Bemerkung über einen Punkt in Riemann's „Theorie der Abel'schen Functionen".

Von

F. Franklin in Baltimore.

In Riemann's Abhandlung „Theorie der Abel'schen Functionen" (Erste Abtheilung, § 4) wird die Ableitung der Integrale zweiter Gattung aus den Integralen dritter Gattung mit folgenden Worten besprochen: „Wenn man dann $\varpi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ so nach z_1 differentiirt, dass die reellen Theile der Periodicitätsmoduln (oder auch p von den Periodicitätsmoduln) und der Werth von $\varpi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ für einen beliebigen Punkt der Fläche T constant bleiben, so erhält man eine Function $t(\varepsilon_1)$, die in ε_1 unstetig wie $\frac{1}{z-z_1}$ wird."

Dieser Differentiation liegt offenbar die Voraussetzung zu Grunde, dass $\varpi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ — und zwar jeder Zweig von $\varpi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ — als Function von z_1 und den andern bestimmenden Grössen betrachtet, sich als monogene Function von z_1 verhält, wenn jene andere Grössen constant bleiben. Diese Voraussetzung trifft indessen nicht zu, wenn die reellen Theile der Periodicitätsmoduln constant bleiben. Ein Periodicitätsmodul kann nämlich als Differenz zwischen den Werthen von zwei Zweigen der Function ϖ in demselben Punkte der Fläche aufgefasst werden, und wenn die Function monogen in Bezug auf z_1 wäre, so wäre auch diese Differenz monogen. Da aber der reelle Theil dieser Differenz sich nicht ändert, ist ihr Differential stets rein imaginär, wie man auch das Differential von z_1 wählen mag; die Differenz ist also nicht eine monogene Function von z_1, wenn sie nicht eine Constante ist. Wenn man also die Monogenität von $\varpi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ als Function von z_1 bei Festhaltung der reellen Theile der Periodicitätsmoduln voraussetzt, ist man zu der Folgerung gezwungen, dass die Periodicitätsmoduln alle constant sind, was, wie man leicht sieht, unmöglich ist.

Der Fall wo an Stelle der reellen Theile der Periodicitätsmoduln p von den Periodicitätsmoduln festgehalten werden, ist selbstverständlich einem ähnlichen Einwande nicht unterworfen.

Königsberg i. Pr., den 16. März 1892.