

Aplicação de Algoritmos Bioinspirados à Otimização da Estimação da Direção de Chegada

Adílio A. S. Neto¹, Kátia C. C. Fernandes¹, Daniel X. Sousa¹
Jonas A. Kunzler², Rodrigo P. Lemos², Hugo V. L. Silva¹

¹Instituto Federal de Goiás (IFG)
Anápolis/GO, Brazil

²Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação
Universidade Federal de Goiás (UFG)
Goiânia/GO, Brazil

adilio.alves13@gmail.com

{katia.fernandes, daniel.sousa, hugo.vinicius}@ifg.edu.br

{k_jonasaugusto, lemos}@ufg.br

Abstract. *This paper presents faster implementations of bioinspired algorithms for estimating the direction-of-arrival of impinging signals on a linear array of sensors. Experimental results show a significant reduction on their runtime, while they present a robust estimation performance even for low signal-to-noise ratios.*

Resumo. *Este trabalho apresenta implementações rápidas de algoritmos bioinspirados para a estimação da direção de chegada de sinais incidindo em um arranjo linear de sensores. Resultados experimentais mostram uma significativa redução no tempo de execução dispendido por eles, porém, ainda apresentando um robusto desempenho de estimação mesmo em baixas relações sinal-ruído.*

1. Introdução

Com o objetivo de utilizar o espectro eletromagnético da maneira mais eficiente possível, a telefonia celular utiliza diversas técnicas de múltiplo acesso, como tipos distintos de codificação, modulação e multiplexação nos domínios do tempo e da frequência [Chen et al. 2020]. Para aumentar ainda mais a eficiência espectral, é imprescindível o uso de tecnologias como o *Multiple-Input Multiple-Output* (MIMO), uma vez que as redes de quinta geração (5G) de telefonia celular são projetadas para atender a um grande número de usuários com alta vazão de dados, baixa latência e alta disponibilidade [National Instruments 2018].

Para que isso seja possível, é necessário utilizar técnicas de diversidade espacial, como a conformação de feixes (*beamforming*) utilizando um arranjo de sensores. Assim, as Estações Rádio Base (ERBs) são capazes de alterar dinamicamente a área de cobertura de forma a diminuir a incidência de ruído, interferência e outros aspectos relativos à transmissão sem fio [Liberti and Rappaport 1999]. Portanto, arranjos de sensores são capazes de transmitir/receber sinais de/para um ponto específico [Krishnaveni et al. 2013], permitindo aprimorar a qualidade do enlace entre a ERB e o dispositivo móvel.

Porém, é necessário conhecer *a priori* os ângulos das direções de chegada (*Direction-of-Arrival* ou DOA) das fontes de sinais para que o *beamforming* ocorra. A partir desse parâmetro, a ERB ajusta seu padrão de irradiação, direcionando-o para a posição indicada pelo ângulo DOA. Dessa forma, os sinais na direção do feixe de irradiação têm sua recepção favorecida, enquanto outros sinais são atenuados.

Um estimador DOA ideal deve possuir alta resolução, ou seja, ele deve ser capaz de distinguir os ângulos DOA de fontes de sinais espacialmente próximas, mas não desconsiderando a situação de fontes espacialmente afastadas. Ainda, é importante ter um baixo esforço computacional, uma vez que a ERB deve se reajustar continuamente às condições de propagação, demandando resultados em baixa latência. Como referência, uma ERB usada em rede WiMAX móvel com um arranjo linear uniforme (*Uniform Linear Array* ou ULA) contendo oito sensores é recalibrada a cada cinco milissegundos [Fujitsu and Cisco 2008].

Um estimador DOA tratado na literatura é o Estimador de Máxima-Verossimilhança (*Maximum Likelihood Estimator* ou MLE). Ele possui um robusto desempenho de estimação, atingindo o Limite de Cramér-Rao (*Cramér-Rao Bound* ou CRB) quando o número de sensores e/ou o valor de SNR (*Sinal-to-Noise Ratio* ou Relação Sinal-Ruído) são suficientemente grandes [Stoica and Nehorai 1990]. Porém, esse estimador produz o resultado através de um processo de minimização de uma função multidimensional e altamente não-linear, possuindo alto esforço computacional [Li and Lu 2007].

O MODE (*Method of Direction Estimation*) [Stoica and Sharman 1990] é um exemplo de estimador que evita a busca multidimensional, mas ele não oferece um bom desempenho de estimação quando a SNR ou a quantidade de amostras do sinal assumem valores menores. Adicionalmente, o MODEX (*MODE with Extra Roots*) [Gershman and Stoica 1999] e outros estimadores posteriormente propostos na literatura exigem um processo de minimização de ordem exponencial ou combinatorial, limitando-o à estimação DOA de um pequeno número de fontes de sinal.

Por outro lado, o uso de algoritmos bioinspirados como o Algoritmo Genético (AG), a Otimização por Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization* ou PSO) e a Evolução Diferencial (ED) é comum em problemas de otimização. [Boccatto et al. 2012] mostra que o PSO e o ED podem chegar bem próximo das estimativas DOA desejadas quando há um número suficiente de avaliações da função objetivo, melhor do que o MODE e o MODEX na condição avaliada. Contudo, o esforço computacional deles é significativamente maior.

Assim, em [Boccatto et al. 2013], os autores utilizaram uma técnica de filtragem espacial dos sinais de entrada proposta em [Krummenauer et al. 2010] de duas maneiras. A primeira é a redução do ruído presente no sinal de entrada, proporcionando um desempenho mais robusto de estimação DOA no cenário avaliado, com uma significativa redução no erro de estimação em baixos valores de SNR. A segunda, mais inovadora, utiliza a informação presente na transformada de Fourier desse filtro espacial como a função densidade de probabilidade para gerar a população inicial de partículas do processo bioinspirado de otimização. Isso permite reduzir significativamente o número de avaliações da função objetivo quando comparado a um processo de geração de partículas utilizando uma distribuição uniforme.

Entretanto, os resultados apresentados em [Boccatto et al. 2013] consideraram apenas o CLONALG (*Clonal Selection Algorithm*) proposto em [de Castro and Von Zuben 2002]. Ainda, o filtro espacial proposto em [Krummenauer et al. 2010] foi analisado em [Lemos et al. 2016] e constatou-se que, embora favoreça a situação de fontes de sinal espacialmente próximas, ele pode *deteriorar* os sinais de fontes de sinal espacialmente afastadas, aumentando significativamente o erro de estimação nessa situação não abordada. Por fim, assim como esse filtro espacial, o espectro diferencial [Ferreira and Lemos 2005] indica regiões onde provavelmente existem fontes de sinal, mas com uma resolução sensivelmente maior.

Portanto, o objetivo deste trabalho é avaliar o AG, o PSO e o ED considerando fontes de sinal espacialmente próximas e afastadas, com a aplicação de um filtro espacial mais adequado à estimação DOA e independente do espaçamento entre as fontes de sinal. Durante a geração da população inicial de partículas, o espectro diferencial é aplicado como a função densidade de probabilidade para aprimorar os processos bioinspirados de otimização. Isso permite o seu bom funcionamento mesmo com uma quantidade bem reduzida de partículas, diminuindo o esforço computacional.

2. Fundamentação Teórica

Considere M sinais de campo distante e de faixa estreita incidindo nos ângulos DOA θ_m , $m = 1, \dots, M$, em uma ULA composta por K sensores espaçados em meio comprimento de onda, com $K > M$. O conjunto das N amostras (ou *snapshots*) do sinal ruidoso é modelado como [Gershman and Stoica 1999]:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{A}\mathbf{s}(n) + \mathbf{n}(n), \quad (1)$$

para $n = 1, \dots, N$, onde $\mathbf{y}(n) \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ é o vetor dos dados ruidosos; $\mathbf{s}(n)$ e $\mathbf{n}(n) \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ são respectivamente os vetores de sinal e de ruído branco aditivo considerando o modelo de sinal incondicional [Stoica and Nehorai 1990]; $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\omega_1), \dots, \mathbf{a}(\omega_M)]$ é a matriz $K \times M$ dos vetores de direção $\mathbf{a}(\omega_m) = [1, e^{-j\omega_m}, \dots, e^{-j(K-1)\omega_m}]^T$ para cada uma das M frequências $\omega_m = \pi \sin \theta_m$.

A matriz de covariância espacial \mathbf{R} , calculada a partir dos dados ruidosos, é dada por $\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}$, onde \mathbf{I} é a matriz identidade; $(\cdot)^H$ é o operador conjugado-transposto; σ^2 é a potência desconhecida de ruído. Como este trabalho considera fontes de sinais descorrelacionados, $\mathbf{C} = \mathbf{I}$. \mathbf{R} pode ser estimada e decomposta em autovalores e autovetores como [Lopes et al. 2003]:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n) \quad (2)$$

$$= \sum_{k=1}^K \hat{\lambda}_k \hat{\mathbf{e}}_k \hat{\mathbf{e}}_k^H, \quad (3)$$

onde $\hat{\lambda}_k$ é cada um dos K autovalores de $\hat{\mathbf{R}}$ em ordem decrescente de magnitude e $\hat{\mathbf{e}}_k$ são os autovetores correspondentes. Os primeiros $\bar{M} = \min[M, \text{posto}(\mathbf{C})]$ autovalores, em

conjunto com $\hat{e}_1, \dots, \hat{e}_{\bar{M}}$, abrangem o subespaço de sinal, enquanto os $(K - \bar{M})$ autovalores e autovetores remanescentes abrangem o subespaço de ruído [Li and Vaccaro 1991].

O MLE, por sua vez, estima o vetor de parâmetros $\hat{\omega}$ contendo o ângulo DOA de cada fonte de sinal ao minimizar a seguinte função objetivo:

$$\hat{\omega} = \arg \min_{\Omega} \text{tr}\{[\mathbf{I} - \hat{\mathbf{A}}(\hat{\mathbf{A}}^H \hat{\mathbf{A}})^{-1} \hat{\mathbf{A}}^H] \hat{\mathbf{R}}\}, \quad (4)$$

onde $\hat{\mathbf{A}}$ é a matriz de vetores de direção para cada M -tupla na matriz Ω de soluções candidatas.

O problema de otimização apresentado na Eq. (4) possui M dimensões, é altamente não-linear e multimodal [Li and Lu 2007], exigindo um processo de busca pelo ponto ótimo com esforço computacional de ordem exponencial. Por esse motivo, esse processo não é considerado um algoritmo eficiente [Carvalho et al. 2001]. A Figura 1 ilustra o espaço de soluções do MLE considerando uma ULA formada por $K = 10$ sensores amostrando $N = 100$ *snapshots* dos sinais de $M = 2$ fontes com ângulos DOA $\theta_1 = 10^\circ$ e $\theta_2 = 15^\circ$, uma situação onde as fontes de sinal estão espacialmente próximas.

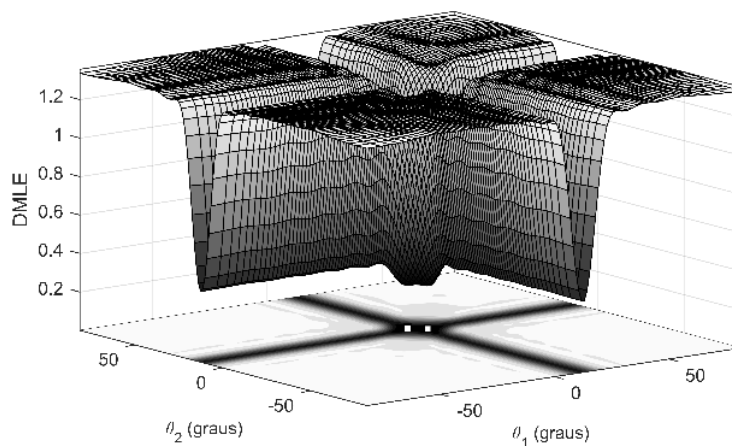


Figura 1. Espaço de soluções do estimador de máxima-verossimilhança apresentado na Eq. (4) para fontes de sinal com ângulos DOA 10° e 15° .

Na Figura 1, é possível observar que o problema de estimação DOA é um problema de minimização, uma vez que o ponto ótimo é um mínimo global cujas coordenadas são os ângulos DOA das fontes de sinal. É importante ressaltar que existe simetria no espaço de soluções e, por isso, a solução da Eq. (4) é qualquer um dos dois pontos ótimos indicados na parte inferior dessa figura.

Porém, o MLE divide o espaço de medida em subespaços de sinal e de ruído [Hawkes et al. 2001], causando uma descontinuidade nas estimativas dos parâmetros. Dessa forma, quando ou o número de *snapshots* ou o valor de SNR diminuem até atingir um valor crítico, o MLE apresenta o *efeito de limiar* [Gershman and Stoica 1999]. Esse efeito é caracterizado por um rápido aumento no erro de estimação causado pelo deslocamento do mínimo global [Krummenauer et al. 2010]. Quando isso ocorre, o estimador não fornece resultados confiáveis de maneira consistente, uma vez que o erro de estimação

pode ser muito alto. Este trabalho considera o número de *snapshots* fixo. Assim, a *SNR de limiar* é o ponto crítico que a partir do qual o efeito de limiar aparece.

Diante disso, [Krummenauer et al. 2010] propôs o uso do máximo autofiltro espacial para maximizar a SNR do sinal amostrado pelo arranjo de sensores [Haykin 2001, Forster and Vezzosi 1987]. O objetivo dessa alteração é reduzir a influência do ruído no processo de máxima-verossimilhança apresentado na Eq. (4), produzindo a seguinte equação:

$$\tilde{\omega} = \arg \min_{\Omega} \text{tr}\{[\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\mathbf{A}}^H \tilde{\mathbf{A}})^{-1} \tilde{\mathbf{A}}^H] \tilde{\mathbf{R}}\}, \quad (5)$$

onde $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{R}}\mathbf{H}^H$ e $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{(K+L) \times K}$ é a seguinte matriz de convolução do filtro:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_L & \cdots & h_1 & h_0 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \ddots & \ddots & \\ \mathbf{0} & & h_L & \cdots & h_1 & h_0 \end{bmatrix}^H, \quad (6)$$

de tal forma que $\mathbf{h} = [h_0 \cdots h_L]$ corresponde aos coeficientes de um filtro espacial de ordem $0 < L < K$.

3. Aplicação de algoritmos bioinspirados na estimação DOA

O processo de minimização da Eq. (5) pode ser realizada de diversas maneiras. Uma delas é o *grid search*, mas ele é computacionalmente inviável, visto que o espaço de soluções tem crescimento exponencial em função do número de fontes de sinal. Assim, é desejável que se utilizem alternativas mais eficientes para a busca do mínimo global. Uma das alternativas são os algoritmos otimizadores globais bioinspirados [Pappa 2015], como o AG, o PSO e o ED.

Esses algoritmos podem ser usados para resolver problemas complexos [Pappa 2015] e multimodais mesmo que não haja um profundo conhecimento a respeito deles. Além disso, o AG foi primeiramente aplicado à estimação DOA [Starer 1990], enquanto o PSO [Kennedy and Eberhart 1995] e o ED [Storn and Price 1997], cada um com suas estratégias diferentes para varrer o espaço de soluções, foram avaliados nesse mesmo contexto em [Boccatto et al. 2012].

Esses algoritmos bioinspirados, diferentemente do *grid search*, escolhem aleatoriamente pontos de avaliação da função objetivo no espaço de soluções. Isso permite diminuir o esforço computacional dispendido. Contudo, os hiperparâmetros devem ser escolhidos apropriadamente para cobrir de maneira suficiente o espaço de soluções, uma vez que a convergência global desses algoritmos não é garantida. Ainda assim, mesmo que haja convergência global, eles não garantem a solução ótima e, sim, uma solução quase-ótima, já que a convergência local desses algoritmos normalmente é lenta [Starer 1990, Pappa 2015].

Adicionalmente, sem algum conhecimento *a priori* do problema, o processo de geração da população inicial de partículas comumente é um processo estocástico utilizando uma distribuição uniforme. Contudo, como pode-se observar na Figura 1, a solução do problema de estimação DOA está em uma pequena região no espaço de soluções.

Consequentemente, avaliar a função objetivo em uma quantidade suficiente de pontos aleatórios distribuídos uniformemente implica em um alto esforço computacional.

Assim, este trabalho avalia esses algoritmos bioinspirados no contexto da estimação DOA, adotando uma estratégia semelhante à utilizada em [Boccatto et al. 2013], mas aplicada ao AG, PSO e ED.

Com o intuito de reduzir a influência do ruído na estimação DOA, é utilizada a Eq. (5) como função objetivo, assim como foi realizado em [Boccatto et al. 2013], porém, utilizando outro filtro espacial. Isso se deve ao fato de que, embora o máximo autofiltro espacial utilizado naquele trabalho tenha reduzido significativamente a SNR de limiar em condições como fontes espacialmente próximas, ele se mostrou inadequado para a estimação DOA em outras circunstâncias [Lemos et al. 2016].

Um exemplo pode ser visto na Figura 2, que ilustra respostas em amplitude de 100 realizações independentes do máximo autofiltro espacial na ausência completa de ruído, apresentadas em preto, e no valor de SNR de -10 dB (decibéis), ilustradas em cinza. Consideram-se os mesmos parâmetros usados para a Figura 1, porém, com fontes de sinal espacialmente afastadas, com ângulos DOA $\theta_1 = 10^\circ$ e $\theta_2 = 45^\circ$.

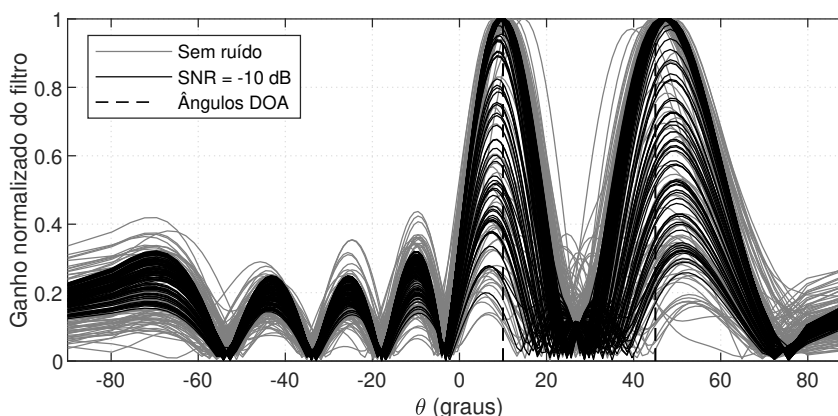


Figura 2. Respostas em amplitude de 100 realizações independentes do máximo autofiltro espacial na ausência de ruído (em preto) no valor de SNR de -10 dB (em cinza) para fontes de sinal com ângulos DOA 10° e 45° .

Na Figura 2 é possível observar que existe uma severa atenuação dos sinais dessas fontes, com os seus respectivos ângulos DOA indicados por duas linhas tracejadas verticalmente. Essa atenuação ocorre *mesmo* na ausência completa de ruído, produzindo um significativo aumento no erro de estimação e na SNR de limiar. Uma avaliação mais completa sobre a relação entre o erro da estimação DOA utilizando o máximo autofiltro espacial e o afastamento das fontes de sinal pode ser encontrada em [Lemos et al. 2016].

Em vez disso, o filtro espacial utilizado nas implementações propostas neste trabalho é calculado a partir do espectro diferencial [Ferreira and Lemos 2005]. Esse espectro apresenta picos significativamente maiores na vizinhança dos ângulos DOA das fontes de sinal mesmo para valores muito baixos de SNR, como mostrado na Figura 3.

Pode-se observar na Figura 3 que há picos proeminentes na vizinhança dos ângulos DOA das fontes de sinal mesmo no valor de SNR de -10 dB, diferentemente do máximo autofiltro espacial, que nem sempre produz bandas de passagem que envol-

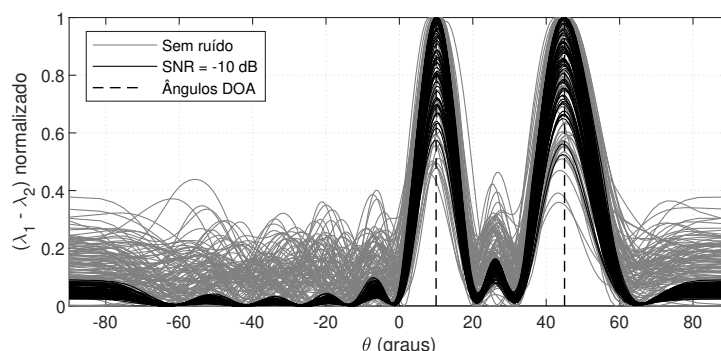


Figura 3. Realização de 100 cálculos independentes do espectro diferencial na ausência de ruído (em preto) e no valor de SNR de -10 dB (em cinza) para fontes de sinal com ângulos DOA 10° e 45°.

vem os ângulos DOA de todas as fontes de sinal espacialmente afastadas.

Dessa forma, o espectro diferencial pode ser tido como a resposta em amplitude de um filtro e, portanto, é amostrado como se estivesse no domínio da frequência. Assim, a sua resposta impulsiva, ou, em outras palavras, o vetor de coeficientes \mathbf{h} , é calculada a partir da transformada inversa de Fourier. Como esse filtro precisa apenas estimar as bandas de passagem que envolvem os ângulos DOA das fontes de sinal, ele tolera uma resolução menor [Lemos et al. 2016], permitindo adotar uma pequena quantidade de amostras do espectro diferencial. Neste trabalho foram consideradas 32 amostras, em vez das 181 amostras utilizadas na Figura 3, para calcular um filtro de ordem $L = 9$, a mesma para o máximo autofiltro espacial em [Boccatto et al. 2013].

Adicionalmente, [Boccatto et al. 2013] utiliza a resposta em amplitude do máximo autofiltro espacial também como a função densidade de probabilidade do processo aleatório de geração da população inicial de partículas. Isso permite reduzir significativamente o número de avaliações da função objetivo quando comparado a um processo de geração de partículas utilizando uma distribuição uniforme.

Porém, como já ilustrado na Figura 2, o máximo autofiltro não se mostrou adequado para a estimação DOA em situação de fontes espacialmente afastadas. Nesse contexto, este trabalho utiliza uma variação dessa estratégia. Em vez de calcular a resposta em amplitude do máximo autofiltro espacial utilizando a transformada de Fourier, usou-se o próprio espectro diferencial. Adicionalmente, como esse espectro pode ter a resolução de varredura ajustada, os picos são sensivelmente mais estreitos, trazendo vantagens no posicionamento das partículas, uma vez que elas podem estar mais próximas do mínimo global.

Por fim, este trabalho adotou uma estratégia de pré-seleção para a redução do número de partículas utilizadas pelos algoritmos bioinspirados. Isso foi feito ao considerar apenas o subconjunto das G melhores partículas dentre a população das J partículas iniciais, com $G < J$, para diminuir o esforço computacional. Efetivamente, o AG, PSO e ED utilizam apenas G partículas no processo iterativo de otimização.

Após todas essas alterações, o que se tem é um número muito reduzido de avaliações da função objetivo. Ainda, várias partículas estão próximas do mínimo glo-

bal, permitindo que os algoritmos bioinspirados converjam rapidamente. Esse resultado é ilustrado nas Figuras 4a e 4b, que apresentam as partículas criadas antes de se iniciar o processo iterativo de otimização do AG, PSO e ED e o espaço de soluções representado pela Eq. (5). Além disso, consideram-se, respectivamente, fontes de sinal espacialmente próximas e afastadas e o valor de SNR de -10 dB.

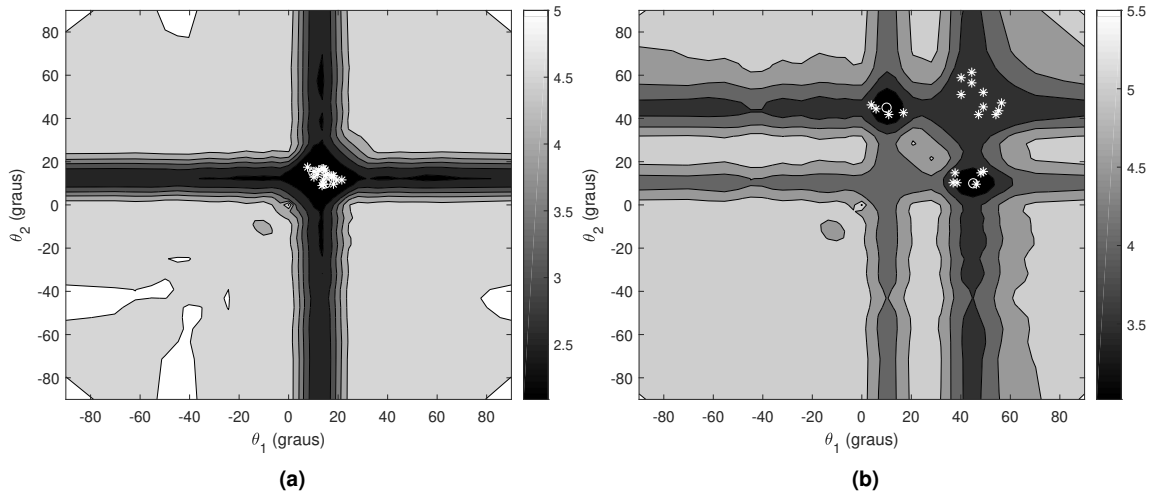


Figura 4. Posição do mínimo global (circunferência) e das partículas (asterisco) no espaço de soluções para o valor de SNR de -10 dB e fontes de sinal situadas em (a) 10° e 15° e (b) 10° e 45° .

Nessas figuras, o mínimo global está marcado por uma circunferência e cada partícula por um asterisco. Na Figura 4a, pode-se observar que existe um pequeno número de partículas e todas elas estão na vizinhança do mínimo global. A Figura 4b também ilustra partículas próximas do mínimo global, contudo, existem partículas na região próxima a $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ$, mas elas são rapidamente tidas como soluções ruins e têm menos chance de prosseguirem no processo de otimização.

4. Resultados e discussões

Nesta seção, avaliam-se os resultados do desempenho de estimação DOA do AG, PSO e ED implementados utilizando uma abordagem semelhante ao usado no CLONALG em [Bocato et al. 2013]. Eles são comparados com as implementações do PSO e ED de acordo com [Bocato et al. 2012], mas aplicando o máximo autofiltro espacial.

Para tanto, foi utilizado o método de Monte Carlo com $S = 1000$ simulações para cada valor de SNR, que varia no intervalo de -15 dB a 10 dB em passos de $1,25$ dB, totalizando 21 mil execuções de cada estimador. Considera-se uma ULA de $K = 10$ sensores espaçados em meio comprimento de onda amostrando $N = 100$ snapshots de $M = 2$ fontes de sinais descorrelacionados.

As implementações do AG, PSO e ED propostas neste trabalho utilizam um processo de pré-seleção, onde, inicialmente, são geradas $J = 100$ partículas em posições aleatórias tendo o espectro diferencial como função densidade de probabilidade. Adicionalmente, como citado na seção anterior, apenas um subconjunto dessas partículas é considerado no processo iterativo de otimização. Nesse caso, apenas as $G = 20$ melhores partículas são selecionadas para o processo de estimação DOA.

Ainda, o número máximo de iterações é $I = 50$, porém, caso seja observada a convergência do algoritmo, a estimação DOA é finalizada anteriormente. A tolerância utilizada é de $T = 10^{-6}$ rad (radianos) ou $1,8 \times 10^{-5}$ graus em termos das configurações da ULA utilizada. Observa-se também que a convergência é considerada através de um processo de janelamento. Ou seja, as 15 últimas melhores estimativas DOA são armazenadas na memória e o módulo da diferença máxima entre duas estimativas consecutivas deve ser menor ou igual à tolerância estabelecida. Quando essa condição é satisfeita, a melhor partícula é considerada a estimativa DOA final. Isso garante um mínimo de 15 iterações, ao mesmo tempo em que evita uma saída prematura do processo iterativo, principalmente quando a melhor estimativa não é alterada entre uma iteração e outra. Esse procedimento de detecção de convergência é especialmente importante, pois o elitismo (E) é adotado no AG.

Os hiperparâmetros utilizados para cada algoritmo bioinspirado proposto neste trabalho foram:

- **AG:** $E = 1$; $I = 50$; $T = 10^{-6}$ rad; $J = 100$; $G = 20$; tipo de seleção: método da roleta; a probabilidade de cruzamento é aleatória para cada par de partículas; probabilidade de mutação: 0%;
- **PSO:** $\chi = 0,333$; $\psi_p = 1,079$; $\psi_g = 3,021$; $I = 50$; $T = 10^{-6}$ rad; $J = 100$; $G = 20$, onde χ representa um fator de ponderação sobre a velocidade de movimentação das partículas; ψ_p diz qual o fator de importância da melhor posição de cada partícula na sua movimentação e ψ_g , o fator de importância da melhor posição global do enxame na movimentação das partículas;
- **ED:** $C_R = 0,8$; $F = 0,5$; $I = 50$; $T = 10^{-6}$ rad; $J = 100$; $G = 20$, onde C_R é a taxa de cruzamento e F define o tamanho do passo na direção do vetor gradiente.

A escolha dos hiperparâmetros utilizados nas implementações do PSO e do ED propostos neste trabalho não foi arbitrária. Para o PSO, χ foi avaliado no intervalo $[0, 1]$, enquanto ψ_p e ψ_g assumiam valores no intervalo $[0, 4, 1]$, respeitando a condição $\psi_p + \psi_g = 4,1$ [Kennedy and Eberhart 1995]. Para o ED, por sua vez, tanto C_R quanto F foram avaliados no intervalo $[0, 1]$.

Para evitar um número excessivamente alto de testes, todos os intervalos foram divididos em 20 partes e cada conjunto de hiperparâmetros foi avaliado através da Eq. (7). O conjunto dos hiperparâmetros escolhidos foi aquele que minimizou o erro de estimação utilizando uma implementação do método de Monte Carlo semelhante ao descrito nessa seção, porém, considerando apenas fontes espacialmente próximas, com $S = 100$.

Por sua vez, os hiperparâmetros utilizados nas implementações segundo [Boccatto et al. 2012] foram:

- **PSO*:** $\chi = 0,729$; $\psi_p = \psi_g = 2,05$; $I = 700$; $T = 10^{-6}$ rad; $J = 150$;
- **ED*:** $C_R = 0,9$; $F = 0,5$; $I = 700$; $T = 10^{-6}$ rad; $J = 150$.

Ainda, ressalta-se que as implementações segundo [Boccatto et al. 2012] não adotam o procedimento de pré-seleção para a redução da população inicial, que se mantém em $J = 150$ durante todo o processo iterativo de otimização. Além disso, a população inicial é gerada utilizando um processo estocástico com distribuição uniforme. Contudo, a função objetivo utilizada não foi a Eq. (4). Em vez disso, adotou-se a Eq. (5) em conjunto com o máximo autofiltro espacial, como utilizado pelo CLONALG em [Boccatto et al. 2013].

O desempenho de estimação de cada estimador DOA foi medido a partir da raiz do erro quadrático médio (REQM):

$$\text{REQM} = \sqrt{\frac{1}{MS} \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M (\theta_m - \hat{\theta}_m)^2}, \quad (7)$$

onde $\hat{\theta}_m$ é a estimativa do ângulo DOA θ_m para a m -ésima fonte de sinal. O cálculo do REQM para uma faixa de valores de SNR produz a curva de desempenho, que é limitada inferiormente pelo CRB [Stoica and Nehorai 1990].

De maneira sucinta, um estimador DOA é avaliado por três parâmetros distintos:

1. Pela **eficiência assintótica**, ou quando sua curva de desempenho decresce até se aproximar do CRB quando o valor de SNR aumenta [Alves 2004];
2. Pela **SNR de limiar**, que deve ser a menor possível;
3. Pelo **esforço computacional**, que, também, deve ser o menor possível, visto que existem aplicações em que a estimação DOA deve ser realizada em tempo real.

A Figura 5a apresenta as curvas de desempenho para as implementações de algoritmos bioinspirados propostas em [Boccatto et al. 2012] e para o MODEX, ilustradas em cinza, e para as implementações propostas neste trabalho, ilustradas em preto. O MODEX utiliza o filtro espacial baseado no espectro diferencial e se consideram fontes de sinal espacialmente próximas.

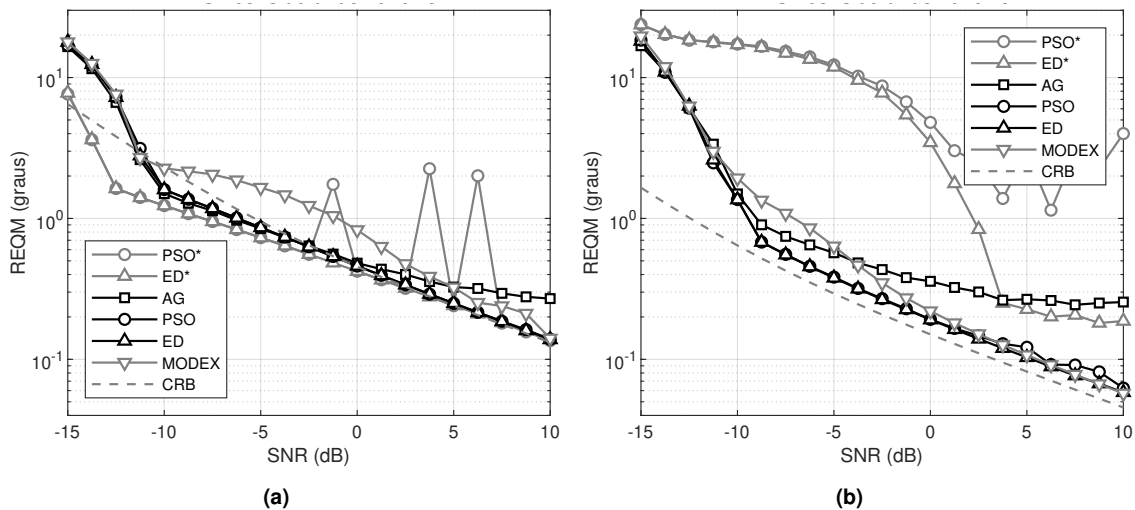


Figura 5. Raiz do Erro Quadrático Médio considerando fontes de sinal com ângulos DOA (a) 10° e 15° e (b) 10° e 45° .

Na Figura 5a, é possível observar que as implementações propostas neste trabalho possuem uma SNR de limiar de -10 dB, assim como o MODEX. Adicionalmente, as curvas de desempenho estão abaixo do CRB para valores de SNR menores que $-3,75$ dB devido ao uso de filtragem espacial. Para valores maiores de SNR, as curvas do PSO e do ED estão abaixo da curva do MODEX e estão próximas do CRB, indicando um baixo erro de estimação. Ainda, o AG não se mostrou assintoticamente eficiente e apresentou lenta convergência em direção ao mínimo global.

As implementações de [Boccatto et al. 2012] possuem uma SNR de limiar em $-12,5$ dB, o que é melhor, por causa do máximo autofiltro espacial, que impacta positivamente a situação de fontes espacialmente próximas em baixas SNRs. Elas possuem erro de estimação menor do que o CRB, mas, à medida em que a SNR aumenta, o PSO produz ocasionalmente um grande erro de estimação quando comparado aos outros estimadores, mostrando a importância da população inicial de partículas.

A Figura 5b apresenta as curvas de desempenho para a situação de fontes de sinal espacialmente afastadas. As implementações do PSO e ED propostas neste trabalho possuem uma SNR de limiar de $-8,75$ dB e são assintoticamente eficientes, com as curvas de desempenho próximas do CRB e abaixo da curva do MODEX, que tem SNR de limiar próximo de -5 dB. O AG, que também tem a mesma SNR de limiar, apresentou uma convergência mais lenta do que no caso anterior. Uma razão para isso é relacionado à aplicação de filtragem espacial, que achata a região próxima ao mínimo global.

A implementação do ED segundo [Boccatto et al. 2012] possui uma SNR de limiar muito acima, $3,75$ dB, além de não ser assintoticamente eficiente. O PSO [Boccatto et al. 2012] também apresentou um desempenho insatisfatório de estimação, não sendo possível determinar a sua SNR de limiar. A principal causa para esse mau desempenho é o máximo autofiltro espacial, que causou uma severa atenuação às fontes de sinal espacialmente afastadas.

As Figuras 6a e 6b ilustram respectivamente a convergência dos algoritmos bioinspirados avaliados neste trabalho considerando fontes espacialmente próximas e afastadas. Nessas figuras considerou-se um único experimento com o valor SNR de 10 dB. A Figura 6a mostra que o AG não diminuiu o erro de estimação em nenhuma iteração. O ED e o PSO propostos neste trabalho apresentaram desempenho de estimação semelhante, com vantagem para o ED ter atingido a convergência mais rapidamente. As implementações do ED e do PSO segundo [Boccatto et al. 2012] apresentaram erros de estimação um pouco maiores, com o PSO atingindo a convergência em 124 iterações.

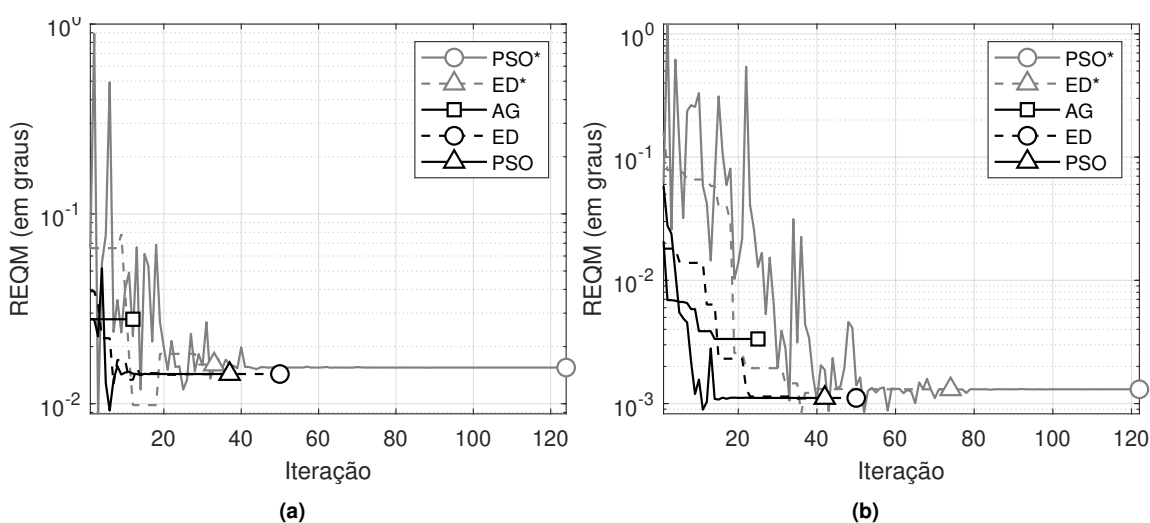


Figura 6. Convergência dos algoritmos bioinspirados considerando fontes de sinal com ângulos DOA (a) 10° e 15° e (b) 10° e 45° .

Na Figura 6b é possível observar que o AG diminuiu o erro de estimação durante o

processo de otimização. Porém, isso ainda foi insuficiente em relação às implementações propostas do ED e do PSO neste trabalho, que apresentaram os menores valores de REQM. O ED e o PSO segundo [Boccatto et al. 2012] apresentaram erros de estimação ligeiramente maiores e demandaram um maior número de iterações para atingir a convergência.

Contudo, tanto no caso de fontes espacialmente próximas quanto afastadas, é importante ressaltar que as duas implementações do ED e do PSO produziram melhores estimativas DOA no decorrer do processo de otimização, mas não foram mantidas até atingir a convergência.

Por fim, foram coletados os tempos de execução dos estimadores durante o processamento necessário para gerar a Figura 5a, com os resultados apresentados na Tabela 1. Observa-se a predominância de menores tempos de execução para os estimadores implementados neste trabalho do que os métodos implementados em [Boccatto et al. 2012]. Porém, o MODEX apresentou um tempo de execução cerca de duas ordens de magnitude menor.

Tabela 1. Tempos (em segundos) de 21 mil execuções para os estimadores considerando fontes de sinal com ângulos DOA 10° e 15°.

	PSO*	ED*	AG	PSO	ED	MODEX
Média	1,828	1,162	0,130	0,112	0,143	0,005
Mediana	1,827	1,271	0,117	0,109	0,145	0,004
Desvio-padrão	0,032	0,021	0,003	0,005	0,004	0,001
Variância	0,002	0,003	0,000	0,000	0,000	0,000

5. Conclusão

Este trabalho avaliou os algoritmos bioinspirados AG, PSO e ED no contexto da estimação DOA. Contudo, existe um trabalho que avalia o algoritmo denominado CLONALG no contexto da estimação DOA usando o máximo autofiltro espacial para reduzir a influência do ruído. Esse filtro também é utilizado na geração da população inicial de partículas. Essas duas estratégias trouxeram uma considerável redução na SNR de limiar na situação de fontes de sinal espacialmente próximas e permite reduzir significativamente o número de avaliações da função objetivo.

Por outro lado, trabalhos relacionados ao máximo autofiltro espacial não consideraram a situação de fontes de sinal espacialmente afastadas, que, posteriormente, descobriu-se ser inadequado para tal situação. Então, foi proposto um novo filtro espacial calculado a partir do espectro diferencial, permitindo diminuir significativamente o erro de estimação DOA na situação de fontes afastadas, enquanto ainda mantém um erro de estimação competitivo para fontes próximas. Seguindo um outro caminho, o espectro diferencial também permite a localização *a priori* das fontes de sinal através dos picos proeminentes que ele apresenta mesmo quando a SNR assume valores muito baixos. Essa característica o permite ser usado como uma função densidade de probabilidade no processo de geração de uma população inicial de partículas mais próximas do mínimo global.

Adicionalmente, não se conhece na literatura a aplicação do AG, PSO e ED utilizando a estratégia usada no CLONALG. Então, este trabalho traz à luz o impacto do uso dessa estratégia a esses algoritmos bioinspirados. Adiciona-se a isso o uso de um filtro espacial que permite a estimação DOA confiável em variadas condições de espaçamento de fontes de sinal, além do uso do espectro diferencial como função densidade de probabilidade, permitindo diminuir o tempo de execução desses algoritmos.

Esse aprimoramento permitiu propor implementações significativamente mais rápidas do AG, PSO e ED, sem, contudo, impactar negativamente no desempenho de estimação dos dois últimos algoritmos. O PSO e o ED produziram resultados competitivos para fontes tanto espacialmente próximas quanto afastadas. O AG, por outro lado, merece mais atenção para entender as causas da sua lenta convergência quando comparado aos outros dois algoritmos, podendo produzir uma nova implementação que apresente resultados melhores.

Referências

- Alves, C. A. (2004). *Análise Teórica e Experimental de Métodos de Estimação de DOA e de Estimação de Freqüência com Alta Resolução*. PhD thesis, State University of Campinas.
- Boccatto, L., Krummenauer, R., Attux, R., and Lopes, A. (2012). Application of natural computing algorithms to maximum likelihood estimation of direction of arrival. *Signal Processing*, 92(5):1338–1352.
- Boccatto, L., Krummenauer, R., Attux, R., and Lopes, A. (2013). Improving the efficiency of natural computing algorithms in doa estimation using a noise filtering approach. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 32:1991–2001.
- Carvalho, M. H., Cerioli, M. R., Dahab, R., Feofiloff, P., Fernandes, C. G., Ferreira, C. E., Guimarães, K. S., Miyazawa, F. K., de Pina Jr., J. C., Soares, J. A. R., and Wakabayashi, Y. (2001). *Uma Introdução Sucinta a Algoritmos de Aproximação*. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, RJ.
- Chen, S., Sun, S., Xu, G., Su, X., and Cai, Y. (2020). Beam-space multiplexing: Practice, theory, and trends—from 4g td-lte, 5g, to 6g and beyond.
- de Castro, L. N. and Von Zuben, F. J. (2002). Learning and optimization using the clonal selection principle. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(3):239–251.
- Ferreira, Y. R. and Lemos, R. P. (2005). A new DOA estimation algorithm based on angle search through the difference between the principal singular values. In *Proceedings of the International Microwave and Optoelectronics Conference*, volume 5, pages 283–286, Brasília, Brazil.
- Forster, P. and Vezzosi, G. (1987). Application of spheroidal sequences to array processing. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '87)*, pages 2268–2271, Dallas, USA.
- Fujitsu and Cisco (2008). Beamforming boosts the range and capacity of WiMAX networks. Technical report.
- Gershman, A. B. and Stoica, P. (1999). New MODE-based techniques for direction finding with an improved threshold performance. *Signal Processing*, 76:221–235.

- Hawkes, M., Nehorai, A., and Stoica, P. (2001). Performance breakdown of subspace-based methods: Prediction and cure. In *Proceedings of 2001 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '01)*, pages 4005–4008, Salt Lake City, USA.
- Haykin, S. (2001). *Adaptive Filter Theory*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 4th edition edition.
- Kennedy, J. and Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. In *IEEE International Conference on Neural Networks*, pages 1942–1948.
- Krishnaveni, V., Kesavamurthy, T., and Aparna, B. (2013). Beamforming for direction-of-arrival (DOA) estimation – a survey. *International Journal of Computer Applications*, 61(11):4–11.
- Krummenauer, R., Cazarotto, M., Lopes, A., Larzabal, P., and Forster, P. (2010). Improving the threshold performance of maximum likelihood estimation of direction of arrival. *Signal Processing*, 90(11):1582–1590.
- Lemos, R. P., e Silva, H. V. L., Flôres, E. L., Kunzler, J. A., and Beltrán, D. F. B. (2016). Spatial filtering based on differential spectrum for improving ML DOA estimation performance. *IEEE Signal Processing Letters*, 23(12):1811–1815.
- Li, F. and Vaccaro, R. J. (1991). Unified analysis for DOA estimation algorithms in array signal processing. *Signal Processing*, 25:147–169.
- Li, M. and Lu, Y. (2007). A refined genetic algorithm for accurate and reliable DOA estimation with a sensor array. *Wireless Personal Communications*, 43(2):533–547.
- Liberti, J. C. and Rappaport, T. S. (1999). *Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Lopes, A., Bonatti, I. S., Peres, P. L. D., and Alves, C. A. (2003). Improving the MODEX algorithm for direction estimation. *Signal Processing*, 83(9):2047–2051.
- National Instruments (2018). The road to realizing 5g technologies. Technical report.
- Pappa, G. L. (2015). *Notas de aula em Conceitos e Aplicações em Aprendizagem de Máquina*. Departamento de Ciência da Computação da Universidade Federal de Minas Gerais.
- Storer, D. (1990). *Algorithms for Polynomial-Based Signal Processing*. PhD thesis, Yale University.
- Stoica, P. and Nehorai, A. (1990). Performance study of conditional and unconditional direction-of-arrival estimation. *IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing*, 38(10):1783–1795.
- Stoica, P. and Sharman, K. C. (1990). Novel eigenanalysis method for direction estimation. *IEE Proceedings F Radar and Signal Processing*, 137(1):19–26.
- Storn, R. and Price, K. (1997). Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11:341–359.