

621.923.1 : 534.015

### 心なし研削におけるびり振動\*

(第1報, 自励振動発生時の成円機構)

古川勇二\*\*, 宮下政和\*\*, 塩崎 進\*\*

#### 1. 緒 言

心なし研削における幾何学的な成円機構は従来, 米津らによって詳しく研究されてきている。これらの幾何学的考察では, 入力源として工作物面に初期うねりがある場合<sup>(1)</sup>, あるいは規則および不規則強制振動がある場合<sup>(2)(3)</sup>について考察されている。また最近, 宮下<sup>(4)</sup>, Rowe<sup>(5)</sup>, Reeka<sup>(6)</sup>は, ある幾何学的条件のもとでは, 機械の振動とは無関係にうねりが発散すること, すなわち幾何学的条件のみで不安定になりうることを明らかにした。これらの結果, 真円度を最良にできる心高角が求められている<sup>(6)~(8)</sup>。

しかし自励振動が発生していれば, 実際の成円機構は以上の幾何学的考察のみでは解明できない。

さて Gurney<sup>(9)</sup>, Rowe<sup>(5)</sup>らは, 1回転前の工作物の形状が現在の切込深さにフィードバックされるために(再生効果), 不安定研削領域が存在することを指摘した。しかしこれらの研究では, 安定限界線図を得ることを目的としているために, 不安定域での複雑な成円機構を初めとする諸現象の解明には至っていない。また Gurney らの提案した安定限界線図によれば, 実用上普通におこなわれている作業は, ほとんどの場合不安定域にある。しかしほとんどすべての実作業にびりが伴っているとは考えられない。

第1報では, まず工作物外周面のうねり発生に基づく再生効果に着目し, 幾何学的に安定域にあるものが再生効果と研削系の動特性とによって不安定域に移り, その結果自励振動が発生する機構, および自励振動が定常化した状態で振動が保存される機構, すなわち定常状態における加工系の安定判別をベクトル軌跡によって解析して, 自励振動発生時の成円機構を明らかにし, ついで Gurney らの解析によれば不安定域にある条件においても, 自励振動が生じない場合があることを実験によって確認した。

#### 2. 成 円 機 構

2.1 心なし研削系の閉ループモデル 図1に示すように, 工作物端面の任意の仮中心  $O_w$  を選び, さらに工作物面に固定した任意の基準線  $\overline{O_w X}$  からの回転角  $\varphi$  を変数として, 工作物形状  $r_w'(\varphi)$  を接線極座標表示する。  $r_w'(\varphi)$  を  $\varphi$  に関して  $2\pi$  を周期とするフーリエ級数に展開すれば,

$$r_w'(\varphi) = r_{w0} + r_{w1} \cos(\varphi + \beta_1) + \sum_{n=2}^{\infty} r_{wn} \cos(n\varphi + \beta_n)$$

図1には偏心量  $r_{w1}$  が零となるように仮中心  $O_w$  を選んだ場合を示した。このとき仮中心  $O_w$  は平均円  $r_{w0}$  の中心と一致する。ここで平均円  $r_{w0}$  からの偏差をもって工作物真円度関数  $r_w(\varphi)$  とすれば,

$$r_w(\varphi) = \sum_{n=2}^{\infty} r_{wn} \cos(n\varphi + \beta_n)$$

工作物外周のうねりの1成分のみに着目し,

$$r_w(\varphi) = r_{wn} \cos n\varphi$$

工作物が図1に示す幾何学的配置におかれていれば, 切込深さ  $t_w(\varphi)$  は,

$$t_w(\varphi) = r_w(\varphi - 2\pi) - \varepsilon' r_w(\varphi - \varphi_1) + (1 - \varepsilon) r_w(\varphi - \varphi_2) + s_i(\varphi) \dots \dots \dots (1)$$

ただし  $s_i(\varphi)$  は工作物とといし間の相対的な接近量である。また  $\varepsilon'$  と  $(1 - \varepsilon)$  は, おのおの工作物と受板との接点B, および工作物と調整といしとの接点Cに

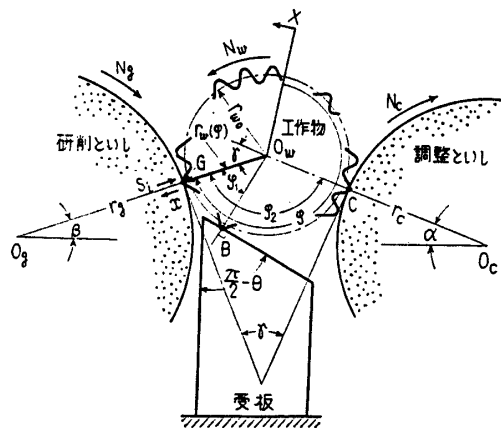


図1 心なし研削における工作物の幾何学的配置条件

\* 昭和42年10月15日 創立70周年記念東京祝賀会講演会において講演, 原稿受付 昭和44年2月1日。

\*\* 正員, 東京都立大学工学部(東京都世田谷区深沢2-1-1)。

における単位高さの工作物突起部が、切込深さにおよぼす割合であって、

$$\begin{aligned} \epsilon' &= \sin(\alpha + \beta) / \cos(\theta - \alpha) \\ (1 - \epsilon) &= \cos(\theta + \beta) / \cos(\theta - \alpha) \end{aligned}$$

また  $r_w(\varphi)$  は  $O_w$  からの外向き法線を正、 $t_w(\varphi)$ ,  $s_i(\varphi)$  は内向き法線を正にとってある。

同時に 1 回転ごとの工作物形状と切込深さとの関係は、

$$r_w(\varphi) = r_w(\varphi - 2\pi) - t_w(\varphi) \quad \dots\dots(2)$$

となり、これが再生効果といわれている。

研削力によって工作機械の各要素は弾性変形  $x(\varphi)$  を生じ、 $x(\varphi)$  はといしと工作物間の接近量にフィードバックされる。接線分力によるフィードバック量は無視できるので、半径分力  $p_{gr}(\varphi)$  のみに着目すれば十分であろう。切込深さと半径分力は比例すると考え、その比例定数を研削剛性  $k_c$  とすれば

$$p_{gr}(\varphi) = k_c t_w(\varphi) \quad \dots\dots(3)$$

$$x(\varphi) = p_{gr}(\varphi) / y_m(\varphi) \quad \dots\dots(4)$$

ここで  $y_m(\varphi)$  は工作物保持系と工作物自体の剛性で決まる等価動剛性である。受板系および工作物自体の動剛性は一般には両といし系に比べて高く、実際に現われるびびりに直接関与しないことを考慮すれば、 $y_m(\varphi)$  を図 2 に示すような 2 自由度二次系に置いてよいであろう。したがって

$$\begin{aligned} \frac{1}{y_m(\varphi)} &= \frac{1}{y_g(\varphi)} + \frac{1}{y_c(\varphi)} \\ \begin{cases} y_g(\varphi) = m_g \frac{d^2 x}{d\varphi^2} + c_g \frac{dx}{d\varphi} + k_g x \\ y_c(\varphi) = m_c \frac{d^2 x}{d\varphi^2} + c_c \frac{dx}{d\varphi} + k_c x \end{cases} \end{aligned}$$

供試研削盤の両といし系間の相対的な振動変位特性を測定すると、図 3 に示すようにおもに研削といし系で決まると考えられる約 90 Hz の第一次共振点と、調整といし系で決まると考えられる約 150 Hz の第二次共振点をもって、 $y_m(\varphi)$  を近似的に 2 自由度系としてよいことがわかる。

さて、工作物回転角  $\varphi$  を時間軸にとって式 (1) ~ (4) をラプラス変換すれば

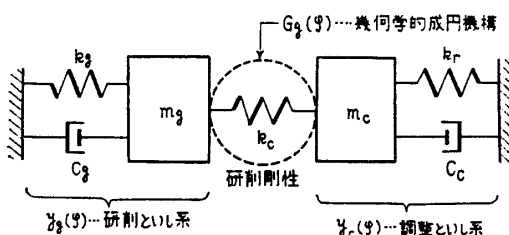


図 2 心なし研削系の等価モデル

$$\frac{R_w(s)}{S_i(s)} = \frac{1}{1 - \epsilon' e^{-\nu_1 s} + (1 - \epsilon) e^{-\nu_2 s}} \quad \dots\dots(5)$$

$$\frac{T_w(s)}{R_w(s)} = 1 - e^{-2\pi s} \quad \dots\dots(6)$$

$$\frac{P_{gr}(s)}{T_w(s)} = k_c \quad \dots\dots(7)$$

$$\frac{X(s)}{P_{gr}(s)} = \frac{1}{Y_m(s)} \quad \dots\dots(8)$$

ただし式 (5) は、工作物とといし間の振動変位  $S_i$  が、そのまま工作物面上のうねりとして移る場合に成り立つ。塩崎<sup>(10)</sup>らは、振動変位がそのまま工作物面上にうねりとして移らず、といしと工作物間の相対速度と振動数および振幅の影響を受けることを幾何学的に解析している。いまうねりの振幅対振動の振幅を表わす非線形係数を  $C_{non}(S_i, N_g/N_w)$  とすれば、式(5)は厳密には次のようになる。

$$\frac{R_w(s)}{S_i(s)} = \frac{C_{non}(S_i, N_g/N_w)}{1 - \epsilon' e^{-\nu_1 s} + (1 - \epsilon) e^{-\nu_2 s}} \quad \dots\dots(9)$$

さて式 (6) ~ (9) を用いて図 2 の心なし研削系モデルをブロック線図表示すれば図 4 の A のようになる。ここで加工中研削系に加わる外乱は、研削力に変動を

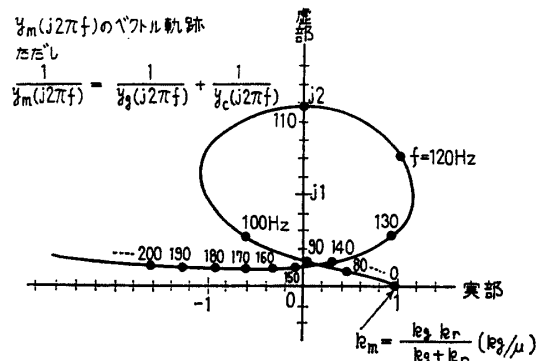


図 3 供試研削盤の両といし系間の動剛性

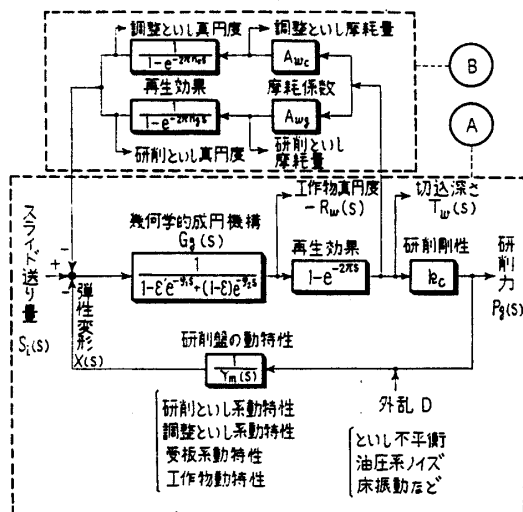


図 4 心なし研削系のブロック線図表示

与えて加工精度を支配するが、この外乱源には機械の内外部より伝達されるノイズなどが種々の形で存在している。

たとえば供試研削盤について、無負荷運転時の両といし軸受間の相対振動変位を測定してそのパワースペクトラムを求めてみると、図5に示すように0~100 Hz に著しい外乱が存在していることがわかる。ここで25Hzは研削といしの不つきあい、85Hzと160Hzは両といし系間の共振特性の影響と考えられる。

ところで研削作業では、工具であるといし面上にもうねりが形成されて再生効果をもつと考えられるが、この場合も工作物面にうねりが生じる場合と同様な手法が適用でき、その結果を図4のBに示した。安定判別の立場で考えればA, B, およびA+Bの3種の閉ループ系に対して、おのおの安定限界が求められる。しかしAループもBループも理論解析上まったく同じ手法を用いること、さらに実作業に立ちもどって考えてみると、工作物面にうねりが生じるびりりは研削開始後数秒で発生するため、その間のといし面の状態は変動しないと仮定して、以下Aループに関する成円機構と安定判別を検討することにする。

**2.2 幾何学的成円機構と幾何学的不安定** これらに関してはすでに研究されているが、幾何学的成円機構はびりりの発生にも大きく影響するので、本節で簡単に記しておくことにする。

図4のブロック線図より、Aループの研削系における外乱Dと加工真円度R<sub>w</sub>との関係は、

$$-\frac{R_w}{D}(s) = \frac{G_g(s)}{Y_m(s)} \frac{G_g(s)}{1+k_c(1-e^{-2\pi s})} \dots\dots\dots(10)$$

式(10)でs=jnとおけば、外乱と真円度関数間の周波数応答が求められる。ただしnは工作物1回転当

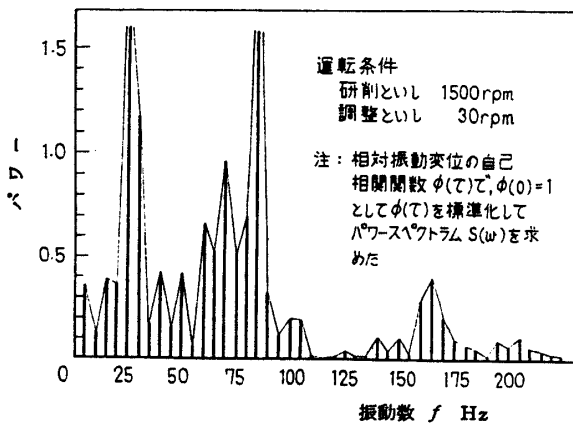


図5 無負荷運転時に両といし軸受間に発生した相対振動変位のパワースペクトラム

りの振動数、すなわち工作物外周面のうねり数を表わす。安定研削時は研削盤の静的弾性変形のみを考慮すれば十分であり、整数うねり n<sub>r</sub> について式(10)は

$$-\frac{R_w}{D}(jn_r) = \frac{G_g(jn_r)}{Y_m(j0)} \frac{G_g(jn_r)}{1+k_c(1-e^{-2\pi jn_r})} \frac{G_g(jn_r)}{Y_m(j0)} = \frac{G_g(jn_r)}{k_m} = \frac{1}{k_m} \frac{1}{1-\epsilon'e^{-\varphi_1 jn_r} + (1-\epsilon)e^{-\varphi_2 jn_r}} \dots\dots\dots(11)$$

式(11)の分母のベクトル軌跡を描けば図6のようなになる。軌跡が原点のもっとも近くを通過するような n<sub>r</sub> = n<sub>s</sub> で式(10)のゲインが最大となる。したがって入力外乱が白色雑音に近いものと仮定できるので、加工後 n<sub>s</sub> の成分のみが拡大されて、うねりとして発生することが予測される。このように安定研削時に発生するうねり数 n<sub>s</sub> は、研削盤の動特性とは無関係に幾何学的条件のみで決まり、心高角 γ が小さいときは n<sub>s</sub> = 3, 5, 7, … の奇数のうねりが、γ が大きいときは n<sub>s</sub> = [π/γ] の偶数のうねりが発生する。

加工系にといしの不つきあいなどによる明らかな規則強制外乱がはいる場合は、その振動数に対する式(10)の応答を求めればよいことになる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= n_e' \gamma & n_e', n_s \text{ は偶数} \\ \varphi_2 &= (n_s - 1) \gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

を満足しているとすれば、式(11)は

$$-\frac{R_w}{D}(jn_s) = \frac{1}{k_m} \frac{1}{\epsilon - \epsilon'} < 0 \dots\dots\dots(13)$$

となって、すなわち加工系はポジティブフィードバックとなって、研削盤の動特性とは無関係に幾何学的不

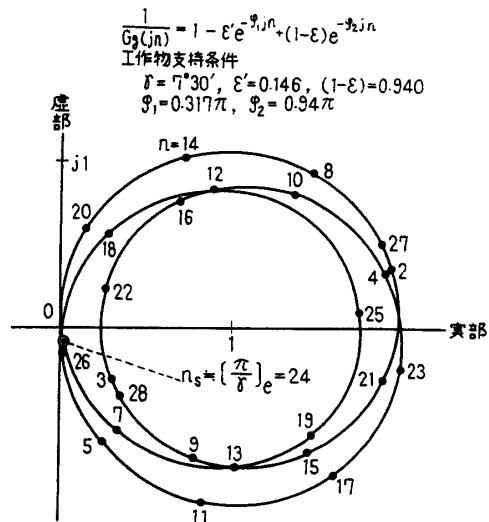


図6 幾何学的成円機構の逆ベクトル軌跡

安定になる。研削盤の静的弾性変形による角度  $\varphi_1, \varphi_2$  の誤差を考慮すると、幾何学的不安定が成立する条件は、式 (12) で決まる  $\varphi_1, \varphi_2$  を中心にある範囲をもつことになるが、それでもなお幾何学的不安定が成立する条件の範囲は狭いため、通常の研削作業で発生することはほとんどないと考えてよい<sup>(7)</sup>。

**2.3 びびり発生時の成円機構** 閉ループ心なし研削系の特性方程式  $Q_g(s)$  は式 (10) より

$$Q_g(s) = \frac{Y_m(s)}{k_c} + (1 - e^{-2\pi s})G_g(s) \dots\dots\dots(14)$$

$s=jn$  において加工系の周波数応答を求めるとき、 $Q_g(jn)=0$  ならば、うねりは工作物回転とともに発散してゆくところの安定限界にある。それゆえ、加工系の安定判別式は

$$\frac{Y_m(jn)}{k_c} + (1 - e^{-2\pi jn})G_g(jn) = 0 \dots\dots\dots(15)$$

$$\therefore \begin{cases} \left| \frac{Y_m(jn)}{k_c} \right| = |(1 - e^{-2\pi jn})G_g(jn)| \\ \angle \left\{ \frac{Y_m(jn)}{k_c} \right\} = -\angle \{(1 - e^{-2\pi jn})G_g(jn)\} \end{cases}$$

式 (15) の一つの解を  $n=n_d$  とすれば、 $n_d$  はびびり振動が発生したときの工作物外周のうねり数となり、式 (15) の関係は複素平面上で図 7 のようになる。すなわち図 7 では、式 (15) の左辺第 1 項  $Y_m(jn)/k_c$  は 1 自由度系のときに一点鎖線で示す軌跡となり、 $n=n_d$  で白矢印のベクトルをもつ。式 (15) の第 2 項は再生効果  $(1 - e^{-2\pi jn})$  と幾何学的成円機構  $G_g(jn)$  との積として表示され、前者は点線で示した単位円の軌跡を、後者は心高角によって決まりたとえば図 6 で示したようになる。 $n=n_d$  のときのおのおののベクトルを黒矢印で示し、両ベクトルの積  $(1 - e^{-2\pi jn})G_g(jn)$  の白矢印のベクトルが、 $Y_m(jn)/k_c$  のベクトルとちょうど、等大逆向きになれば式 (15) が成立する。すなわち幾何学的設定条件のみで決まる切込変化が、研削力によ

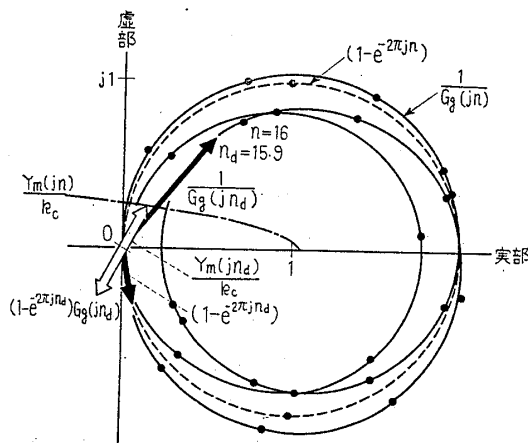


図 7 安定判別式のベクトル表示

って生じる弾性変形量と大きさが等しく逆相のときに、加工系は安定限界にあることがわかる。

ところで式 (9) で述べた非線形係数  $C_{non}$  が作用するような研削条件では、振動振幅よりもうねり振幅のほうが小さくなり、したがって再生効果も少なくなる。それゆえ  $C_{non}$  は加工系を安定化する作用があると考えられる。しかしびびりの初期発生段階では、振動振幅は非常に微小であるために  $C_{non}=1$  になる。したがって  $C_{non}$  が加工系の安定判別に影響することはないと考えられる。ただし加工系が不安定域にあってびびりが発生する場合は、振動がある程度発達してくると  $C_{non}$  が作用し始めるので、 $C_{non}$  はびびりの時間的変化過程に影響することになる。加工系が不安定域にあってびびり振動が生じる場合には、加工中に工作物面に発生するうねり数  $n_d$  は式 (15) によって決まる。式 (15) は超越関数項が含まれているために、一般に式 (15) の解  $n=n_d$  は無限に存在することになる。そこで  $n_d$  を図式に解く方法について以下に説明する。

[ $n_d$  の図式解法]

(a) 心高角  $\gamma=0$  の場合

$\gamma=0$  ならば  $\alpha=\beta=0$  したがって  $\epsilon'=0, (1-\epsilon)=1, \varphi_2=\pi,$

$$\therefore G_g(s) = \frac{1}{1 - \epsilon' e^{-\varphi_1 s} + (1-\epsilon)e^{-\varphi_2 s}} = \frac{1}{1 + e^{-\pi s}} \dots\dots\dots(16)$$

これを式 (15) へ代入して次の安定判別式を得る。

$$\frac{Y_m(jn)}{k_c} + (1 - e^{-\pi jn}) = 0 \dots\dots\dots(17)$$

式 (17) は理論的には円筒研削の場合の安定判別式にほぼ一致する。式 (17) の解  $n=n_d$  は無限に存在するので、これを図式に解くために式 (17) を移項して

$$(1 - e^{-\pi jn}) = -\frac{Y_m(jn)}{k_c} \dots\dots\dots(18)$$

式 (18) の左辺および右辺をおのおの複素平面上に描

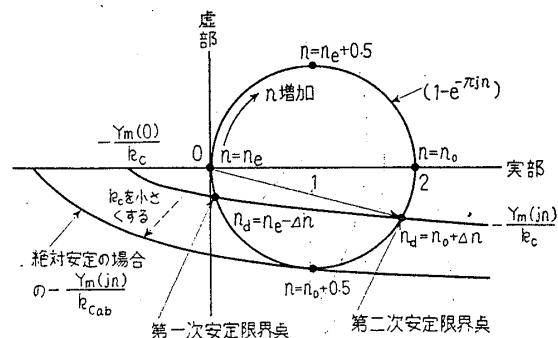


図 8 心高角  $\gamma=0$  の場合の  $n_d$  の図式解法

けば, 図8に示すような2軌跡が得られる. 2軌跡が交われば, 必ずその交点上で式(17)が成立し, 加工系が不安定になって自励振動が発生する. 2軌跡が交わらなければ, 式(17)の解は存在せず, 加工系は絶対安定になる. 図8は  $Y_m(jn)$  を1自由度二次系とした場合の例である. ここで  $Y_m(jn)$  は振動数  $f$  を変数にとって,  $(1 - e^{-2\pi j n})$  はうねり数  $n$  を変数にとって描いているので, 2軌跡の交点上での振動数  $f_c$  になるように工作物回転数  $N_w = f_c/n_d$  を選べば式(17)が成立し, 加工系が安定限界にあることがわかる.

表1 心高角  $\gamma=0$  の場合に発生するびびり振動の特性

ただし  $\frac{1}{Y_m}(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$  で  $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$  が微小な場合

	びびり振動数 $f_c$ Hz	研削盤の動特性 $\angle\left\{\frac{1}{Y_m(jn)}\right\}$	幾何学的切込変化 $\angle(1 - e^{-2\pi j n})$	うねりの位相差 $\angle(R_{wn}/R_{wn-1})$
I	$f_{c1} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$	$-90^\circ$	$-90^\circ$	$-0^\circ$
II	$f_{c2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k+2kc}{m}}$	$-180^\circ$	$0^\circ$	$+0^\circ$

表2 心高角  $\gamma \neq 0$  の場合に発生するびびり振動の特性

ただし  $\frac{1}{Y_m}(s) = \frac{1}{m_0s^2 + c_0s + k_0} + \frac{1}{mcs^2 + ces + k_r}$  で  $c_0, c_c$  が微小な場合

	びびり振動数 $f_c$ Hz	研削盤の動特性 $\angle\left\{\frac{1}{Y_m(jn)}\right\}$	幾何学的切込変化 $\angle(1 - e^{-2\pi j n})G_0(jn)$	うねりの位相差 $\angle(R_{wn}/R_{wn-1})$
I	$f_{c1} \approx f_{n1}, f_{n2}$	$-90^\circ, -270^\circ$	$-90^\circ$	$-0^\circ$
II	$f_{c2} \gg f_{n2}$	$-360^\circ$	$0^\circ$	$-180^\circ$ 近傍

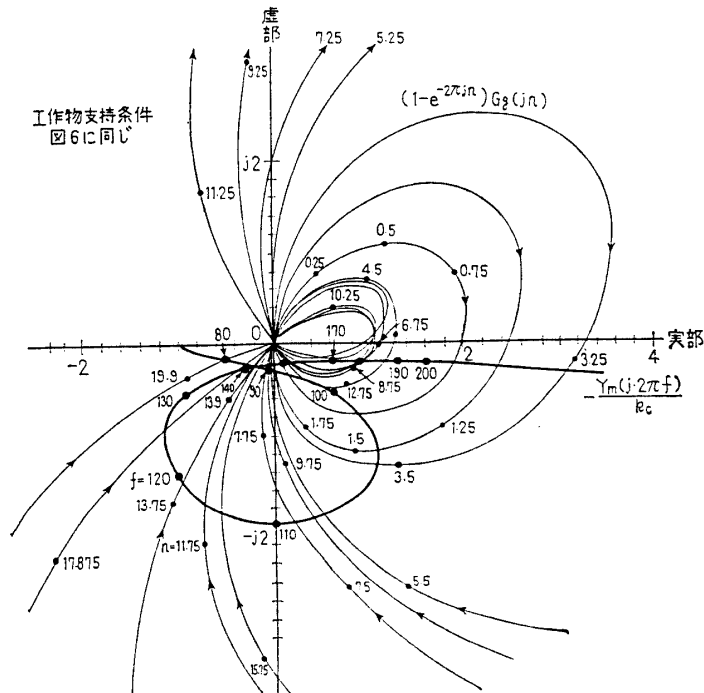


図9 心高角  $\gamma \neq 0$  の場合の  $n_d$  の図式解法

研削剛性  $k_c$  を小さくするか, あるいは研削盤の減衰を大きくすれば, 2軌跡が接するような絶対安定限界の条件が求められる. しかし現状では研削盤の減衰定数は小さく, しかも通常の研削作業における研削剛性では,  $-Y_m(jn)/k_c$  の軌跡は, 実軸に非常に近くなるので2軌跡が必ず交わり, 表1のI, IIに示した二通りの安定限界条件が求まる. 安定限界で生じるびびりのおおのこの特性を表1に示した.

(b) 心高角  $\gamma \neq 0$  の場合

式(15)を移項して

$$(1 - e^{-2\pi j n})G_0(jn) = -\frac{Y_m(jn)}{k_c} \dots\dots(19)$$

$\gamma=0$  の場合にならって式(19)の左辺および右辺を複素平面上に描けば, 加工系の安定判別を行なうことができる. 図9は  $\gamma=7^\circ 30'$ ,  $k_c=1$  の研削条件のもとでの供試研削盤に関する安定判別軌跡である. たとえば工作物回転数を  $N_w=4, 4.7, 5.5 \dots$  にすると, 加工中にびびりが生じて, うねり数  $n_d \approx 20, 18, 16 \dots$  になるびびりマークが発生することがわかる. 同じ心高角  $\gamma$  に対する幾何学的成円機構  $G_0(jn)$  と(図6) 図9を比

べると, 研削盤の固有振動数近傍で生じるびびりのうねり数  $n_d$  は安定研削時に生じるうねり数  $n_0$  とは一致せず, また  $n_d$  は幾何学的成円機構の軌跡上で第1象限内にあることがわかる. このことは種々の研削条件に対して同様に加工系の安定判別を行なってみると, 心高角  $\gamma$  とは無関係に一般的に成り立つことがわかる. これらの結果から, 機械の減衰が無視できる場合に生じるびびりの特性を整理してみると, 表2のようになる. ところで表2のIIの場合のびびりでは, 工作物1回転あたりのうねりの位相差が一般に  $180^\circ$  近傍になる. ところがうねりの位相差が大きいと, 振動の初期発生段階における微細なうねりは消失されやすく, びびりとして発達し難いと考えられる. またIIのびびりでは, びびり振動数が機械の固有振動数よりもかなり高くなるために, びびりとして認めうるようなうねり数が発生するには, 工作物回転数もかなり

高くしなければならず、したがって実用上行なわれている研削条件のもとでは発生し難いと考えられる。これらの理由から、理論的には表 2 の I, II の二とおりのびびりが存在するが、実際には研削盤の固有振動数近傍で生じる I のびびりのみが発生するものと考えられる。

3. 実験装置および実験方法

供試研削盤：大宮製作所製 OC16S 心なし研削盤 (無段変速装置付)

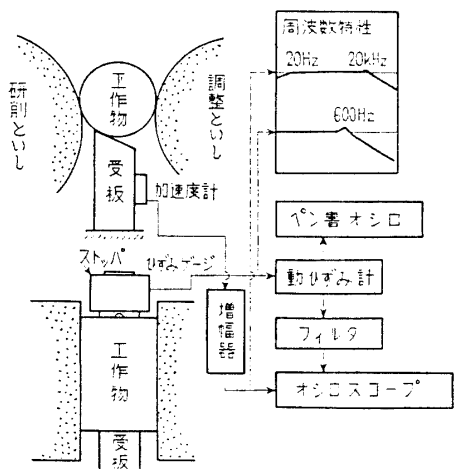


図 10 実験装置の概略図

研削といし：WA60LV 405×150

研削といし目直し条件：切込み  $2/100\phi \rightarrow 2/100\phi \rightarrow 0$   
送り  $3/100 \text{ mm/rev}$

研削方式：送り込湿式研削

工作物：S40C  $20\phi \times l_w$  単純円筒体

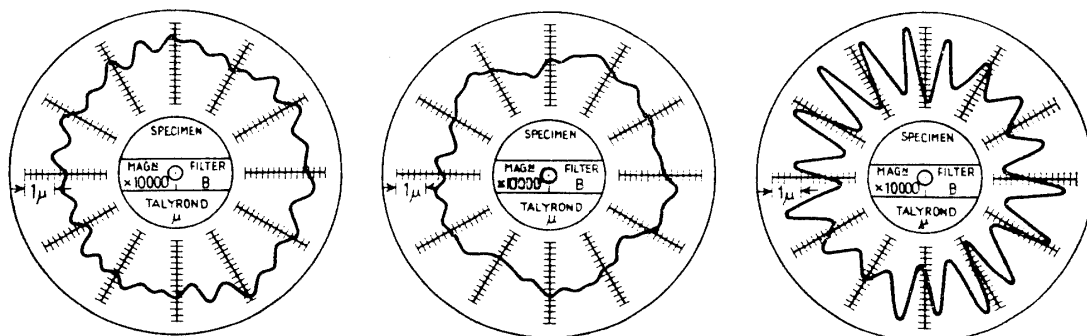
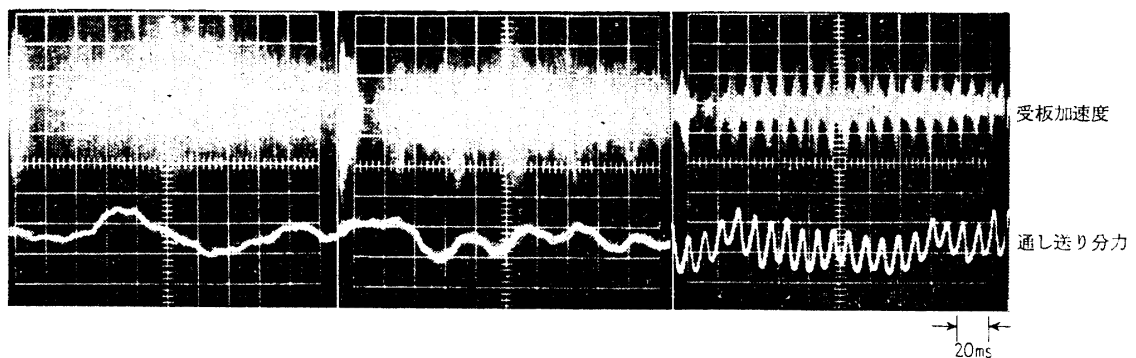
研削前真円度： $0.5 \sim 1.0 \mu$  規則的うねりがない

図 10 に示すように研削力の通し送り分力をストップにはりつけたひずみゲージによって、および受板の加速度を圧電形加速度計で測定記録した。また定常状態における安定判別を行なえるように、研削とりしを  $0.1 \text{ mm}\phi$  に設定した。本研究では工作物面のうねりに着目し、といし面のうねりの影響をとり除きうるように、研削といしの目直しは毎試料研削ごとにおこなった。

4. 実験結果と考察

図 11(a)~(c) には、おのおの安定研削時、強制振動発生時、および、びびり振動発生時の振動波形と加工真円度グラフとを示してある。

(a) 安定研削時は研削力中に著しい振動成分が認められず、加工真円度も良好である。この場合、幾何学的成円機構のゲイン特性によってうねり発生機構が支配されていると考えられるので、加工後の工作物面のうねり数は、図 6 を参照して  $n_e = [\pi/\gamma]_e = 24$  とな



(a) 安定研削時  
S40C,  $19.4\phi \times 40$

(b) 強制振動発生時  
S40C,  $19.4\phi \times 40$

(c) 自励振動発生時  
S40C,  $19.4\phi \times 95$

研削条件：心高角  $\gamma = 7^\circ 30'$ 、とりしろ  $30 \mu$ 、工作物回転数  $N_w = 5.2 \text{ rps}$

図 11 加工中の振動と加工真円度の関係

るが、これは測定結果に一致している。

(b) 不可避な不規則外乱と、といし不つりあいによる 25 Hz の強制振動が幾何学的成円機構への入力源と考えられる場合、前者は (a) と同様に  $n_s=24$ 、後者は図 6 によれば幾何学的成円機構のゲイン特性は低い、入力レベルが不規則外乱に比べて高いために  $n_f=f_f/N_w=25/5.2\approx 5$  のうねりを加工真円度に与えていると考えられる。

(c) 研削の進行に伴ってしだいにうなり音が生じ

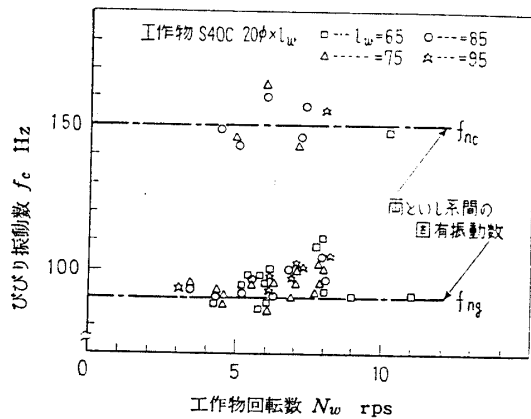


図 12 研削条件とびびり振動数

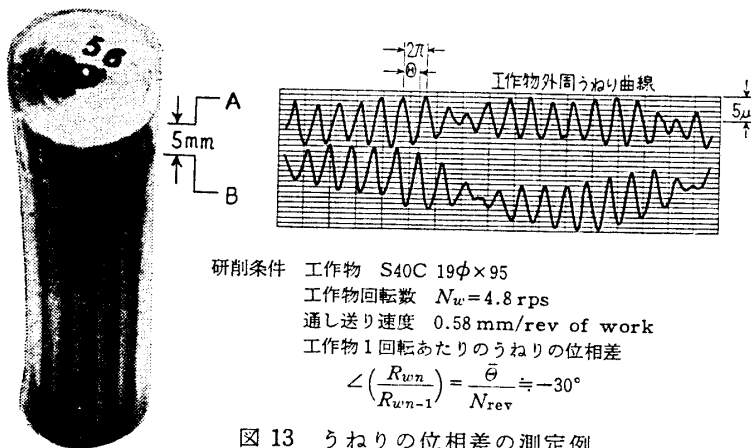


図 13 うねりの位相差の測定例

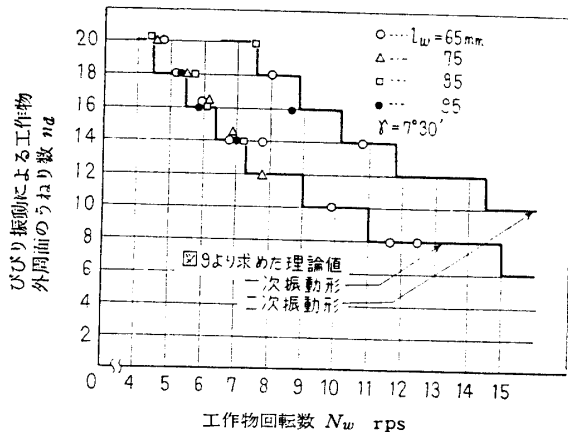


図 14 びびり振動による工作物外周面のうねり数

る場合は、明らかに研削中にびびり振動成分  $f_c=95$  Hz が現われて加工真円度も悪化する。このときのうねり数  $n_d=f_c/N_w=95/5.2\approx 18$  は測定結果に一致し、これは図 9 を参照すれば不安定域で生じるうねりの一つであることがわかる。

このように心なし研削では、安定研削時は入力外乱と幾何学的条件が成円作用の主体となるが、不安定研削時はびびり振動が成円作用の主体となることがわかる。

図 12 には研削条件の変化に対するびびり振動数の分布を示してあるが、研削条件を変化させても発生したびびり振動数はほぼ 2 群に分けられ、両いし系間の相対的な固有振動数  $f_{n3}\approx 90$  Hz,  $f_{nc}\approx 150$  Hz の近傍に分布していることがわかる。とくに研削幅を変えても他の条件が一定ならば、すなわち研削剛性のみを変えて研削してみてもびびり振動数はほとんど一定となるが、これは表 2 の I の結果に一致する。

このようなびびり振動が保存されるためには、工作物 1 回転当たりのうねりが位相差をもち切込変動が生じる必要がある。このうねりの位相差を測定するために、初め送り込研削を十分におこない、びびりを十分発

達させた後にストップを取除いて通し送り研削を施せば、図 13 に示すようなうねりの位相差による巻しま模様を得られる。この巻しま模様から工作物 1 回転当たりのうねりの位相差を求めると、約  $30^\circ$  程度の位相遅れになっている。図 9 または表 2 によれば、このような位相遅れはびびりが機械の固有振動数近傍で生じていることを示している。このように振動数およびうねりの位相差の測定によって、実際に発生するびびりは表 2 の I の場合のみ

であって、II の場合のびびりは発生しないことがわかる。これは 2・3 節で考察したように、II の場合のびびりでは工作物 1 回転当たりのうねりの位相差が大きいことと、工作物回転数が高回転域にあることによると考えられる。

つぎにびびりの発生域について考えてみる。図 14 は  $\gamma=7^\circ 30'$  の場合について、びびりによって生じたうねり数  $n_d$  と工作物回転数  $N_w$  の関係を示してある。理論曲線は図 9 の安定判別線図よりうねり数を整数化して、すなわち工作物 1 回転当たりのうねりの位相差を無視して求めてあるので、発生するうねり数は研削剛性に無関係になる。理論値と実験値はかなりよく一致している。また工作物の設定条件によって決まる幾

何学的成円機構のベクトル軌跡上に発生したうねり数を整理したのが図 15 である。

うねり数  $n_d$  は、心高角  $\gamma$  とは無関係に  $G_g(jn)$  軌跡上の第 1 象限内の原点よりに分布している。理論的には原点よりも離れた  $n_d$  も存在するが [たとえば図 15 (a) の  $n_d=12$ ] 実験の範囲内でびびり難いのは、原点より離れた  $n$  では  $|G_g(jn)|$  が小さいために、再生効果が十分に作用するまでの初期うねりが形成され

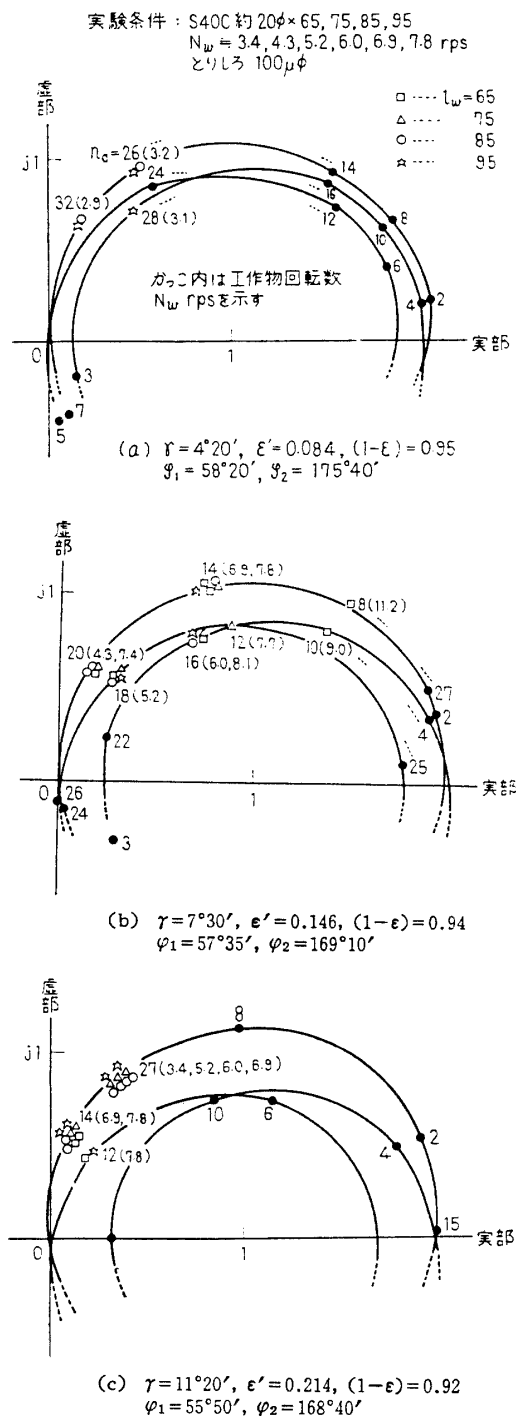


図 15 幾何学的成円機構とびびり振動による工作物外周面のうねり数

難いことが一因と考えられる。これらの結果から、設定条件とうねり数との間には次のような傾向がある。心高角  $\gamma$  が小さいときは、比較的数の大きい偶数うねりが [図 15 (a)] 発生し、 $\gamma$  の増加に伴ってうねり数が減少し [図 15 (b)], さらに  $\gamma$  を増加すると偶数うねりと同時に比較的数の大きい奇数うねりが現われる [図 15 (c)]. 従来、3, 5, 7... 山の数の小さい等径ひずみ円以外の奇数うねりの発生については説明されていないが、本研究によれば、これらは  $\gamma$  が大きいときびびりが生じた結果のうねりと考えられる。すなわち  $\gamma$  が大きいと、 $G_g(jn)$  軌跡の第 1 象限内を初めに偶数が通過した後、びびりとして識別しうる程度の奇数の  $n_d$  [たとえば図 15 (c) の  $n_d=27$ ] が通過することによる。

これらの実験結果から、継続研削時間が十分経過した後の加工系の安定判別は、2・3 節の理論によって、かなりよく説明しうる事が明らかとなった。

図 16 は研削剛性とびびり振動の発生のしやすさを示している。図 16 の実験条件は、2・3 節の定常状態における安定判別理論によれば、すべて不安定域にあるにもかかわらず、研削幅  $l_w = 40 \sim 75$  mm については、継続研削時間が短いとびびり振動が認められず、加工後のうねりも幾何学的成円特性にしたがっている。また研削剛性が大きいほど、同じ不安定域にあっても早くびびりやすい傾向がある。これらの結果から、十分継続研削した後の定常状態における解析では不安定域にあっても、研削開始直後は加工系は安定であって、幾何学的成円作用がうねり発生の主体となり、徐々にびびりによる成円作用に移行してゆくことがわかる。図 17 よりびびり振動成分が著しくなった後は、うねりは指数関数的に発散してゆく。

びびり振動が実作業における加工精度に及ぼす影響

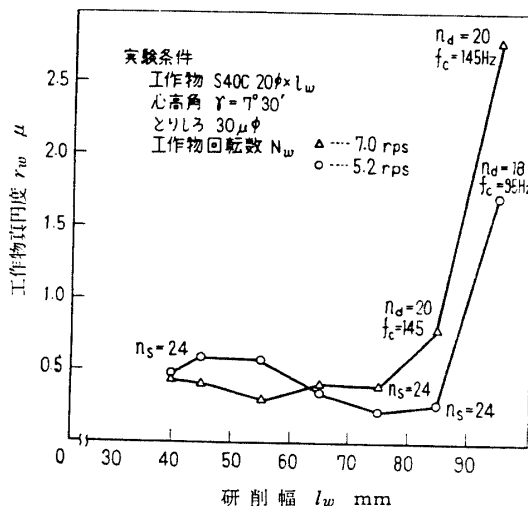


図 16 研削幅がびびり振動に与える影響



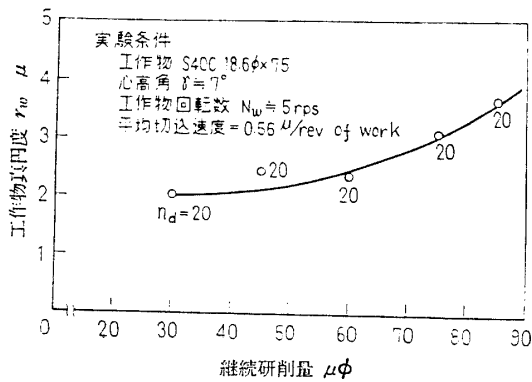


図 17 びびり振動の発達過程

を説明するには、このようなびびりの過渡特性に関して詳しく研究する必要があると考えられる。

## 5. 結 言

本研究において、従来説明されていなかった自励振動が発生した場合の成円機構を明らかにし、さらに Gurney らの解析によれば不安定域にある条件においても、自励振動が生じない場合があることを確認した。

(1) 心なし研削盤の多くの振動系の中で、研削といし系と調整といし系間の相対的な振動系が自励振動の発生上重要であり、これを近似的に2自由度系と考えてよい。この系の動剛性は、その構造上低いことが多く、自励振動が発生しやすい一因となっている。

(2) 式(10)によれば幾何学的に安定な条件であっても、研削条件と研削盤の動特性との関係によって加工系の安定判別式一式(15)が満足されれば、加工系は動的に不安定になって自励振動が発生する。自励振動発生時の工作物外周うねり数に着目して、式(15)を図式に解くことができた。

(3) その結果、実在研削盤では表2 I, IIに示す二とおりの安定限界条件が求められた。しかしIIの条件では、工作物1回転あたりのうねりの位相差が大きいため初期うねりが発生し難く、したがって再生効果が得られ難いこと、および再生効果が十分作用する

ようなりねり数が発生するには、工作物回転数がかなり高くなければならないなどを考慮すれば、実際に生じる自励振動は表2 Iの場合である。

(4) このときの自励振動数は、両といし系間の固有振動数近傍にある。

(5) また工作物外周うねり数  $n_d$  は、幾何学的条件のみで決まる安定域でのうねり数  $n_s$  とは一致せず、 $n_d$  は幾何学的成円機構のベクトル軌跡上で第1象限内の原点近傍に存在することが多い。

(6) 式(15)によれば不安定域にある条件でも、研削開始直後の過渡状態では加工系は安定であり、うねり発生機構も幾何学的成円機構に支配される。

(7) 研削剛性が大きいほど、明らかな自励振動が認められるまでの継続研削時間が短い傾向がある。また振動が発生し始めた後は、うねりは指数関数的に増大する。

本研究では以上のことがらを説明することができた。しかし自励振動が実作業における加工精度に与える影響を知るには、今後自励振動の過渡特性を詳細に解明する必要があると考えられる。おわりに本研究にあたり、熱心に実験に協力された当時の本学部学生 小林 弘、今井信洋、山口統平の諸君に深く感謝いたします。

## 文 献

- (1) 米津, 機械学会論文集, 19-86 (昭28), 53, 59.
- (2) 須田, 東京工業大学報, 25 (昭38), 1.
- (3) M. Miyashita, *Memoirs of Fac. Tech. Tokyo Metropolitan Univ.*, 15(1965), 1177; 小川・宮下, 精密機械, 24-2 (昭33), 89; 24-6 (昭33), 279; 26-3 (昭35), 169; 27-6 (昭36), 421.
- (4) M. Miyashita, *Memoirs of Fac. Tech. Tokyo Metropolitan Univ.*, 15 (1965), 1177.
- (5) W. B. Rowe & F. Koanigsberger, *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, 4 (1964), 175.
- (6) D. Reeka, *Ind.-Anz.*, 90-24 (1968), 461.
- (7) 宮下, 東京工業大学博士論文, (昭41).
- (8) W. B. Rowe, *Mach. Prod. Engng.*, 3 (1965-11), 984.
- (9) J. P. Gurney, *Trans. ASME, Ser. B*, 86-2(1964-5), 163.
- (10) 塩崎・福田, 機械学会講演前刷集, No. 108 (昭39-4), 75.