

Comportamento de Sistemas de Comunicação Digital Usando Sinais Caóticos em Canal com Ruído

Greta Augat Abib e Marcio Eisencraft

Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas

Universidade Federal do ABC, Santo André, SP

e-mails: {greta.abib, marcio.eisencraft}@ufabc.edu.br

Resumo—Sinais caóticos são determinísticos, aperiódicos e sensíveis às condições iniciais. Eles são adequados para uso em aplicações que exigem segurança, devido à sua dificuldade de predição e porque eles podem ser confundidos com o ruído no canal. Nas últimas décadas, muitos trabalhos descrevendo sistemas de comunicação baseados em sinais caóticos foram publicados. No entanto, em artigos recentes mostra-se que o desempenho em termos de taxa de erro de bit desses sistemas sob condições não ideais de canal fica aquém de sistemas equivalentes que não utilizam sinais caóticos. Neste trabalho é avaliado o comportamento de um sistema de comunicação binário baseado no método de sincronização de Wu e Chua quando é adicionado ruído branco gaussiano ao canal de comunicação. As simulações foram realizadas utilizando-se diferentes mapas e foram considerados dois pares de funções de codificação e decodificação. Os resultados são mensurados levando-se em consideração o número de amostras que o transmissor e o receptor levam para sincronizar e a taxa de erro de bit. Quando utilizado o produto como função de codificação, o desempenho do sistema de comunicação baseado em caos está mais próximo do desempenho ótimo da comutação de fase convencional.

Palavras-chave—Caos, sincronismo, sistema de comunicação digital, mapas, ruído.

I. INTRODUÇÃO

UM sinal caótico é determinístico, aperiódico, limitado em amplitude e apresenta comportamento sensível às condições iniciais. Esta última condição significa que se o sistema que o gerou for iniciado com uma condição ligeiramente diferente, o sinal obtido pode apresentar valores completamente distintos do sinal anterior após um curto tempo [1].

Os sinais caóticos mostram-se adequados para a utilização em aplicações que requerem segurança, devido à sua dificuldade de predição e a serem confundíveis com o ruído no canal [2].

A ideia original de utilizar sinais caóticos para transmitir informações foi possível devido a uma série de publicações inovadoras sobre o controle e sincronização de caos no ano de 1990. Neste ano, Ott et al. [3] demonstraram que é possível levar uma órbita caótica para órbitas periódicas instáveis ou a pontos fixos utilizando pequenas perturbações. Mostrou-se que devido à propriedade de transitividade dos sinais caóticos

em seu conjunto atrator, pequenas perturbações são suficientes para tornar o regime caótico controlado. Posteriormente, foi demonstrado tanto teórica [4] como experimentalmente [5], como essa ideia pode ser usada para fazer um sinal caótico transmitir informação. Paralelamente, Pecora e Carroll [6] introduziram os fundamentos da sincronização caótica ao determinar a estabilidade da sincronização de um par de sistemas caóticos idênticos acoplados.

Com o aparecimento frequente de novos desafios na área de Telecomunicações, estudar novas técnicas e ideias que não se enquadram nos sistemas comerciais atuais é relevante como objeto de pesquisa. Os sinais caóticos têm sido propostos como transmissores de informação em banda larga com o potencial de proporcionar um elevado nível de robustez e de privacidade na transmissão de dados [7]. Os dispositivos ópticos são conhecidos por sua característica caótica para uma vasta gama dos seus parâmetros, em [7] mostrou-se um prático sistema de comunicação óptica de alta velocidade usando a sincronização de sinais caóticos em um canal de fibra óptica comercial.

Por outro lado os sinais caóticos não alcançam o desempenho dos sistemas convencionais em termos de Taxa de Erro de Bit (BER - Bit Error Rate) [8]. É necessário que haja compatibilidade entre os sistemas de comunicação baseados em caos e os convencionais [9] [10]. Por exemplo, levando-se em consideração aplicações celulares, um efeito surge da interação de sinais que trafegam caminhos diferentes e surgindo no receptor. Tal efeito, conhecido como *multipath fading*, consiste na interferência destrutiva entre os sinais e pode resultar em degradação de sinal grave [11] [12].

Neste trabalho, avalia-se o desempenho de um sistema de comunicação binário utilizando sincronismo caótico baseado no proposto em [13] quando o canal de comunicação apresenta Ruído Branco Gaussiano Aditivo (AWGN - Additive White Gaussian Noise). Foram testados diversos mapas e funções de codificação e decodificação e os resultados são mensurados levando em consideração os diferentes mapas utilizados, as funções de codificação e decodificação, e são avaliados em termos do transitório e da BER.

Este artigo está dividido da seguinte forma: na Seção II o sistema de comunicação digital estudado é sucintamente descrito. Na Seção III são detalhados os mapas utilizados. A seguir, na Seção IV são apresentados os resultados de

simulação obtidos e finalmente, são traçadas algumas conclusões e trabalhos futuros na Seção V.

II. O SISTEMA DE COMUNICAÇÃO EMPREGADO

Nesta seção, descreve-se sucintamente o sistema de comunicação estudado que é baseado no método de sincronização mestre-escravo de Wu e Chua [14], adaptado para sistemas de tempo discreto em [13]. Neste sistema de sincronismo, o mestre é representado por

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(\mathbf{x}(n)), \quad (1)$$

enquanto o sistema escravo, que é dependente de $\mathbf{x}(n)$, é escrito como

$$\mathbf{y}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{y}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(\mathbf{x}(n)), \quad (2)$$

em que $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, $\{x(n), y(n)\} \subset \mathbb{R}^K$, $\mathbf{x}(n) = [x_1(n), \dots, x_k(n)]^T$, $\mathbf{y}(n) = [y_1(n), \dots, y_k(n)]^T$. A matriz $\mathbf{A}_{K \times K}$ e o vetor $\mathbf{b}_{K \times 1}$ são constantes. A função $\mathbf{f}(\cdot)$ de $\mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^K$ é não linear em geral.

Os sistemas mestre e escravo sincronizam-se quando o erro de sincronismo, $\mathbf{e}(n) \triangleq \mathbf{y}(n) - \mathbf{x}(n)$ tende a zero com a evolução de n , ou seja $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{e}(n) = \mathbf{0}$. Utilizando-se as Eqs. (1) e (2), obtém-se que

$$\mathbf{e}(n+1) = \mathbf{y}(n+1) - \mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}(\mathbf{y}(n) - \mathbf{x}(n)) = \mathbf{A}\mathbf{e}(n). \quad (3)$$

Assim, para que ocorra o sincronismo, basta que os autovalores λ_i de \mathbf{A} satisfaçam [13]

$$|\lambda_i| < 1, \quad 1 \leq i \leq K. \quad (4)$$

Um sistema de comunicação baseado nas Eqs. (1) - (2) foi proposto em [13], considerando que $\mathbf{f}(\mathbf{x}(n)) = [f(x_1(n)), \dots, 0]^T$. Neste sistema, a mensagem a ser transmitida $m(n)$ é codificada pelo sinal $x_1(n)$ por meio da função de codificação $c(\cdot, \cdot)$ gerando o sinal transmitido $s(n) = c(x_1(n), m(n))$, de forma a possibilitar que a mensagem seja decodificada utilizando-se uma função inversa $d(\cdot, \cdot)$.

As equações que governam o sistema de comunicação como um todo assumem a mesma forma das Eqs. (1) e (2), sendo a única diferença de argumentos de $\mathbf{f}(\cdot)$:

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(\mathbf{s}(n)), \quad (5)$$

$$\mathbf{y}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{y}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(\mathbf{r}(n)), \quad (6)$$

em que $r(n)$ representa o sinal entregue pelo canal de comunicação ao receptor, isto é

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{s}(n) + \mathbf{w}(n) \quad (7)$$

, sendo que $\mathbf{w}(n)$ representa o ruído adicionado ao canal de transmissão, modelado como AWGN, um processo ruído branco gaussiano com média nula.

A mensagem recuperada $\hat{m}(n)$ é decodificada no escravo por $\hat{m}(n) = d(\mathbf{y}_1(n), \mathbf{r}(n))$ sendo $d(\cdot, \cdot)$ a inversa com relação à segunda variável.

Em princípio, escolhendo-se $c(\cdot, \cdot)$ e $d(\cdot, \cdot)$, deve-se buscar

$$\mathbf{s}(n) \approx \mathbf{x}_1(n) \quad (8)$$

para todos os $m(n)$ admissíveis, uma vez que $s(n)$ é realimentado no sistema transmissor em vez de $\mathbf{x}_1(n)$. Dessa forma, a condição (8) impõe que a dinâmica do sistema não seja alterada de forma significativa e, conseqüentemente, o sistema continue gerando sinais caóticos. Além disso, se comunicação segura for desejada, a condição (8) garante que a presença da mensagem $\mathbf{m}(n)$ não seja imediatamente percebida a partir da observação do sinal $s(n)$.

Para um canal ideal, isto é, sem presença de ruído, onde $s(n) = r(n)$, pode-se escrever as Eqs. (5) e (6) como

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(s(n)), \quad (9)$$

$$\mathbf{y}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{y}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(s(n)), \quad (10)$$

A dinâmica do erro é dada pela Eq.(3) e, caso a condição (4) seja satisfeita, então $\mathbf{y}(n) \rightarrow \mathbf{x}(n)$. Assim, tem-se que

$$\hat{m}(n) = d(\mathbf{y}_1(n), \mathbf{s}(n)) \rightarrow d(\mathbf{x}_1(n), \mathbf{s}(n)) = m(n) \quad (11)$$

Portanto quando os parâmetros do receptor e do transmissor são iguais e utiliza-se um canal de comunicação ideal, a recuperação da mensagem enviada torna-se possível no receptor sem que haja degradação da mesma, exceto por um curto transiente de sincronismo [13]. O sistema de comunicação descrito é representado em diagrama de blocos da Figura 1

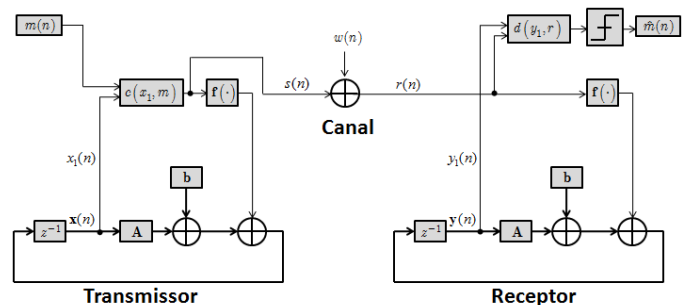


Figura 1: Sistema de comunicação utilizado: diagrama de blocos

Neste trabalho, optou-se por trabalhar com mensagens binárias pois trata-se do tipo de mensagem mais utilizada nos sistemas de comunicação atuais. Além disso, o uso de mensagens binárias torna possível a comparação de desempenho com os sistemas de comunicação digital convencionais. Desta forma, considera-se que a mensagem $\mathbf{m}(n)$ assume os valores $+1$ ou -1 para cada n . Foram considerados dois pares de funções de codificação e decodificação $c^{(1)}, d^{(1)}$ e $c^{(2)}, d^{(2)}$, calculadas para cada n por

$$\begin{cases} c^{(1)}(x_1, m) = x_1 + 0.001m \\ d^{(1)}(y_1, r) = 1000(r - y_1) \end{cases} \quad (12)$$

e

$$\begin{cases} c^{(2)}(x_1, m) = x_1 \cdot m \\ d^{(2)}(y_1, r) = r/y_1 \end{cases} \quad (13)$$

Nas simulações, a função de decodificação $d^{(2)}(y_1, r)$ foi implementada como o produto $d^{(2)}(y_1, r) = y_1 \cdot r$ para evitar divisões por zero. Neste caso, o uso da multiplicação é

equivalente a divisão, pois como o sinal é binário, o resultado da operação é o sinal.

Neste caso, sabendo-se que as mensagens são binárias e assumem os valores -1 e $+1$ foi acrescentado um decisor no receptor descrito em [13]. Para cada n , caso o sinal na entrada do decisor assuma valores positivos, a decisão é $\hat{m} = +1$, e caso o sinal na entrada do decisor assuma valores negativos, a decisão é $\hat{m} = -1$.

III. MAPAS UTILIZADOS

Nesta seção apresentam-se os mapas utilizados nas simulações. Escolheram-se mapas clássicos de diferente dimensionalidades de forma a testar a influência desta escolha no desempenho em termos de BER e duração do transitório no sistema de comunicação digital descrito na seção anterior. Os mapas utilizados devem satisfazer os seguintes pré-requisitos:

- 1) deve ser possível reescrevê-los na forma da Eq. (1).
- 2) deve levar ao sincronismo mestre-escravo nas Eqs (2) e (3). Para isso os autovalores da matriz \mathbf{A} associada devem satisfazer a Desigualdade (4) [1].
- 3) devem gerar sinais caóticos. Aqui consideraram-se que os sinais gerados são caóticos, se durante o intervalo de simulação apresentam comportamento aperiódico e limitado. Além disso, o maior expoente de Lyapunov das órbitas dos mapa escolhido precisa ser positivo. [1].

A. Mapa Quadrático

O mapa quadrático unidimensional é definido por [15]:

$$x_1(n+1) = -2x_1^2(n) + 1 \quad (14)$$

Este mapa pode ser escrito na forma da Eq. (1) com $K = 1$, $\mathbf{A} = 0$, $\mathbf{b} = [1]$ e $\mathbf{f}(\mathbf{x}(n)) = -2x_1^2(n)$. Assim para este sistema, o autovalor da matriz \mathbf{A} é $\lambda_1 = 0$, e ele satisfaz a condição da Desigualdade (4). Portanto, um sistema mestre-escravo formado usando este mapa atingirá o sincronismo.

O expoente de Lyapunov para as órbitas do mapa quadrático é $h = \ln(2)$ [15], $h > 0$ e os sinais aperiódicos gerado pelo mapa quadrático são caóticos.

B. Mapa Tenda Inclinada

O mapa tenda inclinada é composto por dois trechos lineares, com inclinações de sinais diferentes. Eles se encontram em um ponto que determina o pico da tenda. A abscissa α desse ponto é o parâmetro que define um mapa na família. Os sinais gerados por estes mapas apresentam comportamento rico e variado, mas ainda assim de fácil esquematização [16]. O mapa utilizado nas simulações desse estudo é

$$x_1(n+1) = f_I(x_1(n)) = \begin{cases} \frac{2}{\alpha+1}x_1(n) + \frac{1-\alpha}{\alpha+1}, & -1 < x < \alpha \\ \frac{2}{\alpha-1}x_1(n) - \frac{\alpha+1}{\alpha-1}, & \alpha \leq x < 1 \end{cases} \quad (15)$$

com $\{\alpha, x(0)\} \subset U = (-1, 1)$. Este mapa pode ser escrito na forma da Eq. (1) com $K = 1$, $\mathbf{A} = 0$, $\mathbf{b} = 0$ e $\mathbf{f}(\mathbf{x}(n)) = \mathbf{f}_I(x_1(n))$. Para as simulações foi considerado o valor $\alpha = 0.1$.

Para as órbitas da família de mapas tenda inclinada, o expoente de Lyapunov depende apenas do parâmetro α sendo dado por [16]

$$h = \frac{\alpha+1}{2} \ln\left(\frac{2}{\alpha+1}\right) + \frac{1-\alpha}{2} \ln\left(\frac{2}{1-\alpha}\right). \quad (16)$$

Para todos os valores de α contidos no intervalo $(-1, 1)$, o expoente de Lyapunov é positivo. Isto implica que o mapa gera sinais caóticos para todos os valores admissíveis de α . Em particular para $\alpha = 0.1$, $h \approx 0.688$.

C. Mapa de Hénon Bidimensional

O mapa de Hénon é dado por [17]

$$\mathbf{x}(n+1) = \begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - ax_1^2(n) + x_2(n) \\ bx_1(n) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Este mapa pode ser escrito na forma da Eq. (1) com

$$K = 2, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ b & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = [1 \ 0]^T, \text{ e } \mathbf{f}(\mathbf{x}(n)) = \begin{bmatrix} 1 - ax_1^2(n) & 0 \end{bmatrix}^T$$

Para as simulações foram utilizados os valores $a = 1.4$ e $b = 0.3$. Assim para este sistema, os autovalores da matriz \mathbf{A} são $\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{b}$, como $b = 0.3$ e $\sqrt{0.3} < 1$ é satisfeita a condição da Desigualdade (4). O maior expoente de Lyapunov para $a = 1.4$ e $b = 0.3$ é dado por $h = 0.42$ [1], como $h > 0$, os sinais aperiódicos gerado pelo mapa bidimensional são caóticos.

D. Mapa de Hénon Tridimensional

O mapa de Hénon tridimensional foi utilizado no estudo de sincronismo baseado em mapas acoplados em rede [8]. Ele é dado por

$$\mathbf{x}(n+1) = \begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \\ x_3(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -ax_1(n)^2 + x_3(n) + 1 \\ -bx_1(n) \\ bx_1(n) + x_2(n) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Este mapa pode ser escrito na forma da Eq.(1) com $\mathbf{A} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -b & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ e } \mathbf{f}(\mathbf{x}(n)) = \begin{bmatrix} 1 - ax_1^2(n) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Para as simulações foram utilizados os valores $a = 1.07$ e $b = 0.3$. Assim para este sistema, os autovalores da matriz \mathbf{A} são [13]

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0.4084 + 0.4477i, \\ \lambda_2 &= 0.4084 - 0.4477i, \\ \lambda_3 &= -0.8169 \end{aligned} \quad (19)$$

e satisfazem a Desigualdade (4). O expoente de Lyapunov é $h \approx 0.23$ [13], como $h > 0$, os sinais aperiódicos gerado pelo mapa tridimensional são caóticos.

A seguir, mostram-se resultados de simulação utilizando o sistema de comunicação exibido na Fig. 1 para os mais diversos mapas apresentados considerando-se uma sequência $\mathbf{m}(n)$ aleatória e idêntica para todos os mapas.

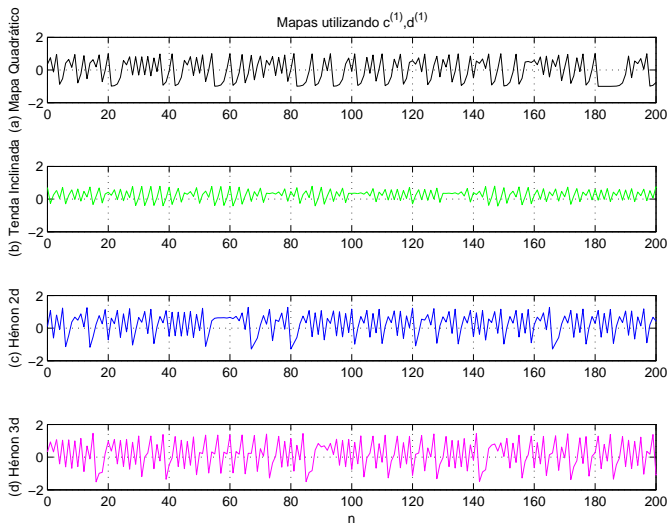


Figura 2: Sinal recebido para os mapas utilizando a codificação $c^{(1)}, d^{(1)}$ após simulação do sistema de comunicação para canal sem ruído.

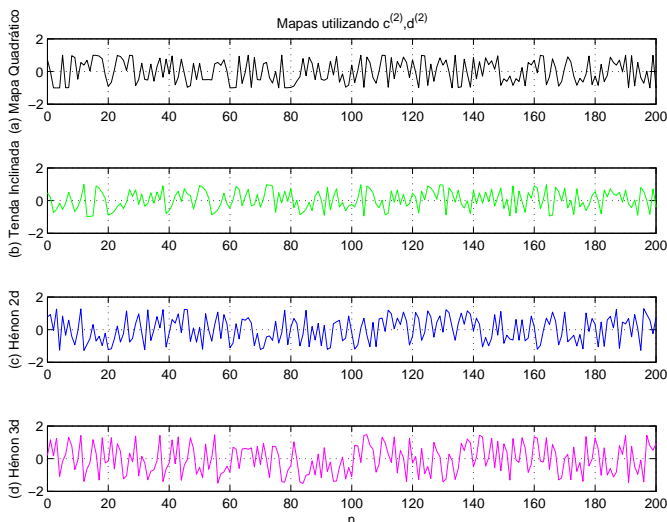


Figura 3: Sinal recebido para os mapas utilizando a codificação $c^{(2)}, d^{(2)}$ após simulação do sistema de comunicação para canal sem ruído.

IV. SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

Utilizando-se o sistema de comunicação com os mapas e as funções de codificação e decodificação descritos nas seções anteriores, foram realizadas as simulações apresentadas nessa seção.

Relação Sinal Ruído (Signal to noise ratio - SNR) é utilizada como medida para a qualidade de um sinal de informação recebida. É definida como

$$SNR = \frac{E_b}{N_0}, \quad (20)$$

sendo E_b a energia média por bit e $\frac{N_0}{2}$ a densidade espectral de potência do ruído branco no canal [18].

O BER é a taxa de erro de bit, um valor utilizado para indicar a taxa de bits errados durante uma transmissão eletrônica. É calculado como a razão entre o números de símbolos decodificados, de forma correta e o número de símbolos enviados.

Na Figura 4 são mostrados os resultados de uma simulação utilizando o sistema de comunicação apresentado na Figura 1 considerando-se canal ideal, ou seja $w(n) = 0$, utilizando-se o par $c^{(1)}, d^{(1)}$ e o mapa quadrático da Eq. (14).

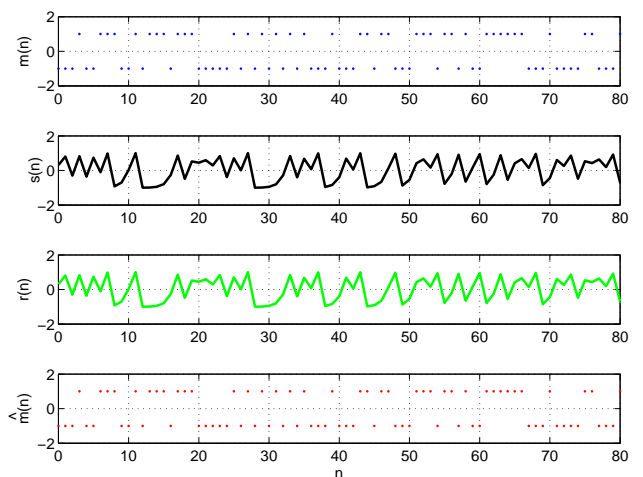


Figura 4: Simulação do sistema de comunicação para canal sem ruído: (a) mensagem $m(n)$, (b) sinal transmitido $s(n)$, (c) sinal recebido $r(n) = s(n)$ e (d) mensagem recuperada $\hat{m}(n)$

É possível notar na Figura 4, que o sistema sincroniza, pois a mensagem recuperada $\hat{m}(n)$ é idêntica a transmitida $m(n)$. Para a simulação representada na Figura 5 também foi utilizado o mapa da Eq.(14) e o par c_1, d_1 , porém adicionando-se ruído ao canal, neste caso com $SNR_{dB} = 80$ dB.

Ao analisar a Figura 5, é possível notar comparando os gráficos da mensagem enviada $m(n)$ e o da mensagem recuperada $\hat{m}(n)$ que quando adicionado ruído ao canal, o sistema de comunicação apresenta erros, neste caso especificadamente $BER = 0.0050$.

Para mensurar os erros em termos de BER e comparar com os sistemas de comunicação convencionais, foi gerado um gráfico com as curvas de BER em função do SNRdb e como comparação foi utilizado o sistema convencional de comutação de fase(Phase Shift Keying - PSK) [18], que é uma técnica de modulação digital simples que usa dois ângulos de fase diferentes para 0 e -1. Esse sistema foi utilizado como comparativo, pois quando são enviados 1 e -1 como mensagem sem a utilização de caos e com adição de ruído, o comportamento é o mesmo do PSK.

Ao analisar as curvas de BER na Figura 6, nota-se que a codificação utilizando-se o $c^{(2)}, d^{(2)}$ apresenta resultados melhores do que a codificação usando $c^{(1)}, d^{(1)}$ e mais próximos do desempenho ótimo do PSK. Desta forma, para comunicações digitais, utilizar a combinação $c^{(2)}, d^{(2)}$ parece uma escolha mais adequada do que a $c^{(1)}, d^{(1)}$, tradicional-

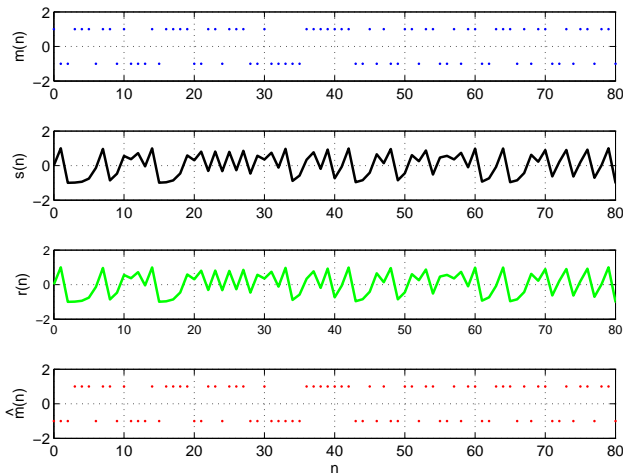


Figura 5: Simulação do sistema de comunicação para canal com $SNR_{dB} = 80$ dB: (a) mensagem $m(n)$, (b) sinal transmitido $s(n)$, (c) sinal recebido $r(n)$ e (d) mensagem recuperada $\hat{m}(n)$

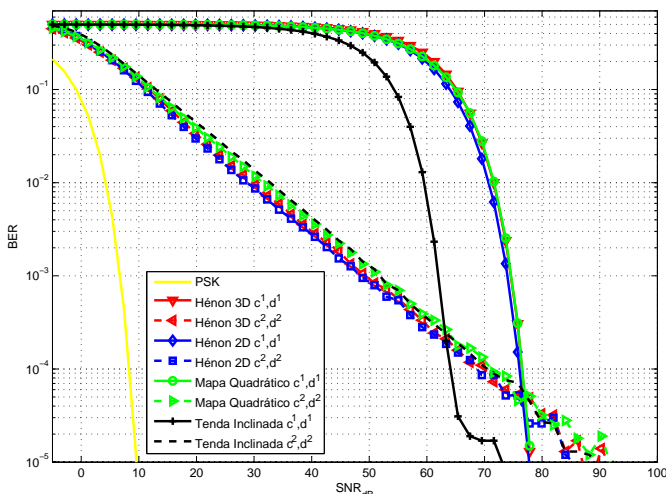


Figura 6: BER em função da SNR_{dB} para o sistema de comunicação estudado.

mente utilizada nos artigos da área [19] [7]. Por outro lado, uma vez escolhida a combinação $c^{(2)}, d^{(2)}$, todos os mapas testados tiveram desempenho praticamente idênticos.

A Tabela I apresenta o número médio de amostras necessário para o sincronismo para cada um dos mapas utilizados neste estudo.

Para o cálculo do transitório considerou-se um canal sem ruído e foram realizadas mil repetições para o cálculo da média e desvio padrão.

Ao analisar a Tabela I nota-se que a duração do transitório tem relação com a dimensão do mapa adotado. Quanto menor a dimensão do mapa, menor o transitório, a função de codificação não tem influência significativa no transitório.

Concluindo-se, parece que utilizar a função de codificação-decodificação $c^{(2)}, d^{(2)}$ e um mapa unidimensional é a

Tabela I: Transitórios

Mapa	Codificação	Transitórios (amostra)
Quadrático	$c^{(1)}, d^{(1)}$	1.99 ± 0.10
Quadrático	$c^{(2)}, d^{(2)}$	1.99 ± 0.10
Tenda Inclinada	$c^{(1)}, d^{(1)}$	1.95 ± 0.22
Tenda Inclinada	$c^{(2)}, d^{(2)}$	1.98 ± 0.14
Hénon Bidimensional	$c^{(1)}, d^{(1)}$	7.41 ± 1.71
Hénon Bidimensional	$c^{(2)}, d^{(2)}$	7.15 ± 2.16
Hénon Tridimensional	$c^{(1)}, d^{(1)}$	15.14 ± 3.86
Hénon Tridimensional	$c^{(2)}, d^{(2)}$	15.14 ± 4.68

combinação que apresenta os melhores resultados em termos de BER e duração do transitório. Porém em termos de BER ainda há muito o que progredir para que estes sistemas atinjam níveis comparáveis aos sistemas convencionais.

V. CONCLUSÃO

Neste trabalho, estudou-se o comportamento de um sistema de comunicação digital baseado em caos em canal AWGN.

Foram testados quatro mapas diferentes e duas funções de codificação-decodificação. As simulações realizadas levam a concluir que o uso de produto entre a mensagem a ser transmitida e o sinal caótico ao invés de somá-los leva a menores valores de BER. Por outro lado, usar mapas de dimensão mais baixa leva a menores tempos para que o sistema mestre-escravo sincronize. Deve-se ressaltar que para o sistema estudado essa informação é menos relevante já que mestre e escravo precisam sincronizar-se apenas no início da transmissão.

Os resultados ainda estão aquém dos sistemas convencionais, como o PSK, o que mostra que ainda é necessária muita pesquisa para tornar estes sistemas viáveis. Várias alternativas para melhorar este desempenho estão sendo analisadas.

Uma das alternativas é trabalhar com os mapas caóticos acoplados em forma de rede dando continuidade ao trabalho proposto em [17]. Neste trabalho verificou-se que sincronização é mais robusta ao ruído quanto maior o número de mapas acoplados, sendo uma maneira de melhorar o desempenho de sistemas de caos baseados em ambientes mais realistas. Pretende-se trabalhar com os mapas caóticos acoplados em forma de rede utilizando o sistema de comunicação aqui apresentado e mensurar o seu desempenho em termos de BER e transitório.

AGRADECIMENTOS

M.E. agradece ao CNPq pelo financiamento parcial deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] K. T. Alligood, T. D. Sauer, and J. A. Yorke, *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*, ser. Textbooks In Mathematical Sciences. New York: Springer-Verlag, 1997.
- [2] W. M. Tam, F. C. M. Lau, and C. K. Tse, *Digital Communications with Chaos: Multiple Access Techniques and Performance*. New York, NY, USA: Elsevier Science Inc., 2006.
- [3] E. Ott, C. Grebogi, and J. A. Yorke, "Controlling chaos," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, no. 11, pp. 1196–1199, Mar 1990.

- [4] S. Hayes, C. Grebogi, and E. Ott, "Communicating With Chaos," *Physical Review Letters*, vol. 70, no. 20, pp. 3031–3034, May 17 1993.
- [5] S. Hayes, C. Grebogi, E. Ott, and A. Mark, "Experimental Control Of Chaos For Communication," *Physical Review Letters*, vol. 73, no. 13, pp. 1781–1784, Sep 26 1994.
- [6] L. M. Pecora and T. L. Carroll, "Synchronization in chaotic systems," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, no. 8, pp. 821–824, Feb 1990.
- [7] A. Argyris, D. Syvridis, L. Larger, V. Annovazzi-Lodi, P. Colet, I. Fischer, J. Garcia-Ojalvo, C. Mirasso, L. Pesquera, and K. Shore, "Chaos-based communications at high bit rates using commercial fibre-optic links," *Nature*, vol. 438, no. 7066, pp. 343–346, 2005.
- [8] A. M. Batista and M. Eisencraft, "Comparing single and coupled maps synchronization performance under additive noise," in *Dynamics Days South America 2010 - International Conference on Chaos and Nonlinear Dynamics - Book of Abstracts and Program*, São José dos Campos, Brazil, Jul. 2010, pp. 93–93.
- [9] F. C. M. Lau and C. K. Tse, *Chaos-based digital communication systems*. Berlin: Springer, 2003.
- [10] F. Lau, C. Tse, M. Ye, and S. Hau, "Coexistence of chaos-based and conventional digital communication systems of equal bit rate," *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 2, pp. 391 – 408, 2004.
- [11] B. P. Lathi, *Modern Digital and Analog Communication Systems*, 4th ed. New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 2009.
- [12] J. Grzybowski, M. Eisencraft, and E. Macau, "Chaos-based communication systems: Current trends and challenges," in *Applications of Chaos and Nonlinear Dynamics in Engineering - Vol. 1*, ser. Understanding Complex Systems, S. Banerjee, M. Mitra, and L. Rondoni, Eds. Springer Berlin / Heidelberg, 2011, vol. 71, pp. 203–230.
- [13] M. Eisencraft, R. Fanganiello, and L. Baccala, "Synchronization of discrete-time chaotic systems in bandlimited channels," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2009, 2009.
- [14] C. W. Wu and L. O. Chua, "A simple way to synchronize chaotic systems with applications to secure communication systems," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 3, no. 6, pp. 1619–1627, 1993.
- [15] M. Eisencraft and L. A. Baccalá, "The Cramer-Rao bound for initial conditions estimation of chaotic orbits," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 38, no. 1, pp. 132 – 139, 2008.
- [16] D. M. Kato and M. Eisencraft, "Caracterização espectral de sinais caóticos," in *Anais do XXV Simpósio brasileiro de Telecomunicações*, Recife, Brasil, 2007, pp. 1–5.
- [17] M. Eisencraft and A. Batista, "Discrete-time chaotic systems synchronization performance under additive noise," *Signal Processing*, vol. 91, no. 8, pp. 2127 – 2131, 2011.
- [18] S. S. Haykin, *Communication systems*, 4th ed. New York: Wiley, 2000.
- [19] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, *Discrete-Time Signal Processing*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall Press, 2009.