

Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Mathematical Knowledge for Teaching Different Meanings of the Equal Sign: a study carried out with Elementary School Teachers

Linéia Ruiz Trivilin^{*}

Alessandro Jacques Ribeiro^{**}

Resumo

O objetivo deste artigo é apresentar os principais resultados da pesquisa de mestrado “*Conhecimentos de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental para o ensino dos diferentes significados do sinal de igualdade*”, que buscou compreender quais conhecimentos os professores declaram e demonstram possuir acerca dos diferentes significados do sinal de igualdade. As análises foram desenvolvidas por meio da triangulação de dados produzidos por questionários, pela análise de documentos e por uma dinâmica de interação coletiva. Os resultados revelam limitações dos professores para reconhecer diferentes significados matemáticos do sinal de igualdade; perceber as implicações do ensino dos diferentes significados do sinal de igualdade no e/ou para o currículo; justificar potencialidades do trabalho em pequenos grupos de alunos nas aulas de Matemática. Demonstram também que o estudo analítico dos componentes envolvidos no conhecimento profissional do professor de Matemática pode desvelar necessidades de formação de professores que ensinam Matemática.

Palavras-chave: Formação de Professores de Matemática. Significados do Sinal de Igualdade. Conhecimento Matemático para o Ensino. Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Abstract

Our goal in this paper is to present the main results of a master’s degree research on “Elementary school teachers and their knowledge for teaching the different meanings of the equal sign”. This research aimed to understand what knowledge the teachers announce and demonstrate about the different meanings of the equal sign. The analysis were developed using data triangulation produced by questionnaires, by document analysis, and by a social collective interaction. Among results, we have observed that the teachers showed limitations in recognizing the different mathematical meanings of the equal sign; in realizing some implications from teaching the different meanings of the equal sign in/for the curriculum; in justifying potentialities of a collective work in mathematics classes. We highlighted, in the end, that such analytical study of the components involved in the

^{*} Mestra em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática, pela Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André/SP, Brasil. Coordenadora Pedagógica da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SME/SP). Endereço para correspondência: Rua Bagé, 230, Apto 93A, Bairro Vila Mariana, São Paulo/SP, Brasil – CEP 04112-140. *E-mail:* tlineia@yahoo.com.br

^{**} Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica (PUC/SP). Professor Adjunto lotado no Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC) da Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André/SP, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida dos Estados, 5001, Bloco A, Sala 542, Bairro Bangu, Santo André/SP, Brasil - CEP: 09210-580. *E-mail:* alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br

professional knowledge of mathematics teachers could support uncovering necessities on mathematics teacher education.

Keywords: Mathematics Teacher Education. Meanings of the Equal Sign. Mathematical Knowledge for Teaching. Elementary School.

1 Introdução – um panorama geral

Estudos sobre processos de formação de professores que ensinam Matemática ampliaram-se nas últimas décadas: diferentes aportes teóricos vêm sendo desenvolvidos e as tipologias e classificações desses estudos nos dão ideia da diversidade de enfoques e do ecletismo presentes nas pesquisas, bem como revelam a complexidade da atuação docente e proporcionam avanços na compreensão dos desafios na sua formação.

Em nossa pesquisa (TRIVILIN, 2013), procuramos compreender quais conhecimentos os professores demonstram ter para ensinar os diferentes significados do sinal de igualdade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a partir da perspectiva teórica de Shulman (1986, 1987), a qual categoriza esses conhecimentos em: conhecimento específico do conteúdo; conhecimento pedagógico do conteúdo; e conhecimento curricular.

No que se refere ao conhecimento pedagógico do conteúdo, optamos por identificar a compreensão dos professores sobre o papel das interações sociais entre alunos para aprender Matemática. Investigamos a forma como os professores compreendem a importância de proporcionar interações entre os alunos, nas quais os diálogos em que as ideias matemáticas são exploradas ajudam os estudantes a raciocinarem e a estabelecerem novas conexões entre os conhecimentos.

O estudo se desenvolveu em uma escola da rede pública do município de São Paulo e dele participaram dez professores que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Do ponto de vista metodológico, nossa pesquisa se insere no conjunto de estudos de natureza qualitativa, sob a perspectiva teórico-interpretativa. Nossa revisão de literatura possibilitou escolher o referencial teórico e a organizar os procedimentos metodológicos adotados: a análise documental, os questionários com questões abertas, as atividades que foram analisadas pelos professores e, por fim, uma dinâmica de interação coletiva com os docentes.

Os principais materiais de análise de nossa pesquisa foram as respostas dos professores aos questionários por nós elaborados e o conjunto de transcrições provenientes das gravações em áudio das enunciações produzidas em uma dinâmica de interação coletiva entre os professores. Os dados foram agrupados a partir das categorias de conhecimento

propostas por Shulman e analisados por meio da triangulação de dados dos diferentes procedimentos.

2 O que nos diz a revisão de literatura – a formação de professores de Matemática

A preocupação com a qualidade do ensino de Matemática não é uma temática recente, pois tem sido registrada pela literatura desde as mais antigas experiências educacionais mundiais. No Brasil, por exemplo, os documentos de anais dos primeiros congressos, aqui realizados nas décadas de 1950 e 1960, já destacavam preocupações com a qualidade do ensino (PIRES; SANTOS, 2008).

Nas avaliações institucionais promovidas pelos órgãos públicos de educação, os baixos índices de aproveitamento dos alunos em Matemática são objeto de críticas nos meios de comunicação e provocam um mal-estar entre gestores, educadores, alunos e na sociedade em geral. Atrelado à divulgação dos índices, encontramos o debate sobre as causas dos resultados insatisfatórios. Nesse sentido, muitos estudos contribuíram para um importante processo de reforma curricular em diferentes países.

As inovações curriculares trouxeram para a discussão o perfil do professor de Matemática, pois sua atuação marca de forma decisiva as aprendizagens dos alunos e sua contribuição é essencial para viabilizar mudanças significativas nos sistemas de ensino. Uma questão que tem definido rumos de investigações se refere aos conhecimentos que os professores necessitam deter para poder ensinar. As preocupações com essa questão têm levado pesquisadores a adotar o conceito de *conhecimento de base*, que, em termos gerais, se refere ao conhecimento que os professores devem possuir para realizar um bom ensino.

Dentre esses pesquisadores, Shulman (1986, 1987) consolidou a corrente do *knowledge base*, a qual busca compreender como os conhecimentos dos professores são adquiridos e como os *novos* conhecimentos se combinam com os *velhos*, para formar uma base de conhecimentos. Shulman (1986) diferencia três categorias de conhecimentos que compõem a base para o ensino: o conhecimento específico do conteúdo (*subject knowledge matter*); o conhecimento pedagógico do conteúdo (*pedagogical knowledge matter*) e o conhecimento curricular (*curricular knowledge*).

O conhecimento específico do conteúdo refere-se às compreensões do professor sobre a estrutura da disciplina, à forma como ele entende o conhecimento que será objeto de ensino. Essa compreensão não se restringe apenas a fatos e conceitos relativos à disciplina, mas

também, à compreensão dos processos de sua produção, de representação e de validação epistemológica, o que requer entender a estrutura da disciplina compreendendo o domínio atitudinal, conceitual, procedimental, representacional e validativo do conteúdo.

O conhecimento pedagógico do conteúdo se refere aos modos de formular e apresentar o conteúdo, para torná-lo compreensível aos alunos. A comunicação do professor deve prever a diversidade de alunos e ser flexível, para conceber explicações alternativas de conceitos e princípios. Em outras palavras, deve incluir analogias, ilustrações, exemplos, explanações e demonstrações. Deve também reconhecer o que facilita ou dificulta o aprendizado de um determinado conteúdo; os erros conceituais que os alunos apresentam com frequência; e as implicações desses erros na aprendizagem.

A terceira categoria de Shulman (1986), o conhecimento curricular, diz respeito ao conhecimento dos programas de ensino. Abrange o conjunto de programas elaborados para o ensino; os recursos didáticos que podem ser utilizados; o conhecimento das relações entre conteúdos e contextos, dentro da mesma disciplina ou não; e a familiaridade com os outros tópicos desse conteúdo que já foram ou serão estudados na mesma disciplina nos anos anteriores e posteriores. O conhecimento curricular serve como indicação e contraíndicação do uso de um determinado material em circunstâncias particulares.

Em relação aos estudos sobre a base de conhecimento do professor para ensinar Matemática, destacamos os trabalhos dos grupos liderados por Deborah Ball (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; HILL; ROWAN; BALL, 2005). Nesses trabalhos são sistematizados, a partir do referencial teórico de Shulman (1986, 1987), diversos resultados de pesquisas, que levaram ao desenvolvimento da noção de *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) – Conhecimento Matemático para o Ensino. Ball, Thames e Phelps (2008) enfatizam que os professores precisam conhecer e entender a Matemática de uma maneira diretamente relacionada ao ofício de ensinar. Segundo os autores, é necessário que os docentes saibam bem os conteúdos que ensinam para ajudar os alunos na aprendizagem, porém, isso não é suficiente para ensinar os mesmos conteúdos. No que se refere, em específico aos conceitos da álgebra, temos o trabalho de Ribeiro (2012) que discute o conhecimento matemático para o ensino de equações na Educação Básica.

Debruçamo-nos, a seguir, sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo, colocando em discussão aquilo que entendemos e denominamos *conhecimento pedagógico do professor sobre o potencial das interações sociais nas aulas de Matemática como elemento mediador na apropriação de conhecimentos*. Vale ressaltar que não estamos, com isso, desconsiderando

as muitas variáveis que compõem o conhecimento pedagógico. Mas, por outro lado, pretendemos contribuir com um aprofundamento teórico no que se refere ao papel das interações sociais de alunos para aprender Matemática.

3 As interações sociais nas aulas de matemática – uma componente do conhecimento pedagógico do conteúdo

Durante as últimas décadas, temos observado um crescente interesse em investigar as interações sociais nas aulas de Matemática. Miranda, Fortes e Gil (1998) indicam que alguns estudos passaram a considerar as dificuldades de aprendizagem como resultado das experiências dos alunos e deslocaram o debate da esfera neurológica para variáveis ambientais e intrapessoais, colocando em relevo o contexto escolar e as interações sociais.

No final da década de 1970, os trabalhos pioneiros de Doise, Mugny e Perret-Clermont (1975) constituíram-se num marco teórico para os estudos sobre as influências das interações sociais nos processos de desenvolvimento cognitivo dos sujeitos. Os resultados desses estudos apontaram que os alunos, ao trabalharem em pequenos grupos na resolução de problemas, tinham avanços cognitivos mais expressivos entre níveis de construção de noções lógicas (as conservações, por exemplo) do que os que eram exercitados individualmente. Nesse contexto, as interações sociais surgem como um novo domínio de investigação no campo da cognição.

Os resultados dos trabalhos de Schubauer-Leoni e Perret-Clermont (2000) indicam as interações de pares como um elemento facilitador de progressos, quer em avanços nas elaborações de noções lógicas, quer em relação à aquisição de conceitos matemáticos específicos.

A interação social é uma das formas possíveis de os alunos *dialogarem* com o conhecimento e aprenderem Matemática de forma mais significativa na escola. De acordo com César (2000), do ponto de vista da aprendizagem as formas de interações sociais são: a interação um a um; um com muitos; ou ainda interação de muitos com muitos. As formas de interação são mediadas pela comunicação e, para Ponte e Serrazina (2000, p. 123), “o professor deve garantir que essa comunicação se efectue em múltiplos sentidos – dele para os alunos, dos alunos para si e entre os próprios alunos”, devendo “fomentar interações entre todos os intervenientes na aula, estabelecendo as regras adequadas”.

As interações podem ser iniciadas pelo professor ou pelos alunos e abrangem as perguntas, os comentários, os elogios, as críticas, os *feedbacks* aos alunos, os pedidos de

ajuda, entre outros aspectos. Sá-Chaves (2000) afirma que as interações sociais para a aquisição de novos conhecimentos pressupõem a negociação de significados, sendo, por isso, muito mais do que uma simples troca de informações entre indivíduos.

Realizar tarefas em pequenos grupos permite ao aluno expor, argumentar, criticar e ouvir ideias. Eles podem arriscar-se na exposição de pontos de vista, exprimir seus pensamentos e negociar significados. Todavia, não basta os alunos se encontrarem sentados lado a lado na sala de aula para que tenham melhor desempenho escolar. É necessário definir critérios para o trabalho, propor tarefas que estimulem a interação e gerir possíveis conflitos. O trabalho em grupo pode ser desafiador ou repetitivo, assim como trabalhar em duplas pode ser, também, improdutivo. As tarefas propostas devem estar adequadas ao nível de conhecimento dos alunos, ao tipo de trabalho estabelecido e ao modo de acompanhamento do professor – nisso consiste a gestão do ambiente de aprendizagem.

O professor tem papel fundamental na promoção das interações nas aulas de Matemática e os tipos de interações que proporciona aos alunos estão relacionados com a forma pela qual o professor entende o ensino e a aprendizagem de Matemática. Segundo Ponte e Serrazina (2000, p. 111), há dois estilos fundamentais de aula:

Num, o professor introduz os conceitos e o conhecimento matemático na sua forma acabada e os alunos têm essencialmente um papel de receptores de informação. Noutro, o saber é construído pelos alunos no decurso da própria atividade, assumindo assim uma participação activa, e o professor tem essencialmente um papel de organizador e dinamizador da aprendizagem.

Segundo estes autores, os dois estilos imprimem dinâmicas diferentes às aulas de Matemática, e estão diretamente relacionados aos conhecimentos dos professores e à maneira como estes introduzem as diferentes tarefas e apoiam os alunos na sua realização.

Ao fomentar diálogos nos quais as ideias matemáticas são exploradas, o professor ajuda os alunos a estabelecerem novas conexões entre conhecimentos. As interações sociais, nomeadamente, as interações entre pares, revelaram ser um elemento facilitador da apreensão de conhecimentos matemáticos (SCHUBAUER-LEONI; PERRET-CLERMONT, 1980).

Para César (2000), dentre os trabalhos que buscaram compreender, do ponto de vista pedagógico, o papel das interações sociais no ensino e na aprendizagem de Matemática, em nenhum deles chegou-se à conclusão de que o trabalho individual é mais relevante do que o trabalho em pequenos grupos. Diante do exposto acima, defendemos que as interações sociais no ensino de Matemática se constituem num *tipo* de conhecimento pedagógico valioso para o professor potencializar as aprendizagens de Matemática na sala de aula.

Destacamos que as informações teóricas sobre as interações sociais nas aulas de Matemática foram descritas por nós com o objetivo de fundamentarmos nossa escolha por essa modalidade de organização pedagógica como objeto de conhecimento pelos professores participantes da nossa pesquisa. Ou seja, se eles declaram saber ou não algo a respeito.

4 Os diferentes significados do sinal de igualdade – objeto matemático de investigação

No Ensino Fundamental, há uma preocupação quanto ao ensino das operações básicas e ao significado dos símbolos operatórios (+, -, x e :), os quais são abordados e comumente discutidos nas salas de aula. Entretanto, em relação ao sinal de igualdade, aponta-se – em alguns dos estudos que discutiremos a seguir – que é dada uma importância secundária de tal sinal para os alunos, os quais o reconhecem *apenas* como um sinal que indica a *lugar* no qual devem colocar o resultado das operações realizadas.

Lessa (1996) relata que muitos alunos possuem concepções limitadas sobre o significado do sinal de igualdade. Seus estudos investigaram a passagem dos alunos da aritmética para a álgebra e concluíram que algumas dificuldades na aprendizagem das equações estão relacionadas à mudança de/nos significados do sinal de igualdade. Segundo Clement (1980), até mesmo em alunos do ensino superior podem persistir certas dificuldades sobre a compreensão do sinal de igualdade.

Ponte, Branco e Matos (2009) apontam três significados que podem ser atribuídos ao sinal de igualdade: o primeiro relacionado à noção *operacional*; o segundo, envolvendo a ideia de *equivalência*; e, por último, a noção *relacional*.

A noção operacional surge, essencialmente, em contextos aritméticos. As atividades com operações aritméticas conduzem as crianças a compreenderem o sinal de igualdade como um símbolo operacional - um símbolo que indica uma ação (operação) a ser realizada. As crianças percebem o sinal de igualdade como um *sinal de fazer algo* (BEHR; ERLWANGER; NICHOLS, 1980); uma ação indicada que significa: *dá ou faz* (STACEY; MACGREGOR, 1997); um *operador que transforma*, por exemplo, $3 + 4$ em 7 (LESSA, 1996).

Normalmente, os alunos aceitam o sinal de igualdade em sentenças em que ele aparece logo após os símbolos operatórios (+, -, x e :). Em nosso entendimento, os tipos de atividades propostas aos alunos parecem reforçar esta ideia. Por exemplo:

Resolva as operações:	$3 + 4 =$	$8 - 5 =$
	$15 : 3 =$	$2 \times 8 =$

Quadro 1- Atividades apresentadas aos alunos
 Fonte: Trivilin, 2013, p. 45

Esses tipos de sentenças predominam, praticamente, durante os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, havendo mudanças apenas em relação às grandezas numéricas. Além disso, os alunos aprendem que devem armar e efetuar a operação e, na sequência, *dar a resposta* após o sinal de igualdade. Os estudos de Behr, Erlwanger e Nichols (1980) indicam que atividades desse tipo conduzem as crianças a perceberem o sinal de igualdade como uma *instrução* para fazer algo do lado esquerdo e colocar a resposta do lado direito.

O significado de equivalência do sinal de igualdade é muito importante para a compreensão de conceitos algébricos, como, por exemplo, o conceito de equação. Lessa (1996) utilizou a metáfora da balança para desenvolver a noção de equivalência do sinal de igualdade, no contexto de equações:

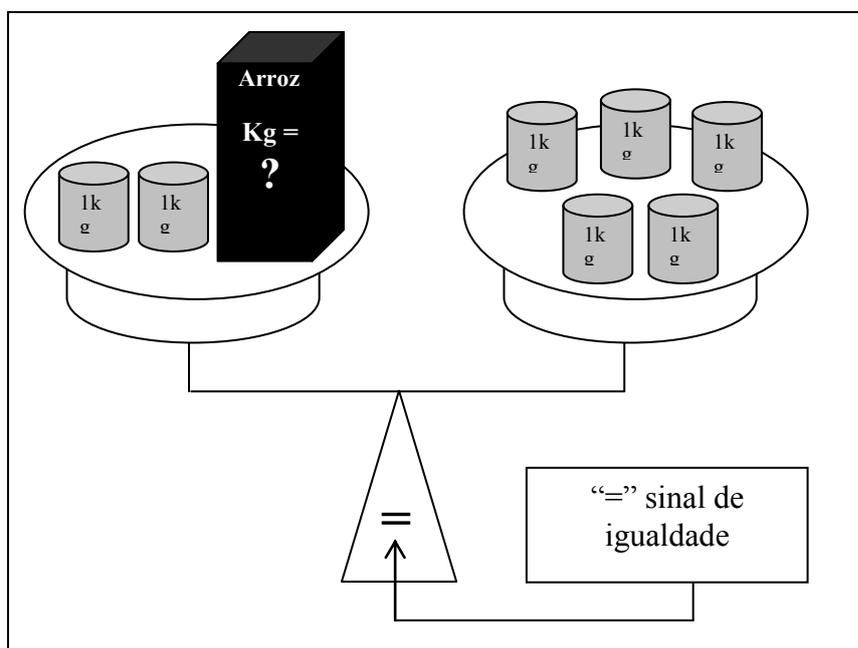


Figura 1 – Balança representando a ideia de equivalência
 Fonte: Lessa (1996)

Na Figura 1, a noção de equivalência é evidenciada pelo equilíbrio da balança. O sinal de igualdade assume esse significado quando apresentado em situações em que indica *o mesmo valor, a mesma coisa ou o que tem de um lado é igual ao que tem do outro lado*. Entendemos as limitações que o uso da metáfora da balança pode apresentar, quando se

trabalha, por exemplo, com números negativos. Mas, no contexto em que nossa pesquisa se desenvolveu, tal estratégia pode ser um bom caminho, ainda que momentâneo.

Situações como as discutidas acima podem favorecer a compreensão dos alunos em relação às ideias associadas à noção de equivalência. Assim, uma diversidade de atividades pode ser desenvolvida nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, com o objetivo de discutir o significado do sinal de igualdade a partir de diferentes contextos.

O terceiro significado do sinal de igualdade - a noção relacional - envolve a compreensão de uma relação estática numa igualdade aritmética ou algébrica, como neste exemplo:

Tarefa 1:		
Complete os seguintes espaços em branco:		
$12 - 4 = 13 - \square$	$\square - 6 = 15 - 7$	$14 - 9 = \square$
$9 - 4 = \square - 3$	$17 - \square = 18 - 8$	

Quadro 2- Atividades apresentadas aos alunos
Fonte: Banbarra, 2011 p. 310

A noção relacional é identificada em situações em que o sinal de igualdade é utilizado para representar uma igualdade de expressões, em uma relação funcional. Ponte, Branco e Matos (2009) consideram fundamental que os alunos explorem situações nas quais o sinal de igualdade apresente diferentes significados. A forma limitada como os alunos compreendem os significados do sinal de igualdade é resultado de suas experiências matemáticas no Ensino Básico, uma vez que as situações de aprendizagem mais utilizadas resumem-se a realizar cálculos para obter uma resposta numérica.

Segundo Carpenter, Franke e Levi (2003), para a aprendizagem da aritmética e da álgebra, é importante reconhecer o sinal de igualdade e utilizá-lo para expressar relações. De acordo com esses autores, quando os alunos compreendem o sinal de igualdade de forma restrita – apenas com significado de noção operacional – limitam-se a memorizar um conjunto de regras. Também, demonstram dificuldades na compreensão das equações e dos procedimentos para resolvê-las e utilizam estratégias de natureza aritmética – substituem as letras por valores numéricos – ou estratégias de natureza pré-algébrica, em que recorrem às operações inversas.

Pesquisadores envolvidos com a *Early Algebra* acompanharam um grupo de estudantes do Ensino Fundamental, durante três anos, uma a duas vezes por semana. Esses

alunos realizavam tarefas que envolviam o pensamento algébrico e alguns resultados indicam que crianças a partir de nove ou dez anos desenvolvem o pensamento algébrico; podem utilizar símbolos para generalizar relações aritméticas ou padrões geométricos, e também utilizar noções algébricas para descrever relações funcionais.

Silva e Savioli (2012) realizaram um estudo a partir das orientações da *Early Algebra*, com o objetivo de analisar características do pensamento algébrico de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Os resultados desse estudo corroboram com os resultados obtidos por outros pesquisadores adeptos da *Early Algebra* e apontam que os estudantes têm condições de lidar com aspectos relacionados ao pensamento algébrico, de modo que este pode ser desenvolvido antes de os estudantes apresentarem uma linguagem simbólica algébrica.

5 Nossa investigação – Conhecimentos dos professores revelados na pesquisa

Como visto acima, este trabalho teve o objetivo de estudar os conhecimentos dos professores para ensinar os diferentes significados do sinal de igualdade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sob a perspectiva teórica de Shulman (1986, 1987): conhecimento específico do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular. Em relação ao conhecimento pedagógico do professor, como já mencionamos, propomo-nos a focalizar o papel das interações sociais no ensino de Matemática.

Retomando os principais aspectos metodológicos de nossa pesquisa, destacamos a realização de análise documental de documentos oficiais da rede de ensino em que se desenvolveu a pesquisa. Utilizamos questionários com os professores e, a partir dos dados que surgiram neste questionário, sentimos a necessidade de esclarecer algumas questões. Com esse objetivo organizamos uma dinâmica de interação coletiva com os docentes, gravadas em áudio. Os procedimentos metodológicos adotados - análise documental, questionários e dinâmica de interação coletiva - bem como a metodologia de triangulação dos dados, nos possibilitaram produzir as análises que passaremos a discutir.

5.1 Conhecimento específico do conteúdo

Em relação ao conhecimento específico do conteúdo, procuramos identificar o que os professores declaram saber sobre os diferentes significados do sinal de igualdade, para tanto apresentamos-lhes uma sequência de atividades para os alunos do quarto ano do Ensino

Fundamental, em que o sinal de igualdade representava diferentes significados. E perguntamos aos professores que significados os alunos reconheceriam. As respostas foram organizadas no Quadro 3:

O que você acha que os alunos responderam na questão: “Qual é o significado do sinal de igualdade nas três atividades que você acabou de resolver?”	
P1	O sinal de igual tem como objetivo mostrar a equivalência de quantidade de duas partes ou mais.
P2	Acredito que os alunos responderam que ele mostra que uma coisa é igual à outra.
P3	O significado é para mostrar que diferentes operações podem chegar a um mesmo resultado.
P4	Acredito que é a mesma coisa que respondi: que é o resultado.
P5	Acho que os alunos não souberam responder.
P6	Que o sinal de igualdade mostra o que é igual, mesma quantidade, mesmo valor.
P7	O significado que no cálculo o resultado era igual à conta. Na atividade três que o resultado da conta é igual à outra.
P8	Penso que ele não responderá a questão de equivalência.
P9	Eles não souberam responder.
P10	Atividade 1 – resultado; Atividade 2 - comparação; Atividade 3 – desafio;

Quadro 3- Significado do sinal de igualdade para os alunos
Fonte: Trivilin, 2013, p. 74

Observamos que os professores P2, P5, P8 e P9 consideraram que os alunos não seriam capazes de identificar os significados do sinal de igualdade, diferentemente dos estudos realizados por Kieran (1981), que indicam que as crianças desenvolvem sim o significado de noção operacional e que esse significado pode permanecer, mesmo nas situações nas quais o sinal de igualdade assume outros significado - noção de equivalência ou noção relacional.

Na dinâmica de interação coletiva, retomamos a questão dos significados e dirigimos a seguinte pergunta os professores: *Vocês já haviam pensado que o sinal de igualdade poderia assumir diferentes significados a partir do contexto matemático em que ele aparece?*. Eles afirmaram que, até a realização da pesquisa, não haviam refletido sobre o fato de o sinal de igualdade poder assumir diferentes significados e também não haviam ponderado sobre a importância de os alunos se apropriarem desse conhecimento.

E, como queríamos saber quais os significados que os próprios professores atribuíam ao sinal de igualdade, entregamos novamente a sequência de atividades analisada por eles no

questionário e perguntamos qual era o significado do sinal de igualdade nas atividades propostas (noção operacional, noção de equivalência e noção relacional).

Os professores tiveram dificuldades para identificar os significados do sinal de igualdade, o que poderia estar relacionado à falta de um desenvolvimento conceitual matemático adequado – nas palavras de Shulman (1986), o conhecimento específico do conteúdo. Algumas professoras identificaram os significados de noção operacional e noção de equivalência, enquanto outras não identificaram o próprio objetivo da atividade proposta aos alunos, que era discutir os significados do sinal de igualdade, como demonstra o Quadro 1.

Curi (2004) analisou ementas de disciplinas de 36 cursos de Pedagogia e constatou que, nas disciplinas relativas à Matemática, há um predomínio do *saber fazer*, em detrimento do conhecimento específico do objeto de ensino. Uma das conclusões do estudo se refere ao fato de que, quando os professores têm pouco conhecimento dos conteúdos matemáticos que precisam ensinar, evitam trabalhar esses conteúdos, mostram insegurança nas situações de ensino, têm maior dependência de livros didáticos e não sabem explorar boas situações de ensino com esses materiais, o que parece ser ratificado em nossa pesquisa.

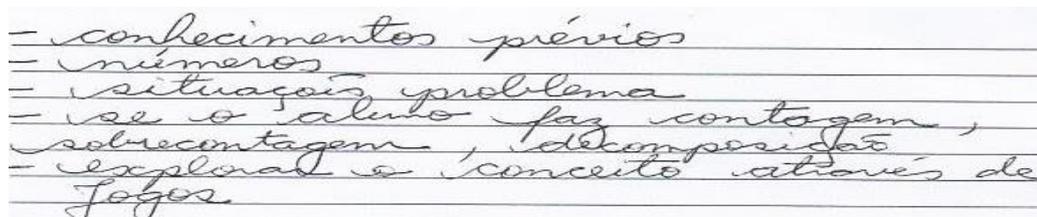
Ainda em relação ao conhecimento específico do conteúdo, estudos de Ball e McDiarmid (1990) indicam que, se os professores tiverem conhecimentos imaturos ou restritos sobre o conteúdo que ensinam, podem passar tais ideias a seus estudantes. Podem, sobretudo, não desafiar as concepções errôneas dos alunos e também usar informações e textos acriticamente ou alterá-los indevidamente. Observamos tais situações em nossa pesquisa, na medida em que, na maior parte das vezes, os professores indicavam conhecer somente o significado operacional do sinal de igualdade.

5.2 Conhecimento pedagógico do conteúdo

Sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo, entendemos que tal categoria de conhecimento é a que parece abarcar o maior número de fenômenos a serem estudados, uma vez que o conhecimento pedagógico do conteúdo engloba o *conhecimento dos alunos* e de suas características; o *conhecimento dos contextos educacionais* (ambiente de trabalho, região e características culturais da comunidade); e o *conhecimento dos fins educacionais* (valores sociais, propósitos e bases filosóficas e históricas). O conhecimento pedagógico refere-se, ainda, aos princípios ou às estratégias de gestão e organização de classe, úteis para ensinar.

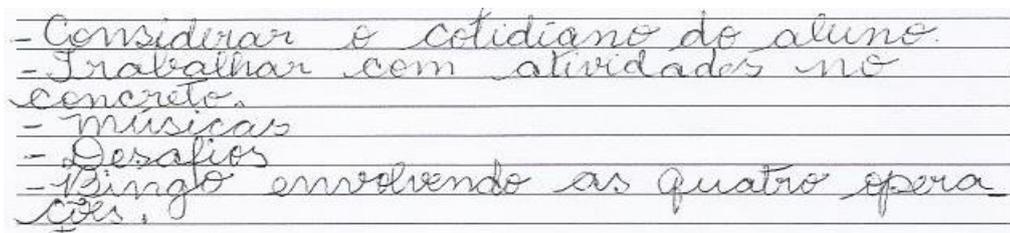
Pelas múltiplas facetas envolvidas no conhecimento pedagógico do conteúdo, optamos em nosso trabalho por buscar compreender se os professores consideram o papel das interações sociais no ensino de Matemática e o modo como o fazem. Nossa proposta procurou investigar como os docentes entendem a importância de proporcionar momentos de interação entre os alunos, para ajudá-los a raciocinar e a estabelecer novas conexões entre os conhecimentos, favorecendo a aprendizagem.

Com base nos dados produzidos em nossa pesquisa, percebemos que não há clareza, por parte dos professores, sobre os objetivos da organização de pequenos grupos de alunos. Quando perguntamos aos professores que aspectos eles consideravam relevantes ao planejar as situações de ensino e aprendizagem das operações de adição e subtração, eles indicaram que organizam pequenos grupos apenas em situações de jogos:



- conhecimentos prévios
- números
- situações problema
- se o aluno faz contagem, sobrecontagem, decomposição
- explorar o conceito através de Jogos.

Figura 2 – Protocolos da pesquisa
Fonte: Trivilin, 2013, p. 81



- Considerar o cotidiano do aluno.
- Trabalhar com atividades no concreto.
- músicas
- Desafios
- Bingo envolvendo as quatro operações.

Figura 3 – Protocolos da pesquisa
Fonte: Trivilin, 2013, p. 81

No questionário, os professores não mencionaram a relevância da organização de pequenos grupos com o objetivo de os alunos discutirem ideias e conceitos matemáticos no ensino das operações aritméticas. Os professores não mencionaram que as interações no processo de resolução de problemas não são meras trocas de informações, pois as ideias veiculadas influenciam positivamente os alunos, promovendo uma importante mudança na elaboração de estratégias de resolução.

Os trabalhos de Schubauer-Leoni e Perret-Clemont (2000), por exemplo, indicam que as interações sociais entre pares são um elemento facilitador de progressos, quer em nível de desenvolvimento cognitivo, quer em relação à aquisição de conceitos matemáticos.

Tradicionalmente, o fazer matemático se constituiu numa atividade solitária, na qual o aluno resolve individualmente questões já trabalhadas pelo professor, a partir do *modelo* apresentado. São práticas muito cristalizadas que precisam ser discutidas a partir dos inúmeros estudos sobre as interações sociais no ensino de Matemática e para esse ensino.

Rodrigues (2006) também estudou as interações sociais ocorridas em sala de aula e concluiu que os professores verbalizam suas concepções de ensino-aprendizagem com foco no aluno, dizem favorecer as interações entre eles para a construção de conhecimentos e se consideram mediadores do processo. Mesmo assim, em várias situações, a prática estava centrada no ensino, sendo o professor o condutor do processo, com uma participação pequena dos alunos. Essa mesma conclusão foi apresentada por Rogeri (2005), que analisou o diálogo entre professores e alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, buscando compreender o papel das interações sociais e dos aspectos discursivos nas aulas de Matemática.

As pesquisas acima discutidas, em diálogo com as análises de dados realizadas por nós, parecem-nos indicar a necessidade de favorecer aos professores situações de interações sociais – nas práticas de formação –, na intenção de provocar mudanças em suas salas de aula.

5.3 Conhecimento Curricular

A terceira e última categoria de conhecimento por nós investigada, o conhecimento curricular, refere-se ao conhecimento – horizontal e vertical – de todos os programas de ensino. Procuramos compreender, entre outras questões: *Qual é o conhecimento curricular do professor em relação aos diferentes significados do sinal de igualdade? O que ele sabe sobre este conceito no currículo do Ensino Fundamental, dada a sua importância para o ensino de álgebra e das equações nos anos posteriores?*

No intuito de investigar o conhecimento curricular dos professores acerca dos diferentes significados do sinal de igualdade, primeiramente, procuramos compreender como tais significados se inserem no currículo oficial da rede de ensino em que os professores atuam. Constatamos que os documentos oficiais da rede não contemplam o ensino desse conceito (SÃO PAULO, 2007). E, como os planos de ensino dos docentes se reportam a esses documentos, conseqüentemente, não encontramos referência ao ensino dos diferentes significados do sinal de igualdade no planejamento dos professores.

O Quadro 4 ilustra a única expectativa de aprendizagem sobre o sinal de igualdade que encontramos nos documentos oficiais da rede de ensino:

Ano do Ciclo	Expectativas de Aprendizagem
2º ano do Ciclo I	Utilizar sinais convencionais (+, -, =) na escrita de operações de adição e subtração.
3º ano do Ciclo I	Utilizar sinais convencionais (+, -, X, : e =) na escrita de operações de multiplicação e divisão.

Quadro 4 – Expectativas de aprendizagem do Ciclo I
(SÃO PAULO, 2007, p. 84)

Analizamos, ainda, os materiais didáticos elaborados pela Secretaria Municipal de Educação (SÃO PAULO, 2008a, 2008b), endereçados aos professores como apoio para auxiliar no planejamento das aulas de Matemática e observamos que ali não estão propostas atividades com o objetivo específico de discutir com os alunos os diferentes significados do sinal de igualdade.

Após a análise documental, passamos a investigar quais conhecimentos curriculares possuíam os professores sobre os diferentes significados do sinal de igualdade no currículo do Ensino Fundamental. Nos protocolos apresentados a seguir, as respostas dos professores parecem evidenciar o desconhecimento da importância de trabalhar com os diferentes significados do sinal de igualdade, com o objetivo de preparar os alunos para estudos posteriores, quando iniciam a aprendizagem de álgebra e das equações, como indicado por Lessa (1996) e Kieran (1981), entre outros. Vejamos, nas Figuras 4 e 5, alguns protocolos:

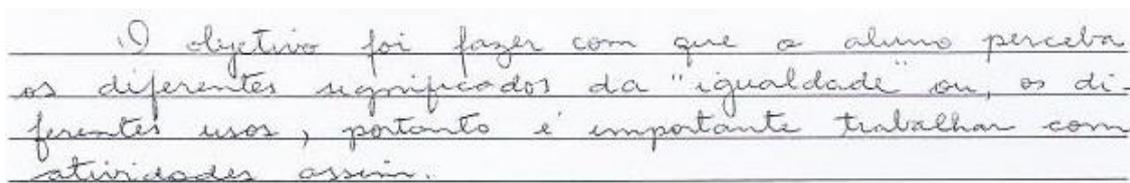


Figura 4 - Protocolo da pesquisa: Objetivo da atividade
Fonte: Trivilin, 2013, p. 89

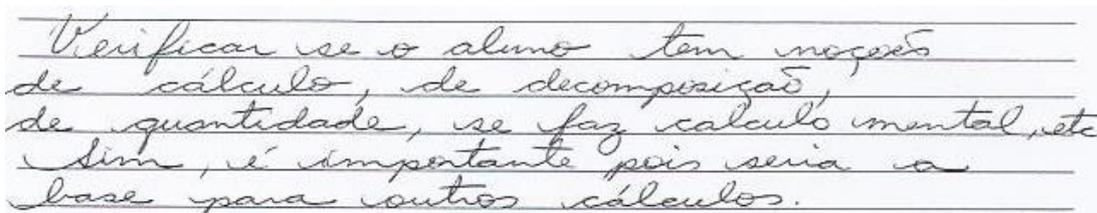


Figura 5 - Protocolo da pesquisa: Objetivo da atividade
Fonte: Trivilin, 2013, p. 89

Além desses protocolos, é importante relatar que dentre os dez professores que participaram da nossa pesquisa, os professores P2, P4, P7 e P9 não citaram, em suas respostas

aos questionários, por que é importante trabalhar as atividades dessa natureza. Por outro lado, os professores P8 e P10 apresentaram dificuldades, inclusive, em identificar o próprio objetivo da atividade proposta por nós:

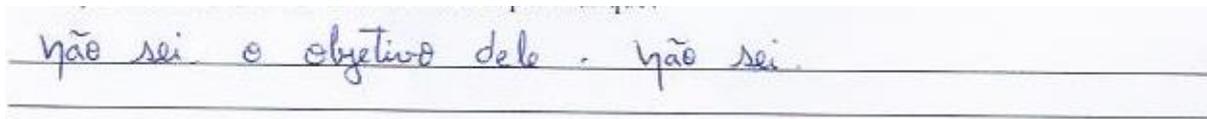


Figura 6 - Protocolo da pesquisa: Objetivo da atividade
Fonte: Trivilin, 2013, p. 89

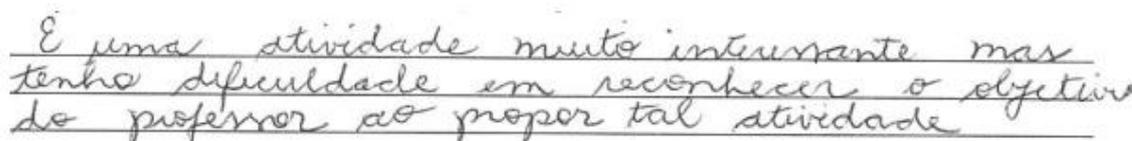


Figura 7 - Protocolo da pesquisa: Objetivo da atividade
Fonte: Trivilin, 2013, p. 89

Na dinâmica de interação coletiva realizada com os professores, retomamos a questão do conhecimento curricular, no que tange aos diferentes significados do sinal de igualdade, na expectativa de aprofundar as análises obtidas com os dados produzidos anteriormente. Diante da pergunta “*Vocês sabem se este conceito matemático está contemplado em alguma expectativa de aprendizagem do Ensino Fundamental do Ciclo I ou do Ciclo II?*”. Todos os professores relataram que desconheciam a existência de expectativas de aprendizagem em relação aos diferentes significados do sinal de igualdade no Ciclo II e alegaram que esses documentos não são de seu conhecimento. Vejamos:

Professor P2: <i>Não que eu me lembre, específico de sinais, não.</i> Professor P6: <i>Não sei.</i> Professor P4: <i>Tem expectativas de aprendizagem sobre os sinais em geral.</i>

Quadro 5

Fonte: Trivilin, 2013, p. 90

Quando perguntamos se o grupo já havia lido as expectativas de aprendizagem de Matemática do Ciclo II, um dos professores respondeu: “*Não, nós damos uma olhadinha nas expectativas do ano seguinte, para ver o que os alunos precisam saber para o ano seguinte, mas não olhamos as expectativas do Ciclo II*”.

Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), é fundamental que os professores tenham uma visão completa dos programas de ensino (conhecimento curricular horizontal). Saber sobre temas e conceitos estudados em determinado ano de escolaridade pode ser útil na indicação e na contraíndicação de uso de um determinado material em circunstâncias particulares.

Com base nas respostas evidenciadas pelos professores, concluímos em nossa investigação, que o grupo desconhece o programa de ensino de Matemática dos anos posteriores ao Ciclo I, quando o professor especialista da disciplina fica responsável pelo ensino. O conhecimento curricular dos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental parece ficar circunscrito ao programa de ensino sob a sua responsabilidade.

6 Conclusões e considerações finais

Iniciamos nosso trabalho de mestrado (TRIVILIN, 2013) com o objetivo de estudar os conhecimentos dos professores para ensinar os diferentes significados do sinal de igualdade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Para fundamentar o desenvolvimento de nossa pesquisa, adotamos a perspectiva teórica de Shulman (1986, 1987), a qual categoriza esses conhecimentos em conhecimento específico do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular. Considerando que são muitas as variáveis em jogo na ação pedagógica, cujo papel e importância deveriam ser parte do conhecimento pedagógico do professor, propusemo-nos a focalizar, nesta categoria de conhecimento, o papel das interações sociais no ensino de Matemática.

Em relação ao conhecimento específico do conteúdo, os resultados do nosso estudo apontaram que os níveis de conhecimento dos professores sobre os diferentes significados do sinal de igualdade são muito diferentes e relativamente limitados. Alguns professores identificaram os significados de noção operacional e noção de equivalência, enquanto outros não identificaram o próprio objetivo da atividade proposta aos alunos – discutir os diferentes significados do sinal de igualdade. Tais resultados parecem apontar para a mesma direção que os trabalhos de Ball, Thames e Phelps (2008), no que diz respeito à consistência do conhecimento específico matemático dos professores para ensinar na Educação Básica.

Os documentos oficiais da Rede Municipal de Ensino de São Paulo (SÃO PAULO, 2007, 2007a), utilizados pelos professores no planejamento das aulas de Matemática, não mencionam expectativas de aprendizagem sobre os diferentes significados do sinal de igualdade. Se o fizessem, poderiam suscitar reflexões sobre a questão.

Quanto ao conhecimento pedagógico do conteúdo, com base nas análises realizadas, percebemos que os professores têm pouca clareza sobre os objetivos em organizar pequenos grupos de alunos: eles revelaram organizar esses agrupamentos quase que exclusivamente em

situações de jogos; não mencionaram agrupar alunos com o objetivo de proporcionar discussões sobre ideias e conceitos matemáticos, considerando que as interações sociais no processo de resolução de problemas não são meras trocas de informações, mas as ideias veiculadas influenciam positivamente os alunos e promovem importante mudança na elaboração de estratégias de resolução, como aponta César (2000).

Na análise dos documentos curriculares da rede de ensino (SÃO PAULO, 2007, 2007a), encontramos poucas referências às interações entre alunos no ensino de matemática, diferentemente dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), que abordam esta questão de forma mais densa, apoiando-se nos inúmeros trabalhos cujos resultados indicam as interações como um elemento facilitador de progressos, quer em nível de desenvolvimento cognitivo, quer em relação à aquisição de conceitos matemáticos específicos. Novamente observamos a importância do *amálgama* dos conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares para o professor de Matemática.

Em relação ao conhecimento curricular, tínhamos a intenção de observar se (e como) os professores sabiam sobre os diferentes significados do sinal de igualdade no currículo oficial da rede e sobre a sua importância para o ensino de álgebra e das equações nos anos posteriores. Em nossas análises, destacamos que os docentes relataram desconhecer as expectativas de aprendizagem em relação aos diferentes significados do sinal de igualdade nos Anos Finais. Os dados revelaram que o conhecimento curricular dos docentes está circunscrito ao programa de ensino sob a sua responsabilidade. Entretanto, observamos ainda que, mesmo no que se refere aos Anos Iniciais, eles possuem níveis de conhecimento bastante diferentes, sendo que os professores relataram desconhecer parte do currículo do ciclo em que atuam.

Também nos chamou a atenção o fato de que os professores, ao responderem o questionário, não citaram a importância de os alunos compreenderem os diferentes significados do sinal de igualdade, com vistas aos estudos posteriores, quando iniciam a aprendizagem de álgebra e das equações.

Não podemos deixar de registrar aqui que, em nossas análises dos documentos da rede de ensino, observamos que não há expectativas de aprendizagem que se refiram ao ensino dos diferentes significados do sinal de igualdade. Além disso, os materiais didáticos dos professores também não apresentavam atividades com o objetivo específico de abordar esse conteúdo. Fica, portanto, a cargo do professor reconhecer atividades que possam se constituir

em boas situações de aprendizagem sobre os diferentes significados do sinal de igualdade e proporcioná-las aos alunos.

Assim, novamente, identificamos uma lacuna a ser investigada e revista nos cursos de formação inicial e continuada de professores, para favorecer o aprofundamento e o equilíbrio nos diferentes tipos de conhecimentos de que o professor necessita para poder ensinar Matemática, de modo que seus alunos obtenham sucesso em suas aprendizagens.

Com isso, entendemos que a formação continuada deve proporcionar aos professores conhecimentos sobre a progressão dos conteúdos ao longo da escolaridade, pois a sua aprendizagem se dá por aproximações sucessivas. Muitos conteúdos matemáticos não se esgotam em uma única abordagem, mas demandam retomadas e aprofundamento nos anos posteriores. O conhecimento curricular, por exemplo, pode justificar a proposição de conceitos matemáticos em uma determinada etapa de escolaridade e promover o trabalho efetivo em sala de aula para que sua aprendizagem ocorra de maneira significativa.

A partir dos resultados da nossa pesquisa, concluímos que o estudo analítico dos componentes envolvidos no conhecimento global do professor, tal como proposto por Shulman (1986, 1987) – conhecimento específico do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular – pode favorecer o reconhecimento das necessidades de formação de professores e organizá-la a partir dessas necessidades.

Também acreditamos que, no planejamento e no desenvolvimento das formações de professores, o conhecimento específico do professor, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular não podem ser abordados de forma isolada: devem ser tratados de maneira articulada, constituindo-se em uma base de conhecimentos com diversos pontos de conexão. Para tanto, as abordagens metodológicas na formação de professores são um tema a ser amplamente investigado.

Outro ponto a ser destacado – que não é inédito, mas entendemos ser importante ratificar – refere-se à organização dos processos de formação. Estes devem considerar a articulação entre teoria e prática, para que o professor possa validar os referenciais teóricos e fundamentar seu fazer docente, apoderando-se de sua prática no ensino de Matemática. Os professores atribuem relevância e significado aos conteúdos de formação, quando estes se constituem em respostas aos problemas de aprendizagem dos alunos na sala de aula.

Referências

- BALL, D. L.; McDIARMID, G. W. The subject-matter preparation of teachers. In: HOUSTON, W. R. (Ed.). **Handbook of Research on Teacher Education**. A project of the Association of teacher educators. New York: Mcmillan Publishing Company, 1990. p. 437-449.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, Michigan, v. 59, n. 5, p. 389-407, November/December, 2008.
- BANDARRA, L. O sinal de igual – um estudo vertical. ETEM 2011 - **Ensino e Aprendizagem da álgebra**. **Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática**, M. H. Martinho, R. A. T. Ferreira, I. Vale, J. P. Ponte, (eds), 7-8 Maio, 2011, p. 305–322.
- BEHR, M.; ERLWANGER, S.; NICHOLS, E. How children view the equal sign. **Mathematics Teaching**, n. 92, p. 13-18, 1980.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CARPENTER, T. P.; FRANKE, M. L.; LEVI, L. **Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school**. Portsmouth, NH: Heinemann, 2003.
- CÉSAR, M. Interações na aula de matemática: um percurso de 20 anos de investigação e reflexão. In: MONTEIRO, C. et al. (Org.). **Interações na aula de Matemática**. Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação - Secção de Educação Matemática, 2000. p. 107-114.
- CLEMENT, J. Algebra Word problem solutions: Analysis of a common misconception. In: **Annual Meeting of American Educational Research Association**, Boston, 1980.
- CURI, E. **Formação de professores polivalentes: uma análise dos conhecimentos para ensinar matemática e das crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. 2004, 278 f. (Tese de Doutorado) –Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). São Paulo, 2004.
- DOISE, W.; MUGNY, G.; PERRET-CLERMONT, A.-N. Social interaction and the development of cognitive operation. **European Journal of Social Psychology**, Münster, v. 5, n. 3, Agosto, 1975.
- HILL, H. C.; ROWAN, B.; BALL, D. L. Effects of teachers' mathematics knowledge for teaching on student achievement. **American Education Research Journal**, Boston v. 42, n. 2, Outubro, 2005.
- KIERAN, C. **Concepts associated with the equality symbol.**, Educational Studies in Mathematics, Dordrecht, , [s.l.], n. 12 (3), p. 317-326. , Agosto, 1981.
- LESSA, M. M. L. **Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para iniciação à Álgebra: um estudo comparativo**. 1996. 236f, Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife-PE, 1996.
- MIRANDA, A.; FORTES, C.; GIL, D. **Dificuldades del aprendizaje de las matemáticas: un enfoque evolutivo**. Málaga: Ediciones Aljibe, 1998.
- PIRES. C.M. C.; SANTOS, V. M. Aprender Matemática no Ensino Fundamental. In: SÃO PAULO. Cidade. **Educação: fazer e aprender na cidade de São Paulo**. São Paulo: Fundação Padre Anchieta, 2008, p. 196-205.

- PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da matemática do Ciclo I**. Lisboa: Ed. Universidade Aberta, 2000.
- PONTE, J. P.; M. L.; BRANCO, N.; MATOS, A. A. **Álgebra no ensino básico**. Portugal: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular - DGIDC, Lisboa, 2009.
- RIBEIRO, A. J. Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática. **BOLEMA**. Rio Claro, v. 26, n. 42B, p. 535-557, abr. 2012.
- RODRIGUES, I. C. **Resolução de problemas em aulas de matemática para alunos de 1ª a 4ª séries do ensino fundamental e a atuação dos professores**. 2006. 112 f. (Dissertação de Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica (PUC), São Paulo, 2006.
- ROGERI, N. K. O. **Um estudo das perguntas no discurso do professor de Matemática**. 2005. 161 f. (Dissertação de Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica (PUC), São Paulo, 2005.
- SÁ-CHAVES, I. A interação pedagógica no espaço curricular: uma perspectiva de tipo ecológico um estudo de caso. In: MONTEIRO, C. et al. (Org.). **Interações na aula de Matemática**. Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática, 2000. p. 107-114.
- SÃO PAULO (Cidade). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. **Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o Ensino Fundamental: Ciclo I**. São Paulo: SME/DOT. 2007. Disponível em: <<http://portalsme.prefeitura.sp.gov.br>>. Acesso em: 23/06/2013.
- SÃO PAULO (Cidade). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. **Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o Ensino Fundamental: Ciclo II: Matemática**. São Paulo: SME/DOT. 2007a. Disponível em: <<http://portalsme.prefeitura.sp.gov.br>>. Acesso em: 23/06/2013.
- SÃO PAULO (Cidade). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. **Guia de Planejamento e Orientações Didáticas para o professor do 3º ano – Ciclo I**. São Paulo: SME/DOT. 2008a. Disponível em: <<http://portalsme.prefeitura.sp.gov.br>> Acesso em: 23/06/2013.
- SÃO PAULO (Cidade). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. **Guia de Planejamento e Orientações Didáticas para o professor do 4º ano – Ciclo I**. São Paulo: SME/DOT. 2008b. Disponível em: <http://portalsme.prefeitura.sp.gov.br>. Acesso em: 23.06.2013.
- SCHUBAUER, L., PERRET, C. **Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre de problèmes additifs**. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 1, n. 3, p. 297-350, 1980.
- SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986.
- SHULMAN, L. Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, v. 57, n. 1, p. 1-22, feb. 1987.
- SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I. **Revista Eletrônica de Educação** – Programa de Pós-Graduação em Educação - UFSCAR, São Carlos, SP, v. 6, n. 1, mai. 2012.
- STACEY, K.; MACGREGOR, M. **Ideas about symbolism that students bring to algebra**. The Mathematics Teacher, National Council of Teachers of Mathematics. 1997, p. 110-113.



TRIVILIN, L. R. **Conhecimentos de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para o ensino dos diferentes significados do sinal de igualdade.** 2013. 127 f. Dissertação. (Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática) – Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André, SP. 2013.

Submetido em Abril de 2014.
Aprovado em Setembro de 2014.