

## СРАВНЕНИЕ ФОКУСИРОВКИ КОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ ДЕБАЯ

С.Н. Хонина<sup>1,2</sup>, А.В. Устинов<sup>1</sup>, С.Г. Волоотовский<sup>1</sup><sup>1</sup>Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника», Самара, Россия,<sup>2</sup>Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия**Аннотация**

Рассмотрены различные типы импульсов и свойства их частотных спектров. Расчёты показали, что существенное различие между импульсами начинается только при очень малых длительностях (менее периода осцилляции). В этом случае импульс Гаусса становится нефизичным и нужно использовать другие типы импульсов, например, импульс Пуассона. Выполнено сравнительное моделирование фокусировки коротких импульсов апланатическим объективом при различных состояниях поляризации и порядках вихревой сингулярности в приближении Дебая. Показано, что для субциклического импульса Пуассона, имеющего значительную энергию в высоких частотах, состояние поляризации и наличие вихревой фазовой сингулярности существенно влияет на распределение в фокальной области.

**Ключевые слова:** короткие импульсы, частотный спектр, фокусировка импульсов, острая фокусировка, апланатический объектив, приближение Дебая.

**Цитирование:** Хонина, С.Н. Сравнение фокусировки коротких импульсов в приближении Дебая / С.Н. Хонина, А.В. Устинов, С.Г. Волоотовский // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 3. – С. 432-446. – DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-432-446.

**Введение**

Проблема использования коротких импульсов в системах телекоммуникаций [1–4] очень актуальна на сегодняшний день. В статье [1] рассматриваются управляемые пространственно-временные нелинейные эффекты в многомодовых волокнах для систем телекоммуникаций следующего поколения с использованием ультракоротких импульсов. В работе [2] представлено использование 70-фс оптического лазера в телекоммуникациях. Статья [3] показывает мировое распространение петаваттных лазеров. Работа [4] представляет собой исследование поведения сверхкоротких импульсов в многопроводных структурах.

Фокусировка коротких импульсных пучков [5–11] также используется в различных приложениях, таких как обработка материалов [12–17], спектроскопия [18], филаментация [19, 20], формирование наномасштабных структур [21–25], оптический захват и манипулирование [26, 27].

Для описания ультракоротких импульсов использовались разные модели. В нескольких работах используется сложная модель источника с потенциалом Герца [5, 6]. В другом подходе используются векторный и скалярный потенциалы для вывода аналитических выражений для полей сверхкоротких лазерных импульсов [7, 8]. Было обнаружено, что суперпозиция различных частотных Гауссовых пучков даёт тот же результат, что и дифференциальный подход [9]. Однако Гауссово распределение не может быть применено в случае ультракоротких импульсов, так как не обеспечивает отсутствие отрицательных частот [7]. Чтобы избежать такой ситуации, рассматривают частотно-взвешенный Гауссов спектр [8, 28], а также Пуассоновский частотный спектр [7, 9, 29, 30]. При этом увеличивается вклад высоких частот, и происходит относительное уменьшение размера фокального пятна [5, 8]. В работе [31] также был рассмотрен импульс типа Лоренца.

В данной работе рассмотрены различные типы импульсов и свойства их частотных спектров. Иссле-

дование сосредоточено на различиях, которые возникают при очень коротких длительностях (менее периода осцилляции). В этом случае спектр импульса Гаусса может включать отрицательные частоты, поэтому рассматриваются другие типы (частотно-взвешенный Гауссов импульс, импульс Пуассона), свободные от данного недостатка.

Исследовано влияние типа короткого импульса на уменьшение размера фокального пятна при острой фокусировке в приближении Дебая [32] для вихревых пучков при различных поляризационных состояниях. Такое исследование имеет значение для приложений остросфокусированных лазерных пучков, сочетающих фазовую и поляризационную сингулярность.

**1. Исследование спектральных свойств различных импульсов**

Распределение по частотам (частотный спектр) вычисляется как преобразование Фурье от временного импульса:

$$A(\omega) = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} A(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau, \quad (1)$$

где  $A(\tau)$  – функция импульса от времени,  $\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]$  – рассматриваемый временной диапазон, зависит от длительности импульса.

Рассмотрим и сравним различные типы импульсов: Гауссов, Пуассона, Лоренца, Гауссов с частотно-взвешенным спектром.

**1.1. Гауссов импульс**

$$A_G(\tau) = \exp(-(\tau - \tau_0)^2 / \sigma_\tau^2) \exp(-i\omega_0\tau), \quad (2)$$

где  $\sigma_\tau$  – длительность импульса,  $\tau_0$  – сдвиг по времени, который позволяет начать отсчёт с нулевого значения по времени,  $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$  – базовая частота,  $\lambda_0$  – базовая длина волны,  $c = 0,299$  мкм/фс – скорость света.

Соответствующий частотный спектр (1) импульса (2) можно вычислить аналитически, расширив временной диапазон до бесконечных пределов:

$$A_G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(\tau-\tau_0)^2}{\sigma_\tau^2}\right) \exp(-i\omega_0\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau = \sqrt{\pi}\sigma_\tau \exp(i(\omega-\omega_0)\tau_0) \exp\left(-\frac{(\omega-\omega_0)^2\sigma_\tau^2}{4}\right). \quad (3)$$

Выражение (3) соответствует Гауссову частотно-му распределению, сдвинутому от нуля на базовую частоту  $\omega_0$ . Ширина спектра обратно пропорциональна длительности импульса  $\sigma_\omega = 2/\sigma_\tau$ . Для очень коротких импульсов ширина спектра может оказаться настолько большой, что часть его будет приходиться на отрицательные частоты (рис. 1).

На рис. 1 показан вид Гауссова импульса при  $\tau_0 = 50$  фс и его частотного спектра для базовой частоты  $\omega_0 = 1,88$  фс<sup>-1</sup> (длина волны  $\lambda_0 = 1$  мкм) при различной длительности импульса  $\sigma_\tau$ .

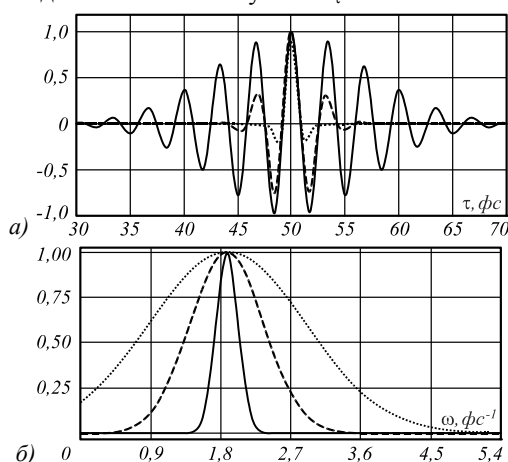


Рис. 1. Вид Гауссова импульса (а) и амплитуда его частотного спектра (б) при различной длительности импульса:  $\sigma_\tau = 10$  фс (сплошная линия),  $\sigma_\tau = 3$  фс (пунктирная линия),  $\sigma_\tau = 1$  фс (точечная линия)

Как видно из рис. 1, частотный спектр уширяется с уменьшением длительности импульса и, когда длительность становится меньше периода осцилляций, начинает заходить в отрицательные частоты. Данная ситуация не является физической, и, чтобы её избежать, часть спектра с отрицательными частотами игнорируют.

Заметим, в некоторых приложениях желательно, чтобы лазерные импульсы удовлетворяли условию отсутствия сил связи («net-force») [33], т.е. интеграл по времени в бесконечных пределах от импульса должен быть равен нулю:

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} A(\tau) d\tau = 0. \quad (4)$$

Гауссов импульс этому условию не удовлетворяет:

$$\eta_G = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(\tau-\tau_0)^2}{\sigma_\tau^2}\right) \exp(-i\omega_0\tau) d\tau = \sqrt{\pi}\sigma_\tau \exp(-i\omega_0\tau_0) \exp\left(-\frac{\omega_0^2\sigma_\tau^2}{4}\right) \neq 0. \quad (5)$$

Поэтому рассматривают другие математические модели коротких импульсов.

### 1.2. Гауссов импульс с частотно-взвешенным спектром

Чтобы решить проблему отрицательных частот, можно использовать спектр Гауссова импульса (3), взвешенный на частоту в некоторой степени:

$$A_{G,n}(\omega) = \omega^n A_G(\omega). \quad (6)$$

Вычислить соответствующий такому спектру импульс можно с помощью обратного преобразования Фурье:

$$A_{G,n}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_{\max}} A_{G,n}(\omega) \exp(-i\omega\tau) d\omega. \quad (7)$$

С учётом сдвига спектра на  $\omega_0$  можно расширить пределы интегрирования до бесконечных. Если значение  $n$  – целое неотрицательное число, то интеграл (7) вычисляется аналитически с использованием формулы:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \exp(-px^2 - qx) dx = (-1)^n \sqrt{\frac{\pi}{p}} \cdot \frac{d^n}{dq^n} \exp\left(\frac{q^2}{4p}\right). \quad (8)$$

Если нижний предел в (7) оставить равным нулю, то аналитическое выражение можно получить и для некоторых нецелых  $n$ , но формулы даже для целых  $n$  будут существенно сложнее.

Импульс, соответствующий спектру (6), будет иметь следующий вид:

$$A_{G,n}(\tau) = \exp\left(-\frac{(\tau-\tau_0)^2}{\sigma_\tau^2}\right) \exp(-i\omega_0\tau) P_n(\tau), \quad (9)$$

где  $P_n(\tau)$  – многочлен степени  $n$ . В частности,

$$\begin{aligned} P_0(\tau) &= 1, \\ P_1(\tau) &= -\frac{2i}{\sigma_\tau^2}(\tau-\tau_0) + \omega_0, \\ P_2(\tau) &= \frac{2}{\sigma_\tau^2} \left( -\frac{2}{\sigma_\tau^2}(\tau-\tau_0)^2 - 2i\omega_0(\tau-\tau_0) + \frac{\omega_0^2\sigma_\tau^2}{2} + 1 \right). \end{aligned} \quad (10)$$

На рис. 2 показан вид частотно-взвешенного Гауссова спектра (6) для  $n = 0, 1, 2$  и соответствующие импульсы (7) длительностью  $\sigma_\tau = 1$  фс.

Как видно из рис. 2а, умножение на частоту в некоторой степени смещает спектр в сторону высоких частот. В этом случае базовая частота также увеличивается. Однако существенного увеличения энергии в области высоких частот не наблюдается.

### 1.3. Импульс Лоренца

В работе [34] среди различных импульсов упоминался импульс Лоренца:

$$A_L(\tau) = \frac{1}{1+(\tau/\Delta\tau)^2} \exp(-i\omega_0\tau). \quad (11)$$

Соответствующий спектр имеет следующий вид:

$$A_L(\omega) = \pi\Delta\tau \exp(-|\omega - \omega_0|\Delta\tau). \tag{12}$$

Как видно из выражения (12), спектр симметричен относительно базовой частоты. Можно обнулить отрицательные частоты:

$$A_{Lp}(\omega) = A_L(\omega)u(\omega), \tag{13}$$

где

$$u(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega > 0, \\ 0, & \omega \leq 0. \end{cases} \tag{14}$$

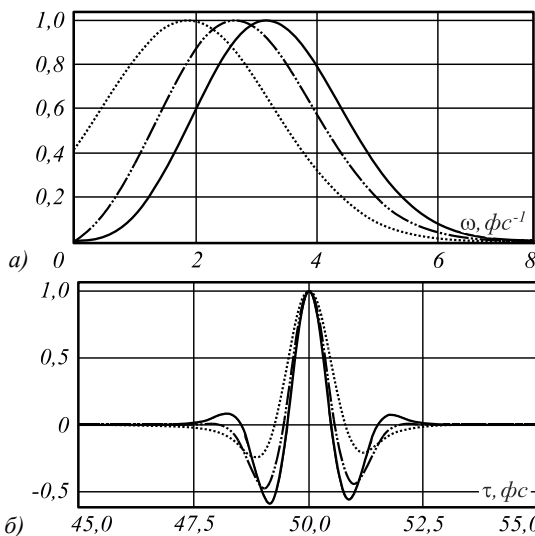


Рис. 2. Вид амплитуды частотно-взвешенного Гауссова спектра (а) и соответствующие импульсы длительностью  $\sigma\tau = 1$  фс (б) при различных значениях степени частоты:  $n = 0$  (обычный Гауссов импульс, точечная линия),  $n = 1$  (спектр, взвешенный на частоту, штрихпунктирная линия),  $n = 2$  (спектр, взвешенный на квадрат частоты, сплошная линия)

Тогда соответствующий импульс будет иметь следующий вид:

$$A_{L'}(\tau) = \left[ \frac{1}{1 + (\tau/\Delta\tau)^2} - \frac{\Delta\tau}{2} \cdot \exp(-\omega_0\Delta\tau) \frac{\exp(i\omega_0\tau)}{\Delta\tau - i\tau} \right] \times \exp(-i\omega_0\tau) = \frac{\exp(-i\omega_0\tau)}{1 + (\tau/\Delta\tau)^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\exp(-\omega_0\Delta\tau)}{1 - i(\tau/\Delta\tau)}. \tag{15}$$

В данном случае импульс стал физическим, но появилось добавочное слагаемое, которое невелико, но имеет меньшую скорость убывания, чем основное слагаемое.

На рис. 3 показан вид импульса Лоренца (11) при  $\tau_0 = 50$  фс и его частотного спектра для базовой частоты  $\omega_0 = 1,88$  фс<sup>-1</sup> при различной длительности импульса  $\Delta\tau$ .

Как видно из рис. 3б, данный вид импульса также не гарантирует отсутствия отрицательных частот в спектре для ультракоротких импульсов.

Заметим, что если в (15) положить  $\omega_0 = 0$ , то получим следующее выражение:

$$A_{L'}(\tau) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + i(\tau/\Delta\tau)}. \tag{16}$$

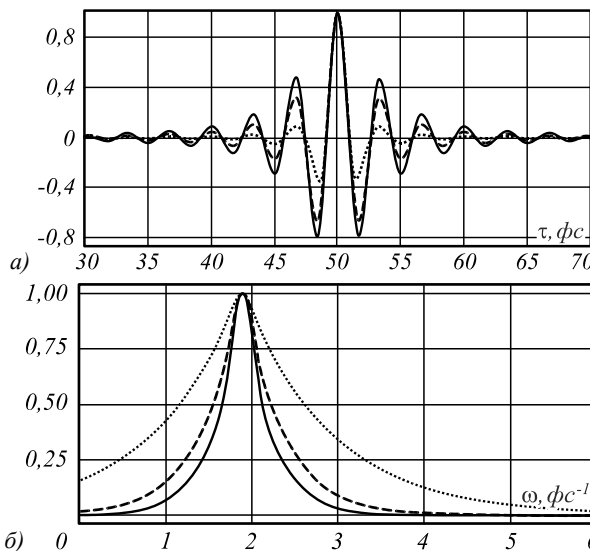


Рис. 3. Вид импульса Лоренца (11) (а) и амплитуда его частотного спектра (б) при различной длительности импульса:  $\Delta\tau = 20$  фс (сплошная линия),  $\Delta\tau = 5$  фс (пунктирная линия),  $\Delta\tau = 1$  фс (точечная линия)

Такую функциональную зависимость можно обобщить, что рассматривается в следующем пункте.

#### 1.4. Импульс Пуассона

В работе [9] был рассмотрен импульс вида:

$$A_p(\tau) = \left( \frac{i\Delta\tau}{\tau + i\Delta\tau} \right)^\alpha, \tag{17}$$

где параметры  $\alpha$  и  $\Delta\tau$  определяют длительность импульса (полуширина по уровню  $1/e$  модуля импульса):

$$T = \Delta\tau \sqrt{\exp\left(\frac{2}{\alpha}\right) - 1}. \tag{18}$$

В работе [9] для импульса (17) был выписан спектр следующего вида:

$$A_p(\omega) = \left[ \frac{\pi(\Delta\tau)^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \right] |\omega|^{\alpha-1} \exp(-|\omega|\Delta\tau). \tag{19}$$

где  $\Gamma(\alpha)$  – гамма-функция.

Однако (19) не является Фурье-образом (17). В частности, выражению (19) должна соответствовать действительная функция.

Рассмотрим спектр типа распределения Пуассона, который близок к выражению (19):

$$A_{p^*}(\omega) = 2 \left[ \frac{\pi(\Delta\tau)^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \right] \omega^{\alpha-1} \exp(-\omega\Delta\tau)u(\omega). \tag{20}$$

Спектру (20) соответствует импульс:

$$A_{p^*}(\tau) = \left( \frac{-i\Delta\tau}{\tau - i\Delta\tau} \right)^\alpha, \tag{21}$$

который комплексно сопряжён импульсу (17).

Пик спектра (20) будет наблюдаться на частоте:

$$\omega_m = \frac{\alpha - 1}{\Delta\tau}. \tag{22}$$

Чтобы сравнить этот импульс с Гауссовым, нужно согласовать их по длительности, т.е. согласовать  $T$  и  $\sigma_\tau$ . Для чего желательно в (18) оставить один параметр, например,  $\Delta\tau$ , а второй зафиксировать.

Для  $\alpha = 2/\ln 2 \approx 2,88$  получаем простое соотношение  $T = \Delta\tau$ . Однако для малых длительностей импульса удобнее использовать большие значения  $\alpha$ . Это также следует из (18):  $\exp(2/\alpha) = (T/\Delta\tau)^2 + 1$ , т.е.  $T \rightarrow 0$ . Поэтому нельзя использовать фиксированное значение какого-либо параметра.

В данной работе, чтобы учесть сдвиг по времени и базовую частоту, аналогично импульсу Гаусса (2), будем использовать следующее выражение, которое будем называть импульсом Пуассона первого типа:

$$A_p(\tau) = \left( \frac{i\Delta\tau}{(\tau - \tau_0) + i\Delta\tau} \right)^\alpha \exp(-i\omega_0\tau). \quad (23)$$

Заметим, что похожее на (23) выражение только при  $\alpha = 1$  использовалось в работе [31] и называлось импульсом Лоренца:

$$A_L(\tau) = A_0 \left( \frac{T}{T - i\tau} \right) \exp(-i\omega_0\tau). \quad (24)$$

Выражение (24) отличается от (23) множителем, а также меньшей общностью из отсутствия степени  $\alpha$ .

Выражение (24) также с точностью до множителя соответствует импульсу (17). Таким образом, физически реализуемый импульс Лоренца (17) или (24) – это частный случай импульса Пуассона первого типа (23).

На рис. 4 показан вид импульса Пуассона (23) при  $\tau_0 = 50$  фс и его частотного спектра для базовой частоты  $\omega_0 = 1,88$  фс<sup>-1</sup> при различной длительности импульса  $\Delta\tau$ . Чтобы согласовать результаты с Гауссовым импульсом, параметры  $\alpha$  и  $\Delta\tau$  нужно выбирать так, чтобы длительность была близка к Гауссову импульсу, а максимальная частота на основе формулы (22) была примерно одинаковой. Однако это сделать сложно, поэтому был зафиксирован параметр  $\alpha = 10$ , а за счёт  $\Delta\tau$  менялась длительность импульса.

Как видно из рис. 4б, проблемы отрицательных частот в спектре для ультракоротких импульсов Пуассона (23) остаются. При этом спектр смещается в зону низких частот, т.е. базовая частота не сохраняется, но гарантируется наличие высоких частот не выше максимальной (22).

Заметим, что спектр на рис. 4 имеет резкий спад справа от максимума, в отличие от теоретического спектра (20), который должен гарантировать отсутствие отрицательных частот. Это связано с тем, что импульс вида (23) является аналогом (17), а не (21). Напомним, что импульсы (17) и (21) являются комплексно-сопряжёнными, а, следовательно, их спектры будут зеркально симметричными. Т.е. спектр на рис. 4 является симметрично отражённым относительно максимальной частоты (22). Таким образом, операция комплексного сопряжения импульса является нетривиальной операцией в физическом смысле.

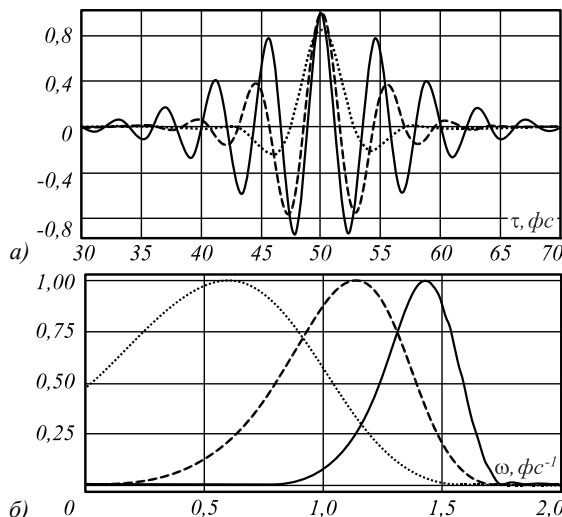


Рис. 4. Вид импульса Пуассона (23) при  $\alpha = 10$  (а) и амплитуда его частотного спектра (б) при различной длительности импульса:  $\Delta\tau = 20$  фс (сплошная линия),  $\Delta\tau = 12$  фс (пунктирная линия),  $\Delta\tau = 7$  фс (точечная линия)

Как следует из предыдущих рассуждений, импульс вида (23) неудобен для использования, так как трудно соблюсти подходящее соотношение длительности импульса и максимальной частоты. Довольно удобное для расчётов выражение для импульса Пуассона было использовано в работе [29]:

$$A_{p2}(\tau) = \left( 1 - \frac{i\omega_0\tau}{s} \right)^{-(s+1)}, \quad (25)$$

где длительность импульса определялась по формуле:

$$T = \sqrt{2s}/\omega_0. \quad (26)$$

Удобство представления (25) состоит в явном наличии базовой частоты  $\omega_0$  как параметра (который можно зафиксировать) и возможности варьировать длительность импульса за счёт одного параметра  $s$ .

Можно показать, что импульс вида (25) приводит к виду (17) следующей заменой:

$$\begin{aligned} \Delta\tau &= s/\omega_0, \\ \alpha &= s + 1. \end{aligned} \quad (27)$$

Подставив эти выражения в формулу (22), получим, что максимум спектра будет наблюдаться на частоте  $\omega_m = \omega_0$ . Если же подставить выражения (27) в (18), получим длительность импульса (25) как полширину по уровню  $1/e$  модуля:

$$T = \frac{s}{\omega_0} \sqrt{\exp\left(\frac{2}{s+1}\right) - 1}, \quad (28)$$

что совпадает с (18) при больших  $s$ :

$$T \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \frac{s}{\omega_0} \sqrt{\frac{2}{s+1}} \approx \frac{\sqrt{2s}}{\omega_0}. \quad (29)$$

Так как импульс вида (25) аналогичен (17), то, как было замечено при анализе рис. 4, спектр (в конвенции (1)) будет заходить в отрицательные частоты. Поэтому далее мы будем использовать сдвинутый и

комплексно-сопряжённый аналог (25), который будем называть импульсом Пуассона второго типа:

$$A_{P_2^*}(\tau) = \left( 1 + \frac{i\omega_0(\tau - \tau_0)}{s} \right)^{-(s+1)} \quad (30)$$

На рис. 5 показаны для сравнения импульс Гаусса и импульс Пуассона второго типа (30) с примерно одинаковой длительностью  $\sigma_\tau = 1$  фс. Чтобы получить такое соответствие, параметр  $s$  был выбран равным  $s = (\omega_0\sigma_\tau)^2/2 \approx 2$ .

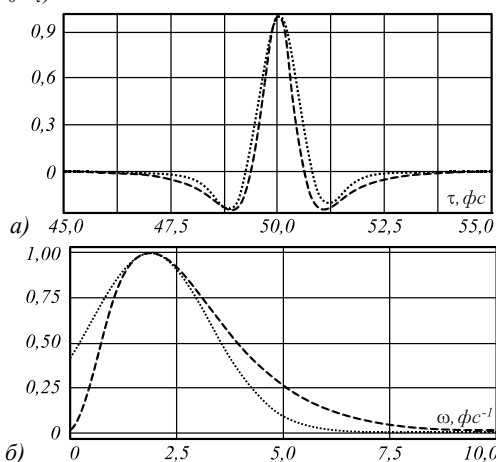


Рис. 5. Вид Гауссова импульса (2) (точечная линия) и импульса Пуассона (30) (пунктирная линия) при длительности  $\sigma\tau = 1$  фс (а), а также амплитуды соответствующих частотных спектров (б)

Как видно из рис. 5б, частотный спектр импульса Пуассона (30) не имеет отрицательных частот, максимум не смещается от базовой частоты, но имеет больше энергии в области высоких частот, чем Гауссов спектр. Импульс Пуассона довольно близок по форме к импульсу Гаусса, но медленнее «спадает» (приближается к нулевым значениям). Это означает, что импульсы Пуассона должны разделяться большим временным интервалом, чем импульсы Гаусса.

Кроме отсутствия отрицательных частот, импульс Пуассона обладает ещё одним важным свойством – удовлетворяет условию (4), т.е. интеграл от импульса по времени равен нулю:

$$\begin{aligned} \eta_p &= \int_{-\infty}^{\infty} \left( 1 + \frac{i\omega_0(\tau - \tau_0)}{s} \right)^{-(s+1)} d\tau = \\ &= \left[ x = \frac{\omega_0\tau}{s} \right] = \frac{s}{\omega_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+ix)^{(s+1)}} = \\ &= \frac{s}{\omega_0} \cdot \frac{1}{is} \cdot \frac{1}{(1+ix)^s} \Big|_{-\infty}^{\infty} = \frac{1}{i\omega_0} \cdot \frac{(1-ix)^s}{(1+x^2)^s} \Big|_{-\infty}^{\infty} = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

## 2. Расчёт поля в фокусе в приближении Дебая

Рассмотрим влияние типа короткого импульса на размер фокального пятна при острой фокусировке с помощью апланатического объектива в приближении Дебая [32]. Наиболее интересными для рассмотрения

являются Гауссов импульс (2), так как он часто используется при теоретическом анализе, и импульс Пуассона второго типа (30), как корректно удовлетворяющий физическим свойствам коротких пучков.

Для вихревого поля  $B(\theta, \phi) = R(\theta) \exp(im\phi)$ , имеющего также заданное распределение по частотам  $A(\omega)$ , распределение в фокальной области в приближении Дебая определяется следующим выражением [35]:

$$\begin{aligned} E(\rho, \varphi, z, \omega) &= -\frac{i\omega f}{2\pi c} A(\omega) \int_0^\alpha R(\theta) T(\theta) \mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta) \times \\ &\times \sin \theta \exp\left( i \frac{\omega}{c} n(\omega) z \cos \theta \right) d\theta, \end{aligned} \quad (32)$$

где  $\theta$  – азимутальный угол, соответствующий радиальной координате по правилу  $r = f \sin \theta$ ,  $f$  – фокусное расстояние фокусирующей системы,  $\sin \alpha$  – числовая апертура системы,  $T(\theta) = \sqrt{\cos \theta}$  – функция аподизации зрачка для апланатического объектива.

Вектор  $\mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta)$  зависит от порядка оптического вихря и типа поляризации падающего пучка ( $t = \omega\rho \sin \theta/c$ ) [35]:

– для линейной  $x$ -поляризации:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_m^{lin-x}(\rho, \varphi, \theta) &= i^m e^{im\varphi} \times \\ &\times \begin{bmatrix} J_m(t) + \frac{1}{4} [2J_m(t) - e^{i2\varphi} J_{m+2}(t) - e^{-i2\varphi} J_{m-2}(t)] (\cos \theta - 1) \\ \frac{i}{4} [e^{i2\varphi} J_{m+2}(t) - e^{-i2\varphi} J_{m-2}(t)] (\cos \theta - 1) \\ -\frac{i}{2} [e^{i\varphi} J_{m+1}(t) - e^{-i\varphi} J_{m-1}(t)] \sin \theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (33)$$

– для круговой поляризации (верхний знак для «+», нижний – для «-»):

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_m^{circ\pm}(\rho, \varphi, \theta) &= \frac{i^m e^{im\varphi}}{\sqrt{2}} \times \\ &\times \begin{bmatrix} J_m(t) + \frac{1}{2} [J_m(t) - e^{\pm i2\varphi} J_{m\pm 2}(t)] (\cos \theta - 1) \\ \pm i \left\{ J_m(t) + \frac{1}{2} (J_m(t) + e^{\pm i2\varphi} J_{m\pm 2}(t)) (\cos \theta - 1) \right\} \\ \mp i e^{\pm i\varphi} J_{m\pm 1}(t) \sin \theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (34)$$

– для радиальной поляризации:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_m^{rad}(\rho, \varphi, \theta) &= \frac{i^m e^{im\varphi}}{2} \times \\ &\times \begin{bmatrix} i [e^{i\varphi} J_{m+1}(t) - e^{-i\varphi} J_{m-1}(t)] \cos \theta \\ [e^{i\varphi} J_{m+1}(t) + e^{-i\varphi} J_{m-1}(t)] \cos \theta \\ -2J_m(t) \sin \theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (35)$$

– для азимутальной поляризации:

$$\mathbf{Q}_m^{az}(\rho, \varphi, \theta) = \frac{i^m e^{im\varphi}}{2} \begin{bmatrix} -[e^{i\varphi} J_{m+1}(t) + e^{-i\varphi} J_{m-1}(t)] \\ i [e^{i\varphi} J_{m+1}(t) - e^{-i\varphi} J_{m-1}(t)] \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Поле (32) в зависимости от времени вычисляется следующим образом:

$$\mathbf{E}(\rho, \varphi, z, t) = \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \mathbf{E}(\rho, \varphi, z, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (37)$$

где  $\omega \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$  – диапазон учитываемых частот.

В расчётах в качестве фокусируемого поля рассматривалось Гауссово распределение (для линейной и круговой поляризации):

$$R_G(\theta) = \exp\left(-\frac{\sin^2 \theta}{2 \sin^2 \theta_\sigma}\right), \quad (38)$$

взвешенное Гауссово распределение (для радиальной и азимутальной однородных поляризаций):

$$R_{Gr}(\theta) = \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \exp\left(-\frac{\sin^2 \theta}{2 \sin^2 \theta_\sigma}\right), \quad (39)$$

а также кольцевое распределение:

$$R_{mg}(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta < \theta_r, \\ 1, & \theta_r \leq \theta \leq \alpha. \end{cases} \quad (40)$$

В случае пространственного распределения в виде узкого периферийного кольца (40) удобно выполнять теоретический анализ, так как интеграл (32) приблизительно равен подынтегральному выражению при  $\theta = \theta_0 = \theta_r + (\alpha - \theta_r)/2$ :

$$\mathbf{E}_{mg}(\rho, \varphi, z, \omega) \approx -\frac{i\omega f}{2\pi c} A(\omega) \mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta_0) \times \sqrt{\cos \theta_0} \sin \theta_0 \exp\left(i\frac{\omega}{c} n(\omega) z \cos \theta_0\right). \quad (41)$$

Поле в фокальной области в зависимости от времени вычисляется с использованием выражения (37):

$$\mathbf{E}_{mg}(\rho, \varphi, z, t) \approx -\frac{if}{2\pi c} \sqrt{\cos \theta_0} \sin \theta_0 \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \omega A(\omega) \times \mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta_0) \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{z}{c} n(\omega) \cos \theta_0\right)\right] d\omega. \quad (42)$$

Для Гауссова импульса в (42) можно использовать частотный спектр (3):

$$\mathbf{E}_{mg}(\rho, \varphi, z, t) \approx \frac{i\sqrt{\pi}\sigma_\tau f}{2\pi c} \sqrt{\cos \theta_0} \sin \theta_0 \exp(-i\omega_0 \tau_0) \times \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \omega \exp\left[-\frac{\sigma_\tau^2}{4}(\omega - \omega_0)^2\right] \mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta_0) \times \exp\left[-i\omega\left(t - \tau_0 - \frac{z}{c} n(\omega) \cos \theta_0\right)\right] d\omega. \quad (43)$$

Для длинных импульсов

$$\exp\left[-\frac{\sigma_\tau^2}{4}(\omega - \omega_0)^2\right] \xrightarrow{\sigma_\tau \rightarrow \infty} \frac{\delta(\omega - \omega_0)}{\sigma_\tau}, \quad (44)$$

т.е. частотный спектр стремится к дельта-функции.

Тогда вместо интеграла в (43) можно использовать подынтегральное выражение:

$$\mathbf{E}_{mg}(\rho, \varphi, z, t) \approx \frac{i\sqrt{\pi}\omega_0 f}{2\pi c} \sqrt{\cos \theta_0} \sin \theta_0 \mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta_0) \times \exp\left[-i\omega_0\left(t - \frac{z}{c} n(\omega_0) \cos \theta_0\right)\right]. \quad (45)$$

Интенсивность такого поля будет пропорциональна сумме интенсивностей компонент вектора  $\mathbf{Q}_m(\rho, \varphi, \theta_0)$  и будет существенно зависеть от состояния поляризации.

Для коротких импульсов

$$\exp\left[-\frac{\sigma_\tau^2}{4}(\omega - \omega_0)^2\right] \xrightarrow{\sigma_\tau \rightarrow 0} 1, \quad (46)$$

частотный спектр стремится к постоянной величине.

Тогда поле в фокальной области будет сложнее, но также будет зависеть от состояния поляризации, а отдельные компоненты будут представлять собой интегралы следующего вида:

$$\mathbf{E}_{mg,p}(\rho, \varphi, z, t) \approx C_p \exp(ip\varphi) \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} J_p\left(\omega \frac{\rho}{c} \sin \theta_0\right) \times \exp\left[-i\omega\left(t - \tau_0 - \frac{z}{c} n(\omega) \cos \theta_0\right)\right] \omega d\omega. \quad (47)$$

Далее приведены результаты численного расчёта поля (37) для различных состояний поляризации, различных типов импульсов и их длительности, а также пространственного распределения. Параметры расчёта:  $NA=0,99$  ( $\alpha=1,43$  радиан = 82 градуса);  $f \sin \theta = r \in [0, R]$ ,  $R=100\lambda_0$ ;  $f=101\lambda_0$ ,  $\sigma_r = f \sin \theta_\sigma = 50\lambda_0$ ,  $\theta_r = 63$  градуса.

На рис. 6 показано распределение импульса вдоль оптической оси в области фокуса (фокус соответствует положению  $z=0$ ) в различные моменты времени при линейной  $x$ -поляризации (33).

Как видно из рис. 6, при переходе через фокус действительная часть поля меняет знак. Этот эффект связан с фазовым сдвигом Гои в фокусе [36].

В рамках рассматриваемой модели не учитывается время распространения импульса от оптического элемента до фокальной плоскости. Таким образом, в момент времени  $t = \tau_0 = 50$  фс в фокусе ( $z=0$ ) формируется поле с максимальной энергией. Поэтому момент времени  $t = 50$  фс далее и рассматривается в расчётах.

### 2.1. Расчёт поля в фокальной области при линейной $x$ -поляризации

В табл. 1 показаны результаты фокусировки для Гауссовых импульсов различной длительности при линейной  $x$ -поляризации в случае Гауссова пространственного распределения (38) и кольцевого распределения (40) в момент времени  $t = \tau_0$ .

Кольцевое распределение соответствует наложению узкой кольцевой диафрагмы, блокирующей центральную часть фокусирующей системы, которое используется для уменьшения поперечного размера фокального пятна при радиальной [37] и азимутальной

[38] поляризации. В случае линейной поляризации фокальное пятно вытягивается вдоль оси поляризации [39–41]. Как следует из результатов, приведённых в табл. 1, при уменьшении длительности импульса распределение в фокальной области сжимается как

вдоль оптической оси, так и в поперечном направлении в фокальной плоскости.

На рис. 7 для сравнения показаны нормированные сечения интенсивности в фокальной плоскости при различном пространственном распределении и различной длительности импульса.

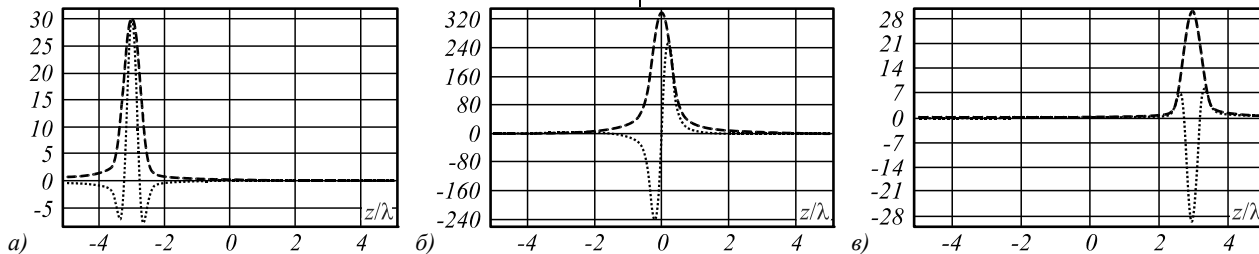


Рис. 6. Распределение импульса вдоль оптической оси в области фокуса в различные моменты времени  $t = 40$  фс (а),  $t = 50$  фс (б),  $t = 60$  фс (в) (показана  $x$ -компонента: интенсивность – пунктирная линия, действительная часть – точечная линия)

Табл. 1. Результаты фокусировки для Гауссовых импульсов различной длительности при линейной  $x$ -поляризации (негативные изображения)

	Гауссово распределение		Кольцевое распределение	
	Продольное распределение интенсивности $z \in [-3\lambda, 3\lambda], x \in [-2\lambda, 2\lambda]$	Интенсивность в фокальной плоскости $x, y \in [-2\lambda, 2\lambda]$	Продольное распределение интенсивности $z \in [-3\lambda, 3\lambda], x \in [-2\lambda, 2\lambda]$	Интенсивность в фокальной плоскости $x, y \in [-2\lambda, 2\lambda]$
$\sigma_\tau = 10$ фс		 FWHM(-) = 0,87λ		 FWHM(-) = 0,83λ
$\sigma_\tau = 1$ фс		 FWHM(-) = 0,56λ		 FWHM(-) = 0,49λ

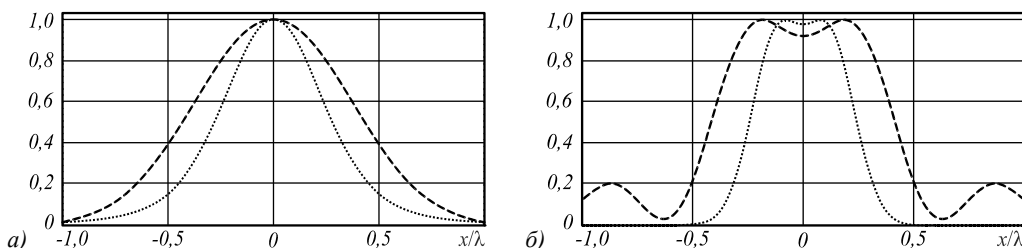


Рис. 7. Поперечное нормированное распределение интенсивности в фокальной плоскости (сечение вдоль оси  $X$ ) для Гауссова распределения (а) и кольцевого распределения (б) при различной длительности Гауссова импульса ( $\sigma_\tau = 10$  фс – пунктирная линия,  $\sigma_\tau = 1$  фс – точечная линия)

Для Гауссова распределения (рис. 7а) ширина по полуспаду вдоль оси  $X$  равна  $\text{FWHM}(-) = 0,87\lambda$  (для  $\sigma_\tau = 10$  фс) и  $\text{FWHM}(-) = 0,56\lambda$  (для  $\sigma_\tau = 1$  фс). Для кольцевого распределения  $\text{FWHM}(-) = 0,83\lambda$  (для  $\sigma_\tau = 10$  фс) и  $\text{FWHM}(-) = 0,49\lambda$  (для  $\sigma_\tau = 1$  фс).

Интересно, что при использовании кольцевой апертуры, предназначенной формировать в фокусе пучок Бесселя, при субциклическом импульсе [42, 43] в плоскости фокуса исчезают периферийные кольца.

В случае пространственного распределения в виде узкого периферийного кольца (40) можно воспользоваться полученными ранее теоретическими результатами (33)–(36). При линейной  $x$ -поляризации выра-

жение (33) в отсутствие вихревой зависимости ( $m = 0$ ) принимает следующий вид:

$$Q_{m=0}^{lin,x}(\rho, \varphi, \theta_0) = \left( \begin{aligned} &J_0(k\rho \sin \theta_0) + (1/2) \times \\ &\times [J_0(k\rho \sin \theta_0) - J_2(k\rho \sin \theta_0) \cos 2\varphi] (\cos \theta_0 - 1) \\ &- \frac{1}{2} J_2(k\rho \sin \theta_0) \sin 2\varphi (\cos \theta_0 - 1) \\ &- iJ_1(k\rho \sin \theta_0) \cos \varphi \sin \theta_0 \end{aligned} \right) \quad (48)$$

При высоких числовых апертурах  $\theta_0 \rightarrow \pi/2$  ( $\sin \theta_0 \rightarrow 1, \delta = \cos \theta_0 \rightarrow 0$ ) и значительный вклад в рас-

пределение (42) вносят не только поперечные, но и продольная компонента:

$$E_{ring, m=0}^{lin, x}(\rho, \varphi, z, t) \approx -\frac{if\delta}{4\pi c} \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \omega A(\omega) \times \begin{pmatrix} J_0((\omega/c)\rho) + J_2((\omega/c)\rho) \cos 2\varphi \\ J_2((\omega/c)\rho) \sin 2\varphi \\ -2iJ_1((\omega/c)\rho) \cos \varphi \end{pmatrix} \times \exp[-i\omega(t - (z/c)n(\omega)\delta)] d\omega. \quad (49)$$

Из выражения (49) видно, что удлинение вдоль оси X происходит за счёт продольной компоненты. Зависимость от расстояния z из-за малого значения δ уменьшается, поэтому при кольцевом распределении имеется большая протяжённость вдоль оптической оси.

На рис. 8 показаны результаты сравнительной фокусировки различных импульсов при линейной x-поляризации с кольцевым распределением.

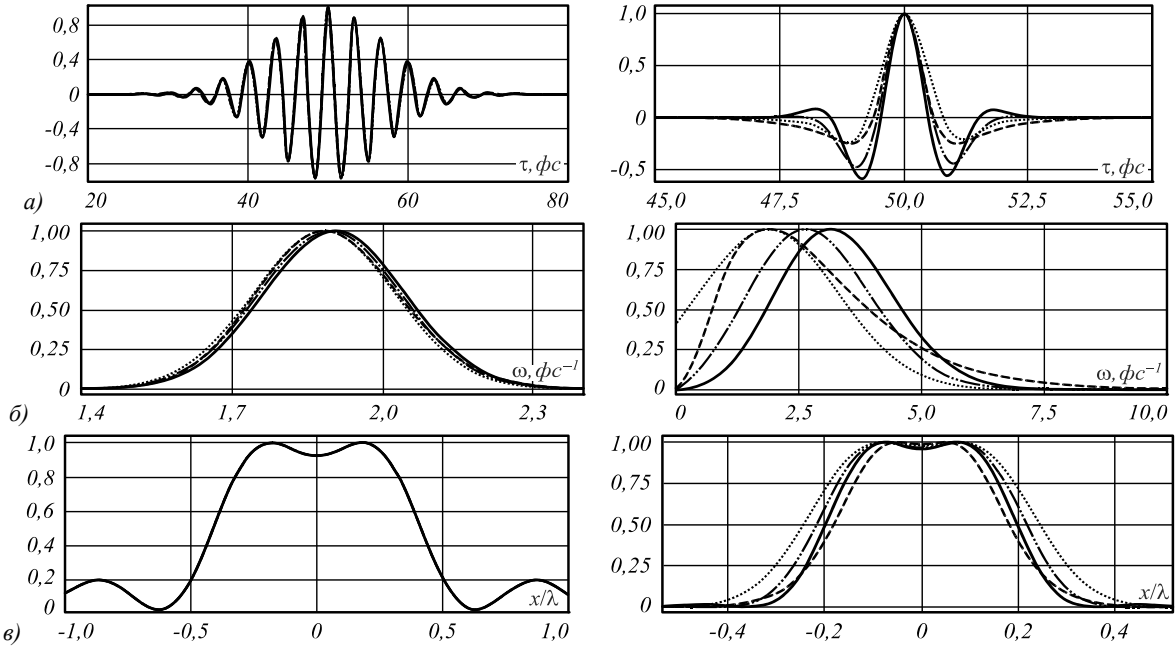


Рис. 8. Результаты фокусировки различных импульсов (Гауссова – точечная линия; Гауссова, взвешенного на частоту – штрихпунктирная линия; Гауссова, взвешенного на квадрат частоты, – сплошная линия; Пуассона второго типа – пунктирная линия) при линейной x-поляризации с кольцевым распределением при длительности импульса 10 фс (первая колонка) и 1 фс (вторая колонка): действительная часть импульса (а), амплитуда частотного спектра (б), сечение интенсивности в фокальной плоскости вдоль оси X (в)

2.2. Расчёт поля в фокальной области при различных поляризациях

Как следует из теоретического анализа (33)–(36), вид поля в фокальной плоскости существенно зависит от вектора Q<sub>m</sub>(ρ, φ, θ), который, в свою очередь, определяется состоянием поляризации и номером вихревой сингулярности m [35].

Как было показано в работах [44, 45], при острой фокусировке особый интерес представляет вихревая сингулярность первого порядка (m = 1). Поэтому далее рассмотрим 4 состояния поляризации в отсутст-

Как видно из приведённых результатов, при длительности импульса порядка 10 фс (рис. 8а) не имеется каких-либо отличий в фокусе в зависимости от типа импульса.

При субциклической длительности импульсов различия становятся существенными (рис. 8б). При этом даже для короткой длительности спектр импульса Пуассона также ближе к спектру импульса Гаусса (так как максимумы совпадают), чем другие, которые смещаются вправо. Однако у импульса Пуассона высокие частоты всё же имеют больше энергии, чем даже у Гауссова со спектром, взвешенным на квадрат частоты. В результате самое широкое фокальное пятно формируется при использовании обычного Гауссова импульса (2), а самое узкое – при использовании импульса Пуассона (30). Поэтому далее мы будем рассматривать именно их.

вие вихревой сингулярности и при наличии оптического вихря первого порядка.

Результаты острой фокусировки (NA = 0,99) для импульса Пуассона длительностью 1 фс для различных типов поляризации при узкой кольцевой апертуре показаны в табл. 2 и 3.

Рассмотрим сначала радиальную поляризацию. В случае острой фокусировки при кольцевой апертуре поле в (42) будет в основном состоять из продольной компоненты (с учётом k = ω/c):

$$E_{ring, m=0,1}^{rad(z)}(\rho, \varphi, z, t) \approx -\frac{if\delta}{4\pi c} \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \omega A(\omega) \begin{cases} J_0(\omega\rho/c), m=0 \\ ie^{i\varphi} J_1(\omega\rho/c), m=1 \end{cases} \times \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{z}{c}n(\omega)\delta\right)\right] d\omega. \quad (50)$$



Табл. 2. Результаты фокусировки для импульса Пуассона (30) длительностью 1 фс для различных типов поляризаций при узкой кольцевой апертуре и NA = 0,99 (негативные изображения)

Тип поляризации	Без вихря (m = 0)		С вихрем первого порядка (m = 1)	
	Продольное распределение интенсивности z ∈ [-λ, λ], x ∈ [-0,5λ, 0,5λ]	Интенсивность в фокальной плоскости x, y ∈ [-0,5λ, 0,5λ]	Продольное распределение интенсивности z ∈ [-λ, λ], x ∈ [-0,5λ, 0,5λ]	Интенсивность в фокальной плоскости x, y ∈ [-0,5λ, 0,5λ]
Линейная, X				
Круговая, "ε"				
Радиальная				
Азимутальная				

Как следует из (50), в отсутствие вихревой фазы частотный спектр взвешивается на функцию Бесселя нулевого порядка, а в присутствии вихревой фазы первого порядка – на функцию Бесселя первого порядка. Во втором случае вклад высоких частот будет выше, а, следовательно, распределение в фокальной области окажется относительно меньшего размера. Эти рассуждения подтверждаются результатами расчёта, представленными в табл. 2, 3 (третья строка).

Аналогичный результат будет для азимутальной поляризации, но для поперечных компонент:

$$E_{ring, m=0,1}^{az(x,y)}(\rho, \varphi, z, t) \approx -\frac{if\delta}{4\pi c} \times \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \omega A(\omega) \left\{ \begin{array}{l} J_1(\omega\rho/c), m=0 \\ J_0(\omega\rho/c) \pm e^{i2\varphi} J_2(\omega\rho/c), m=1 \end{array} \right\} \times \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{z}{c}n(\omega)\delta\right)\right] d\omega. \quad (51)$$

Интересные результаты получаются для круговой поляризации (табл. 2,3 вторая строка) и линейной поляризации в присутствии вихря первого порядка (табл. 2, 3 первая строка).

Во всех случаях, кроме радиальной поляризации, обнаруженный эффект относительно большего уменьшения размера фокального пятна связан с поперечными компонентами векторного электрического поля [47]. Это важно, т.к. эти компоненты не являются затухающими в направлении распространения пучка и их проще регистрировать.

Для Гауссова импульса аналогичные результаты показаны в табл. 4. Видно, что обнаруженный эффект в этом случае выражен гораздо слабее из-за того, что спектр Гауссова импульса имеет меньше энергии в высоких частотах. Однако сохраняется более существенное влияние длительности импульса при линейной и круговой поляризациях, чем в случае цилиндрических типов поляризации. Заметим также, что минимальное по размеру фокальное пятно получается во всех случаях при азимутальной поляризации при наличии вихревой фазы первого порядка [46].

**Заключение**

Рассмотрены различные типы импульсов, включая Гаусса, Лоренца и Пуассона, и свойства их частотных спектров. Показано, что существенное различие между импульсами начинается только при очень коротких длительностях (менее периода осцилляции). В этом случае вместо импульса Гаусса, спектр которого может включать отрицательные частоты, нужно использовать другие типы импульсов, например, импульс Пуассона.

Сравнительное моделирование фокусировки коротких импульсов при линейной поляризации показало, что даже в этом случае спектр импульса Пуассона ближе к спектру импульса Гаусса (так как максимумы совпадают), чем другие, которые смещаются вправо. При этом у импульса Пуассона высокие частоты имеют больше энергии, чем даже у Гауссова спектра, взвешенного на квадрат частоты. В результате самое широкое фокальное пятно формируется при использо-

вании обычного Гауссова импульса, а самое узкое – при использовании импульса Пуассона.

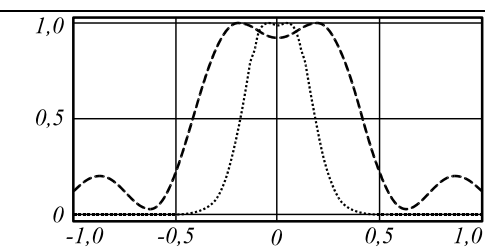
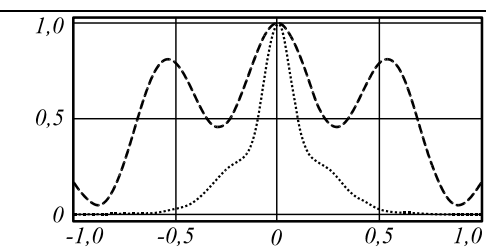
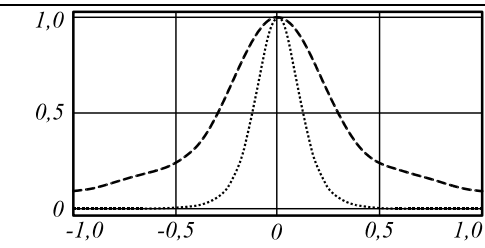
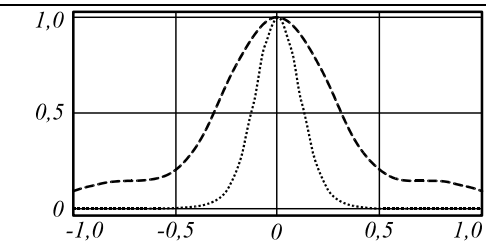
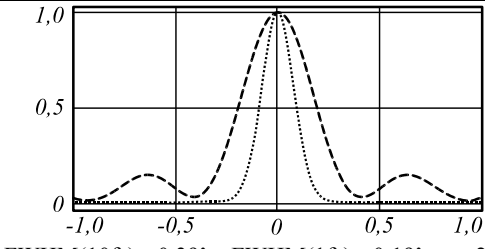
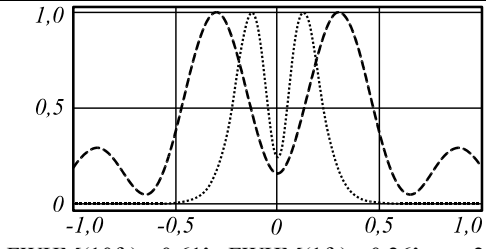
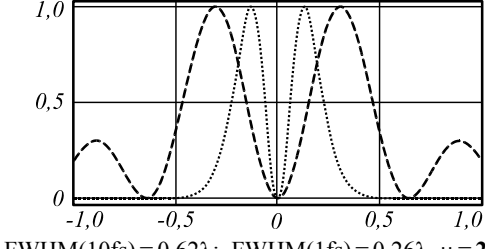
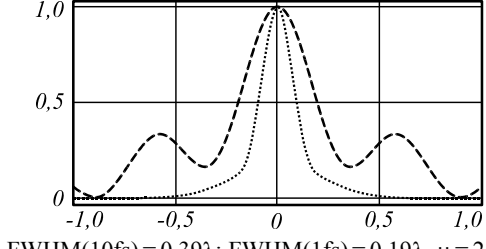
Выполнено сравнительное моделирование фокусировки коротких импульсов Гаусса и Пуассона при различных состояниях поляризации и порядках вихревой сингулярности. Показано, что для субциклического импульса Пуассона, имеющего значительную энергию в высоких частотах, состояние поляризации

и наличие вихревой фазовой сингулярности существенно влияет на распределение в фокальной области и относительное изменение размера фокального пятна при изменении длительности импульса.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 17-12-01258).

Табл. 3. Сечения в фокальной плоскости для различных типов поляризации при острой фокусировке и узкой кольцевой апертуре для импульса Пуассона (30) (10 фс – пунктирная линия, 1 фс – точечная линия)

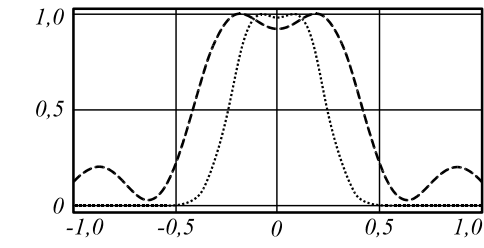
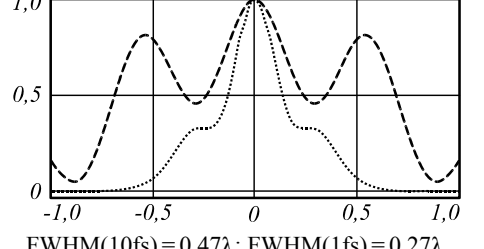
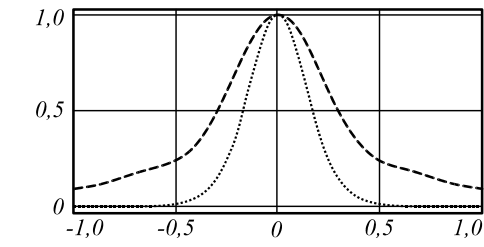
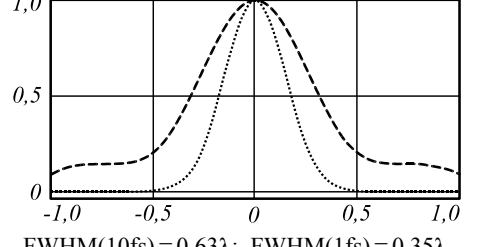
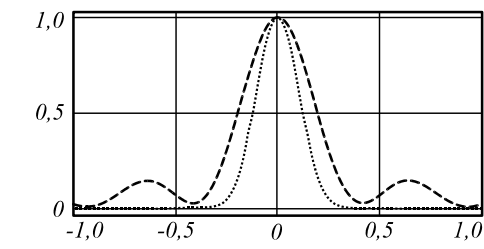
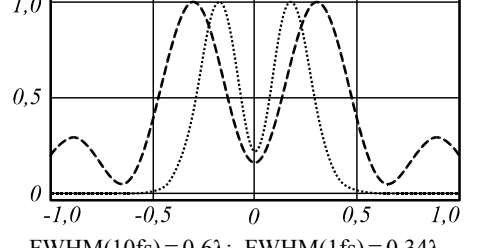
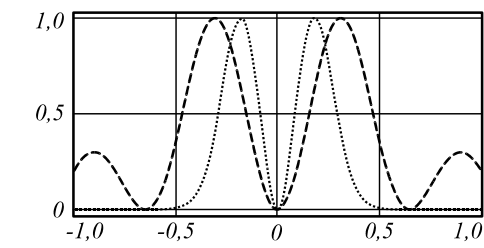
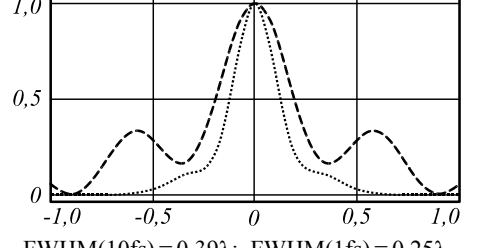
Тип поляризации	Без вихря ( $m = 0$ )	С вихрем первого порядка ( $m = 1$ )
Линейная, X	 FWHM(10fs) = 0,83λ; FWHM(1fs) = 0,36λ, $\mu = 2,3$	 FWHM(10fs) = 0,48λ; FWHM(1fs) = 0,19λ, $\mu = 2,52$
Круговая, «_»	 FWHM(10fs) = 0,59λ; FWHM(1fs) = 0,25λ, $\mu = 2,36$	 FWHM(10fs) = 0,62λ; FWHM(1fs) = 0,26λ, $\mu = 2,38$
Радиальная	 FWHM(10fs) = 0,39λ; FWHM(1fs) = 0,19λ, $\mu = 2,05$	 FWHM(10fs) = 0,61λ; FWHM(1fs) = 0,26λ, $\mu = 2,34$
Азимутальная	 FWHM(10fs) = 0,62λ; FWHM(1fs) = 0,26λ, $\mu = 2,38$	 FWHM(10fs) = 0,39λ; FWHM(1fs) = 0,19λ, $\mu = 2,05$

### Литература

1. **Wright, L.G.** Controllable spatiotemporal nonlinear effects in multimode fibres / L.G. Wright, D.N. Christodoulides, F.W. Wise // Nature Photonics. – 2015. – Vol. 9. – P. 306-310. – DOI: 10.1038/nphoton.2015.61.
2. **Liu, W.** 70-fs mode-locked erbium-doped fiber laser with topological insulator / W. Liu, L. Pang, H. Han, W. Tian, H. Chen, M. Lei, P. Yan, Z. Wei // Scientific Reports. – 2016. – Vol. 6. – 19997. – DOI: 10.1038/srep19997.
3. **Danson, C.** Petawatt class lasers worldwide / C. Danson, D. Hillier, N. Hopps, D. Neely // High Power Laser Science and Engineering. – 2015. – Vol. 3. – E3. – DOI: 10.1017/hpl.2014.52.
4. **Бевзенко, И.Г.** Исследование поведения сверхкоротких импульсов в многопроводных структурах с неоднородным диэлектрическим заполнением / И.Г. Бевзенко // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2016. – Т. 252, № 4. – С. 7-18. – DOI: 10.5862/JCSTCS.252.1.
5. **April, A.** Ultrashort, strongly focused laser pulses in free space / A. April. – In book: Coherence and ultrashort pulse laser emission / ed. by F.J. Duarte. – Chapter 16. – InTech, 2010. – P. 355-382. – ISBN: 978-953-307-242-5.

6. **Wong, L.J.** Improved beam waist formula for ultrashort, tightly-focused linearly, radially, and azimuthally polarized laser pulses in free space / L.J. Wong, F.X. Kärtner, S.G. Johnson // *Optics Letters*. – 2014. – Vol. 39, Issue 5. – P. 1258-1261. – DOI: 10.1364/OL.39.001258.
7. **Li, X.** Fields of an ultrashort tightly focused laser pulse / X. Li, Y.I. Salamin, K.Z. Hatsagortsyan, C.H. Keitel // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2016. – Vol. 33, Issue 3. – P. 405-411. – DOI: 10.1364/JOSAB.33.000405.
8. **Feng, S.** Spatiotemporal structure of isodiffracting ultrashort electromagnetic pulses / S. Feng, H.G. Winful // *Physical Review E*. – 2000. – Vol. 61, Issue 1. – P. 862-873. – DOI: 10.1103/PhysRevE.61.862.
9. **Porras, M.A.** Nonsinusoidal few-cycle pulsed light beams in free space / M.A. Porras // *Journal of the Optical Society of America B*. – 1999. – Vol. 16, Issue 9. – P. 1468-1474. – DOI: 10.1364/JOSAB.16.001468.

Табл. 4. Сечения в фокальной плоскости для различных типов поляризации при острой фокусировке и узкой кольцевой апертуре для Гауссова импульса (10 фс – пунктирная линия, 1 фс – точечная линия)

Тип поляризации	Без вихря ( $m=0$ )	С вихрем первого порядка ( $m=1$ )
Линейная, X	 <p>FWHM(10fs) = 0,83λ; FWHM(1fs) = 0,49λ, <math>\mu = 1,69</math></p>	 <p>FWHM(10fs) = 0,47λ; FWHM(1fs) = 0,27λ, <math>\mu = 1,74</math></p>
Круговая, “_”	 <p>FWHM(10fs) = 0,59λ; FWHM(1fs) = 0,34λ, <math>\mu = 1,73</math></p>	 <p>FWHM(10fs) = 0,63λ; FWHM(1fs) = 0,35λ, <math>\mu = 1,8</math></p>
Радиальная	 <p>FWHM(10fs) = 0,39λ; FWHM(1fs) = 0,25λ, <math>\mu = 1,56</math></p>	 <p>FWHM(10fs) = 0,6λ; FWHM(1fs) = 0,34λ, <math>\mu = 1,76</math></p>
Азимутальная	 <p>FWHM(10fs) = 0,63λ; FWHM(1fs) = 0,4λ, <math>\mu = 1,57</math></p>	 <p>FWHM(10fs) = 0,39λ; FWHM(1fs) = 0,25λ, <math>\mu = 1,56</math></p>

10. **Khonina, S.N.** Ultrafast rotating dipole or propeller-shaped patterns: subwavelength shaping of a beam of light on a femtosecond time scale / S.N. Khonina, I. Golub // *Optics Letters*. – 2016. – Vol. 41, Issue 7. – P. 1605-1607. – DOI: 10.1364/OL.41.001605.
11. **Khonina, S.N.** Time behavior of focused vector beams / S.N. Khonina, I. Golub // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2016. – Vol. 33, Issue 10. – P. 1948-1954. – DOI: 10.1364/JOSAA.33.001948.
12. **Venkatakrishnanetal, T.** Interconnect microvia drilling with a radially polarized laser beam / T. Venkatakrishnanetal, B. Tan // *Journal of Micromechanics and Microengineering*. – 2006. – Vol. 16(12). – P. 2603. – DOI: 10.1088/0960-1317/16/12/013.

13. **Omatsu, T.** Metal microneedle fabrication using twisted light with spin / T. Omatsu, K. Chujo, K. Miyamoto, M. Okida, K. Nakamura, N. Aoki, R. Morita // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18, Issue 17. – P. 17967-17973. – DOI: 10.1364/OE.18.017967.
14. **Hnatovsky, C.** Materials processing with a tightly focused femtosecond laser vortex pulse / C. Hnatovsky, V.G. Shvedov, W. Krolikowski, A.V. Rode // *Optics Letters*. – 2010. – Vol. 35, Issue 20. – P. 3417-3419. – DOI: 10.1364/OL.35.003417.
15. **Cheng, J.** A review of ultrafast laser materials micromachining / J. Cheng, C. Liu, S. Shang, D. Liu, W. Perrie, G. Dearden, K. Watkins // *Optics and Laser Technology*. – 2013. – Vol. 46. – P. 88-102. – DOI: 10.1016/j.optlastec.2012.06.037.
16. **Заярный, Д.А.** Наномасштабные процессы кипения при одноимпульсной фемтосекундной лазерной абляции золотых плёнок / Д.А. Заярный, А.А. Ионин, С.И. Кудряшов, С.В. Макаров, А.А. Руденко, С.Г. Бежанов, С.А. Урюпин, А.П. Канавин, В.И. Емельянов, С.В. Алферов, С.Н. Хонина, С.В. Карпеев, А.А. Кучмижак, О.Б. Витрик, Ю.Н. Кульчин // *Письма в ЖЭТФ*. – 2015. – Т. 101, Вып. 6. – С. 428-432. – DOI: 10.7868/S0370274X15060077.
17. **Syubaev, S.** Direct laser printing of chiral plasmonic nanojets by vortex beams / S. Syubaev, A. Zhizhchenko, A. Kuchmizhak, A. Porfirev, E. Pustovalov, O. Vitrik, Yu. Kulchin, S. Khonina, S. Kudryashov // *Optics Express*. – 2017. – Vol. 25, Issue 9. – P. 10214-10223. – DOI: 10.1364/OE.25.010214.
18. **Saito, Y.** z-Polarization sensitive detection in micro-Raman spectroscopy by radially polarized incident light / Y. Saito, M. Kobayashi, D. Hiraga, K. Fujita, S. Kawano, N.I. Smith, Y. Inouye, S. Kawata // *Journal of Raman Spectroscopy*. – 2008. – Vol. 39, Issue 11. – P. 1643-1648. – DOI: 10.1002/jrs.1953.
19. **Chen, Y.-H.** Direct measurement of the electron density of extended femtosecond laser pulse-induced filaments / Y.-H. Chen, S. Varma, T.M. Antonsen, H.M. Milchberg // *Physical Review Letters*. – 2010. – Vol. 105. – P. 215005. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.215005.
20. **Belgiorno, F.** Hawking radiation from ultrashort laser pulse filaments / F. Belgiorno, S.L. Cacciatori, M. Clerici, V. Gorini, G. Ortenzi, L. Rizzi, E. Rubino, V.G. Sala, D. Faccio // *Physical Review Letters*. – 2010. – Vol. 105. – P. 203901. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.203901.
21. **Okamoto, K.** Laser fluence dependence of periodic grating structures formed on metal surfaces under femtosecond laser pulse irradiation / K. Okamoto, M. Hashida, Y. Miyasaka, Y. Ikuta, Sh. Tokita, Sh. Sakabe // *Physical Review B*. – 2010. – Vol. 82, Issue 16. – P. 165417. – DOI: 10.1103/PhysRevB.82.165417.
22. **Zimmermann, F.** Ultrashort laser pulse induced nanogratings in borosilicate glass / F. Zimmermann, A. Plech, S. Richter, // *Applied Physics Letters*. – 2014. – Vol. 104, Issue 21. – P. 211107. – DOI: 10.1063/1.4880658.
23. **Kuchmizhak, A.** On-fly femtosecond-laser fabrication of self-organized plasmonic nanotextures for chemo- and biosensing applications / A. Kuchmizhak, E. Pustovalov, S. Syubaev, O. Vitrik, Y. Kulchin, A. Porfirev, S. Khonina, S.I. Kudryashov, P. Danilov, A. Ionin // *ACS Applied Materials and Interfaces*. – 2016. – Vol. 8, Issue 37. – P. 24946-24955. – DOI: 10.1021/acsami.6b07740.
24. **Kuchmizhak, A.A.** Multi-beam pulsed-laser patterning of plasmonic films using broadband diffractive optical elements / A.A. Kuchmizhak, A.P. Porfirev, S.A. Syubaev, P.A. Danilov, A.A. Ionin, O.B. Vitrik, Yu.N. Kulchin, S.N. Khonina, S.I. Kudryashov // *Optics Letters*. – 2017. – Vol. 42, Issue 14. – P. 2838-2841. – DOI: 10.1364/OL.42.002838.
25. **Syubaev, S.** Zero-orbital-angular-momentum laser printing of chiral nanoneedles / S. Syubaev, A. Porfirev, A. Zhizhchenko, O. Vitrik, S. Kudryashov, S. Fomchenkov, S. Khonina, A. Kuchmizhak // *Optics Letters*. – 2017. – Vol. 42, Issue 23. – P. 5022-5025. – DOI: 10.1364/OL.42.005022.
26. **Agate, B.** Femtosecond optical tweezers for in-situ control of two-photon fluorescence / B. Agate, C.T.A. Brown, W. Sibbett, K. Dholakia // *Optics Express*. – 2004. – Vol. 12, Issue 13. – P. 3011-3017. – DOI: 10.1364/OPEX.12.003011.
27. **Wang, L.-G.** Dynamic radiation force of a pulsed Gaussian beam acting on a Rayleigh dielectric sphere / L.-G. Wang, C.-L. Zhao // *Optics Express*. – 2007. – Vol. 15, Issue 17. – P. 10615-10621. – DOI: 10.1364/OE.15.010615.
28. **Caron, C.F.R.** Free-space propagation of ultrashort pulses: space-time couplings in Gaussian pulse beams / C.F.R. Caron, R.M. Potvliege // *Journal of Modern Optics*. – 1999. – Vol. 46, Issue 13. – P. 1881-1891. – DOI: 10.1080/09500349908231378.
29. **April, A.** Tightly focused, ultrafast TM01 laser pulses / A. April // *Proceedings of SPIE*. – 2009. – Vol. 7386. – P. 73862X. – DOI: 10.1117/12.838383.
30. **Ziolkowski, R.W.** Localized transmission of electromagnetic energy / R.W. Ziolkowski // *Physical Review A*. – 1989. – Vol. 39. – P. 2005-2033. – DOI: 10.1103/PhysRevA.39.2005.
31. **Cai, X.-M.** Electron acceleration by subcycle pulsed focused vector beams / X.-M. Cai, J.-Y. Zhao, Q. Lin, J.-L. Luo // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2016. – Vol. 33, Issue 2. – P. 158-164. – DOI: 10.1364/JOSAB.33.000158.
32. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // *Proceedings of the Royal Society A*. – 1959. – Vol. 253, Issue 1274. – P. 358-379. – DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
33. **Milošević, D.B.** Above-threshold ionization by few-cycle pulses / D.B. Milošević, G.G. Paulus, D. Bauer, W. Becker // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. – 2006. – Vol. 39(14). – P. R203-R262. – DOI: 10.1088/0953-4075/39/14/R01.
34. **Фемтосекундная оптика: Учебно-методическое пособие / Д.А. Яшунин, Ю.А. Мальков, С.Б. Бодров. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. – 40 с.**
35. **Khonina, S.N.** Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions / S.N. Khonina // *Optical Engineering*. – 2013. – Vol. 52, Issue 9. – P. 091711. – DOI: 10.1117/1.OE.52.9.091711.
36. **Feng, S.** Gouy shift and temporal reshaping of focused single-cycle electromagnetic pulses / S. Feng, H.G. Winful, R.W. Hellwarth // *Optics Letters*. – 1998. – Vol. 23, Issue 5. – P. 385-387. – DOI: 10.1364/OL.23.000385.
37. **Dorn, R.** Sharper focus for a radially polarized light beam / R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs // *Physical Review Letters*. – 2003. – Vol. 91, Issue 23. – P. 233901. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.233901.
38. **Khonina, S.N.** Enlightening darkness to diffraction limit and beyond: comparison and optimization of different polarizations for dark spot generation / S.N. Khonina, I. Golub // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2012. – Vol. 29, Issue 7. – P. 1470-1474. – DOI: 10.1364/JOSAA.29.001470.
39. **Huse, N.** Z-polarized confocal microscopy / N. Huse, A. Schönle, S.W. Hell // *Journal of Biomedical Optics*. – 2001. – Vol. 6, Issue 3. – P. 273-276. – DOI: 10.1117/1.1382610.

40. **Pereira, S.F.** Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks / S.F. Pereira, A.S. van de Nes // *Optics Communications*. – 2004. – Vol. 234, Issues 1-6. – P. 119-124. – DOI: 10.1016/j.optcom.2004.02.020.
41. **Khonina, S.N.** Optimization of focusing of linearly polarized light / S.N. Khonina, I. Golub // *Optics Letters*. – 2011. – Vol. 36, Issue 3. – P. 352-354. – DOI: 10.1364/OL.36.000352.
42. **Saari, P.** Pulsed Bessel beams / P. Saari, H. Sonajalg // *Laser Physics*. – 1997. – Vol. 7, No. 1. – P. 32-39.
43. **Sheppard, C.J.R.** Bessel pulse beams and focus wave modes / C.J.R. Sheppard // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2001. – Vol. 18, Issue 10. – P. 2594-2600. – DOI: 10.1364/JOSAA.18.002594.
44. **Khonina, S.N.** Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams / S.N. Khonina, S.V. Karpeev, S.V. Alferov, D.A. Savelyev, J. Laukkanen, J. Turunen // *Journal of Optics*. – 2013. – Vol. 15, Issue 8. – 085704. – DOI: 10.1088/2040-8978/15/8/085704.
45. **Khonina, S.N.** Narrowing of a light spot at diffraction of linearly-polarized beam on binary asymmetric axicons / S.N. Khonina, D.V. Nesterenko, A.A. Morozov, R.V. Skidanov, V.A. Soifer // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. – 2012. – Vol. 21, Issue 1. – P. 17-26. – DOI: 10.3103/S1060992X12010043.
46. **Khonina, S.N.** Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system / S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, S.G. Volotovskiy // *Journal of Modern Optics*. – 2011. – Vol. 58, Issue 9. – P. 748-760. – DOI: 10.1080/09500340.2011.568710.
47. **Khonina, S.N.** Tighter focus for ultrashort pulse vector light beams: Change of the relative contribution of different field components to the focal spot upon pulse shortening / S.N. Khonina, I. Golub // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2018. – Vol. 35, Issue 6. – P. 985-991. – DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.35.000985>.

#### Сведения об авторах

Сведения об авторе **Хонина Светлана Николаевна** см. стр. 405 этого выпуска.

**Устинов Андрей Владимирович**, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика». Кандидат физико-математических наук (2016 год), работает научным сотрудником в ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических процессов и биомедицинских изображений. E-mail: [andr@smr.ru](mailto:andr@smr.ru).

**Волотовский Сергей Геннадьевич**, 1959 года рождения, в 1984 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика», работает ведущим программистом в ИСОИ РАН – филиале ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: разработка программного обеспечения расчёта и моделирования работы элементов дифракционной оптики. E-mail: [sv@smr.ru](mailto:sv@smr.ru).

ГРПТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 18 апреля 2018 г. Окончательный вариант – 28 мая 2018 г.

### COMPARISON OF FOCUSING OF SHORT PULSES IN THE DEBYE APPROXIMATION

S.N. Khonina<sup>1</sup>, A.V. Ustinov<sup>1</sup>, S.G. Volotovskiy<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara, Russia,

<sup>2</sup>Samara National Research University, Samara, Russia

#### Abstract

We have examined different types of pulses and features of their frequency spectra. Calculations have shown that a significant distinction between the pulses only takes place at a very short pulse duration (shorter than the oscillation period). In this case, the Gaussian pulse becomes non-physical and one needs to use other types of pulses, for example, the Poisson pulse. We performed comparative modeling of focusing of short pulses by an aplanatic lens for different polarization states and vortex singularity orders in the Debye approximation. We have shown that the polarization state and the presence of vortex phase singularity essentially affect the distribution in the focal area for a subcycle Poisson pulse.

**Keywords:** short pulses, frequency spectrum, pulses focusing, tight focusing, aplanatic lens, Debye approximation.

**Citation:** Khonina SN, Ustinov AV, Volotovskiy SG. Comparison of focusing of short pulses in the Debye approximation. *Computer Optics* 2018; 42(3): 432-446. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-432-446.

**Acknowledgement:** This work was financially supported by the Russian Science Foundation (RSF), grant No. 17-12-01258.

## References

- [1] Wright LG, Christodoulides DN, Wise FW. Controllable spatiotemporal nonlinear effects in multimode fibres. *Nature Photonics* 2015; 9: 306-310. DOI: 10.1038/nphoton.2015.61.
- [2] Liu W, Pang L, Han H, Tian W, Chen H, Lei M, Yan P, Wei Z. 70-fs mode-locked erbium-doped fiber laser with topological insulator. *Scientific Reports* 2016; 6: 19997. DOI: 10.1038/srep19997.
- [3] Danson C, Hillier D, Hopps N, Neely D. Petawatt class lasers worldwide. *High Power Laser Science and Engineering* 2015; 3: E3. DOI: 10.1017/hpl.2014.52.
- [4] Bevzenko IG. Investigation of the behavior of ultrashort pulses in multiwire structures with inhomogeneous dielectric filling (In Russian). *SPbSPU Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems* 2016; 252(4): 7-18. DOI: 10.5862/JCSTCS.252.1.
- [5] April A. Ultrashort, strongly focused laser pulses in free space. In Book: Duarte FJ, ed. *Coherence and ultrashort pulse laser emission*. Chapter 16. InTech; 2010: 355-382. ISBN: 978-953-307-242-5.
- [6] Wong LJ, Kärtner FX, Johnson SG. Improved beam waist formula for ultrashort, tightly-focused linearly, radially, and azimuthally polarized laser pulses in free space. *Opt Lett* 2014; 39(5): 1258-1261. DOI: 10.1364/OL.39.001258.
- [7] Li X, Salamin YI, Hatsagortsyan KZ, Keitel CH. Fields of an ultrashort tightly focused laser pulse. *JOSA B* 2016; 33(3): 405-416. DOI: 10.1364/JOSAB.33.000405.
- [8] Feng S, Winful HG. Spatiotemporal structure of isodiffracting ultrashort electromagnetic pulses. *Phys Rev E* 2000; 61(1): 862-873. DOI: 10.1103/PhysRevE.61.862.
- [9] Porras MA. Nonsinusoidal few-cycle pulsed light beams in free space. *JOSA B* 1999; 16(1): 1468-1474. DOI: 10.1364/JOSAB.16.001468.
- [10] Khonina SN, Golub I. Ultrafast rotating dipole or propeller-shaped patterns: subwavelength shaping of a beam of light on a femtosecond time scale. *Opt Lett* 2016; 41(7): 1605-1607. DOI: 10.1364/OL.41.001605.
- [11] Khonina SN, Golub I. Time behavior of focused vector beams. *JOSA A* 2016; 33(10): 1948-1954. DOI: 10.1364/JOSAA.33.001948.
- [12] Venkatakrishnanetal T, Tan B. Interconnect microvia drilling with a radially polarized laser beam. *J Micromech Microeng* 2006; 16(12): 2603. DOI: 10.1088/0960-1317/16/12/013.
- [13] Omatsu T, Chujo K, Miyamoto K, Okida M, Nakamura K, Aoki N, Morita R. Metal microneedle fabrication using twisted light with spin. *Opt Express* 2010; 18(17): 17967-17973. DOI: 10.1364/OE.18.017967.
- [14] Hnatovsky C, Shvedov VG, Krolikowski W, Rode AV. Materials processing with a tightly focused femtosecond laser vortex pulse. *Opt Lett* 2010; 35(20): 3417-3419. DOI: 10.1364/OL.35.003417.
- [15] Cheng J, Liu C, Shang S, Liu D, Perrie W, Dearden G, Watkins K. A review of ultrafast laser materials micromachining. *Opt Laser Technol* 2013; 46: 88-102. DOI: 10.1016/j.optlastec.2012.06.037.
- [16] Zayarny DA, Ionin AA, Kudryashov SI, Makarov SV, Rudenko AA, Bezhanov SG, Uryupin SA, Kanavin AP, Emel'yanov VI, Alferov SV, Khonina SN, Karpeev SV, Kuchmizhak AA, Vitrik OB and KulchinYuN. Nanoscale boiling during single-shot femtosecond laser ablation of thin gold films. *JETP Letters* 2015; 101(6): 394-397. DOI: 10.1134/S0021364015060132.
- [17] Syubaev S, Zhizhchenko A, Kuchmizhak A, Porfirev A, Pustovalov E, Vitrik O, Kulchin Yu, Khonina S, Kudryashov S. Direct laser printing of chiral plasmonic nanojets by vortex beams. *Opt Express* 2017; 25(9): 10214-10223. DOI: 10.1364/OE.25.010214.
- [18] Saito Y, Kobayashi M, Hiraga D, Fujita K, Kawano S, Smith NI, Inouye Y, Kawata S. z-Polarization sensitive detection in micro-Raman spectroscopy by radially polarized incident light. *Journal of Raman Spectroscopy* 2008; 39(11): 1643-1648. DOI: 10.1002/jrs.1953.
- [19] Chen Y-H, Varma S, Antonsen TM, Milchberg HM. Direct measurement of the electron density of extended femtosecond laser pulse-induced filaments. *Phys Rev Lett* 2010; 105: 215005. DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.215005.
- [20] Belgiorno F, Cacciatori SL, Clerici M, Gorini V, Ortenzi G, Rizzi L, Rubino E, Sala VG, Faccio D. Hawking radiation from ultrashort laser pulse filaments. *Phys Rev Lett* 2010; 105: 203901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.203901.
- [21] Okamoto K, Hashida M, Miyasaka Y, Ikuta Y, Tokita S, Sakabe S. Laser fluence dependence of periodic grating structures formed on metal surfaces under femtosecond laser pulse irradiation. *Phys Rev B* 2010; 82(16): 165417. DOI: 10.1103/PhysRevB.82.165417.
- [22] Zimmermann F, Plech A, Richter S, Tünnermann A, Nolte S. Ultrashort laser pulse induced nanogratings in borosilicate glass. *Appl Phys Lett* 2014; 104(21): 211107. DOI: 10.1063/1.4880658.
- [23] Kuchmizhak A, Pustovalov E, Syubaev S, Vitrik O, Kulchin Y, Porfirev A, Khonina S, Kudryashov SI, Danilov P, Ionin A. On-fly femtosecond-laser fabrication of self-organized plasmonic nanotextures for chemo- and biosensing applications. *ACS Appl Mater Interfaces* 2016; 8(37): 24946-24955. DOI: 10.1021/acsami.6b07740.
- [24] Kuchmizhak AA, Porfirev AP, Syubaev SA, Danilov PA, Ionin AA, Vitrik OB, Kulchin YuN, Khonina SN, Kudryashov SI. Multi-beam pulsed-laser patterning of plasmonic films using broadband diffractive optical elements. *Opt Lett* 2017; 42(14): 2838-2841. DOI: 10.1364/OL.42.002838.
- [25] Syubaev S, Porfirev A, Zhizhchenko A, Vitrik O, Kudryashov S, Fomchenkov S, Khonina S, Kuchmizhak A. Zero-orbital-angular-momentum laser printing of chiral nanoneedles. *Opt Lett* 2017; 42(23): 5022-5025. DOI: 10.1364/OL.42.005022.
- [26] Agate B, Brown CTA, Sibbett W, Dholakia K. Femtosecond optical tweezers for in-situ control of two-photon fluorescence. *Opt Express* 2004; 12(13): 3011-3017. DOI: 10.1364/OPEX.12.003011.
- [27] Wang L-G, Zhao C-L. Dynamic radiation force of a pulsed Gaussian beam acting on a Rayleigh dielectric sphere. *Opt Express* 2007; 15(17): 10615-10621. DOI: 10.1364/OE.15.010615.
- [28] Caron CFR, Potvliege RM. Free-space propagation of ultrashort pulses: space-time couplings in Gaussian pulse beams. *J Mod Opt* 1999; 46(13): 1881-1891. DOI: 10.1080/09500349908231378.
- [29] April A. Tightly focused, ultrafast TM01 laser pulses. *Proc SPIE* 2009; 7386: 73862X. DOI: 10.1117/12.838383.
- [30] Ziolkowski RW. Localized transmission of electromagnetic energy. *Phys Rev A* 1989; 39: 2005-2033. DOI: 10.1103/PhysRevA.39.2005.
- [31] Cai X-M, Zhao J-Y, Lin Q, Luo J-L. Electron acceleration by subcycle pulsed focused vector beams. *JOSA B* 2016; 33(2): 158-164. DOI: 10.1364/JOSAB.33.000158.
- [32] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic sys-

- tem. // Proceedings of the Royal Society A 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [33] Milošević DB, Paulus GG, Bauer D, Becker W. Above-threshold ionization by few-cycle pulses. *J Phys B: At Mol Opt Phys* 2006; 39(14): R203-R262. DOI: 10.1088/0953-4075/39/14/R01.
- [34] Yashunin DA, Malkov YuA, Bodrov SB. The femtosecond optics. Educational and methodical textbook [In Russian]. Nizhny Novgorod: "Nizhny Novgorod State University" Publisher; 2014.
- [35] Khonina SN. Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions. *Optical Engineering* 2013; 52(9): 091711. DOI: 10.1117/1.OE.52.9.091711.
- [36] Feng S, Winful HG, Hellwarth RW. Gouy shift and temporal reshaping of focused single-cycle electromagnetic pulses. *Optics Letters* 1998; 23(5): 385-387. DOI: 10.1364/OL.23.000385.
- [37] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam. *Phys Rev Lett* 2003; 91(23): 233901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.233901.
- [38] Khonina SN, Golub I. Enlightening darkness to diffraction limit and beyond: comparison and optimization of different polarizations for dark spot generation. *JOSA A* 2012; 29(7): 1470-1474. DOI: 10.1364/JOSAA.29.001470.
- [39] Huse N, Schönle A, Hell SW. Z-polarized confocal microscopy. *J Biomed Opt* 2001; 6(3): 273-276. DOI: 10.1117/1.1382610.
- [40] Pereira SF, van de Nes AS. Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks. *Opt Commun* 2004; 234(1-6): 119-124. DOI: 10.1016/j.optcom.2004.02.020.
- [41] Khonina SN, Golub I. Optimization of focusing of linearly polarized light. *Opt Lett* 2011; 36(3): 352-354. DOI: 10.1364/OL.36.000352.
- [42] Saari P, Sonajalg H. Pulsed Bessel beams. *Laser Physics* 1997; 7(1): 32-39.
- [43] Sheppard CJR. Bessel pulse beams and focus wave modes. *JOSA A* 2001; 18(10): 2594-2600. DOI: 10.1364/JOSAA.18.002594.
- [44] Khonina SN, Karpeev SV, Alferov SV, Savelyev DA, Laukkanen J, Turunen J. Experimental demonstration of the generation of the longitudinal E-field component on the optical axis with high-numerical-aperture binary axicons illuminated by linearly and circularly polarized beams. *J Opt* 2013; 15(8): 085704. DOI: 10.1088/2040-8978/15/8/085704.
- [45] Khonina SN, Nesterenko DV, Morozov AA, Skidanov RV, Soifer VA. Narrowing of a light spot at diffraction of linearly-polarized beam on binary asymmetric axicons. *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)* 2012; 21(1): 17-26. DOI: 10.3103/S1060992X12010043.
- [46] Khonina SN, Kazanskiy NL, Volotovskiy SG. Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system. *J Mod Opt* 2011; 58(9): 748-760. DOI: 10.1080/09500340.2011.568710.
- [47] Khonina SN, Golub I. Tighter focus for ultrashort pulse vector light beams: change of the relative contribution of different field components to the focal spot upon pulse shortening. *J Opt Soc Am A* 2018; 35(6): 985-991. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.35.000985>.

#### Author's information

The information about author **Svetlana Nikolaevna Khonina** you can find on page 407 of this issue.

**Andrey Vladimirovich Ustinov**, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI) on a specialty "Applied Mathematics" in 1991. Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2016), works as the researcher in the IPSI RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS. Research interests: diffractive optics; software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images. E-mail: [andr@smr.ru](mailto:andr@smr.ru).

**Sergey Gennadjevich Volotovskiy** (b. 1959) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI) on a specialty "Applied Mathematics", works as the leading programmer in the IPSI RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS. Research interests: software design, modeling of systems with diffractive optical elements. E-mail: [sv@smr.ru](mailto:sv@smr.ru).

*Received April 18, 2018. The final version – May 28, 2018.*