

CONTROL DINÁMICO MEDIANTE MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ROBOTS MÓVILES TIPO UNICICLO

Rosales Andrés, Ing.
Scaglia Gustavo, PhD
Mut Vicente, PhD
Di Sciascio Fernando, PhD
Universidad Nacional de San Juan, Argentina

Resumen– En este trabajo se desarrolla un controlador basado en el modelo dinámico de un robot móvil tipo unicycle utilizando métodos numéricos. El modelo del robot móvil se aproxima mediante los métodos numéricos y luego, mediante la utilización de la teoría de sistemas de ecuaciones lineales, se obtienen las señales de control y las condiciones para tener un error mínimo. En el modelo dinámico del robot móvil PIONEER 3DX, se han considerado fuerzas externas y deslizamientos de las ruedas. Se presentan resultados experimentales que muestran una metodología de diseño diferente en el campo de la robótica, con un desempeño óptimo del sistema.

Palabras claves – robot móvil, métodos numéricos, seguimiento de trayectorias, posicionamiento, modelo dinámico, control basado en modelo.

I. INTRODUCCION

La búsqueda de un controlador que abarque varias tareas de navegación para robots móviles es uno de los principales problemas de control en robótica. En general, el objetivo es calcular las acciones de control necesarias para que el robot móvil alcance una posición (x,y) , con una orientación preestablecida ψ en cada instante de muestreo. Para lograr este objetivo se dispone de dos variables de control: la velocidad lineal u y la velocidad angular ω del robot.

En la bibliografía se presenta varias propuestas que tratan el diseño de leyes para el control del robot móvil basadas tanto en el modelo cinemático (Kanayama et al., 1990; Secchi, 1998; Lee et al., 1999; Hedjar et al., 2005; Künhe et al., 2005; Dongbing et al., 2006) como el modelo dinámico (Zhang et al., 1998; Yang et al., 1999; Brennan et al., 2002; Albagul et al., 2004; Dong et al., 2005; Shuli, 2005; De la Cruz et al., 2006), para el seguimiento de trayectorias, dependiendo de la velocidad operativa del robot y de la precisión del modelo utilizado. Uno de los primeros resultados de investigación para el problema de seguimiento fue tratado en Kanayama et al. (1990), en el cual se utiliza la teoría de Lyapunov para el diseño del controlador de seguimiento. En Brennan et al. (2002), se utiliza más de un controlador

para mejorar el rendimiento del robot durante el seguimiento de la trayectoria, mientras que en Hedjar et al. (2005), Künhe et al. (2005) y Dongbing et al. (2006) se trata de encontrar un controlador óptimo para el seguimiento de trayectorias a través del control predictivo basado en modelo, pero al final solo se presentan resultados de simulación. Trabajos como el de Hedjar et al. (2005) han utilizado parcialmente los métodos numéricos para la resolución de problemas de seguimiento de trayectorias. Todos los trabajos anteriores muestran buenos resultados, pero la implementación de sus controladores puede convertirse en una tarea no tan sencilla, debido al conocimiento previo que se debe tener para su programación.

En este trabajo se presenta una metodología para el diseño de controladores, basada en métodos numéricos y en álgebra lineal. Como resultado, se presenta un controlador efectivo para la navegación de robots móviles. El controlador propuesto calcula la acción de control óptima (según el método de mínimos cuadrados) que permite al robot móvil pasar del estado actual al estado deseado. La implementación del controlador diseñado es sencilla, lo cual es una ventaja sobresaliente de la metodología propuesta. Además, se demuestra que los errores de posición están acotados en función al error en los parámetros del modelo. El controlador exhibido muestra un buen desempeño para las tareas asignadas, aún en presencia de errores de modelado. Trabajos como el de Rosales et al. (2006a, b, c) y Scaglia et al. (2005a, b, c, d) muestran que los métodos numéricos son una herramienta de alto potencial con resultados satisfactorios.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: en la sección II se hace una introducción a la solución sistemas mediante los métodos numéricos. En la sección III se presenta el modelo dinámico del robot móvil. En la sección IV se describe el diseño del controlador propuesto, mientras que en la sección V hace un análisis del error. En la sección VI se presenta los resultados de experimentación utilizando un robot móvil y en la sección final se dan las conclusiones del trabajo.

II. SOLUCIÓN DE SISTEMAS MEDIANTE MÉTODOS NUMÉRICOS

Considérese la siguiente ecuación diferencial,

$$y' = f(y, u, t) \quad \text{con } y(0) = y_0 \quad (1)$$

donde, y representa la salida del sistema a controlar, y' la primera derivada, u la acción de control y t , el tiempo. Los valores de $y(t)$ en el tiempo discreto $t = kT_0$, serán llamados y_k , donde T_0 representa el periodo de muestreo, y $k \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. Luego, si se desea calcular el valor de y_{k+1} conociendo el valor de y_k , se deberá integrar la Ec. (1) sobre el intervalo de tiempo $kT_0 \leq t \leq (k+1)T_0$,

$$y_{k+1} = y_k + \int_{kT_0}^{(k+1)T_0} f(y, u, t) dt \quad (2)$$

Existen muchos métodos de integración numérica, cada uno de ellos con sus correspondientes algoritmos para realizar el cálculo de y_{k+1} . Por ejemplo, puede hacerse una aproximación con las Ecs. (3) y (4),

$$y_{k+1} \cong y_k + T_0 f(y_k, u_k, t_k) \quad (3)$$

$$y_{k+1} \cong y_k + \frac{T_0}{2} \{f(y_k, u_k, t_k) + f(y_{k+1}, u_{k+1}, t_{k+1})\} \quad (4)$$

donde el valor de y_{k+1} en el lado derecho de la Ec.(4) no se conoce pero puede ser aproximado con la Ec. (3). En el área de métodos numéricos, estas aproximaciones son llamadas los métodos de Euler y Runge-Kutta de 2nd orden, respectivamente.

El uso de los métodos numéricos en el cálculo de la evolución de sistemas, se basa principalmente, en la posibilidad de aproximar el estado del sistema en el instante de tiempo $k+1$, si el estado y la acción de control en el instante de tiempo k son conocidas. Entonces, el valor de y_{k+1} puede ser sustituido por la trayectoria deseada y luego de ello, calcular las acciones de control necesarias para hacer que la salida del sistema vaya de su valor actual, y_k a su valor deseado.

III. MODELO DINÁMICO DEL ROBOT

Se considera un robot móvil tipo unicycle detallado y validado experimentalmente con robots PIONNER 3-DX en De la Cruz et al. (2006). Un modelo resumido se muestra en la Fig. 1 y se presenta en la Ec. (5).

El punto que define la posición del robot es $h = [x, y]^T$, el cual está ubicado a una distancia a delante del centro del eje que une las ruedas traseras del robot, u y \bar{u} son las velocidades longitudinal y lateral del centro de masa, ω es la velocidad angular del robot y ψ es el ángulo de orientación del robot, G es el centro de gravedad, B el centro de la línea de

base de las ruedas, E es el punto de ubicación de la herramienta de trabajo y C es el punto de ubicación de la rueda castor.

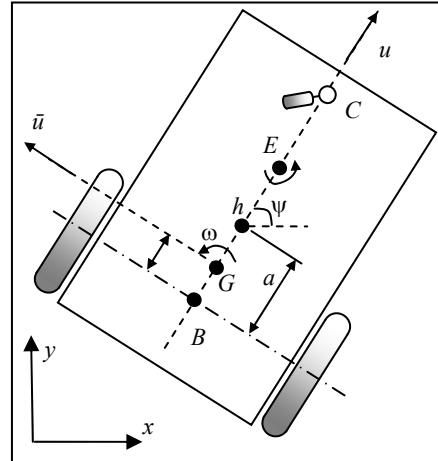


Figura 1: Modelo del robot móvil PIONNER

A partir del modelo de la Fig. 1, se obtiene el siguiente modelo dinámico del robot móvil tipo unicycle (De la Cruz et al., 2006):

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{u} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} u \cos \psi - a \omega \sin \psi \\ u \sin \psi + a \omega \cos \psi \\ \omega \\ \frac{\theta_3}{\theta_1} \omega^2 - \frac{\theta_4}{\theta_1} u \\ -\frac{\theta_5}{\theta_2} u \omega - \frac{\theta_6}{\theta_2} \omega \end{bmatrix}}_{f(x(t))} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\theta_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta_2} \end{bmatrix}}_{g(v(t))} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde, los parámetros del robot móvil son ,

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 0.24089 & \theta_2 &= 0.2424 & \theta_3 &= -0.00093603 \\ \theta_4 &= 0.99629 & \theta_5 &= -0.0037256 & \theta_6 &= 1.0915 \end{aligned}$$

La Ec. (5) puede escribirse de manera compacta como se muestra en la Ec. (6),

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{g}(\mathbf{v}(t)) \quad (6)$$

donde, $\mathbf{x}(t) = [x \ y \ \psi \ u \ \omega]^T$ es el vector de estado del sistema y $\mathbf{v}(t) = [u_c \ \omega_c]^T$ es el vector de control.

IV. DISEÑO DEL CONTROLADOR

Se discretiza el modelo dinámico del robot móvil mediante la aproximación de Euler (Ec. (3)). De esta forma el modelo dinámico discreto del robot móvil puede ser expresado como se muestra en la Ec. (7).

Luego se sustituye el vector de estados

$$\mathbf{x}_{k+1} = [x_{k+1} \ y_{k+1} \ \psi_{k+1} \ u_{k+1} \ \omega_{k+1}]^T$$

por el vector de estados deseados (trayectoria deseada),

$$\mathbf{x}d_{k+1} = [xd_{k+1} \quad yd_{k+1} \quad \psi d_{k+1} \quad ud_{k+1} \quad \omega d_{k+1}]^T$$

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ \psi_{k+1} \\ u_{k+1} \\ \omega_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \psi_k \\ u_k \\ \omega_k \end{bmatrix} + To \left\{ \begin{bmatrix} u_k \cos \psi_k - a\omega_k \sin \psi_k \\ u_k \sin \psi_k + a\omega_k \cos \psi_k \\ \omega_k \\ \frac{\theta_3}{\theta_1} \omega_k^2 - \frac{\theta_4}{\theta_1} u_k \\ -\frac{\theta_5}{\theta_2} u_k \omega_k - \frac{\theta_6}{\theta_2} \omega_k \end{bmatrix} \right\} + \frac{1}{\theta_1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\theta_2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} uc_k \\ \omega c_k \end{bmatrix} \quad (7)$$

Además, se define a la matriz \mathbf{B} y al vector \mathbf{e} como,

$$\mathbf{B} = To \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\theta_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\theta_2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} ex_k \\ ey_k \\ e\psi_k \\ eu_k \\ e\omega_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xd_{k+1} - x_k \\ yd_{k+1} - y_k \\ \psi d_{k+1} - \psi_k \\ ud_{k+1} - u_k \\ \omega d_{k+1} - \omega_k \end{bmatrix} - To \left\{ \begin{bmatrix} u_k \cos \psi_k - a\omega_k \sin \psi_k \\ u_k \sin \psi_k + a\omega_k \cos \psi_k \\ \omega_k \\ \frac{\theta_3}{\theta_1} \omega_k^2 - \frac{\theta_4}{\theta_1} u_k \\ -\frac{\theta_5}{\theta_2} u_k \omega_k - \frac{\theta_6}{\theta_2} \omega_k \end{bmatrix} \right\} \quad (9)$$

A partir de las Ecs. (7), (8) y (9) se tiene,

$$\mathbf{B} [uc_k \quad \omega c_k]^T = \mathbf{e} \quad (10)$$

La Ec. (10) es un conjunto de cinco ecuaciones con dos incógnitas, cuya solución óptima (según el método de mínimos cuadrados) está dada por (Strang, 1980), por tanto,

$$[uc_k \quad \omega c_k]^T = \mathbf{B}^\dagger \mathbf{e} \quad (11)$$

donde, \mathbf{B}^\dagger es la matriz pseudo-inversa (Strang, 1980), por tanto,

$$[uc_k \quad \omega c_k]^T = \begin{bmatrix} \frac{\theta_1 (ud_{k+1} - u_k) - To(\theta_3 \omega_k^2 - \theta_4 u_k)}{To^2} \\ \frac{\theta_2 (\omega d_{k+1} - \omega_k) - To(-\theta_5 u_k \omega_k - \theta_6 \omega_k)}{To^2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

La Ec. (12) representa el controlador propuesto, el cual es función de ud_{k+1} y ωd_{k+1} .

Ahora, el objetivo es encontrar ud_{k+1} y ωd_{k+1} , de manera que el error de seguimiento sea mínimo. Para cumplir este requerimiento el sistema de la Ec. (10) debe tener solución exacta. Por tanto, el vector \mathbf{e} debe pertenecer al Espacio Columna de \mathbf{B} , $\mathbf{e} \in \text{ECB}(\mathbf{B})$, es decir, que el vector \mathbf{e} debe ser una combinación lineal de los vectores columna de la matriz \mathbf{B} (Strang, 1980); una base del Espacio Columna de la de la matriz \mathbf{B} está dada por,

$$\text{base ECB}(\mathbf{B}) = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\theta_1} \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\theta_2} \end{bmatrix} \right\} = \{v_1, v_2\}$$

Para que el sistema (Ec. (10)) tenga solución exacta se debe satisfacer que $\mathbf{e} = \alpha v_1 + \beta v_2$, donde $\alpha, \beta \in \mathfrak{R}$. Por tanto,

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha}{\theta_1} & \frac{\beta}{\theta_2} \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

A partir de las Ecs. (9) y (13) se pueden establecer las relaciones de la Ec. (14),

$$\begin{cases} \Delta x = To(u_k \cos \psi_k - a\omega_k \sin \psi_k) \\ \Delta y = To(u_k \sin \psi_k + a\omega_k \cos \psi_k) \\ \Delta \psi = To(\omega_k) \end{cases} \quad (14)$$

donde,

$$\begin{cases} \Delta x = xd_{k+1} - x_k \\ \Delta y = yd_{k+1} - y_k \\ \Delta \psi = \psi d_{k+1} - \psi_k \end{cases}$$

La Ec. (14) se puede expresar de la forma $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \cos \psi_k & -a \sin \psi_k \\ \sin \psi_k & a \cos \psi_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_k \\ \omega_k \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \frac{1}{To} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta \psi \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \quad (15)$$

Por tanto, la solución óptima (según mínimos cuadrados) está dada por (Strang, 1980),

$$[u_k \quad \omega_k]^T = \mathbf{A}^\dagger \mathbf{b} \quad (16)$$

El lado derecho de la Eq. (16) corresponde a las velocidades lineal y angular que el robot móvil debería tener al instante k , de tal forma que el sistema (Ec. (10)) tenga solución exacta, por tanto se propone usar estos valores como los valores deseados al instante $k+1$,

$$\begin{bmatrix} ud_{k+1} \\ \omega d_{k+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{To} \begin{bmatrix} \Delta x \cos \psi_k + \Delta y \sin \psi_k \\ \frac{-a\Delta x \sin \psi_k + a\Delta y \cos \psi_k + \Delta \psi}{a^2 + 1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

El controlador propuesto está completo mediante las relaciones encontradas en las Ecs. (12) y (17).

V. ANÁLISIS DEL ERROR

Dado el sistema de la Ec. (6) utilizando la aproximación de Euler, y reemplazando \mathbf{x}_{k+1} por $\mathbf{x}d_{k+1}$, está dado por,

$$\mathbf{x}d_{k+1} = \mathbf{x}_k + To[\mathbf{f}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{g}(\mathbf{v}_k)] \quad (18)$$

la ley de control propuesta tiene la forma,

$$\mathbf{g}(\mathbf{v}_k) = \frac{1}{To}(\mathbf{x}d_{k+1} - \mathbf{x}_k) - \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_k) \quad (19)$$

donde, $\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_k)$ es la matriz \mathbf{f} estimada, función de estados los estados del sistema. Luego, se tiene que,

$$\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{To}(\mathbf{x}d_{k+1} - \mathbf{x}_k) - \mathbf{g}(\mathbf{v}_k) \quad (20)$$

La Ec. (20) que representa la estima del modelo en el instante k y además, la mejor estima del modelo estará dada por el valor de la matriz de funciones en el instante anterior, es decir,

$$\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_k) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) \quad (21)$$

Entonces, a partir de las Ecs. (18) y (21), se tiene que,

$$\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{To}(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}) - \mathbf{g}(\mathbf{v}_{k-1}) \quad (22)$$

Por tanto, al reemplazar la Ec. (22) en la Ec. (19),

$$\mathbf{g}(\mathbf{v}_k) = \frac{1}{To}(\mathbf{x}d_{k+1} - 2\mathbf{x}_k + \mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{g}(\mathbf{v}_{k-1}) \quad (23)$$

Ahora, la ecuación en lazo cerrado del sistema, incorporando la ley de control de la Ec. (23) estará expresada por,

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + To \left[\mathbf{f}(\mathbf{x}_k) + \left\{ \frac{1}{To}(\mathbf{x}d_{k+1} - 2\mathbf{x}_k + \mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{g}(\mathbf{v}_{k-1}) \right\} \right]$$

Luego, mediante la agrupación de términos y definiendo al error de estado por, $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}d_k - \mathbf{x}_k$, se sigue que,

$$\mathbf{e}_{k+1} = [(\mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{x}_k) + To \mathbf{g}(\mathbf{v}_{k-1})] + To \mathbf{f}(\mathbf{x}_k) \quad (24)$$

Por tanto, a partir de las Ecs. (22) y (24), el error del sistema estará dado por,

$$\mathbf{e}_{k+1} = To[\mathbf{f}(\mathbf{x}_k) - \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}_k)] \quad (25)$$

es decir, que el error del sistema no es acumulativo y depende de la aproximación del modelo solamente en el instante k .

VI. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Tomando en cuenta que la distancia entre ruedas del PIONNER 3-DX es aproximadamente 0.4[m], se escoge un valor de $a = 0.2$ [m] (Ver Fig. 1). Se utilizó un tiempo de muestreo de $To = 0.1$ [s].

La primera trayectoria de referencia proporcionada al sistema, fue un círculo definido como,

$$x_r = k_u r \cos(k_\omega t), \quad y_r = k_u r \sin(k_\omega t)$$

donde, $r \in \mathfrak{R}^+$ es el radio del círculo, y las constantes k_u y k_ω dependen de la velocidad de referencia máxima. Se escogió $r = 0.6$ [m]. Las condiciones iniciales utilizadas fueron: $\mathbf{x}_0(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

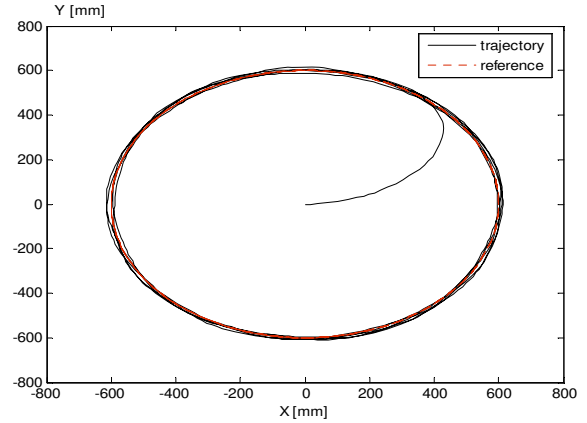


Figura 2: Trayectoria circular a 200[mm/s]

La Fig. 2 muestra la trayectoria realizada por el robot móvil al seguir la primera referencia a una velocidad de 200[mm/s]. Mientras que en la Fig. 3, se muestran las acciones de control del sistema para esta tarea.

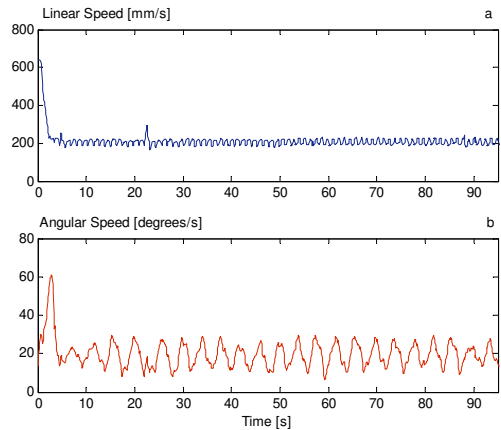


Figura 3: Acciones de control para 200[mm/s] (a) u_c (b) ω_c

En la Fig. 4 se presenta la trayectoria realizada por el robot móvil al seguir la misma referencia circular,

pero esta vez a una velocidad de 400[mm/s]. Se puede observar que a pesar de haber duplicado la velocidad de seguimiento, el rendimiento del sistema es muy bueno.

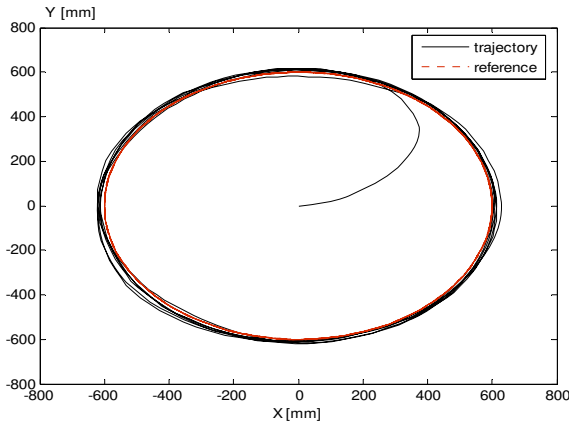


Figura 4: Trayectoria circular a 400[mm/s]

En la Fig. 5, se muestran las acciones de control del sistema para una velocidad de 400[mm/s].

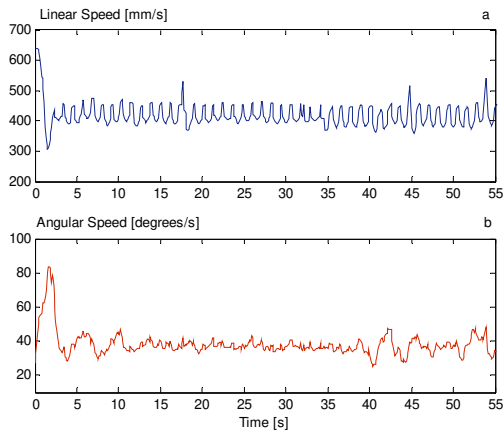


Figura 5: Acciones de control para 400[mm/s] (a) u_c (b) w_c

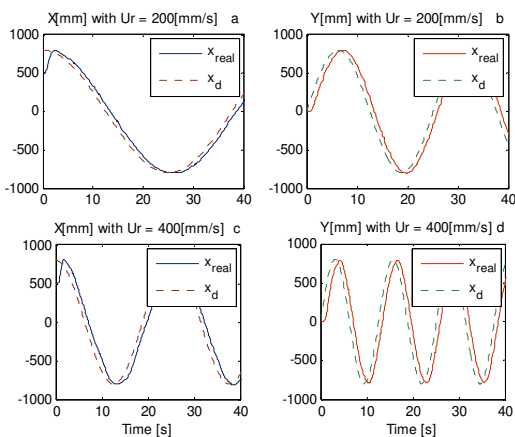


Figura 6: Evolución de $x_{real}(t)$ y $x_d(t)$ para 200 y 400[mm/s]

En la Fig. 6, se muestra que los estados del sistema siguen de manera precisa la trayectoria de referencia luego de un tiempo finito, para ambas velocidades probadas.

La segunda trayectoria de referencia aplicada al

sistema, fue una curva en forma de 8 definida como,

$$x_r = k_u r \sin(2k_\omega t), \quad y_r = k_u r \cos(k_\omega t)$$

donde, $r \in \mathfrak{R}^+$ y las constantes k_u y k_ω dependen de la velocidad de referencia máxima aplicada. Se escogió $r = 0.6[m]$. Las condiciones iniciales utilizadas fueron: $\mathbf{x}_0(t) = [0.5 \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

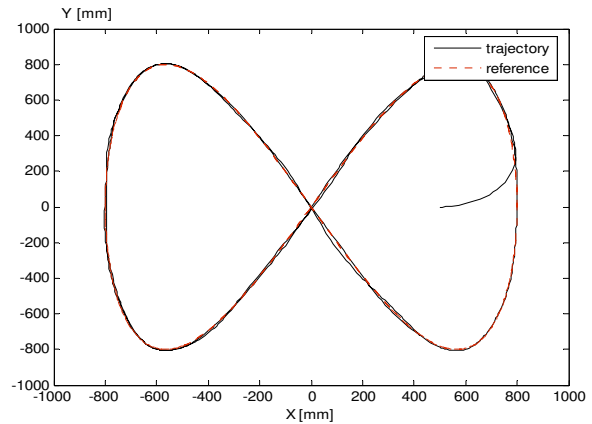


Figura 6: Trayectoria en ocho a 200[mm/s]

La Fig. 6 muestra la trayectoria seguida por el robot móvil con la segunda referencia a una velocidad de 200[mm/s]. Mientras que en la Fig. 7, se muestran las acciones de control del sistema para esta tarea.

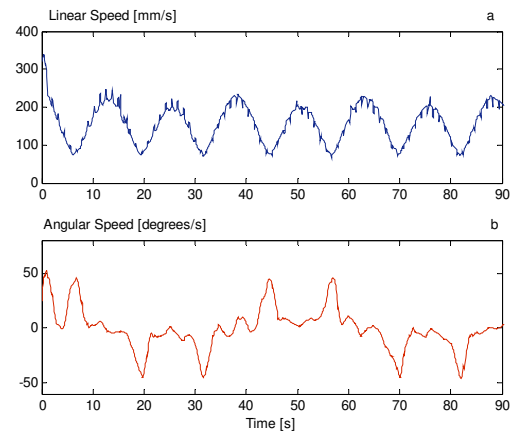


Figura 7: Acciones de control para 200[mm/s] (a) u_c (b) w_c

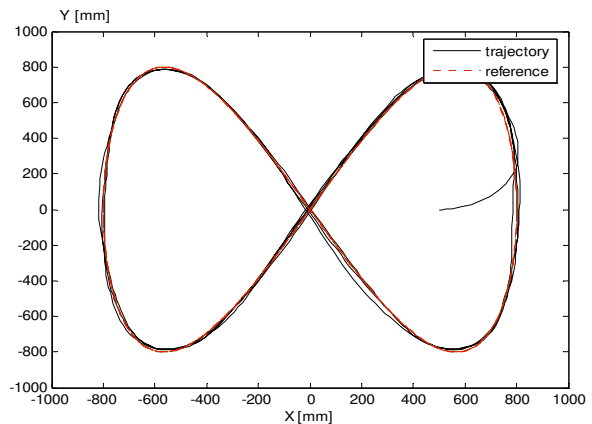


Figura 8: Trayectoria en ocho a 400[mm/s]

En la Fig. 8 se ha aumentado la velocidad del robot móvil a 400[mm/s]. Se puede observar que a pesar de haber duplicado la velocidad de seguimiento, el rendimiento del sistema es muy bueno.

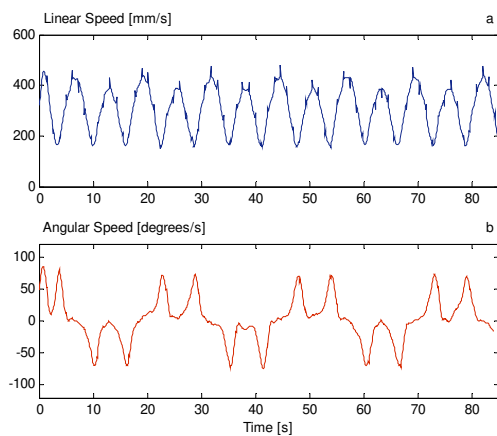


Figura 9: Acciones de control para 400[mm/s] (a) u_c (b) w_c .

En la Fig. 9, se muestran las acciones de control del sistema con la trayectoria en forma de 8 a una velocidad de 400[mm/s].

VII. CONCLUSIONES

Se ha resuelto el problema de conducir un robot móvil a través de una trayectoria previamente calculada mediante un controlador basado en el modelo dinámico del robot y los métodos numéricos, como algoritmo de navegación del robot.

Se han probado diferentes tipos de trayectorias para el controlador propuesto, consiguiéndose un buen desempeño del sistema de control, a través de una metodología distinta a las comúnmente utilizadas en el área de la robótica.

Se han realizado experimentaciones tanto a 200[mm/s] como a 400[mm/s], las cuales muestran un muy buen rendimiento del controlador propuesto aún cuando la velocidad del sistema fue incrementada. Además, se muestra que el error del sistema no es acumulativo y que tan solo es dependiente de la aproximación del modelo en el instante actual de tiempo.

Los resultados experimentales reflejan el buen rendimiento del controlador propuesto. La metodología utilizada logra que el controlador encontrado tenga un mínimo error y sea relativamente sencillo de implementar, lo cual constituye una ventaja sobre otros controladores.

Actualmente se está incorporando al controlador propuesto, estrategias para la evasión de obstáculos (estáticos y dinámicos), así como también se trabaja en la extensión de los métodos utilizados a sistemas multirobot y la incorporación de un análisis estocástico para el modelo del robot y su entorno.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue parcialmente financiado por el Servicio Alemán de Intercambio Académico (DAAD – Deutscher Akademischer Austausch Dienst) y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) de Argentina.

REFERENCIAS

- Albagul A. y Wahyudi, “Dynamic Modeling and Adaptive Traction Control for Mobile Robots”, *Annual Conference IEEE IES*, pp. 614-620, (2004).
- Brennan S., Alleyne A., “H-infinity vehicle control using nondimensional perturbation measures”, *American Control Conference*, pp. 2534-2539, (2002).
- De la Cruz C. y Carelli R., “Linealización con Realimentación del Modelo Dinámico de un Robot Móvil y Control de Seguimiento de Trayectoria”, *AADECA*, (2006).
- Dong W. y Kuhnert K., “Robust Adaptive Control of Nonholonomic Mobile Robot with Parameter and Nonparameter Uncertainties”, *IEEE Transactions on Robotics*, pp. 261-266, (2005).
- Dongbing G. y Huosheng H., “Receding Horizon Tracking Control of Wheeled Mobile Robots”, *Control Systems Technology*, vol. 14, pp. 743-749, (2006).
- Hedjar R., Toumi R., Boucher P. y Dumur D., “Finite Horizon Nonlinear Predictive Control by the Taylor Approximation: Application to Robot Tracking Trajectory”, *Int. J. Appl. Math. Comp. Sci.*, vol. 15, pp. 527-540, (2005).
- Kanayama Y., Kimura Y., Miyazaki F. y Noguchi T., “A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot”, *Proc. IEEE ICRA*, pp. 384-389, (1990).
- Künhe F., Gomes J. y Fetter W., “Mobile Robot Trajectory Tracking using Model Predictive Control”, *II IEEE LARS*, (2005).
- Lee T., Leung F. Tam P., “Position control for wheeled mobile robots using a fuzzy logic controller”, *IECON Proceedings*, pp. 525-528, (1999).
- Rosales A., Scaglia G. y Mut V., “Diseño de un controlador para el sistema RTAC basado en métodos numéricos”, *XX Congreso Argentino de Control Automático AADECA*, Buenos Aires, Argentina, (2006a).
- Rosales A., Scaglia G., Mut V. y di Sciascio F., “Controller Designed by Means of Numeric Methods for a Benchmark Problem: RTAC (Rotational Translational Actuator)”, *IEEE - CERMA*, Morelos, México, (2006b).

Rosales, A., Scaglia, G., Mut, V., di Sciascio, F., "Diseño de un Controlador mediante Métodos Numéricos para un Problema No Lineal Clásico: RTAC (Rotational Translational Actuator)", *XII Congreso Latinoamericano de Control Automático - CLCA*, Salvador, Brasil, (2006c).

Scaglia G., Mut V., Quintero O., Di Sciascio F., "Trajectory Control Of Mobile Robots Based On Numerical Methods", *XII Congreso Latinoamericano de Control Automático - CLCA*, Salvador, Brasil, (2006a).

Scaglia G., Mut V., Quintero O., Di Sciascio F., "Seguimiento de Trayectorias de Robots Móviles Usando el método de Integración Trapezoidal", *XX Congreso Argentino de Control Automático AADECA*, (2006b).

Scaglia G., Mut V., Rosales A., Quintero O., "Tracking Control Of A Mobile Robot Using Linear Interpolation", *IMAACA 2007*, Buenos Aires, Argentina, vol. 1, pp. 11-15, (2006c).

Scaglia, G., Postigo J., Mut.V., Millan Z., Calvo C., "Tracking Control Based on Numerical Methods", *16th IFAC World Congress Praha*, (2005d).

Secchi H., *Control de Vehículos Autoguiados con Realimentación Sensorial*, Tesis de Maestría – INAUT – UNSJ, (1998).

Shuli S., "Designing approach on trajectory - tracking control of mobile robot", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 21, pp. 81-85, (2005).

Strang G., *Linear Algebra and its Applications*, Academic Press, New York, (1980).

Yang J. y Kim H., "Sliding Mode Control for Trajectory Tracking of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, pp. 578-587, (1999).

Zhang Y., Hong D., Chung J. y Velinsky S., "Dynamic Model Based Robust Tracking Control of a Differentially Steered Wheeled Mobile Robot", *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 850-855, (1998).



El Ing. Andrés Rosales Acosta nació el 28 de abril de 1977 en la ciudad de Quito, Ecuador. Realizó sus estudios superiores en la *Escuela Politécnica Nacional (EPN)*, donde se graduó de Ingeniero en Electrónica y Control. Actualmente, realiza su Doctorado en Ingeniería en Sistemas de Control en el *Instituto de Automática (INAUT)* de la *Universidad Nacional de San Juan*, Argentina y una estadia investigativa en el *Instituto de Sistemas en Tiempo Real (RTS)* de la *Universidad de Hannover*, Alemania, como becario del DAAD (*Instituto Alemán de Intercambio Académico*).



El Dr. Ing. Gustavo Scaglia nació en San Juan, Argentina el 18 de enero de 1971. En el 2003 terminó su Maestría en Sistemas de Control y en el 2006 se graduó como Doctor en Ingeniería de Sistemas de Control en la Universidad Nacional de San Juan. Actualmente es profesor en la Universidad Nacional de San Juan, desarrollando actividades de investigación y de docencia en el Instituto de Automática y en el Departamento de Ingeniería Química.



El Dr. Ing. Vicente A. Mut nació en San Juan, Argentina el 1 de diciembre de 1962. Entre 1990 y 1995 desarrolló su Doctorado en Ingeniería de Sistemas de Control en la Universidad Nacional de San Juan sobre el Control de Robots con Movimiento Restringido. Actualmente es profesor en la Universidad Nacional de San Juan, desarrollando actividades de investigación y de docencia en el Instituto de Automática y en el Departamento de Electrónica y Automática. Además es investigador del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Es miembro de la IEEE.

INFORMACIÓN DE LOS AUTORES



El Dr. Ing. Fernando di Sciascio, se graduó en Ingeniería Electromecánica Orientación Electrónica en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Buenos Aires (Argentina), en el año 1986. Durante el periodo 1991-1997, desarrolló en el Instituto de Automática (INAUT) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de San Juan (Argentina) sus tesis de Maestría y Doctorado en Ingeniería de Sistemas de Control. Desde 1987 desarrolla sus tareas de docencia e investigación en el INAUT. Actualmente es Profesor Titular con dedicación exclusiva.

e_mail : arosales@inaut.unsj.edu.ar
gscaglia@inaut.unsj.edu.ar