



TITLE:

Computational Complexity of Tree
Evaluation Problems and Branching
Program Satisfiability Problems(Abstract_要
旨)

AUTHOR(S):

Nagao, Atsuki

CITATION:

Nagao, Atsuki. Computational Complexity of Tree Evaluation Problems and Branching Program Satisfiability Problems. 京都大学, 2015, 博士(情報学)

ISSUE DATE:

2015-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k19129>

RIGHT:

(続紙 1)

京都大学	博士 (情報学)	氏名	長尾 篤樹
論文題目	Computational Complexity of Tree Evaluation Problems and Branching Program Satisfiability Problems (木構造関数値評価問題と分岐プログラム充足性問題に対する計算複雑さ)		
(論文内容の要旨)			
<p>本研究では、計算量理論分野における重要な未解決問題であるクラスP(多項式時間計算可能な問題の集合)とクラスL(対数領域計算可能な問題の集合)の分離に向けて、その足がかりとなる研究を行う。きっかけはCookらの木構造関数値評価問題 (tree evaluation problems, TEP) の導入であり、この問題を解く分岐プログラムが多項式サイズでは構成できないという予想を示した。しかし実際に示すことができた下界は$\Omega(n^{\{3/2\}}/(\log\{n\})^{\{5/2\}})$であり、超多項式には遠く届かない現状である。更に関連問題である分岐プログラム充足可能性問題の高速計算等に対しても研究している。</p> <p>第2章ではある制限を持つ分岐プログラムの超多項式下界を示している。先行研究では変数を読む順序に制限を与えれば超多項式下界が得られることが示されている。しかし、この制限は「セマンティックな制限」であって脱却することは極めて困難である。これに対し本研究では「シンタクティックな制限」である1回読みと呼ばれる良く知られた制限を採用し、$\Omega(k^h) = \Omega(n^{\{\log\{n\}\}})$という下界を示した。この下界は上界と一致しており、この制限下では最適な構成法を提示できたと言える。また、少なくとも変数読みの順序という制限からは脱却することができ、クラスLとクラスPとの分離という最終目標への足掛かりになると期待される。</p> <p>第3章では、Cookらの提案した手法を改善する事により、高さ3であるd分木 (dは一般の定数) のTEPに対して適用可能とした。これにより、一般の分岐プログラムに対し、新たにより大きな下界を示した。一方で高さ4のTEPに対してはこの手法を改善することでより大きな下界を示す事は難しいという考察をしている。</p> <p>第4章では分岐プログラムに対する充足性問題に対する高速なアルゴリズムを提案した。K-IBDDというクラスに属す分岐プログラムが与えられた時に、1を出力するような入力が存在するかどうかを判定する問題をk-IBDD SAT と呼ぶ。この問題はNP完全である事が知られており、NP完全問題を高速に解くアルゴリズムを見つける事は計算量理論分野では重要なテーマの一つである。本研究では、変数数n、サイズが$m = O(n^c)$であるk-IBDD SATに対し$\text{poly}(n) \cdot 2^{\{n - n^\alpha\}}$時間で動くアルゴリズムを設計した。ここで、$\alpha = 1/2^{\{k-1\}}$である。</p> <p>第5章ではある種のソーティングに対する計算量の解析を行っている。昇順に1~nのラベルの付いたn本のビンにそれぞれk個の1~nのラベルのついたボールが入っている。ある状態を初期状態として与えられ、隣り合うビンのボールのみの入れ替えのみが許されたとき、全てのiに対し、ラベルiのついたボール全てをラベルiのビンへ入れるためのステップ数を考える。本研究は、nとkとが共に十分大きくなった時に下界に限りなく近づくアルゴリズムを設計し、さらにk=3においてはそのアルゴリズムよりも高速に動く別のアルゴリズムも設計した。</p> <p>最後に第5章において、以上の結果がまとめられ、今後の方針が与えられている。</p>			

注) 論文内容の要旨と論文審査の結果の要旨は1頁を38字×36行で作成し、合わせて、3,000字を標準とすること。

論文内容の要旨を英語で記入する場合は、400~1,100 wordsで作成し
審査結果の要旨は日本語500~2,000字程度で作成すること。

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

計算量理論分野における最重要課題は、見かけ上異なっている2つの計算量クラスが真に異なることを数学的に証明することである。これは、P対NP問題が有名であるが、実際は他の計算量クラス間に関しても、ほとんど自明なものを除いては全くと言っていいくらい証明されていない。

本研究では、真に異なるクラスであろうと強く予想されているクラスPとクラスLとの分離を目指し、クラスLに属していないと予想される木構造関数値評価問題の解析を行っている。また、この解析で用いられている標準的な計算モデルである分岐プログラムに関連して、分岐プログラム充足可能性問題を取り上げ、それを解く高速アルゴリズムを設計している。更に基本的な操作の一つであるソーティングに関する効率的なアルゴリズムの設計も行っている。

本論文の結果について特筆すべき点は以下の通りである。

1. 木構造関数値評価問題を解く分岐プログラムを解析し、従来より制限を緩和した一回読みと呼ばれる条件下において最適な超多項式下界を示した。この緩和した条件を脱却する事は従来の条件の脱却よりも簡単であることが強く示唆されていて、クラスPとクラスLとの分離という最終目標に対して重要な足掛かりを与えたといえる。
2. 同じ問題に対して制限を設けない一般の分岐プログラムによる計算量の解析を行い、既存のものよりより大きい規模を持つ木構造関数値評価問題に対して上界と一致する下界を示した。この下界は既存のものに漸近し、さらに大きい規模を持つ問題を用いることで既存の下界を超えることが期待できる。
3. 分岐プログラムのうちk-IBDDと呼ばれるクラスに入るものに対し、1を出力する入力が存在するか確認するk-IBDD充足可能性問題に対して高速なアルゴリズムを設計した。この問題はNP完全な問題であるが、部分割り当てや各レイヤーの統合などの手法を用いて、総当たりよりも超多項式倍高速に解答するアルゴリズムを提案している。
4. ソーティングの一種であるSorting k-sets in Bins という問題を解く効率的なアルゴリズムを提案している。貪欲アルゴリズムが下界とほぼ一致するという解析結果を提示し、k=3である場合にはより高速に解く分割アルゴリズムを提案し、計算時間を解析している。

以上、木構造関数値評価問題の領域計算量の下界解析及び関連問題の効率的なアルゴリズムの設計に関して学術上意義深い結果を導いている。よって、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値のあるものと認める。

また平成27年2月19日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。

注) 論文審査の結果の要旨の結句には、学位論文の審査についての認定を明記すること。更に、試問の結果の要旨(例えば「平成 年 月 日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。」)を付け加えること。

Webでの即日公開を希望しない場合は、以下に公開可能とする日付を記入すること。

要旨公開可能日: 年 月 日以降