
4	2.50(-1)			3.77(-3)	3.77(-3)	3.77(-3)	3.76(-3)	3.74(-3)	3.73(-3)

u	1/u	r/L	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
0		$\infty$		8.42(-1)	2.28(-1)	6.95(-2)	2.23(-2)	7.4(-3)	2.5(-3)
1(-2)	1.00(2)		4.04						
2(-2)	5.00(1)		3.35						
4(-2)	2.50(1)		2.68						
6(-2)	1.66(1)		2.29	8.39(-1)					
8(-2)	1.25(1)		2.03	8.32(-1)					
$W(u, r/L) = W(0, r/L)$									
1(-1)	1.00(1)		1.82	8.19(-1)					
2(-1)	5.00		1.22	7.15(-1)	2.27(-1)				
4(-1)	2.50		7.02(-1)	5.02(-1)	2.10(-1)	6.91(-2)			
6(-1)	1.66		4.54(-1)	3.54(-1)	1.77(-1)	6.64(-2)	2.22(-2)		
8(-1)	1.25		3.11(-1)	2.54(-1)	1.44(-1)	6.07(-2)	2.18(-2)		
1	1.00		2.19(-1)	1.85(-1)	1.14(-1)	5.34(-2)	2.07(-2)	7.3(-3)	
2	5.00(-1)		4.89(-2)	4.44(-2)	3.35(-2)	2.10(-2)	1.12(-2)	5.1(-3)	2.1(-3)
4	2.50(-1)		3.78(-3)	3.6(-3)	3.1(-3)	2.4(-3)	1.60(-3)	1.0(-3)	6.0(-4)

ANEXO V. TABLA DE LOS VALORES DE LAS FUNCIONES  $W(u_A, r/B)$  Y  $W(u_Y, r/B)$  (ver Capítulo 3, Sección 5; según BOUTON, 1963)

$r/B = 0.01$	$r/B = 0.1$	$r/B = 0.2$	$r/B = 0.316$	$r/B = 0.01$	$r/B = 0.1$	$r/B = 0.2$	$r/B = 0.316$	$r/B = 0.01$	$r/B = 0.1$	$r/B = 0.2$	$r/B = 0.316$
1(1) 1.82	5(0) 1.19	5(0) 1.19	1(0) 2.16(-1)	4(2) 9.45	4(0) 4.86	4(0) 3.51	4(-1) 2.66	4(2) 9.45	4(0) 4.86	4(0) 3.51	4(-1) 2.66
1(2) 4.04	5(1) 3.24	5(1) 3.24	2(0) 5.44(-1)	4(3) 9.54	4(1) 4.95	4(0) 3.54	4(0) 2.74	4(3) 9.54	4(1) 4.95	4(0) 3.54	4(0) 2.74
1(3) 6.31	5(1) 3.81	5(1) 3.81	5(0) 1.15	4(4) 1.15	4(2) 5.64	4(1) 3.69	4(1) 3.38	4(4) 1.15	4(2) 5.64	4(1) 3.69	4(1) 3.38
5(3) 7.82	5(2) 4.30	5(2) 4.30	1(2) 2.29	4(5) 1.65	4(2) 7.72	4(1) 4.55	4(2) 5.42	4(5) 1.65	4(2) 7.72	4(1) 4.55	4(2) 5.42
1(4) 8.40	5(2) 4.71	5(2) 4.71	2(2) 2.50	4(6) 1.46(1)	4(3) 1.02(1)	4(2) 1.00(1)	4(3) 7.72	4(6) 1.46(1)	4(3) 1.02(1)	4(2) 1.00(1)	4(3) 7.72
1(5) 9.42	1(2) 4.83	1(2) 4.83	1(2) 2.62	4(6) 1.46(1)	4(4) 1.46(1)	4(3) 1.00(1)	4(3) 7.72	4(6) 1.46(1)	4(4) 1.46(1)	4(3) 1.00(1)	4(3) 7.72
1(6) 9.44	1(4) 4.85	1(4) 4.85	1(3) 2.65	4(6) 1.46(1)	4(4) 1.46(1)	4(3) 1.00(1)	4(3) 7.72	4(6) 1.46(1)	4(4) 1.46(1)	4(3) 1.00(1)	4(3) 7.72
2(0) 5.34(-1)	2(0) 5.04(-1)	2(0) 5.04(-1)	1.97(-1)	1(0) 2.26	2.22(0)	1.71	2.5(-1)	1(0) 2.26	2.22(0)	1.71	2.5(-1)
2(1) 2.13(-1)	5(-1) 4.60(-2)	5(-1) 4.60(-2)	4.44(-2)	1(-1) 2.23	4.44(-1)	1.59	2.5(-2)	1(-1) 2.23	4.44(-1)	1.59	2.5(-2)
5(0) 1.11	5(0) 5.05	5(0) 5.05	4.66(-1)	5(0) 2.40	4.44(0)	1.84	1.25(0)	5(0) 2.40	4.44(0)	1.84	1.25(0)
5(1) 1.56	1(1) 1.31	1(1) 1.31	8.57(-1)	1(1) 1.67	1.67(1)	2.45	2.5(0)	1(1) 1.67	1.67(1)	2.45	2.5(0)
5(2) 2.18	2(1) 1.49	2(1) 1.49	8.19(-1)	1(1) 3.20	4.44(1)	3.26	9.37(0)	2(1) 1.49	2.45	3.26	9.37(0)
1(2) 2.22	5(1) 1.55	5(1) 1.55	1.12	1(2) 3.75(1)	4.05	4.05	2.5(1)	5(1) 1.55	4.05	4.05	2.5(1)
$r/B = 1.5$	$r/B = 2.0$	$r/B = 2.5$	$r/B = 3.0$	$r/B = 0.4$	$r/B = 0.6$	$r/B = 0.8$	$r/B = 1.0$	$r/B = 1.5$	$r/B = 2.0$	$r/B = 2.5$	$r/B = 3.0$
1(0) 1.51(-1)	5(-1) 5.34(-2)	5(-1) 5.34(-2)	2.10(-2)	7.11(-2)	4.44(-1)	5.09(-1)	4(-2)	7.11(-2)	4.44(-1)	5.09(-1)	4(-2)
1(1) 1.51(-1)	5(-1) 5.34(-2)	5(-1) 5.34(-2)	2.10(-2)	7.11(-2)	4.44(-1)	5.09(-1)	4(-2)	7.11(-2)	4.44(-1)	5.09(-1)	4(-2)
1(2) 4.19(-1)	3.33(-1)	3.33(-1)	2.71(-2)	7.11(-2)	4.44(-1)	5.09(-1)	4(-2)	7.11(-2)	4.44(-1)	5.09(-1)	4(-2)
1(3) 4.19(-1)	3.33(-1)	3.33(-1)	2.71(-2)	7.11(-2)	4.44(-1)	5.09(-1)	4(-2)	7.11(-2)	4.44(-1)	5.09(-1)	4(-2)
1(4) 4.27(-1)	5(0) 2.27(-1)	5(0) 2.27(-1)	1.25(-1)	2.67(0)	9.63(-1)	1.57	7.11(0)	2.67(0)	9.63(-1)	1.57	7.11(0)
1(5) 4.27(-1)	5(0) 2.27(-1)	5(0) 2.27(-1)	1.25(-1)	2.67(0)	9.63(-1)	1.57	7.11(0)	2.67(0)	9.63(-1)	1.57	7.11(0)
2(0) 3.01(-1)	2(0) 1.94(-1)	2(0) 1.94(-1)	6.81(-2)	4(-1) 4.25	5.87(-1)	4(-1)	4(-1)	4(-1) 4.25	5.87(-1)	4(-1)	4(-1)
2(1) 4.19(-1)	2(0) 1.94(-1)	2(0) 1.94(-1)	6.81(-2)	4(-1) 4.25	5.87(-1)	4(-1)	4(-1)	4(-1) 4.25	5.87(-1)	4(-1)	4(-1)
5(0) 4.13(-1)	5(0) 1.25(-1)	5(0) 1.25(-1)	6.95(-2)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)
5(1) 4.13(-1)	5(0) 1.25(-1)	5(0) 1.25(-1)	6.95(-2)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)
5(2) 4.13(-1)	5(0) 1.25(-1)	5(0) 1.25(-1)	6.95(-2)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)
5(3) 4.13(-1)	5(0) 1.25(-1)	5(0) 1.25(-1)	6.95(-2)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)
5(4) 4.13(-1)	5(0) 1.25(-1)	5(0) 1.25(-1)	6.95(-2)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)
5(5) 4.13(-1)	5(0) 1.25(-1)	5(0) 1.25(-1)	6.95(-2)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)
5(6) 4.13(-1)	5(0) 1.25(-1)	5(0) 1.25(-1)	6.95(-2)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)
5(7) 4.13(-1)	5(0) 1.25(-1)	5(0) 1.25(-1)	6.95(-2)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)
5(8) 4.13(-1)	5(0) 1.25(-1)	5(0) 1.25(-1)	6.95(-2)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)
5(9) 4.13(-1)	5(0) 1.25(-1)	5(0) 1.25(-1)	6.95(-2)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)
5(10) 4.13(-1)	5(0) 1.25(-1)	5(0) 1.25(-1)	6.95(-2)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)	1(1) 1.57	7.11(0)	1.57	7.11(0)

ANEJO VI A. VALORES DE  $W(\beta^2, u)$   
(ver Capítulo 4, Sección 1.2.1)

u	1/u	$\beta = 1.0$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.3	3.6	4.0	4.5	
1(-6)	1.00(6)	13.23	13.05	12.87	12.70	12.54	12.42	12.30	12.17	12.07	11.96	11.05	11.67	11.48	11.33	11.18	11.04	10.95	10.67	10.47	10.24	
2(-6)	5.00(5)	12.54	12.36	12.17	12.01	11.88	11.73	11.61	11.48	11.37	11.26	11.16	10.97	10.80	10.63	10.50	10.35	10.24	9.98	9.77	9.53	
4(-6)	2.50(5)	11.85	11.67	11.48	11.32	11.84	11.04	10.94	10.80	10.67	10.56	10.47	10.27	10.10	9.94	9.80	9.65	9.33	9.29	9.08	8.72	
6(-6)	1.65(5)	11.45	11.26	11.08	10.93	10.75	10.64	10.53	10.40	10.27	10.15	10.06	9.87	9.68	9.53	9.39	9.25	9.15	8.88	8.67	8.45	
8(-6)	1.25(5)	11.16	10.97	10.80	10.64	10.47	10.35	10.22	10.10	9.98	9.87	9.77	9.57	9.41	9.25	9.09	8.96	8.87	8.58	8.37	8.16	
1(-5)	1.00(5)	10.93	10.75	10.56	10.41	10.24	10.12	9.98	9.87	9.77	9.65	9.55	9.36	9.18	9.02	8.88	8.74	8.64	8.37	8.16	7.94	
2(-5)	5.00(4)	10.24	10.06	9.87	9.71	9.57	9.43	9.30	9.17	9.06	8.96	8.86	8.66	8.59	8.23	8.19	8.04	7.94	7.62	7.47	7.23	
4(-5)	2.50(4)	9.549	9.367	9.178	9.019	8.882	8.739	8.633	8.494	8.371	8.262	8.163	7.965	7.800	7.640	7.502	7.353	7.024	6.995	6.777	6.426	
6(-5)	1.66(4)	9.144	8.954	8.784	8.633	8.451	8.333	8.228	8.103	7.965	7.845	7.758	7.569	7.381	7.225	6.086	6.947	6.853	6.580	6.372	6.149	
8(-5)	1.25(4)	8.856	8.664	8.594	8.333	8.163	8.045	7.915	7.800	7.678	7.569	7.470	7.272	7.107	6.947	6.793	6.660	6.567	6.283	6.069	5.862	
1(-4)	1.00(4)	8.633	8.451	8.263	8.103	7.940	7.822	7.678	7.569	7.470	7.353	7.247	7.065	6.876	6.723	6.580	6.437	6.342	6.069	5.862	5.639	
2(-4)	5.00(3)	7.940	7.758	7.569	7.410	7.272	7.129	7.004	6.876	6.762	6.660	6.554	6.362	6.193	6.032	5.944	5.745	5.639	5.378	5.171	4.935	
4(-4)	2.50(3)	7.247	7.065	6.876	6.717	6.580	6.437	6.331	6.193	6.069	5.960	5.862	5.664	5.500	5.340	5.202	5.053	4.726	4.687	4.481	4.131	
6(-4)	1.66(3)	6.842	6.652	6.462	6.331	6.149	6.032	5.927	5.802	5.664	5.544	5.457	5.269	5.081	4.935	4.788	4.649	4.561	4.284	4.078	3.858	
8(-4)	1.25(3)	6.554	6.362	6.193	6.032	5.862	5.745	5.614	5.500	5.378	5.269	5.171	4.973	4.809	4.649	4.496	4.364	4.272	3.990	3.778	3.574	
1(-3)	1.00(3)	6.331	6.149	5.961	5.802	5.639	5.522	5.378	5.269	5.171	5.053	4.948	4.666	4.578	4.427	4.284	4.142	4.048	3.778	3.574	3.355	
2(-3)	5.00(2)	5.639	5.457	5.269	5.110	4.973	4.831	4.706	4.578	4.455	4.369	4.259	4.068	3.900	3.736	3.605	3.458	3.355	3.098	2.896	2.669	
4(-3)	2.50(2)	4.948	4.767	4.579	4.420	4.284	4.142	4.038	3.900	3.778	3.664	3.574	3.379	3.218	3.061	2.927	2.783	2.468	2.431	2.235	1.909	
6(-3)	1.66(2)	4.545	4.356	4.187	4.038	3.858	3.742	3.637	3.514	3.379	3.261	3.176	2.992	2.810	2.269	2.527	2.395	2.311	2.050	1.860	1.659	
8(-3)	1.25(2)	4.259	4.068	3.900	3.742	3.574	3.458	3.330	3.218	3.098	2.992	2.896	2.706	2.547	2.395	2.249	2.125	2.039	1.784	1.589	1.409	
1(-2)	1.00(2)	4.038	3.858	3.671	3.514	3.355	3.239	3.098	2.992	2.896	2.783	2.681	2.506	2.327	2.184	2.050	1.919	1.832	1.589	1.409	1.223	
2(-2)	5.00(1)	3.355	3.176	2.992	2.838	2.706	2.568	2.449	2.327	2.220	2.125	2.027	1.850	1.698	1.556	1.435	1.309	1.223	1.014	0.858	0.694	
4(-2)	2.50(1)	2.681	2.507	2.327	2.178	2.050	1.919	1.823	1.698	1.589	1.524	1.409	1.242	1.110	0.985	0.881	0.774	0.560	0.536	0.420	0.256	
6(-2)	1.66(1)	2.295	2.117	1.960	1.823	1.698	1.556	1.464	1.358	1.243	1.145	1.076	0.931	0.794	0.694	0.598	0.514	0.464	0.322	0.235	0.158	
8(-2)	1.25(1)	2.027	1.850	1.698	1.556	1.409	1.309	1.202	1.109	1.014	0.931	0.858	0.719	0.611	0.514	0.428	0.360	0.316	0.202	0.135	0.086	
1(-1)	1.00(1)	1.822	1.659	1.494	1.358	1.223	1.122	1.014	0.931	0.858	0.774	0.702	0.584	0.473	0.392	0.322	0.260	0.223	0.135	0.086	0.043	
2(-1)	5.00	1.222	1.076	0.930	0.815	0.719	0.625	0.548	0.473	0.411	0.360	0.311	0.231	0.172	0.126	0.091	0.065	0.029	0.022	0.010	0.009	
4(-1)	2.50	0.702	0.585	0.473	0.388	0.322	0.260	0.219	0.172	0.135	0.108	0.086	0.052	0.032	0.019	0.011	0.006	0.001	0.001	0.000	0.000	
6(-1)	1.66	0.454	0.356	0.279	0.219	0.158	0.126	0.100	0.075	0.052	0.037	0.028	0.015	0.007	0.003	0.002	0.001	0.000				
8(-1)	1.25	0.311	0.231	0.172	0.125	0.086	0.065	0.045	0.032	0.022	0.014	0.010	0.004	0.002	0.001	0.000						
1	1.00	0.219	0.158	0.108	0.075	0.049	0.035	0.021	0.015	0.010	0.006	0.003	0.001	0.000								
5	5.00(-1)	4.89(-2)	2.84(-2)	1.48(-2)	0.78(-2)	0.43(-2)	0.21(-2)	0.10(-2)	0.04(-2)	0.02(-2)	0.01(-2)	0.00(-2)										
4	2.50(-1)	3.77(-3)	1.45(-3)	0.48(-3)	0.14(-3)	0.04(-3)	0.01(-3)	0.01(-3)														
6	1.66(-1)	3.60(-4)	0.87(-4)	0.19(-4)	0.04(-4)	0.00(-4)																
8	1.25(-1)	3.77(-5)	0.58(-5)	0.00(-5)																		

$W(\beta^2, u) = 0$



ANEJO VI B. VALORES DE  $W_p(u, \beta) = W(u) - W(\beta^2, u)$   
(ver Capítulo 4, Sección 1.2.1)

u	1/u	1.	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	4.0	6.0	8.0	10	20	30	40	60	80	100
1(-6)	1.00(6)	0.0	0.18	0.37	0.53	0.67	0.81	0.92	1.18	1.38	1.83	2.19	2.77	3.58	4.15	4.60	5.99	6.80	7.37	8.18	8.77	9.19
2(-6)	5.00(5)																5.98	6.78	7.34	8.12	8.65	9.02
4(-6)	2.50(5)																5.97	6.77	7.31	8.04	8.54	8.85
6(-6)	1.66(5)																5.97	6.75	7.28	7.97	8.41	8.69
8(-6)	1.25(5)																5.96	6.73	7.26	7.94	8.31	8.54
1(-5)	1.00(5)	0.0	0.18	0.37	0.53	0.67	0.81	0.92	1.18	1.38	1.83	2.19	2.77	3.58	4.15	4.60	5.99	6.79	7.36	8.15	8.70	9.11
2(-5)	5.00(4)																5.98	6.78	7.34	8.12	8.65	9.02
4(-5)	2.50(4)																5.97	6.77	7.31	8.04	8.54	8.85
6(-5)	1.66(4)																5.97	6.75	7.28	7.97	8.41	8.69
8(-5)	1.25(4)																5.96	6.73	7.26	7.94	8.31	8.54
1(-4)	1.00(4)	0.0	0.18	0.37	0.53	0.67	0.81	0.92	1.18	1.38	1.83	2.19	2.77	3.58	4.15	4.60	5.95	6.71	7.22	7.86	8.21	8.41
2(-4)	5.00(3)																5.95	6.63	7.08	7.58	7.81	7.89
4(-4)	2.50(3)																5.97	6.63	7.08	7.58	7.81	7.89
6(-4)	1.66(3)																5.96	6.63	7.08	7.58	7.81	7.89
8(-4)	1.25(3)																5.96	6.63	7.08	7.58	7.81	7.89
1(-3)	1.00(3)	0.0	0.18	0.37	0.53	0.67	0.81	0.92	1.17	1.38	1.83	2.19	2.76	3.55	4.10	4.51	5.63	6.07	6.24	6.32		
2(-3)	5.00(2)				0.53	0.67	0.81	0.92	1.17	1.38	1.83	2.18	2.74	3.52	4.05	4.42	5.33	5.57	5.63			
4(-3)	2.50(2)				0.53	0.66	0.81	0.91	1.17	1.37	1.81	2.16	2.71	3.50	3.93	4.25	4.86	4.94				
6(-3)	1.66(2)				0.52	0.66	0.80	0.91	1.17	1.36	1.80	2.15	2.68	3.48	3.81	4.19	4.51					
8(-3)	1.25(2)				0.52	0.65	0.80	0.91	1.16	1.36	1.79	2.13	2.66	3.33	3.71	3.95	4.25					
1(-2)	1.00(2)	0.0	0.18	0.36	0.52	0.66	0.80	0.90	1.15	1.36	1.77	2.12	2.63	3.27	3.62	3.82						
2(-2)	5.00(1)			0.18	0.36	0.51	0.65	0.79	0.88	1.13	1.73	1.92	2.50	2.99	3.22	3.30						
4(-2)	2.50(1)			0.17	0.36	0.50	0.63	0.77	0.86	1.09	1.27	1.64	1.80	2.26	2.57	2.66						
6(-2)	1.66(1)			0.17	0.34	0.48	0.64	0.74	0.83	1.05	1.22	1.55	1.70	2.06	2.25	2.29						
8(-2)	1.25(1)			0.17	0.34	0.47	0.62	0.72	0.82	1.01	1.17	1.47	1.60	1.87	2.01							
1(-1)	1.00(1)	0.0	0.16	0.33	0.46	0.57	0.70	0.79	1.01	1.12	1.38	1.54	1.74									
2(-1)	5.00			0.14	0.29	0.41	0.50	0.60	0.81	0.91	1.07	1.16	1.21									
4(-1)	2.50			0.12	0.23	0.31	0.42	0.44	0.48	0.57	0.62	0.68	0.69									
6(-1)	1.66			0.098	0.17	0.23	0.30	0.33	0.40	0.43	0.45											
8(-1)	1.25			0.079	0.14	0.19	0.22	0.25	0.27	0.29	0.30											
1	1.00	0.0	0.061	0.11	0.14	0.17	0.18	0.20	0.21	0.22												
2	5.00(-1)		2.0(-2)	3.4(-2)	4.1(-2)	4.5(-2)	4.7(-2)	4.8(-2)	4.9(-2)													
4	2.50(-1)		2.3(-3)	3.3(-3)	3.6(-3)	3.7(-3)	3.8(-3)															
6	1.66(-1)		2.8(-4)	3.4(-4)	3.6(-4)																	
8	1.25(-1)		3.2(-5)																			

$W_R(u, \beta) = W(u)$ ; ver Anejo I

ANEJO VI C. VALORES DE  $W_B(u, \beta) = W(u) + W(\beta^2, u)$   
(ver Capítulo 4, Sección 1.2.1)

u	1/u	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	6.0	8.0	10	15	20	30	40	60	80	100
1(-6)	1.00(6)	26.5	25.6	24.1	24.3	23.7	22.9	22.3	21.9	21.0	20.5	19.7	19.2	18.3	17.7	17.3
2(-6)	5.00(5)	25.1	24.3	23.7	22.9	22.3	21.5	20.9	20.5	19.7	19.1	18.3	17.7	16.9	16.3	15.9
4(-6)	2.50(5)	23.7	22.9	23.3	21.5	20.9	20.1	19.5	19.1	18.3	17.6	16.9	16.3	15.5	14.9	14.5
6(-6)	1.66(5)	22.9	22.1	21.5	20.7	20.1	19.3	18.7	18.3	17.5	16.9	16.1	15.5	14.7	14.2	13.7
8(-6)	1.25(5)	22.3	21.5	20.9	20.1	19.5	18.7	18.2	17.7	16.9	16.3	15.5	14.9	14.1	13.6	13.2
1(-5)	1.00(5)	21.9	21.0	20.5	19.7	19.1	18.3	17.7	17.3	16.4	15.9	15.1	14.5	13.7	13.2	12.7
2(-5)	5.00(4)	20.5	19.7	19.1	18.3	17.7	16.9	16.3	15.9	15.3	14.5	13.9	13.1	12.4	11.8	11.5
4(-5)	2.50(4)	19.1	18.3	17.7	16.9	16.3	15.5	14.9	14.5	13.7	13.1	12.3	11.8	11.0	10.6	10.3
6(-5)	1.66(4)	18.3	17.5	16.9	16.1	15.5	14.7	14.1	13.7	12.9	12.3	11.5	11.0	10.3	9.87	9.70
8(-5)	1.25(4)	17.7	16.9	16.3	15.5	14.9	14.1	13.6	13.1	12.3	11.8	11.0	10.4	9.70	9.40	9.17
1(-4)	1.00(4)	17.3	16.5	15.9	15.1	14.5	13.7	13.1	12.7	11.9	11.3	10.6	10.0	9.41	9.05	8.85
2(-4)	5.00(3)	15.9	15.1	14.5	13.7	13.1	12.3	11.7	11.3	10.5	9.97	9.25	8.80	8.30	8.07	7.99
4(-4)	2.50(3)	14.5	13.7	13.1	12.3	11.7	10.9	10.3	9.93	9.15	8.66	8.02	7.67	7.35	7.27	6.85
6(-4)	1.66(3)	13.7	12.9	12.3	11.5	10.9	10.1	9.56	9.15	8.40	7.92	7.36	7.08	6.88	6.84	6.85
8(-4)	1.25(3)	13.1	12.3	11.7	10.9	10.3	9.55	8.90	8.58	7.86	7.41	6.91	6.69	6.57	6.57	6.57
1(-3)	1.00(3)	12.7	11.8	11.3	10.5	9.90	9.11	8.57	8.15	7.45	7.03	6.59	6.42	6.34	6.34	6.34
2(-3)	5.00(2)	11.3	10.6	9.90	9.09	8.53	7.76	7.23	6.86	6.26	5.95	5.70	5.65	5.65	5.65	5.65
4(-3)	2.50(2)	9.90	9.09	8.52	7.73	7.18	6.44	5.96	5.65	5.21	5.03	4.55	4.55	4.55	4.55	4.55
6(-3)	1.66(2)	9.09	8.29	7.72	6.94	6.40	5.71	5.27	5.08	4.67	4.57	4.27	4.27	4.27	4.27	4.27
8(-3)	1.25(2)	8.52	7.72	7.15	6.38	5.85	5.19	4.81	4.57	4.27	4.27	4.27	4.27	4.27	4.27	4.27
1(-2)	1.00(2)	8.08	7.28	6.72	5.96	5.45	4.81	4.46	4.26	4.04	4.04	4.04	4.04	4.04	4.04	4.04
2(-2)	5.00(1)	6.71	5.92	5.38	4.66	4.21	3.71	3.49	3.40	3.30	3.30	3.30	3.30	3.30	3.30	3.30
4(-2)	2.50(1)	5.36	4.60	4.09	3.45	3.10	2.79	2.70	2.68	2.68	2.68	2.68	2.68	2.68	2.68	2.68
6(-2)	1.66(1)	4.59	4.24	3.76	2.81	2.53	2.33	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30
8(-2)	1.25(1)	4.05	3.34	2.88	2.31	2.16	2.04	2.04	2.04	2.04	2.04	2.04	2.04	2.04	2.04	2.04
1(-1)	1.00(1)	3.64	2.94	2.52	2.08	1.91	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83
2(-1)	5.00	2.44	1.85	1.53	1.29	1.23	1.23	1.23	1.23	1.23	1.23	1.23	1.23	1.23	1.23	1.23
4(-1)	2.50	1.40	0.962	0.788	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718	0.718
6(-1)	1.66	0.908	0.580	0.482	0.455	0.455	0.455	0.455	0.455	0.455	0.455	0.455	0.455	0.455	0.455	0.455
8(-1)	1.25	0.622	0.376	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321
1	1.00	0.438	0.254	0.222	0.222	0.222	0.222	0.222	0.222	0.222	0.222	0.222	0.222	0.222	0.222	0.222
2	5.00(-1)	9.78(-2)	5.10(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)	4.51(-2)
4	2.50(-1)	7.54(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)	3.78(-3)
6	1.66(-1)	7.20(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)	3.78(-4)
8	1.25(-1)	7.54(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)	3.78(-5)

$W_B(u, \beta) = W(u)$ ; ver Anejo I



ANEJO VII. TABLA DE LOS CORRESPONDIENTES VALORES DE  $\beta$ ,  $u_p$ ,  $W(u_p, \beta)$  Y  $f(\beta)$   
(ver Capítulo 4, Sección 1.2.2; según HANTUSH, 1959)<sup>b</sup>

$\beta$	$u_p$	$W(u_p, \beta)$	$f(\beta)$	$\beta$	$u_p$	$W(u_p, \beta)$	$f(\beta)$	$\beta$	$u_p$	$W(u_p, \beta)$	$f(\beta)$	$\beta$	$u_p$	$W(u_p, \beta)$	$f(\beta)$
1.0	1.000	0.000	1.179	5.0	0.134	1.553	1.667	10	0.0466	2.534	2.115	35	0.00582	4.576	3.109
1.1	0.909	0.070	1.183	5.2	0.127	1.604	1.688	11	0.0400	2.680	2.188	36	0.00554	4.624	3.134
1.2	0.830	0.135	1.188	5.4	0.120	1.653	1.710	12	0.0348	2.815	2.251	37	0.00528	4.671	3.155
1.3	0.761	0.195	1.194	5.6	0.114	1.703	1.731	13	0.0306	2.940	2.312	38	0.00505	4.717	3.178
1.4	0.702	0.252	1.203	5.8	0.108	1.750	1.752	14	0.0271	3.057	2.367	39	0.00483	4.761	3.199
1.5	0.649	0.306	1.214	6.0	0.102	1.796	1.770	15	0.0241	3.172	2.423	40	0.00462	4.805	3.221
1.6	0.603	0.357	1.223	6.2	0.0976	1.840	1.794	16	0.0218	3.271	2.472	41	0.00443	4.847	3.242
1.7	0.562	0.407	1.235	6.4	0.0930	1.988	1.814	17	0.0203	3.342	2.520	42	0.00424	4.889	3.262
1.8	0.525	0.456	1.247	6.6	0.0888	1.927	1.833	18	0.0179	3.462	2.564	43	0.00407	4.930	3.282
1.9	0.492	0.502	1.262	6.8	0.0848	1.969	1.852	19	0.0164	3.551	2.609	44	0.00391	4.969	3.301
2.0	0.462	0.548	1.273	7.0	0.0812	2.010	1.871	20	0.0150	3.627	2.647	45	0.00376	5.008	3.321
2.2	0.411	0.635	1.301	7.2	0.0777	2.050	1.889	21	0.0138	3.716	2.687	46	0.00362	5.046	3.339
2.4	0.368	0.717	1.329	7.4	0.0745	2.089	1.908	22	0.0128	3.793	2.725	47	0.00349	5.084	3.357
2.6	0.332	0.796	1.357	7.6	0.0715	2.127	1.925	23	0.0119	3.867	2.761	48	0.00336	5.120	3.375
2.8	0.301	0.872	1.385	7.8	0.0687	2.165	1.943	24	0.0111	3.938	2.796	49	0.00325	5.156	3.393
3.0	0.275	0.945	1.413	8.0	0.0661	2.202	1.960	25	0.0103	4.007	2.837	50	0.00313	5.191	3.410
3.2	0.252	1.016	1.435	8.2	0.0636	2.238	1.977	26	0.00966	4.072	2.862	55	0.00265	5.358	3.491
3.4	0.232	1.083	1.467	8.4	0.0613	2.273	1.994	27	0.00906	4.135	2.893	60	0.00228	5.510	3.565
3.6	0.214	1.149	1.493	8.6	0.0590	2.308	2.010	28	0.00852	4.196	2.923	65	0.00198	5.650	3.634
3.8	0.199	1.212	1.500	8.8	0.0570	2.342	2.026	29	0.00803	4.256	2.952	70	0.00174	5.781	3.697
4.0	0.185	1.273	1.545	9.0	0.0550	2.376	2.041	30	0.00757	4.313	2.980	75	0.00154	5.903	3.757
4.2	0.173	1.333	1.571	9.2	0.0531	2.408	2.057	31	0.00716	4.369	3.008	80	0.00137	6.017	3.812
4.4	0.162	1.390	1.597	9.4	0.0513	2.441	2.072	32	0.00678	4.423	3.034	85	0.00123	6.124	3.864
4.6	0.152	1.447	1.619	9.6	0.0497	2.472	2.087	33	0.00643	4.475	3.059	90	0.00111	6.226	3.913
4.8	0.142	1.500	1.642	9.8	0.0481	2.503	2.102	34	0.00611	4.526	3.085	95	0.00102	6.311	3.960
5.0	0.134	1.553	1.667	10.0	0.0466	2.534	2.115	35	0.00582	4.576	3.109	100	0.00092	6.412	4.004

ANEJO VIII. TABLA DE LOS VALORES DE  $\epsilon=f(p, e)$   
(ver Capítulo 4, Sección 6.1.2; según ANONIMO, 1964)

$p$	$e = 0$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
0.1	$\epsilon = 0.54$	0.54	0.55	0.55	0.56	0.57	0.59	0.61	0.67	1.09
0.2	0.44	0.44	0.45	0.46	0.47	0.49	0.52	0.59	0.89	
0.3	0.37	0.37	0.38	0.39	0.41	0.43	0.50	0.74		
0.4	0.31	0.31	0.32	0.34	0.36	0.42	0.62			
0.5	0.25	0.26	0.27	0.29	0.34	0.51				
0.6	0.21	0.21	0.23	0.27	0.41					
0.7	0.16	0.17	0.20	0.32						
0.8	0.11	0.13	0.22							
0.9	0.06	0.12								

ANEJO IX. TABLA DE LOS VALORES DE  $M(u, \beta)$   
(ver Capítulo 4, Sección 6.4.1; según HANTUSH, 1962)

$u$	$1/u$	$\beta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0			0.1997	0.3974	0.5913	0.7801	0.9624	1.1376	1.3053	1.4653	1.6177	1.7627	2.0319	2.2759	2.4979	2.7009	2.8872
1(-6)	1.00(6)		0.1994	0.3969	0.5907	0.7792	0.9613	1.1363	1.3037	1.4635	1.6157	1.7605	2.0292	2.2728	2.4943	2.6968	2.8827
2(-6)	5.00(5)		0.1993	0.3967	0.5904	0.7788	0.9608	1.1357	1.3031	1.4628	1.6148	1.7595	2.0281	2.2715	2.4929	2.6951	2.8809
4(-6)	2.50(5)		0.1992	0.3965	0.5900	0.7783	0.9602	1.1349	1.3022	1.4617	1.6137	1.7582	2.0265	2.2696	2.4907	2.6927	2.8782
6(-6)	1.66(5)		0.1991	0.3963	0.5897	0.7779	0.9596	1.1343	1.3016	1.4609	1.6127	1.7572	2.0253	2.2682	2.4891	2.6909	2.8762
8(-6)	1.25(5)		0.1990	0.3961	0.5894	0.7775	0.9592	1.1338	1.3009	1.4602	1.6120	1.7563	2.0243	2.2670	2.4877	2.6894	2.8745
1(-5)	1.00(5)		0.1989	0.3959	0.5892	0.7772	0.9588	1.1334	1.3003	1.4596	1.6113	1.7556	2.0234	2.2660	2.4865	2.6880	2.8730
2(-5)	5.00(4)		0.1987	0.3954	0.5883	0.7760	0.9574	1.1316	1.2983	1.4572	1.6086	1.7526	2.0198	2.2618	2.4818	2.6827	2.8571
4(-5)	2.50(4)		0.1982	0.3945	0.5871	0.7744	0.9553	1.1291	1.2953	1.4539	1.6049	1.7485	2.0148	2.2560	2.4751	2.6752	2.8587
6(-5)	1.66(4)		0.1979	0.3939	0.5861	0.7731	0.9537	1.1271	1.2931	1.4513	1.6020	1.7452	2.0110	2.2513	2.4700	2.6694	2.8523
8(-5)	1.25(4)		0.1976	0.3933	0.5853	0.7720	0.9523	1.1255	1.2912	1.4492	1.5996	1.7425	2.0077	2.2477	2.4657	2.6645	2.8469
1(-4)	1.00(4)		0.1974	0.3929	0.5846	0.7710	0.9511	1.1241	1.2895	1.4473	1.5974	1.7402	2.0049	2.2444	2.4619	2.6603	2.8421
2(-4)	5.00(3)		0.1965	0.3910	0.5818	0.7673	0.9465	1.1185	1.2830	1.4398	1.5890	1.7326	1.9936	2.2313	2.4469	2.6434	2.8234
4(-4)	2.50(3)		0.1952	0.3883	0.5778	0.7620	0.9398	1.1106	1.2737	1.4292	1.5771	1.7176	1.9778	2.2128	2.4258	2.6197	2.7970
6(-4)	1.66(3)		0.1941	0.3863	0.5748	0.7580	0.9348	1.1045	1.2656	1.4211	1.5680	1.7075	1.9656	2.1986	2.4095	2.6014	2.7768
8(-4)	1.25(3)		0.1933	0.3846	0.5722	0.7545	0.9305	1.0994	1.2607	1.4143	1.5603	1.6989	1.9554	2.1866	2.3959	2.5860	2.7597
1(-3)	1.00(3)		0.1925	0.3831	0.5699	0.7515	0.9267	1.0948	1.2554	1.4083	1.5535	1.6914	1.9463	2.1761	2.3838	2.5725	2.7446
2(-3)	5.00(2)		0.1896	0.3772	0.5611	0.7397	0.9120	1.0771	1.2347	1.3846	1.5270	1.6619	1.9109	2.1348	2.3367	2.5195	2.6857
4(-3)	2.50(2)		0.1854	0.3689	0.5486	0.7231	0.8912	1.0521	1.2055	1.3513	1.4895	1.6203	1.8610	2.0766	2.2702	2.4447	2.6027
6(-3)	1.66(2)		0.1822	0.3625	0.5390	0.7103	0.8752	1.0330	1.1832	1.3258	1.4608	1.5884	1.8228	2.0320	2.2193	2.3875	2.5393
8(-3)	1.25(2)		0.1795	0.3571	0.5310	0.6995	0.8618	1.0169	1.1645	1.3044	1.4367	1.5603	1.7907	1.9946	2.1765	2.3395	2.4861
1(-2)	1.00(2)		0.1772	0.3524	0.5239	0.6901	0.8500	1.0027	1.1480	1.2855	1.4155	1.5381	1.7625	1.9617	2.1391	2.2975	2.4394
2(-2)	5.00(1)		0.1680	0.3340	0.4962	0.6533	0.8040	0.9476	1.0836	1.2121	1.3329	1.4464	1.6527	1.8340	1.9935	2.1342	2.2587
4(-2)	2.50(1)		0.1551	0.3083	0.4578	0.6020	0.7400	0.8708	0.9942	1.1100	1.2183	1.3193	1.5008	1.6577	1.7932	1.9103	2.0117
6(-2)	1.66(1)		0.1455	0.2890	0.4389	0.5635	0.6919	0.8132	0.9272	1.0326	1.1326	1.2243	1.3877	1.5268	1.6450	1.7454	1.8307
8(-2)	1.25(1)		0.1375	0.2731	0.4050	0.5317	0.6522	0.7658	0.8720	0.9707	1.0621	1.1464	1.2951	1.4200	1.5246	1.6120	1.6848
1(-1)	1.00(1)		0.1306	0.2593	0.3844	0.5043	0.6181	0.7249	0.8245	0.9167	1.0016	1.0795	1.2159	1.3290	1.4223	1.4991	1.5619
2(-1)	5.00		0.1051	0.2084	0.3081	0.4030	0.4920	0.5744	0.6500	0.7185	0.7806	0.8362	0.9297	1.0029	1.0595	1.1026	1.1352
4(-1)	2.50		0.0739	0.1462	0.2153	0.2801	0.3397	0.3935	0.4415	0.4837	0.5203	0.5519	0.6015	0.6363	0.6660	0.6760	0.6863
6(-1)	1.66		0.0544	0.1074	0.1575	0.2039	0.2458	0.2832	0.3149	0.3423	0.3652	0.3842	0.4122	0.4300	0.4408	0.4471	0.4502
8(-1)	1.25		0.0410	0.0806	0.1179	0.1519	0.1821	0.2082	0.2302	0.2484	0.2632	0.2750	0.2913	0.3007	0.3058	0.3084	0.3096
1	1.00		3.13(-2)	6.14(-2)	8.95(-2)	0.1148	0.1369	0.1555	0.1709	0.1833	0.1929	0.2004	0.2101	0.2151	0.2175	0.2186	0.2191
2	5.00(-1)		9.01(-3)	1.75(-2)	2.51(-2)	3.16(-2)	3.67(-2)	4.07(-2)	4.35(-2)	4.55(-2)	4.69(-2)	4.77(-2)	4.85(-2)	4.88(-2)			
4	2.50(-1)		9.20(-4)	1.76(-3)	2.44(-3)	2.96(-3)	3.31(-3)	3.53(-3)	3.66(-3)	3.72(-3)	3.76(-3)	3.77(-3)					
6	1.66(-1)		1.04(-4)	1.95(-4)	2.64(-4)	3.10(-4)	3.36(-4)	3.50(-4)	3.56(-4)	3.59(-4)	3.60(-4)						
8	1.25(-1)		1.23(-5)	2.26(-5)	2.99(-5)	3.42(-5)	3.63(-5)	3.72(-5)	3.75(-5)	3.76(-5)	3.77(-5)						

$M(u, \beta) = W(u)$ ; ver Anejo I

ANEJO IX. (continuación)

u	1/u	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0
0		3.0593	3.2188	3.3675	3.5064	3.6369	3.7597	3.8757	3.9856	4.0900	4.1894	4.2842	4.3748	4.4616	4.5448	4.6248	4.7018	4.7760	4.8475	4.9167	4.9835
1(-6)	1.00(6)	3.0543	3.2134	3.3616	3.5001	3.6301	3.7525	3.8681	3.9775	4.0815	4.1804	4.2747	4.3649	4.4512	4.5340	4.6136	4.6901	4.7638	4.8349	4.9036	4.9700
2(-6)	5.00(5)	3.0523	3.2112	3.3592	3.4975	3.6273	3.7495	3.8649	3.9742	4.0779	4.1766	4.2708	4.3608	4.4469	4.5295	4.6089	4.6852	4.7598	4.8327	4.9042	4.9644
4(-6)	2.50(5)	3.0494	3.2080	3.3557	3.4938	3.6233	3.7453	3.8604	3.9694	4.0729	4.1714	4.2653	4.3550	4.4408	4.5232	4.6023	4.6784	4.7516	4.8223	4.8915	4.9565
6(-6)	1.66(5)	3.0471	3.2056	3.3531	3.4910	3.6203	3.7420	3.8569	3.9658	4.0690	4.1673	4.2610	4.3505	4.4362	4.5183	4.5972	4.6731	4.7462	4.8166	4.8846	4.9504
8(-6)	1.25(5)	3.0453	3.2035	3.3509	3.4886	3.6177	3.7393	3.8540	3.9627	4.0658	4.1639	4.2574	4.3467	4.4323	4.5142	4.5929	4.6686	4.7415	4.8118	4.8797	4.9452
1(-5)	1.00(5)	3.0436	3.2017	3.3489	3.4865	3.6155	3.7369	3.8515	3.9600	4.0629	4.1609	4.2542	4.3434	4.4288	4.5106	4.5892	4.6647	4.7375	4.8076	4.8753	4.9407
2(-5)	5.00(4)	3.0371	3.1946	3.3412	3.4782	3.6066	3.7274	3.8414	3.9493	4.0517	4.1490	4.2418	4.3304	4.4152	4.4964	4.5744	4.6494	4.7215	4.7911	4.8582	4.9230
4(-5)	2.50(4)	3.0279	3.1846	3.3304	3.4655	3.5941	3.7140	3.8272	3.9343	4.0358	4.1323	4.2243	4.3120	4.3960	4.4764	4.5535	4.6276	4.6989	4.7677	4.8339	4.8979
6(-5)	1.66(4)	3.0209	3.1769	3.3220	3.4575	3.5864	3.7038	3.8163	3.9227	4.0236	4.1195	4.2108	4.2979	4.3812	4.4610	4.5375	4.6110	4.6816	4.7497	4.8153	4.8787
8(-5)	1.25(4)	3.0149	3.1704	3.3150	3.4499	3.5763	3.6951	3.8071	3.9130	4.0133	4.1087	4.1994	4.2860	4.3688	4.4480	4.5240	4.5969	4.6670	4.7346	4.7997	4.8625
1(-4)	1.00(4)	3.0097	3.1647	3.3088	3.4433	3.5692	3.6875	3.7990	3.9044	4.0043	4.0992	4.1894	4.2756	4.3578	4.4366	4.5121	4.5845	4.6542	4.7212	4.7859	4.8482
2(-4)	5.00(3)	2.9991	3.1423	3.2845	3.4171	3.5412	3.6576	3.7673	3.8708	3.9688	4.0618	4.1502	4.2345	4.3149	4.3918	4.4654	4.5360	4.6038	4.6690	4.7317	4.7922
4(-4)	2.50(3)	2.9600	3.1106	3.2502	3.3801	3.5015	3.6154	3.7224	3.8233	3.9187	4.0094	4.0948	4.1764	4.2542	4.3285	4.3995	4.4674	4.5326	4.5952	4.6553	4.7132
6(-4)	1.66(3)	2.9378	3.0883	3.2238	3.3518	3.4712	3.5830	3.6880	3.7869	3.8802	3.9686	4.0524	4.1320	4.2077	4.2800	4.3490	4.4150	4.4781	4.5387	4.5969	4.6527
8(-4)	1.25(3)	2.9190	3.0658	3.2017	3.3279	3.4456	3.5557	3.6590	3.7562	3.8479	3.9345	4.0166	4.0945	4.1686	4.2392	4.3065	4.3708	4.4323	4.4912	4.5477	4.6019
1(-3)	1.00(3)	2.9024	3.0478	3.1821	3.3069	3.4231	3.5317	3.6335	3.7292	3.8194	3.9046	3.9852	4.0616	4.1342	4.2033	4.2691	4.3320	4.3920	4.4494	4.5045	4.5572
2(-3)	5.00(2)	2.8377	2.9771	3.1056	3.2245	3.3349	3.4377	3.5337	3.6236	3.7080	3.7874	3.8623	3.9329	3.9998	4.0632	4.1233	4.1805	4.2349	4.2867	4.3360	4.3832
4(-3)	2.50(2)	2.7464	2.8776	2.9980	3.1087	3.2110	3.3056	3.3936	3.4754	3.5518	3.6233	3.6902	3.7530	3.8120	3.8676	3.9199	3.9694	4.0161	4.0602	4.1020	4.1416
6(-3)	1.66(2)	2.6767	2.8018	2.9159	3.0205	3.1166	3.2052	3.2871	3.3629	3.4334	3.4989	3.5599	3.6169	3.6702	3.7200	3.7667	3.8105	3.8517	3.8903	3.9267	3.9609
8(-3)	1.25(2)	2.6183	2.7382	2.8472	2.9466	3.0377	3.1213	3.1982	3.2691	3.3346	3.3953	3.4516	3.5038	3.5524	3.5977	3.6398	3.6792	3.7159	3.7502	3.7823	3.8123
1(-2)	1.00(2)	2.5671	2.6825	2.7870	2.8820	2.9687	3.0480	3.1206	3.1873	3.2487	3.3052	3.3574	3.4057	3.4503	3.4917	3.5300	3.5656	3.5987	3.6294	3.6580	3.6845
2(-2)	5.00(1)	2.3692	2.4675	2.5552	2.6337	2.7041	2.7673	2.8243	2.8756	2.9218	2.9637	3.0015	3.0357	3.0666	3.0946	3.1200	3.1430	3.1638	3.1827	3.1998	3.2153
4(-2)	2.50(1)	2.0996	2.1759	2.2423	2.3000	2.3503	2.3942	2.4324	2.4658	2.4949	2.5202	2.5423	2.5615	2.5782	2.5927	2.6052	2.6161	2.6256	2.6337	2.6406	2.6468
6(-2)	1.66(1)	1.9031	1.9645	2.0167	2.0610	2.0986	2.1305	2.1574	2.1802	2.1995	2.2157	2.2294	2.2408	2.2504	2.2584	2.2651	2.2706	2.2752	2.2790	2.2821	2.2846
8(-2)	1.25(1)	1.7455	1.7959	1.8378	1.8725	1.9012	1.9249	1.9444	1.9604	1.9734	1.9841	1.9928	1.9998	2.0055	2.0101	2.0137	2.0166	2.0189	2.0207	2.0221	2.0233
1(-1)	1.00(1)	1.6133	1.6552	1.6892	1.7167	1.7389	1.7568	1.7711	1.7825	1.7915	1.7987	1.8043	1.8087	1.8121	1.8147	1.8168	1.8183	1.8195	1.8204	1.8211	1.8216
2(-1)	5.00	1.1596	1.1777	1.1909	1.2004	1.2073	1.2122	1.2156	1.2179	1.2195	1.2206	1.2213	1.2218	1.2221	1.2223	1.2224	1.2225	1.2226			
4(-1)	2.50	0.6928	0.6958	0.6992	0.7006	0.7014	0.7019	0.7021	0.7023	0.7023	0.7023	0.7023	0.7023	0.7023	0.7023	0.7023	0.7023	0.7023			
6(-1)	1.66	0.4525	0.4535	0.4540	0.4542	0.4543	0.4543	0.4543	0.4543	0.4543	0.4543	0.4543	0.4543	0.4543	0.4543	0.4543	0.4543	0.4543			
8(-1)	1.25	0.3102	0.3104	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105	0.3105			

$M(u, \beta) = W(u)$ ; ver Anejo I

ANEJO IX. (continuación)

$u$	$1/u$	6.2	6.4	6.6	6.8	7.0	7.2	7.4	7.6	7.8	8.0	8.2	8.4	8.6	8.8	9.0	9.2	9.4	9.6	9.8	10.0
0		5.0482	5.1109	5.1718	5.2308	5.2882	5.3440	5.3983	5.4511	5.5026	5.5529	5.6019	5.6497	5.6965	5.7421	5.7868	5.8305	5.8733	5.9151	5.9562	5.9964
1(-6)	1.00(6)	5.0343	5.0965	5.1569	5.2155	5.2724	5.3278	5.3816	5.4340	5.4851	5.5349	5.5834	5.6308	5.6771	5.7223	5.7666	5.8098	5.8521	5.8935	5.9341	5.9739
2(-6)	5.00(5)	5.0205	5.0905	5.1597	5.2291	5.2969	5.3647	5.4327	5.4999	5.5675	5.6354	5.7034	5.7715	5.8397	5.9080	5.9763	6.0446	6.1129	6.1812	6.2495	6.3178
4(-6)	2.50(5)	5.0203	5.0821	5.1420	5.2002	5.2566	5.3115	5.3649	5.4169	5.4675	5.5168	5.5649	5.6119	5.6577	5.7025	5.7463	5.7890	5.8305	5.8719	5.9126	5.9513
6(-6)	1.66(5)	5.0140	5.0756	5.1353	5.1933	5.2495	5.3042	5.3574	5.4092	5.4596	5.5087	5.5566	5.6034	5.6490	5.6936	5.7371	5.7797	5.8214	5.8621	5.9021	5.9412
8(-6)	1.25(5)	5.0087	5.0701	5.1297	5.1874	5.2435	5.2981	5.3511	5.4027	5.4529	5.5019	5.5496	5.5962	5.6416	5.6860	5.7294	5.7718	5.8133	5.8539	5.8937	5.9326
1(-5)	1.00(5)	5.0040	5.0653	5.1247	5.1823	5.2383	5.2926	5.3455	5.3969	5.4470	5.4958	5.5434	5.5898	5.6352	5.6794	5.7226	5.7649	5.8063	5.8467	5.8863	5.9251
2(-5)	5.00(4)	4.9857	5.0464	5.1052	5.1622	5.2176	5.2714	5.3236	5.3745	5.4240	5.4722	5.5192	5.5650	5.6097	5.6534	5.6961	5.7377	5.7785	5.8183	5.8573	5.8955
4(-5)	2.50(4)	4.9598	5.0196	5.0776	5.1338	5.1883	5.2413	5.2927	5.3427	5.3914	5.4388	5.4849	5.5299	5.5738	5.6167	5.6585	5.6993	5.7392	5.7782	5.8164	5.8538
6(-5)	1.66(4)	4.9399	4.9991	5.0565	5.1120	5.1659	5.2182	5.2690	5.3184	5.3664	5.4131	5.4587	5.5033	5.5463	5.5885	5.6296	5.6698	5.7091	5.7475	5.7850	5.8217
8(-5)	1.25(4)	4.9232	4.9818	5.0386	5.0937	5.1470	5.1988	5.2490	5.2979	5.3453	5.3915	5.4365	5.4803	5.5231	5.5647	5.6053	5.6450	5.6837	5.7216	5.7586	5.7948
1(-4)	1.00(4)	4.9084	4.9666	5.0229	5.0775	5.1303	5.1816	5.2314	5.2798	5.3268	5.3725	5.4170	5.4604	5.5026	5.5438	5.5840	5.6231	5.6614	5.6988	5.7353	5.7711
2(-4)	5.00(3)	4.8506	4.9059	4.9614	5.0161	5.0691	5.1195	5.1684	5.2159	5.2621	5.3080	5.3528	5.3962	5.4382	5.4619	5.5002	5.5375	5.5739	5.6095	5.6441	5.6780
4(-4)	2.50(3)	4.7889	4.8227	4.8745	4.9246	4.9730	5.0198	5.0652	5.1091	5.1516	5.1929	5.2330	5.2719	5.3097	5.3464	5.3822	5.4169	5.4508	5.4837	5.5158	5.5470
6(-4)	1.66(3)	4.7065	4.7582	4.8081	4.8562	4.9026	4.9475	4.9908	5.0327	5.0733	5.1127	5.1508	5.1877	5.2236	5.2583	5.2921	5.3249	5.3568	5.3879	5.4180	5.4474
8(-4)	1.25(3)	4.6540	4.7040	4.7522	4.7987	4.8435	4.8867	4.9284	4.9687	5.0076	5.0453	5.0818	5.1171	5.1513	5.1845	5.2166	5.2478	5.2781	5.3075	5.3361	5.3639
1(-3)	1.00(3)	4.6078	4.6565	4.7032	4.7482	4.7915	4.8333	4.8736	4.9124	4.9500	4.9862	5.0213	5.0552	5.0880	5.1197	5.1505	5.1803	5.2092	5.2372	5.2644	5.2908
2(-3)	5.00(2)	4.4282	4.4713	4.5125	4.5519	4.5898	4.6260	4.6609	4.6943	4.7264	4.7573	4.7870	4.8155	4.8430	4.8695	4.8950	4.9203	4.9453	4.9662	4.9822	5.0095
4(-3)	2.50(2)	4.1792	4.2148	4.2487	4.2808	4.3114	4.3405	4.3682	4.3945	4.4197	4.4436	4.4664	4.4881	4.5089	4.5287	4.5476	4.5656	4.5829	4.5993	4.6150	4.6301
6(-3)	1.66(2)	3.9932	4.0236	4.0523	4.0793	4.1048	4.1290	4.1517	4.1733	4.1936	4.2129	4.2311	4.2483	4.2646	4.2800	4.2946	4.3084	4.3214	4.3338	4.3455	4.3566
8(-3)	1.25(2)	3.8404	3.8668	3.8914	3.9146	3.9362	3.9566	3.9756	3.9935	4.0103	4.0261	4.0409	4.0548	4.0678	4.0801	4.0916	4.1024	4.1125	4.1220	4.1309	4.1393
1(-2)	1.00(2)	3.7093	3.7223	3.7537	3.7737	3.7923	3.8095	3.8255	3.8408	3.8548	3.8679	3.8801	3.8914	3.9020	3.9119	3.9210	3.9296	3.9375	3.9449	3.9518	3.9582
2(-2)	5.00(1)	3.2293	3.2419	3.2534	3.2638	3.2731	3.2816	3.2892	3.2961	3.3023	3.3079	3.3130	3.3175	3.3215	3.3252	3.3285	3.3314	3.3340	3.3364	3.3385	3.3403
4(-2)	2.50(1)	2.6520	2.6565	2.6603	2.6636	2.6664	2.6688	2.6708	2.6725	2.6740	2.6752	2.6762	2.6771	2.6778	2.6784	2.6789	2.6793	2.6797	2.6800	2.6802	2.6804
6(-2)	1.66(1)	2.2867	2.2884	2.2898	2.2909	2.2918	2.2926	2.2931	2.2936	2.2940	2.2942	2.2944	2.2947	2.2948	2.2949	2.2950	2.2951	2.2951	2.2952	2.2952	2.2952
8(-2)	1.25(1)	2.0241	2.0248	2.0253	2.0257	2.0260	2.0263	2.0264	2.0266	2.0267	2.0267	2.0267	2.0268	2.0268	2.0269	2.0269	2.0269	2.0269	2.0269	2.0269	2.0269
1(-1)	1.00(1)	1.8219	1.8222	1.8224	1.8226	1.8227	1.8227	1.8228	1.8228	1.8228	1.8228	1.8228	1.8228	1.8228	1.8228	1.8228	1.8228	1.8228	1.8228	1.8228	1.8228

$M(u, \beta) = W(u); \text{ver Anejo I}$

$u$	$1/u$	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50
0		6.3595	6.6668	6.9333	7.1684	7.3789	7.5692	7.7431	7.9030	8.0511	8.1890	8.3180	8.4392	8.5535	8.6615	8.7641	8.8616	8.9546	9.0435	9.1286	9.2102
1(-6)	1.00(6)	6.3225	6.6323	6.8973	7.1279	7.3339	7.5197	7.6891	7.8445	7.9881	8.1215	8.2460	8.3627	8.4725	8.5761	8.6741	8.7671	8.8556	8.9400	9.0206	9.0977
2(-6)	5.00(5)	6.3213	6.6223	6.8823	7.1111	7.3152	7.4992	7.6667	7.8202	7.9620	8.0935	8.2161	8.3309	8.4388	8.5406	8.6367	8.7279	8.8145	8.8971	8.9758	9.0510
4(-6)	2.50(5)	6.3054	6.6032	6.8612	7.0873	7.2887	7.4701	7.6350	7.7859	7.9250	8.0539	8.1739	8.2861	8.3913	8.4904	8.5839	8.6725	8.7565	8.8364	8.9125	8.9851
6(-6)	1.66(5)	6.2932	6.5896	6.8450	7.0691	7.2685	7.4478	7.6106	7.7594	7.8966	8.0235	8.1415	8.2516	8.3549	8.4519	8.5435	8.6300	8.7120	8.7899	8.8640	8.9346
8(-6)	1.25(5)	6.2830	6.5775	6.8313	7.0537	7.2514	7.4290	7.5901	7.7374	7.8727	7.9979	8.1142	8.2226	8.3242	8.4196	8.5094	8.5942	8.6775	8.7507	8.8231	8.8946
1(-5)	1.00(5)	6.2739	6.5671	6.8193	7.0402	7.2363	7.4125	7.5721	7.7178	7.8517	7.9753	8.0901	8.1971	8.2972	8.3910	8.4794	8.5628	8.6416	8.7163	8.7872	8.8547
2(-5)	5.00(4)	6.2385	6.5257	6.7720	6.9870	7.1773	7.3476	7.5013	7.6412	7.7692	7.8871	7.9960	8.0972	8.1914	8.2795	8.3621	8.4397	8.5127	8.5817	8.6469	8.7087
4(-5)	2.50(4)	6.1804	6.4673	6.7053	6.9120	7.0940	7.2551	7.4016	7.5332	7.6531	7.7627	7.8636	7.9566	8.0428	8.1229	8.1975	8.2671	8.3322	8.3933	8.4507	8.5047
6(-5)	1.66(4)	6.1500	6.4225	6.6542	6.8546	7.0303	7.1861	7.3253	7.4508	7.5644	7.6679	7.7626	7.8496	7.9298	8.0038	8.0725	8.1362	8.1955	8.2508	8.3024	8.3507
8(-5)	1.25(4)	6.1177	6.3848	6.6112	6.8063	6.9767	7.1212	7.2613	7.3815	7.4901	7.5885	7.6781	7.7601	7.8353	7.9044	7.9682	8.0271	8.0817	8.1323	8.1792	8.2229
1(-4)	1.00(4)	6.0892	6.3517	6.5734	6.7638	6.9296	7.0751	7.2008	7.3094	7.4049	7.4899	7.5189	7.6042	7.6818	7.7527	7.8177	7.8773	7.9321	7.9826	8.0292	8.0723
2(-4)	5.00(3)	6.0478	6.3021	6.5193	6.7038	6.8647	7.0052	7.1259	7.2294	7.3184	7.3964	7.4654	7.5274	7.5834	7.6344	7.6814	7.7254	7.7674	7.8074	7.8454	7.8814
4(-4)	2.50(3)	6.0046	6.2549	6.4677	6.6477	6.8012	6.9347	7.0512	7.1537	7.2442	7.3247	7.3962	7.4607	7.5192	7.5727	7.6212	7.6657	7.7062	7.7437	7.7782	7.8107
6(-4)	1.66(3)	5.9706	6.2169	6.4238	6.6008	6.7503	6.8788	6.9903	7.0878	7.1743	7.2508	7.3193	7.3818	7.4393	7.4928	7.5423	7.5888	7.6323	7.6728	7.7103	7.7458
8(-4)	1.25(3)	5.9348	6.1761	6.3770	6.5480	6.6935	6.8190	6.9285	7.0240	7.1085	7.1840	7.2525	7.3150	7.3725	7.4260	7.4765	7.5240	7.5685	7.6100	7.6485	7.6840
1(-3)	1.00(3)	5.9168	6.1531	6.3490	6.5150	6.6555	6.7740	6.8745	6.9610	7.0365	7.1030	7.1615	7.2140	7.2615	7.3060	7.3485	7.3890	7.4275			

ANEJO IX. (continuación)

u	1/u	$\beta$	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70
0			9.2886	9.3641	9.4368	9.5069	9.5747	9.6403	9.7037	9.7653	9.8249	9.8829
1(-6)	1.00(6)		9.1716	9.2426	9.3108	9.3765	9.4398	9.5008	9.5598	9.6168	9.6720	9.7255
2(-6)	5.00(5)		9.1231	9.1922	9.2585	9.3223	9.3838	9.4430	9.5001	9.5553	9.6086	9.6602
4(-6)	2.50(5)		9.0545	9.1210	9.1847	9.2459	9.3047	9.3613	9.4158	9.4684	9.5191	9.5681
6(-6)	1.66(5)		9.0020	9.0665	9.1282	9.1874	9.2442	9.2988	9.3513	9.4019	9.4507	9.4977
8(-6)	1.25(5)		8.9578	9.0206	9.0807	9.1382	9.1933	9.2413	9.2971	9.3460	9.3931	9.4385
1(-5)	1.00(5)		8.9190	8.9803	9.0389	9.0949	9.1486	9.2001	9.2495	9.2970	9.3426	9.3865
2(-5)	5.00(4)		8.7673	8.8229	8.8759	8.9263	8.9743	9.0202	9.0640	9.1059	9.1461	9.1845
4(-5)	2.50(4)		8.5555	8.6035	8.6488	8.6916	8.7321	8.7705	8.8069	8.8414	8.8742	8.9053
6(-5)	1.66(4)		8.3959	8.4383	8.4780	8.5154	8.5505	8.5836	8.6147	8.6440	8.6716	8.6977
8(-5)	1.25(4)		8.2636	8.3016	8.3370	8.3700	8.4009	8.4297	8.4568	8.4821	8.5057	8.5279
1(-4)	1.00(4)		8.1491	8.1833	8.2151	8.2446	8.2720	8.2974	8.3211	8.3431	8.3636	8.3827
2(-4)	5.00(3)		7.7203	7.7421	7.7618	7.7797	7.7958	7.8104	7.8236	7.8355	7.8463	7.8560
4(-4)	2.50(3)		7.1780	7.1881	7.1968	7.2043	7.2108	7.2163	7.2211	7.2251	7.2286	7.2315
6(-4)	1.66(3)		6.8151	6.8201	6.8242	6.8276	6.8304	6.8327	6.8345	6.8360	6.8372	6.8382
8(-4)	1.25(3)		6.5430	6.5456	6.5476	6.5492	6.5504	6.5514	6.5521	6.5527	6.5531	6.5535
1(-3)	1.00(3)		6.3263	6.3277	6.3287	6.3294	6.3300	6.3304	6.3307	6.3310	6.3311	6.3312
2(-3)	5.00(2)		5.6392	5.6393								

$M(u, \beta) = W(u); \text{ver Anejo I}$

u	1/u	$\beta$	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
0			9.9392	9.9940	10.0473	10.0992	10.1498	10.1992	10.2474	10.2944	10.3404	10.3853
1(-6)	1.00(6)		9.7773	9.8276	9.8764	9.9239	9.9700	10.0148	10.0585	10.1011	10.1425	10.1830
2(-6)	5.00(5)		9.7102	9.7586	9.8056	9.8512	9.8955	9.9385	9.9803	10.0210	10.0606	10.0992
4(-6)	2.50(5)		9.6155	9.6613	9.7057	9.7487	9.7904	9.8308	9.8700	9.9081	9.9452	9.9812
6(-6)	1.66(5)		9.5431	9.5869	9.6293	9.6703	9.7101	9.7485	9.7858	9.8220	9.8571	9.8911
8(-6)	1.25(5)		9.4822	9.5244	9.5652	9.6046	9.6426	9.6795	9.7151	9.7497	9.7831	9.8156
1(-5)	1.00(5)		9.4288	9.4696	9.5089	9.5469	9.5835	9.6189	9.6532	9.6863	9.7183	9.7494
2(-5)	5.00(4)		9.2213	9.2566	9.2905	9.3230	9.3542	9.3843	9.4132	9.4410	9.4677	9.4935
4(-5)	2.50(4)		8.9349	8.9630	8.9898	9.0153	9.0396	9.0628	9.0848	9.1059	9.1260	9.1451
6(-5)	1.66(4)		8.7223	8.7455	8.7675	8.7882	8.8076	8.8263	8.8438	8.8603	8.8760	8.8908
8(-5)	1.25(4)		8.5487	8.5682	8.5865	8.6036	8.6197	8.6348	8.6490	8.6623	8.6747	8.6864
1(-4)	1.00(4)		8.4005	8.4170	8.4324	8.4468	8.4601	8.4726	8.4842	8.4949	8.5050	8.5143
2(-4)	5.00(3)		7.8648	7.8727	7.8798	7.8862	7.8920	7.8972	7.9019	7.9061	7.9098	7.9132
4(-4)	2.50(3)		7.2341	7.2362	7.2380	7.2395	7.2408	7.2419	7.2428	7.2436	7.2442	7.2447
6(-4)	1.66(3)		6.8390	6.8396	6.8401	6.8405	6.8408	6.8411	6.8413	6.8414	6.8416	6.8417
8(-4)	1.25(3)		6.5537	6.5539	6.5541	6.5542	6.5543	6.5543	6.5544	6.5544	6.5544	6.5544
1(-3)	1.00(3)		6.3313	6.3314	6.3314	6.3315						

ANEJO X. TABLA DE LOS VALORES DE LA FUNCION  $F(u_w, \beta)$   
(ver Capítulo 4, Sección 7.1.1;  
según PAPAPOULOS y COOPER, 1967)

$1/u_w$	$\beta = 10^{-1}$	$\beta = 10^{-2}$	$\beta = 10^{-3}$	$\beta = 10^{-4}$	$\beta = 10^{-5}$
1(-1)	9.75(-3)	9.98(-4)	1.00(-4)	1.00(-5)	1.00(-6)
1(0)	9.19(-2)	9.91(-3)	9.99(-4)	1.00(-4)	1.00(-5)
2(0)	1.77(-1)	1.97(-2)	2.00(-3)	2.00(-4)	2.00(-5)
5(0)	4.06(-1)	4.89(-2)	4.99(-3)	5.00(-4)	5.00(-5)
1(1)	7.34(-1)	9.66(-2)	9.97(-3)	1.00(-3)	1.00(-4)
2(1)	1.26	1.90(-1)	1.99(-2)	2.00(-3)	2.00(-4)
5(1)	2.30	4.53(-1)	4.95(-2)	4.99(-3)	5.00(-4)
1(2)	3.28	8.52(-1)	9.83(-2)	9.98(-3)	1.00(-3)
2(2)	4.25	1.54	1.94(-1)	1.99(-2)	2.00(-3)
5(2)	5.42	3.04	4.72(-1)	4.97(-2)	5.00(-3)
1(3)	6.21	4.54	9.07(-1)	9.90(-2)	9.99(-3)
2(3)	6.96	6.03	1.69	1.96(-1)	2.00(-2)
5(3)	7.87	7.56	3.52	4.81(-1)	4.98(-2)
1(4)	8.57	8.44	5.53	9.34(-1)	9.93(-2)
2(4)	9.32	9.23	7.63	1.77	1.97(-1)
5(4)	1.02(1)	1.02(1)	9.68	3.83	4.86(-1)
1(5)	1.09(1)	1.09(1)	1.07(1)	6.24	9.49(-1)
2(5)	1.16(1)	1.16(1)	1.15(1)	8.99	1.82
5(5)	1.25(1)	1.25(1)	1.25(1)	1.17(1)	4.03
1(6)	1.32(1)	1.32(1)	1.32(1)	1.29(1)	6.78
2(6)	1.39(1)	1.39(1)	1.39(1)	1.38(1)	1.01(1)
5(6)	1.48(1)	1.48(1)	1.48(1)	1.48(1)	1.37(1)
1(7)	1.55(1)	1.55(1)	1.55(1)	1.55(1)	1.51(1)
2(7)	1.62(1)	1.62(1)	1.62(1)	1.62(1)	1.60(1)
5(7)	1.70(1)	1.70(1)	1.70(1)	1.71(1)	1.71(1)
1(8)	1.78(1)	1.78(1)	1.78(1)	1.78(1)	1.78(1)
2(8)	1.85(1)	1.85(1)	1.85(1)	1.85(1)	1.85(1)
5(8)	1.94(1)	1.94(1)	1.94(1)	1.94(1)	1.94(1)
1(9)	2.01(1)	2.01(1)	2.01(1)	2.01(1)	2.01(1)

ANEJO XI. TABLA DE LOS VALORES DE  $uW(u)$   
(ver Capítulo 4, Sección 9.4)

$u$	$uW(u)$	$u$	$uW(u)$
8	3.014(-4)	8(-6)	8.928(-5)
6	2.161(-3)	6(-6)	6.870(-5)
4	1.512(-2)	4(-6)	4.740(-5)
2	9.780(-1)	2(-6)	2.510(-5)
1	2.194(-1)	1(-6)	1.324(-5)
8(-1)	2.485(-1)	8(-7)	1.077(-5)
6(-1)	2.726(-1)	6(-7)	8.250(-6)
4(-1)	2.810(-1)	4(-7)	5.660(-6)
2(-1)	2.446(-1)	2(-7)	2.970(-6)
1(-1)	1.823(-1)	1(-7)	1.554(-6)
8(-2)	1.622(-1)	8(-8)	1.261(-6)
6(-2)	1.377(-1)	6(-8)	9.630(-7)
4(-2)	1.072(-1)	4(-8)	6.584(-7)
2(-2)	6.710(-2)	2(-8)	3.430(-7)
1(-2)	4.038(-2)	1(-8)	1.784(-7)
8(-3)	3.407(-2)	8(-9)	1.446(-7)
6(-3)	2.727(-2)	6(-9)	1.101(-7)
4(-3)	1.979(-2)	4(-9)	7.504(-8)
2(-3)	1.128(-2)	2(-9)	3.890(-8)
1(-3)	6.332(-3)	1(-9)	2.015(-8)
8(-4)	5.244(-3)	8(-10)	1.630(-8)
6(-4)	4.105(-3)	6(-10)	1.240(-8)
4(-4)	2.899(-3)	4(-10)	8.424(-9)
2(-4)	1.588(-3)	2(-10)	4.352(-9)
1(-4)	8.633(-4)	1(-10)	2.245(-9)
8(-5)	7.085(-4)	8(-11)	1.824(-9)
6(-5)	5.486(-4)	6(-11)	1.378(-9)
4(-5)	3.820(-4)	4(-11)	9.344(-10)
2(-5)	2.048(-4)	2(-11)	4.812(-10)
1(-5)	1.094(-4)	1(-11)	2.475(-10)