Desenhos e gráficos na produção de significados pelos alunos participantes de um curso de Geometria Analítica

Jany Santos Souza Goulart e André Luis Mattedi Dias***

Resumo: Este texto relata uma pesquisa com suporte na prática etnográfica, partindo da proposta e da argumentação de que a sala de aula se constitui em um universo cognitivo multicultural ou em uma microssociedade rica em produção de significados. E analisa a forma como alunos e professor [i]de uma turma do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana/BA concebem, em aulas de geometria analítica, aspectos relativos à aquisição, à construção e à interpretação dos sentidos ou significados ali produzidos ou expostos. Utilizam-se observações em que o pesquisador se coloca em uma posição de estranhamento e de busca pela imparcialidade. Admite-se que as representações gráficas carregam fatores psicológicos, sociológicos, esquemas perceptivos, cognitivos e afetivos específicos e que os fatores sociais e culturais estão diretamente relacionados às múltiplas interpretações acerca de um ente geométrico, matemático e simbólico.

Palavras-chave: Geometria Analítica. Desenhos. Semiótica. Produção de significados. Prática etnográfica.

Drawings and graphics in the production of meaning by students in an Analytic Geometry course

* Professora Assistente B do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Mestre em Desenho Cultura e Interatividade (UEFS). jany.uefs@gmail.com

** Professor da Universidade Federal da Bahia. Mestrado em Educação pela Universidade Federal da Bahia e doutorado em História Social pela Universidade de São Paulo. andre.luis.mattedi.dias@gmail.com

Abstract: This investigation aims to analyze how students and professor conceive aspects related to acquisition, construction and interpretation of senses or meanings, produced or exposed while studying and teaching in an Analytic Geometry course for Mathematics Undergraduate students at the State University of Feira de Santana - BA. For this purpose, a research is carried out based on ethnographical practice, considering the proposal and argument that an environment is constituted by a multicultural cognitive universe or even by a micro-society, rich in the production of meanings. Thus, the method of observation places the researcher in a estrangement position, aiming at an impartial view. In this context, it is admitted that graphical representations carry along psychological and sociological factors, perceptive, cognitive and affective schemes, and also that social and cultural factors are directly related to multiple interpretations concerning a geometrical, mathematical and symbolical element.

Keywords: Analytical Geometry. Drawings. Semiotics. Production of meanings. Ethnographic practice.

Introdução

O presente artigo busca analisar o modo pelo qual alunos e professor, em aulas de Geometria Analítica de uma turma do terceiro semestre curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana/BA, concebem aspectos relativos à aquisição; à construção; e à interpretação dos sentidos ou significados produzidos ou expostos em sala.

Objetivamos, assim, apresentar respostas sobre o nível de importância ou sobre o papel dos desenhos, dos gráficos, das figuras nas inter-relações significativas construídas. Em igual dimensão, buscamos compreender o alcance das influências e das concepções individuais previamente construídas no meio social e montar um panorama de funcionamento de uma sala de aula, levando em consideração as especificidades no estudo de figuras geométricas, usualmente consideradas como portadoras de ambiguidades e significados implícitos. A combinação entre a linguagem algébrica e gráfica e os estudos semióticos mostram-se presentes em toda a construção do estudo, como meio para a obtenção de soluções válidas e descrição dos processos de significação.

O intuito principal, nas observações e nos contatos com os protagonistas desta história, foi estranhar, penetrar, desconfiar do que aparentemente parecia óbvio, evidente (uma sala de aula com alunos e professor). Dessa forma, seguimos nesta tentativa de compreender como os nativos dessa ilha (sala de aula) significam e o que eles fazem, numa busca interpretativa das situações que ocorreram nesse ambiente.

Nesse contexto, buscamos obter resposta aos seguintes questionamentos: Como o professor e os alunos dão significado(s) a um objeto matemático, em um determinado ambiente, cercado por inúmeras influências e concepções? O que acontece numa sala de aula onde o foco de estudo é a Geometria Analítica? Que papel cumprem as imagens – desenhos, gráficos, figuras – nessas inter-relações significativas construídas nesse ambiente? Como as representações gráficas, nas aulas de Geometria Analítica, servem de espaço de mediação entre a comunicação e o processo de interpretações? Ou seja, como as associações são feitas, ao observar e inter-relacionar determinada imagem, quais são elas e de que forma ocorrem os processos de comunicações, significações e interações nas aulas de Geometria?

A proposta deste trabalho é justamente buscar respostas para as perguntas acima, seja por meio do estudo teórico das obras dos especialistas que se têm dedicado à questão nos últimos anos, seja por meio de uma investigação empírica conduzida num ambiente de sala de aula. Em tal ambiência, faz-se possível verificar os processos comunicativos e interativos presentes, para posterior análise interpretativa.

Para desenvolver essa atividade investigativa, tomamos como suporte a prática etnográfica, não no sentido específico desenvolvido pelos antropólogos, mas em uma adaptação dessa prática à educação, visto que o principal foco de pesquisa se centra na análise da produção de significados pelos protagonistas de uma sala de aula de Geometria Analítica.

A escolha da abordagem etnográfica deve-se também à possibilidade de suspeitar sobre a multiplicidade de significados envolvidos numa dada situação e a esse diálogo que se estabelece entre a fundamentação teórica e os dados obtidos. O estudo culminou num movimento envolvendo arranjos e rearranjos, na tentativa de uma nova estruturação do real.

Assim, acolhemos recortes específicos da etnografia para montar as estratégias e os perfis da pesquisa, mediante o uso de técnicas associadas, o mapeamento das informações coletadas, percebidas e interpretadas pelos alunos e pelo professor.

Em suma, a investigação é caracterizada como uma pesquisa qualitativa com enfoque etnográfico. A relevância desse aspecto é ressaltada por Marli André (1995, p. 28), ao recorrer à etimologia da palavra "etnografia", que significa "descrição cultural", e ao relatar também que "o que se tem feito, pois, é uma adaptação da etnografia à educação, o que me leva a concluir que fazemos estudos do tipo etnográfico e não etnografia no seu sentido estrito".

A abordagem etnográfica nos permite suspeitar sobre a multiplicidade de significados envolvidos numa dada situação, e esse diálogo que se estabelece entre a fundamentação teórica e os dados obtidos culmina num movimento envolvendo arranjos e rearranjos, na tentativa de uma nova estruturação do real (o cotidiano numa sala de aula de geometria analítica).

Ressaltemos, por oportuno, que, no transcorrer do texto, é predominante a linguagem pessoal, visto que a presença do observador no ambiente gera influências em sua formação pessoal e profissional, em sua localização espacial no ambiente físico e em suas visões de mundo. Os acontecimentos e as informações abordadas em sala de aula são relatados, interpretados ou percebidos do ponto de vista do pesquisador.

Referencial teórico: as dimensões culturais, simbólicas e representativas apresentadas numa sala de aula de geometria analítica

Consideramos a sala de aula como um espaço onde se processa uma dinâmica comunicativa entre um emissor-professor que envia mensagens para um receptor-aluno; ou, vice-versa, entre um emissor-aluno que envia mensagens para um receptor-professor; ou, ainda, entre um emissor-aluno a enviar mensagens para um receptor-aluno. Conforme salienta Peruzzolo (2004, p. 21-22):

> A comunicação é uma relação de ser a ser que quer passar uma mensagem a outro. Logo, veja bem, a relação é estabelecida por um meio-mensagem que se torna, então, o meio de entrar em relação [...]. Esse meio é aquilo que organizamos para nos relacionarmos com o outro e significa-lhe

algo, sem o que ele não se exporá a nós [...]

Portanto, lidaremos com o processo comunicativo na sala de aula de geometria analítica, com as interações entre os seus atores, que envolvem representações, interpretações e significações. O signo é o conceito teórico que utilizaremos para designar o elemento mediador no processo de interpretação/significação, ou seja, ele pode representar um objeto para um intérprete, refletindo na sua mente algo que está relacionado com esse objeto representado.

Tal assertiva pode ser esclarecida, ao pensarmos que o signo e o processo de significação desencadeiam uma movimentação, um elo de interpretação circunstanciado, aberto, dinâmico e ilimitado, denominado por Charles S. Peirce como "semiose ilimitada". Ele explicita também o caráter social do símbolo por meio da sua máxima pragmática, formulada em 1878 e assim reformulada em 1905: "Todo propósito intelectual de qualquer símbolo consiste na totalidade dos modos gerais de conduta racional que, na dependência de todas as possíveis e diversas circunstâncias e desejos asseguram a aceitação do símbolo" (Peirce, 1972, p. 18).

Interpretaremos, então, que o termo "conduta racional" se refere ao aspecto social do significado do símbolo, pois, para ele, "o significado não é uma 'idéia' que o símbolo evoca na mente, mas conseqüência da conduta que gera nos homens (racionais)" (Peirce,1972, p. 18). Em resumo, o significado do símbolo está vinculado às concepções culturais e sociais do indivíduo interpretante.

Pensar o signo ou símbolo como elemento social e em constante transformação a cada nova interpretação permite-nos admitir que este elemento, dependendo do contexto, adquire inúmeras concepções e formas, tendo como âncora as estreitas relações entre objeto e seu intérprete. Tal afirmação é ratificada pela declaração: "[...] o signo é uma coisa que representa outra coisa, seu objeto. Ele representa seu objeto para um intérprete, e produz na mente deste intérprete alguma outra coisa que está relacionada ao objeto, mas pela mediação do signo" (Souza, 2006, p.160).

Sob outro ângulo, o linguista suíço Ferdinand de Saussure caracteriza o signo como um elemento bifacial, mesmo sendo constituído por três termos (signo, significante e significado), pois, neste caso, o objeto de referência é excluído. Assim, nesta abordagem, o signo é o todo, sendo constituído pela união do significante (imagem acústica) e o significado (conceito).

O signo saussureano é comparado às duas faces de um papel, em que "o pensamento é o anverso e o som o verso; não se pode cortar um sem cortar, ao mesmo tempo, o outro; assim tampouco, na língua, se poderia isolar o som do pensamento, ou pensamento do som; [...]". (Saussure, 2006, p.131).

Ainda sobre a unidade sígnica:

> O signo lingüístico é, portanto, o que F. de Saussure denomina uma entidade psíquica de duas faces, a combinação indissolúvel, interior do cérebro humano, do significado e do significante. São realidades que têm sua rede (seu traço) no cérebro; elas são tangíveis, e a escrita pode fixá-los em imagens convencionais. (Dubois, 2004, p. 542).

Se, para Saussure, tanto o significado como o significante são entidades mentais inseparáveis, interpretando um signo estamos projetando sobre ele nossas impressões e concepções. Assim, depreendemos que as influências socioculturais são propagadas no objeto sígnico. Portanto, se indagarmos: "Quando ouvimos as palavras 'reta' ou 'plano', o que surge imediatamente em sua mente?". Bem, como os protagonistas da nossa investigação são alunos e professor de matemática, possivelmente, variadas retas e diversos planos aparecem em suas mentes como significantes do que eles conceituam como reta e plano. Dessa forma, desejamos fomentar alguns aspectos comparativos, na tentativa de estabelecer analogias e destacar pontos de contatos entre a linguagem matemática e a teoria semiótica, visto que, na composição da linguagem matemática, estão os signos ou símbolos. Do perfil dos signos como imitação do real à sua relação binária entre o abstrato e o real – nesta perspectiva, Cláudia Flores (2006, p. 82-86 e p. 86), parafraseando Foucault, destaca:

> Nessa concepção epistemológica, as coisas trazem consigo sua própria marca e, além disso, cada uma se aparelha com a outra na medida em que se relacionam. Daí, o número, por exemplo, pode ser uma grandeza quadrada, ou um segmento de reta, ou ainda, uma grandeza não conhecida, cada qual trazendo consigo sua própria marca, em analogia ao mundo natural – as formas geométricas estão na natureza assim como os números. Tudo tem sua finalidade na natureza. Logo tudo se aproxima e si enrola sobre si mesmo.

> ....
> [...] Enfim, a invenção do simbolismo matemático de Viète, e mais particularmente de Descartes, uma primeira versão de escritura simbólica em matemática é apresentada, dando ordem à matemática e ao pensamento matemático. Daí o surgimento da duplicação dos objetos matemáticos enquanto objetos do pensamento e objetos representados.

A estreita relação que se estabelece entre representação, pensamento e o mundo real integra o processo sígnico, o qual é propagado em variadas áreas de conhecimento, dentre elas a matemática, caracterizada pela formalização da linguagem algébrica imbricada ao aspecto visual da linguagem geométrica, constituindo uma significação. Como assevera Jean Ladrière: "A significação é uma relação entre o signo e uma entidade pertencente ao mundo real ou ao mundo ideal (indivíduo, classe, propriedade ou relação). (O mundo ideal é aquele das entidades não empiricamente captáveis, tais como os objetos matemáticos ou as realidades lógicas)" (Ladrière, 1977, p. 20).

O elo que se compõe entre o que é real e o que é representação do real alarga-se na afirmação de Peirce (1972, p. 114), ao definir representação:

> Estar no lugar de, ou seja, estar em relação tal com outro que, para certos propósitos, algum espírito o trará como se fosse aquele outro. Assim, um porta-voz, um deputado, advogado, agente, um diagrama, um sintoma, uma descrição, um conceito, uma premissa, um testemunho, todos representam algo diverso, sob variadas formas, para espíritos que os considerem sob esse prisma.

O termo "espírito", na visão peirceana, é equivalente ao intérprete, indivíduo que, ao observar ou estabelecer algum tipo de relação com o objeto, a situação ou a imagem, atribui significados que geram interpretações circunstanciadas, dinâmicas e promovem um movimento intersubjetivo, consubstanciado num processo em que um termo, uma expressão ou uma situação são sempre explicados a partir da recorrência a outros termos, expressões ou situações, alimentando e delineando o movimento no processo comunicativo.

Na argumentação de Umberto Eco (1974, p. 18), o interpretante é definido e exemplificado e pode assumir diversas formas, possibilitando maior clareza no nosso discurso:

(a) pode ser o signo equivalente (ou aparentemente equivalente) em outro sistema comunicacional. P. ex., à palavra / cão / faço corresponder o desenho de um cão;
(b) pode ser o indicador apontado para o objeto isolado, talvez subentendendo um elemento de quantificação universal ("todos os objetos como este");
(c) pode ser uma definição científica (ou ingênua) nos termos do próprio sistema de comunicação. Ex.: / sal / significa "cloreto de sódio";
(d) pode ser uma associação emotiva que adquire valor de conotação fixa: / cão / significa "fidelidade" (e vice-versa);
(e) pode ser a simples tradução do termo em outra língua.

O interpretante traz, intrinsecamente, em suas variadas formas de interpretação, indicadores contextualizados culturalmente; e, portanto, a comunicação, por meio das contínuas permutações de signo para signo e, no nosso caso específico, transitando entre representações algébricas e geométricas, permite comparar elementos do vasto sistema comunicacional na produção de significados na sala de aula de Geometria Analítica.

Além disso, consideramos que a produção de significado é também produção de cultura. Desse modo, admitimos que o aporte cultural está entrelaçado, mesmo que sutilmente, nesta troca mútua processada na sala de aula, sendo mais um dos fios condutores a conectar-se com as diferentes visões desta pesquisa. Portanto, o cenário da pesquisa, a sala de aula, é considerado por nós como uma microssociedade, privilegiando sua diversidade cultural. Assim, destacamos a opinião de Geertz (1989, p. 15), que defende que o conceito de cultura é essencialmente semiótico e compactua também com Max Weber, ao declarar: "o homem é um animal amarrado a teias de significados que ele mesmo teceu, assumo a cultura como sendo essas teias e a sua análise; portanto, não como uma ciência experimental em busca de leis, mas como uma ciência interpretativa, à procura do significado".

Os estudos de Luis Radford nos fornecem subsídios que contribuíram para esclarecer nossas indagações, pois apresentam certos elementos de uma teoria cultural, consubstanciados numa semiótica cultural dos aprendizados matemáticos, inspirados em escolas antropológicas e histórico-culturais do conhecimento, dando espaço para uma concepção essencialmente social do aprendizado. Nesse sentido, a semiótica cultural parte do ponto de vista de que cada indivíduo é visto como um sujeito que vive, pensa e atua culturalmente, tendo como premissa que a base da cognição se encontra na prática cultural. Em complementação a essa abordagem, propõe a questão cognitiva como reflexo de uma prática social. É nesse estágio que a dimensão semiótica adquire sua relevância, visto que:

> [...] signos y artefatos cobram vigência como mediatizadores de la actividad y elementos claves de los procesos de reflexión. En este contexto, la actividad cognitiva es considerada como uma actividad social, mediatizada, de interiorización reflexiva de prácticas sociales historicamente constituídas. (Radford, 2004, p. 1) [†‡].

Portanto, vale a reiteração: o signo é o elemento que medeia os processos de significação na sala de aula, que é transformado, remanejado e ampliado no processo de comunicação entre alunos e professor. A abordagem vygotskiana destaca a função do signo como elemento mediador. Conforme aponta Radford (2006, p. 11): *"El signo desempeña una función medidora entre el indivíduo y su contexto, y permite, además, esse paseje entre lo interpsicológico y lo intrapsicológico que assegura la reconstrucción interna de la acción, esto es, su internalización"*[§].

Pensar o signo com a característica de mediação presente em toda atividade humana é admitir que o sistema de signos interliga os seres humanos com o mundo e entre si. Ainda nesse sentido, Vygotski (1984, p. 59-60) estabelece uma analogia entre a criação e a utilização de instrumentos como auxílios nas ações concretas; e o signo é um destes, recebendo a denominação de "instrumentos psicológicos", cuja função é auxiliar os homens em suas atividades psíquicas: "O signo age como um instrumento da atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho".

A ideia do signo como objeto cognitivo inspira a compreensão deste

---

"[...] signos e artefatos adquirem vigência como mediadores da atividade e são elementos-chave do processo de reflexão. É neste contexto que a atividade cognitiva é considerada como uma atividade social, mediadora, de interiorização de práticas sociais historicamente construídas".

§ "O signo desempenha uma função mediadora entre o indivíduo e seu contexto, permitindo, além disso, a passagem entre o interpsicológico e o intrapsicológico, assegurando a reconstrução interna da ação, isto é, a sua internalização".

como um instrumento de trabalho, um elemento que auxilia o pensamento. Nessa perspectiva, Radford (2006, p.11) destaca o enfraquecimento das ideias de Saussure e Peirce:

> Con ella, Vygotski rompió el esquema tradicional del idealismo e del racionalismo. El signo no es simplesmente pieza diferencial de um sistema de estructuras (Saussure) ni mero medio de pensamiento y de formación de ideias (Peirce), sino, sobre todo, medio de transformación de las funciones psíquicas del indivíduo"**

Vygotski também dedica particular atenção à questão da linguagem, entendida como um sistema simbólico fundamental em todos os grupos humanos, visto que, por meio da linguagem, é possível designar os objetos do mundo exterior, mesmo quando eles estão ausentes. No entanto, é relevante destacar que os signos não são apenas componentes da língua falada ou grafada, indispensável na produção de conhecimento, pois também há emissão de mensagens com gestos, sons ou imagens, dentre outros.

Enfim, o que queremos trazer à reflexão é a participação construtiva ou não construtiva, essencial ou dispensável, das imagens matemáticas (desenhos e gráficos) nos processos comunicativos e interpretativos que envolvem uma produção de conhecimento matemático em um ambiente de ensino-aprendizagem.

Tal consideração é discutida na seguinte afirmação:

> "Mathematicians have been aware of the value of diagrams and other visual tools both for teaching and as heuristics for mathematical Discovery. … But despite the obvious importance of visual images in human cognitive activities, visual representation remains a second-class citizen in both the theory and practice of mathematics. In particular, we are all taught to look askance at proofs that make crucial use of diagrams, graphs, or other non-linguistic forms of representation, and we

** "Com ela, Vygotski rompeu com o esquema tradicional do idealismo e do racionalismo. O signo não é simplesmente peça diferencial de um sistema de estruturas (Saussure) nem mera medida de pensamento e de formação de ideias (Peirce), sendo, sobretudo, medida de transformações psíquicas do indivíduo".

> pass on this disdain to students". However, "visual forms of representation can be important … as legitimate elements of mathematical proofs". (Barwise; Etchemendy, 1991 apud Arcavi, 2003, p. 226) [††].

No entanto, existem controvérsias acerca de que o elemento figural seja apenas um termo auxiliar, complementar ou meramente ilustrativo; conforme declara Bkouche (1982, p. 61-62):

> Foi dito freqüentemente que as figuras serviam de apoio ao raciocínio geométrico. Não penso assim, o raciocínio geométrico se constrói para estudar objetos que são as figuras, assim como o raciocínio mecânico se constrói para estudar objetos que são os corpos em movimento; não se poderia pretender considerar o movimento como simples suposta do raciocínio mecânico ou os fenômenos calóricos como suposta do raciocínio termodinâmico.

Na concepção de Raymond Duval (1995, p. 181), os registros figurais são elementos que possibilitam uma antecipação na interpretação e resolução de problemas, pois:

> il est couramment admis les figures forment un support intuitif important dans les démarches en géométrie: elles donnent à voir beaucoup plus que ce les énoncés ne dissent, ells permettent d'explorer, d'anticiper…elles permettent, dans la resolution d'un problème ou dans la recherche d'une demonstration […].[‡‡]

As unidades figurais são elementos que atraem e, muitas vezes, conduzem a caminhos que possivelmente levarão à solução. No entanto, é relevante destacar que nem sempre o desenho é suficiente para afirmar as

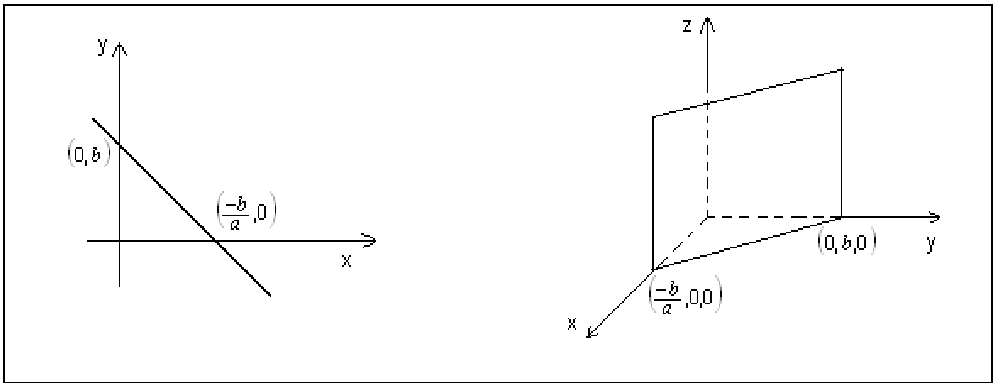
"Os matemáticos têm sido conscientes do valor de diagramas e outras ferramentas visuais para ensinar e como hipóteses para a descoberta matemática... Mas, apesar da óbvia importância das imagens visuais nas atividades cognitivas humanas, a representação visual ganha um *status* de segunda classe, em ambas: a teoria e a prática da matemática. Em particular, nós somos todos ensinados a ter um olhar questionador a ensinamentos que fazem um uso crucial de diagramas, gráficos, ou outras formas não linguísticas de representação, e nós examinamos este desdém nos estudantes". Entretanto, "formas visuais de representação podem ser importantes... como elementos legítimos de provas matemática".

‡‡ "É frequentemente admitido que as figuras formam um suporte intuitivo importante nas operações geométricas: elas mostram muito mais que esses enunciados que nada dizem, elas permitem explorar, antecipar... Elas permitem a resolução de um problema ou a busca de uma demonstração [...]".

propriedades do objeto matemático, visto que a interpretação de algumas figuras depende das relações fixadas inicialmente. Nesta ótica, podemos exemplificar:

Considere a equação $y = a \cdot x + b$ (onde a e b são constantes reais). Se admitirmos como ambiente de representação o plano cartesiano (R^2), o seu gráfico será uma reta. E se tomarmos como base para a construção do desenho o espaço euclidiano (R^3), teremos a representação de um plano paralelo ao eixo coordenado z, conforme ilustrado pela Figura 1.

Figura 1 – Representação geométrica da equação $y = a \cdot x + b$ no plano e no espaço.



Fonte: Goulart, p. 34, 2008.

Percebemos, então, que, se não definirmos bem o conjunto universo com o qual estamos trabalhando, essa equação pode permitir uma dupla interpretação geométrica e analítica (dualidade plano/reta).

As dificuldades ou confusões possíveis, suscitadas por esses objetos (reta e plano) são, de certa forma, ligadas ao fato de que os dois objetos possuem a mesma expressão algébrica, mas com representações gráficas e analíticas diferentes, ou seja, devemos determinar em que sistema a representação é produzida, tendo em vista que o conteúdo da representação se altera, de acordo com o sistema de representação utilizado.

Nessa perspectiva, Duval (1995, p. 188) afirma:

> *En géométrie, il n'y a pas de dessin qui représente par lui-même, c'est-à-dire il n'y a pas de dessin <<sans légende>>. Car um même dessin*

> *représenter dês situations mathématiques três différentes, et donc servir de support intuitif à dês raisonnements différents. Il fault donc une indication verbale pour ancrer la figure comme représentation de tel ou tel objet mathématique*[§§].

As conversões entre discursos e figuras guiam as operações sobre os objetos representativos em determinada figura e, consequentemente, possibilitam uma mobilização entre as definições e os teoremas, sendo um fator de fundamental importância nesse processo exploratório interpretativo.

Mas com que olhar professor e alunos concebem, valorizam o elemento imagético nas aulas de geometria analítica? É principal ou secundário? É um protagonista ou um coadjuvante? É auxiliar ou fundamental? É um apoio ou sustentáculo? Nesta perspectiva antagônica, tentaremos entender como se constitui essa "engrenagem" composta por representações (entes algébricos e geométricos) e significados.

A sala de aula como espaço cultural: comunicação e interação

Nas últimas décadas, a temática cultural tem sido objeto de estudo, destacada sob os mais variados ângulos na pesquisa em educação, que tem se utilizado das contribuições de vários domínios do conhecimento, como a pedagogia, a linguística, a psicologia e a sociologia. Essas múltiplas formas de concepções e articulações somam-se aos pontos de contato formados entre os valores do professor e dos alunos. Constrói-se, assim, um processo transformativo e interativo nessa amostra social (sala de aula). E grande parte dessas transformações deve-se ao fato de que o processo educacional está imerso numa diversidade cultural.

O destaque empreendido ao grupo num processo comunicacional é ressaltado também num conjunto de indivíduos reunidos em uma sala de aula, pois cada sujeito traz consigo traços particulares, com seus encadeamentos sociais, afetivos e culturais: a família, a cidade, a religião, etc. Cumpre ressaltar

§§ "Em geometria, não há desenho que represente ele mesmo, diz-se que não há desenho 'sem legenda', pois um mesmo desenho pode representar situações matemáticas muito diferentes e, por isso, servir de suporte intuitivo a raciocínios diferentes. É necessária uma indicação verbal para ancorar a figura como representação de determinado objeto matemático".

que não queremos dizer, com isso, que o ambiente sala de aula é constituído apenas por fatores externos a ele, mas que os traços individuais de cada sujeito são elementos característicos e constituem implicações, as quais fazem parte dos intercâmbios ali estabelecidos, tornando possível diálogos entre os variados "mundos", permitindo perceber os diversos pontos de convergência ou divergência e compondo, dessa forma, uma cultura específica de sala de aula.

Esse processo comunicativo, formado a partir das múltiplas intermediações e difusão de ideias, opiniões e concepções, é protagonizado por esse grupo de sujeitos (professor e alunos). Dessa forma, compreendemos que a comunicação é essencialmente uma relação. Peruzzolo (2004, p. 28) enfatiza esta questão, afirmando:

> [...] o que faz com que uma relação seja comunicação é a representação como meio de comunicar, por cujo movimento se encontra o outro. Por isso, o indivíduo é até pensável, mas sozinho é seguramente impraticável, principalmente sob o ponto de vista da sua comunicação e da sua sobrevivência. É só depois do grupo que vem o indivíduo. A unidade de vida humana não é o indivíduo, é o grupo.

Nesse ponto, eis que entram no cenário da sala de aula os elementos linguísticos e não linguísticos, verbais e não verbais (expressões, gestos, silêncios, posturas, dentre outros), com um papel fundamental nas interações face a face, ao situarem os interlocutores (professor e alunos) no contexto geral do processo comunicativo. Tal fator é destacado por Steinberg (1988, p. 9): "É impossível não comunicar, o corpo é uma mensagem e o comportamento não verbal é extremamente dialógico. As expressões do rosto, as atitudes, os gestos e o movimento corporal podem atuar como emblemas, ilustradores, demonstradores de afeto ou como reguladores e adaptadores da interação". Neste enfoque, a produção de significados, resultante dos processos interativos - comunicativos na sala de aula está intrinsecamente ligada aos variados sistemas de representação ali utilizados, bem como aos fatores caracterizadores das formas de inserção cultural dos sujeitos na sociedade.

Essa soma de interações tem como consequência a negociação de significados. Como argumenta Maria Cristina Barufi (1999, p. 38): "A aula constitui um sistema de comunicação formado por uma rede de emissores, receptores e canais pelos quais flui todo tipo de informação, através de mensagens e ruídos, utilizando diferentes códigos da interação e da organização completa da aula".

Percebemos, então, que a transmissão de mensagens se processa também através dos diversos códigos, permitindo interação entre a linguagem verbal e não verbal. Como destaca Bakhtin/Volochinov (1986, p. 124):

> A comunicação verbal entrelaça-se inextricavelmente aos outros tipos de comunicação e cresce com eles sobre o terreno comum da situação de produção. Não se pode, evidentemente, isolar a comunicação verbal dessa comunicação global em perpétua evolução. Graças a esse vínculo concreto com a situação, a comunicação verbal é sempre acompanhada por atos sociais de caráter não verbal (gestos do trabalho, atos simbólicos de um ritual, cerimônias, etc.) dos quais ela é muitas vezes apenas o complemento, desempenhando um papel meramente auxiliar.

Os gestos, os silêncios e as posturas físicas adotadas pelos alunos e pelo professor são elementos constituintes das práticas interpretativas produzidas no âmbito de uma sala de aula, assim como a diversidade de conhecimentos, de comportamentos, de atitudes, de formas de interpretar.

Em suma, alunos e professor, como apropriadores culturais, nos direcionam para uma nova dinâmica de entendimento das relações inter e intraculturais configuradas. Assim, tomamos a ideia de que a sala de aula é um espaço que acolhe, que reúne vários traços de culturas, sendo encarada como uma microssociedade, rica em produção de significados.

Esse cenário, que se desenha composto por diferentes maneiras de olhar, interpretar ou conceber, se constitui em um *palco* para os nossos estudos, inferências, questionamentos e indagações. Assim, retomemos, então, a caracterização desse *palco* (sala de aula), tendo nesse contexto, como um dos principais pontos de referência, fatores educacionais. No entanto, o aspecto que mais se aproxima da nossa concepção é o que caracteriza a sala de aula como um espaço destinado a reunir pessoas, a proporcionar uma multiplicidade de relações entre os atores sociais (professor e alunos). Dessa forma, um dos fatores que viabiliza a propagação dessas relações é a comunicação, seja ela verbal ou não verbal. Daí recolocarmos a nossa primeira inferência, considerando que a sala de aula é um espaço de comunicação, e a circulação de discursos orienta as relações entre esses indivíduos, processando uma pluralidade de mensagens captadas de forma consciente ou inconsciente. No entanto, o que acham os protagonistas que integram esse ambiente e como eles definiriam a sala de aula? Assim, para encontrar respostas para este questionamento, elaboramos uma ficha investigativa, em que solicitamos aos alunos uma definição para "sala de aula". Ressaltamos algumas delas:

Aluno A: "Espaço fechado onde podemos construir / socializar conhecimentos."

Aluno B: "Ambiente social, de aprendizado e busca por conhecimentos."

Aluno C: "Local onde conhecimentos são formulados ou compartilhados. Não necessariamente precisa ser entre quatro paredes."

Aluno D: "Local de aprendizagem onde construímos saberes, orientado por um professor (indivíduo)."

Aluno E: "Um espaço direcionado ao saber. Troca de conhecimentos (quem aprende ensina e quem ensina aprende); local onde aumentamos nossa prática de convívio social."

Aluno F: "Espaço de partilha do conhecimento, de aprendizado tanto para o discente quanto para o docente."

Aluno G: "Local de contato com o professor e colegas com o principal objetivo de compartilhar informações."

Aluno H: "Ambiente de aprendizagem, discussões e interação professor-aluno."

A sala de aula foi caracterizada pelos alunos, partindo das múltiplas variáveis: ambiente social destinado à troca e ao compartilhamento de informações e de conhecimentos, local de contato e interações. Interligando essas variadas concepções acerca desse ambiente, desenha-se uma nova maneira de perceber a sala de aula: como uma microssociedade, vinculada aos diversos traços de cultura constituintes deste âmbito.

Dessa forma, temos como hipótese a noção da sala de aula como um espaço que acolhe inúmeros traços de cultura, tendo uma dimensão interativa e, consequentemente, social, características estas que se interligam, mediadas pela comunicação entre os atores envolvidos no processo.

A adaptação do método etnográfico para a observação e as interpretações das práticas culturais em sala de aula

Partimos, então, da caracterização inicial do conceito de uma sala de aula, seguindo uma trilha de análise e interpretação das situações encontradas nesse ambiente; descrevendo a rotina estabelecida; reconstruindo o cotidiano que se configura; identificando ações e práticas desses sujeitos sociais.

O professor diante do quadro numa postura de destaque, a transcrever incessantemente, e os alunos comodamente a copiar o apontamento nos conduzem a inferir que existe uma cultura específica da sala de aula. E deixam transparecer influências de um ensino tradicional, ressaltadas pelo aparente vínculo de dependência dos alunos em relação ao professor, fator evidenciado em aulas de matemática pura, em que a preocupação está na forma e na beleza das demonstrações.

A descrição das ações, dos comportamentos e das representações desses sujeitos sociais (professor e alunos), assim como a reconstrução da linguagem matemática e não matemática e as variadas formas de intercâmbios comunicacionais, como gestos, posturas, silêncios, etc. são também elementos constituintes de significados e consequentes interpretações.

Essa aparente espontaneidade é, de certa forma, podada ou ocultada, ao saber que existe alguém, naquele espaço, com um olhar atento às suas atitudes, aos comportamentos, aos questionamentos, etc. É a partir desse momento que os elementos não verbais, como gesto, postura, expressão facial, olhar, riso, passam a constituir efetivamente o grupo dos elementos significativos e comunicativos nesta investigação, pois, segundo Steinberg (1988, p. 20): "Há certas emoções que muitas vezes não se consegue ocultar [...]".

Considerar a sala de aula como um ambiente cultural complexo significa dizer que, no lugar de supor a ocorrência da comunicação em sala de aula de maneira não problemática, desde que certas condições mínimas de comunicabilidade sejam garantidas, a suposição fundamental é justamente outra: o processo comunicativo e interativo é essencialmente problemático, na medida em que a produção de significados é variável, de acordo com uma série de fatores que condicionam a forma de inserção cultural dos sujeitos na sociedade. A mais simples palavra pronunciada pelo professor, que associa, consciente ou inconscientemente, um certo significado para ela, pode ser significada pelo aluno de uma maneira própria e essencialmente diferente daquela pretendida pelo professor.

O nosso olhar: relato/narrativa/descrição da observação participante

Destacamos, inicialmente, que os nomes dos personagens que compuseram nossa história terão um caráter meramente fictício, tendo como intuito a garantia de maior privacidade e menor constrangimento aos reais autores destes episódios. Sempre que possível, caracterizaremos estes personagens, partindo de traços particulares e específicos de cada sujeito.

Nosso ponto de partida consiste em retratar, de forma sucinta, o nosso primeiro contato com a composição do espaço físico de uma sala de aula de geometria analítica, caracterizada pelos objetos comumente encontrados ali: carteiras, quadro, giz, mesa e cadeira, estes últimos destinados à utilização pelo professor, geralmente posicionados em frente ao quadro. Essa disposição inicial dos objetos sofre pequenas modificações a cada aula, desenhando um novo cenário. Transformações passíveis de fundamentação por alguns condicionantes, que caracterizam aproximação ou distanciamento entre os elementos envolvidos no processo (alunos, professor e a geometria analítica). Alguns deles são: visibilidade (melhor ângulo para visualizar as informações anotadas no quadro); identificação (com a disciplina, com um grupo de colegas, com o professor); não identificação (com a disciplina, com alguns colegas ou com o professor).

Ressaltamos, então, nosso primeiro encontro, uma das nossas primeiras observações e, talvez, uma das mais significativas, por vislumbrar a sala de aula sem a presença do professor, quando esse ambiente adquire características próprias dos alunos, como, por exemplo: a mesa do professor se transforma: adquire a função de assento, uma espécie de banco, deixando transparecer as descontraídas interlocuções entre os alunos.

O professor adentra a sala de aula, apressadamente, e fala: "Bom dia, pessoal! Por que vocês estão tão distantes assim?". Nesse momento, um grupo de alunos se aproxima e se rearruma próximo ao professor e ao quadro; no entanto, dois permanecem no fundo da sala, numa atitude demonstrativa de negação à solicitação feita pelo mestre. Deixam transparecer uma espécie de vontade própria, o que poderíamos supor especulativamente: se o lugar onde eles estavam era confortável, garantia uma boa visibilidade e eles estavam se sentindo bem, a interferência verbal de alguém não seria motivo para mudar tal concepção. Fica implícito também que nem sempre o que o mestre solicita, diz ou afirma é tido como verdade universal, pois, nesse ambiente, dependendo do momento, tudo pode ser questionado. Um dos alunos não persuadidos pela interferência verbal do professor foi Elton, um sujeito questionador, aparentemente tímido e com participação de destaque nos encontros.

É indubitável, contudo, a existência de relações hierárquicas em sala, evidenciadas pelo modo como estão arrumados e agrupados os elementos físicos que a compõem. Como, por exemplo, a forma como são dispostos mesa, cadeiras e quadro, tendo na figura do professor uma posição de destaque, de centro das atenções e de protagonista do espetáculo. No entanto, o que ocorre, efetivamente, é uma transição entre os papéis principais, pois, em alguns momentos, principalmente quando o professor se vira para o quadro, observa-se no docente uma atitude de isolamento e concentração, ao transcrever suas notas de aula em silêncio. Então a mistura de várias falas emana de vários pontos da sala, num burburinho desordenado, e mostra-nos que, mesmo diante do silêncio do professor, as interações continuam, os intercâmbios acontecem, embora sem vínculo direto com os aspectos matemáticos ou geométricos.

Os alunos conversam em voz baixa entre si, sempre com um colega próximo, enquanto reproduzem em seus cadernos suas primeiras interpretações das visualizações do quadro.

O professor distribui, em seguida, uma lista de exercícios e, na sequência, escolhe a seguinte questão como exemplo da Desigualdade de Cauchy-Schwarz: "Mostre que $(a\cos\theta + b\,\mathrm{sen}\,\theta)^2 \leq a^2{}_+ b^2$". Fala: "A questão é como vou traduzir o que está aqui dentro do parêntese em linguagem de vetores". Prosseguindo a explicação, ele apresenta o seguinte:

$$u = (a,b) \text{ e } v = (\cos\theta, \mathrm{sen}\,\theta)$$

$$\langle u,v\rangle = a\cos\theta + b\,\mathrm{sen}\,\theta$$

$$|\langle x, y\rangle| = |a\cos\theta + b\operatorname{sen}\theta|^2 \le \left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta}\right)^2 =$$

$\left(a^2+b^2\right)\cdot 1$. Logo, $\left|a\text{co}\theta + b\text{sen}\theta\right|^2 \le (a^2 + b^2)$.

Esta é a suposta tradução apresentada pelo professor, diante do comportamento dos alunos, em que uns se preocupam em copiar os conteúdos instantaneamente, em silêncio, outros copiam e conversam em voz baixa com o colega ao lado, enquanto outros preferem prestar atenção à exposição do assunto, para, em seguida, copiar; e, em um caso particular, um aluno assiste à aula e nada anota. Este aluno, nomeado João, é um sujeito que se destaca dentre os outros, principalmente pelo seu estilo, diferente do restante do grupo: não utiliza caderno, sua atitude é sempre de assistir apenas parte da aula ou de não comparecer.

Ele entra na sala, com trinta minutos de atraso, pronuncia um "Bom dia" bem expressivo. Numa atitude contrária à da sua chegada, sai em surdina, aproveitando para retirar-se no momento em que o professor se vira para escrever novamente no quadro, transcorridos apenas 35 minutos de permanência em sala de aula. Fatos como esses fortificam a ideia de que, nas palavras de Geertz (1989, p. 20), existe "uma multiplicidade de estruturas [...] sobrepostas ou amarradas uma às outras, que são simultaneamente estranhas, irregulares e inexplícitas [...]".

O professor questiona: "Entenderam?". Uma aluna responde: "Alguma coisa eu entendi". O professor contrapõe: "E as coisas que você não entendeu? Você entendeu duas ou oito?". Então ela responde, com uma expressão facial duvidosa: "Oito".

Chega mais um aluno, depois de transcorridos 20 minutos de aula. Seu comportamento, um tanto discreto, é de direcionar-se até uma carteira e transportá-la para próximo do grupo maior de alunos.

Paira no ar um clima de distanciamento entre alunos e professor; no entanto, o professor tenta aproximar-se, como relatado inicialmente, mas existe uma espécie de bloqueio, certa inibição por parte dos alunos.

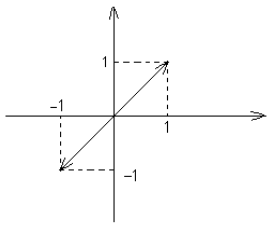
O professor continua suas explicações, agora o assunto abordado é "produto interno". A cada parte concluída, ele pergunta: "Correto?". E os alunos respondem: "Correto", de forma meio involuntária. Então, como exemplo ilustrativo do conteúdo ministrado, ele resolve a seguinte questão de uma lista de exercícios, distribuída anteriormente: Mostre que: $\| x + \alpha y \| \geq \| x \| \; sse \; \langle x, y \rangle = 0$.

O professor expõe a resolução da questão:

$$\| x + \alpha y \|^2 = \langle x + \alpha\, y, x + \alpha\, y \rangle = \langle x, x \rangle + \langle x, \alpha\, y \rangle + \langle \alpha\, y, x \rangle + \langle \alpha\, y, \alpha\, y \rangle =$$
$$\| x \|^2 + \alpha \langle x, y \rangle + \alpha \langle y, x \rangle + \alpha^2 \langle y, y \rangle = \| x \|^2 + 2\alpha \langle x, y \rangle + \alpha^2 \| y \|^2.$$

Se $\langle x, y \rangle = 0$ então $\| x + \alpha\, y \|^2 = \| x \|^2 + \alpha^2 \| y \|^2 \geq \| x \|^2$.

Porém, neste momento, Elton não concorda com o que foi exposto e questiona a respeito do valor de α; se realmente $\alpha \in R$ ou $\alpha \neq 0$. O mesmo aluno resolve o impasse: "Professor, considere $x = (1,1)$, $y = (-1,-1)$ e $\alpha = -1$."
"O professor segue tal sugestão e representa esta situação graficamente, numa tentativa de melhor visualização da questão:



Então o professor fala: "Estou tentando perceber onde está o 'furinho'" (falha). Só então é que, algebricamente, ele substitui esses valores na questão e conclui que somente uma das implicações é válida.

A atitude do professor é resumir geometricamente o que será posteriormente transcrito algebricamente, ou seja, ele apresenta panoramicamente a demonstração por meio do desenho, talvez com o intuito de sintetizar e antecipar a abordagem posterior. Ou seria sua intenção recorrer ao elemento figural, com o objetivo de simplificar e auxiliar a demonstração, na tentativa de reduzir o impacto provocado pelo excessivo simbolismo?

Parece interessante transcrever um trecho da entrevista com o professor:

Professor: Considero o aspecto gráfico ou geométrico

> imprescindível para uma aquisição mais significativa do saber matemático.
> *Pesquisadora:* O que é mais relevante? As demonstrações ou os desenhos?
> *Professor:* Desenhos ilustram, ajudam, no entanto muitas demonstrações podem ser feitas sem auxílio algum de desenhos. Os desenhos são parte integrante do ensino (em sala), mas em muitas situações não é tão relevante.
> *Pesquisadora:* Por que em suas aulas você sempre recorre aos desenhos e gráficos? Com qual objetivo?
> *Professor:* Recorro para dar suporte geométrico às considerações analíticas com o objetivo de vincular os aspectos geométricos com os oriundos das equações, relações e funções abordadas na aula.
> *Pesquisadora:* Então imagine que nas aulas de matemática fosse proibido a utilização do desenho. Que situação você visualiza?
> *Professor:* Existem ramos da matemática (como a álgebra) que prescindem de aulas com recorrência gráfica. Já no cálculo seria extremamente improvável darmos aulas sem a visualização de figuras / desenhos na pratica do ensino. Eu me visualizaria com tendo que atravessar um rio longo sem barco.

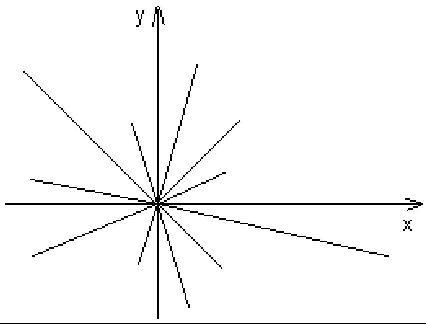
Numa análise das respostas do professor, percebemos trechos contraditórios, pois, ao mesmo tempo em que afirma ser o aspecto gráfico imprescindível, diz ser ele auxiliar, um suporte, e nem sempre tão relevante; deixa transparecer o aspecto gráfico geométrico como um instrumento comparado a um barco, com a função estrita de transporte, um objeto destinado a interligar distâncias, sendo deixado de lado, até o ressurgimento de uma nova travessia. Interpretamos, então, que o aspecto gráfico, para o professor, é um elemento recorrente, sintetizador, uma espécie de coadjuvante da matemática, porém, quando supomos sua extinção, num ato extremo, percebemos sua aparente importância, vinculando-o apenas ao fator instrumental do desenho.

Numa outra análise, indagamos: Por que ele não falou: "cálculo sem figuras é como se fosse um barco sem rio"? De que adianta ter um barco, se não há um rio para navegar? O rio é muito mais essencial do que o barco. No rio você pode nadar, pescar; ele fornece água, é fonte de vida, etc. O barco é um instrumento! Então, quando ele diz que o desenho está para o barco como o rio para o cálculo, interpretamos que, para ele, o barco é um instrumento não essencial.

O professor, então, transcreve no quadro o seguinte teorema e faz sua representação geométrica:

<u>Teorema:</u> *Se* $\beta = \left\{ \overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \cdots, \overrightarrow{u_n} \right\}$ *é uma base ortonormal para um espaço vetorial com produto interno* V *, e* $\vec{v}$ *é qualquer vetor em* V *, então* $\vec{v} = \sum_{i=1}^{n} < \vec{v}, \overrightarrow{u_i} > \overrightarrow{u_i}$.

Recorre-se à representação gráfica como espécie de tradução do teorema, sendo dito pelo professor que ***"A base vai varrendo todo o meu espaço"****, ou seja, a base é um conjunto de vetores que gera todo o espaço.*



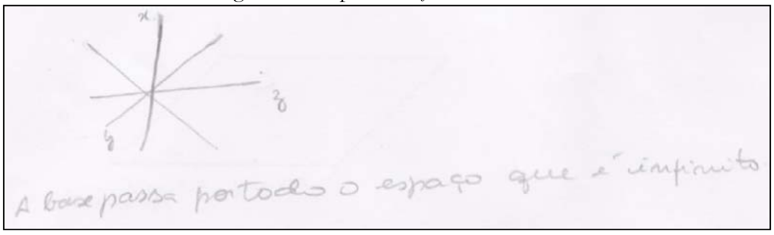
Ao observar as anotações dos cadernos de alguns alunos, em todos os cadernos a que tivemos acesso, sem exceção, não foi encontrado registro da figura acima, nem algo semelhante, apenas a parte algébrica da demonstração[***] do teorema.

Supusemos, então, que os alunos não tivessem achado relevante fazer tal anotação, diante da demonstração do teorema. Assim, numa tentativa interpretativa de perceber se essa seria uma afirmação um tanto elementar,

[***] Trata-se de uma organização lógica algébrica, ou seja, a sistematização (ordenação de vários resultados num sistema dedutivo de axioma, conceitos e teorema) envolvendo hipóteses (suposição de que determinada afirmação seja verdadeira); tese (aonde se deseja chegar, objetivo a ser alcançado); artifícios; e propriedades supostamente já conhecidas, com intuito de verificar que o resultado apresentado é verdadeiro. Tem como função esclarecer, explicar e eliminar as dúvidas dos matemáticos, provando aquilo que não é óbvio acerca de determinadas afirmações. No entanto, em sala de aula pode ser um elemento gerador de dúvidas, constituindo um desafio intelectual para os alunos que têm que abstrair e seguir a argumentação lógica do professor.

solicitamos, ao final do curso, que os alunos interpretassem e representassem graficamente a expressão: “A base vai varrendo todo o meu espaço”, numa tentativa de perceber o que efetivamente eles entenderiam com a referida frase, se teriam a mesma visualização do professor.

Figura 2 – Representação do aluno 1



Fonte: Goulart, 2008, p. 75

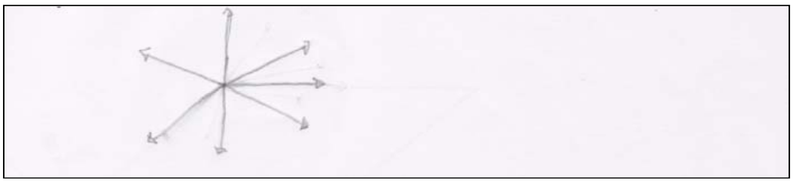
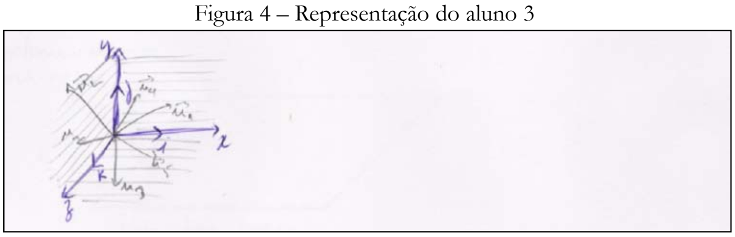


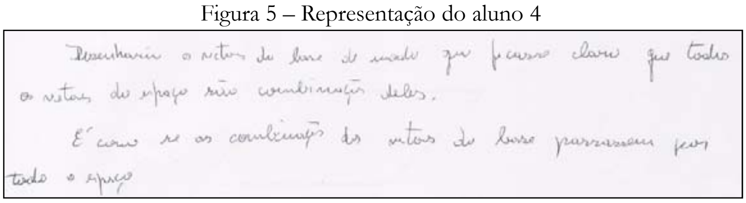
Figura 3 – Representação do aluno 2
Fonte: Goulart, 2008, p. 75

Figura 4 – Representação do aluno 3



Fonte: Goulart, 2008, p. 76

Figura 5 – Representação do aluno 4


Desenharia os vetores da base de modo que ficasse claro que todos os vetores do espaço são combinações deles.

É como se as combinações dos vetores da base passassem por todo o espaço

Fonte: Goulart, 2008, p. 76

Ao analisar as quatro representações, percebemos diferenças: o aluno 1 faz a junção entre o desenho e o texto escrito como forma de complementação da figura; os alunos 2 e 3 demonstram a suficiência da apresentação do gráfico para caracterizar a expressão; porém o aluno 4 prefere relatar a situação por meio de palavras, descrevendo como desenharia tal situação: "Desenharia os vetores da base de modo que ficasse claro que todos os vetores do espaço são combinação deles. É como se as combinações dos vetores da base passassem por todo o espaço".

Percebemos que a recorrência aos desenhos/gráficos é, em alguns momentos, uma forma de tornar menos distantes, mais flexíveis e mais simples as demonstrações, pois eles servem como ponto inicial, como uma espécie de materialização do abstrato, tornando mais real o raciocínio empreendido nas demonstrações. Outra suposição é de que a representação desta frase já estaria internalizada no plano simbólico de cada sujeito, ou seja, a afirmação: "A base vai varrendo todo o meu espaço" remeteria imediatamente a imagens como as apresentadas acima e seria um trânsito entre registros de representações.

A aula prossegue. O professor transcreve o que está em suas notas de aula para o quadro, em silêncio. Então uma aluna pergunta: "Ali é lambda a (λa)?". E o professor responde: "Sim, é lambda vezes a". Este trecho serve para destacar a postura de alguns alunos durante todo o curso: as dúvidas apresentadas ao professor sempre versam sobre entender ou não entender o que está escrito no quadro, uma preocupação se estão copiando certo ou não.

Inicia-se a abordagem sobre retas.A minha descrição terá como base a filmagem destas aulas que versaram sobre retas e planos e notas de aula do professor, destacando a definição de equação de uma reta em R^3, na sua forma vetorial: $P = P_0 + m \cdot \vec{v}; \quad m \in R$, na qual P_0 é um ponto fixo da reta e $\vec{v}$ é um vetor não nulo paralelo à reta (dito vetor diretor da reta)

Neste momento, tentando perceber se seu raciocínio está correto, Arnaldo fala: "Então Professor. Aí é ponto mais um múltiplo de um vetor?", apontando para o quadro. E o professor responde: "É isto mesmo".

Em algum momento da aula, Tatiana prefere conversar paralelamente, com sua colega Cléa, sobre alguns assuntos que não o abordado na aula. Num gesto de cansaço, debruça-se sobre o braço da carteira, demonstrando estar totalmente desatenta à aula. O professor parece não perceber esta situação, e a aula prossegue num ritmo acelerado.

Em razão de o primeiro semestre conter uma grande quantidade de feriados e em função de algumas faltas suas, devidas às suas viagens para São Paulo, onde cursa doutorado, o professor agendou algumas aulas extras para as quartas-feiras, já que as aulas habituais ocorrem sempre às terças-feiras e quintas-feiras. Enquanto os alunos copiam as anotações registradas no quadro, característica inerente à rotina desta sala de aula, o professor transcreve, incessantemente, suas notas de aula. Os alunos anotam também, em seus cadernos, suas impressões, suas interpretações iniciais das visualizações no quadro.

Destacamos também o nosso nível de envolvimento com os alunos: em alguns momentos, é como se eles esquecessem que existia alguém estranho, talvez pelo nosso posicionamento em sala, sempre perto deles, ao lado, registrando, observando, porém tentando deixá-los à vontade, a fim de "pescar" as sutilezas, os indícios e os traços de cultura aflorados, mesmo que involuntariamente.

No prosseguimento da aula, posições relativas entre duas retas no espaço. É o momento no qual os desenhos aparecem com status de destaque, como um elemento em confusão com o ente matemático, chegando ao nível em que as retas representadas no quadro passam a ser retas efetivamente. Isso é ratificado, quando o professor particulariza esses elementos com frases como: "Essa reta aqui", desenhando, simultaneamente, e atribuindo suas características; ou quando a explicação é sempre direcionada ao desenho, os elementos são todos mostrados, apresentados a partir da sua representação gráfica. Assim, inferimos que, nessa sala de aula e nesse momento do curso, os gráficos, as figuras e os desenhos são o centro das explicações do professor, e ele os indica e estabelece relações diretas com os conceitos, as definições e as demonstrações algébricas – e nunca o contrário. O esquema seguido é: primeiro o desenho, composto por todos os elementos característicos de uma reta ou de um plano, com vetores diretores, vetores normais, pontos, dentre outros; e, depois, a parte algébrica, como equações das retas ou dos planos. Todo tipo de informação é retirada do desenho.

O desenho é um elemento que se materializa, dá forma ao algébrico dito, desenhado e escrito no quadro. Em nenhum momento, o mestre fala da representação da reta ou do plano, mas emprega expressões como: "aqui eu tenho uma reta" ou "como a reta é paralela ao plano", desenhando, simultaneamente, cada situação.

Num ato contraditório, o professor deixa transparecer sua preferência pela álgebra linear, em detrimento da geometria analítica: "Vocês estão conseguindo livros que têm esse assunto de planos? Já pegaram na biblioteca? Tem os livros de Paulo Boulos e Armando Righetto. Tem também os livros de cálculo que trazem esse assunto, não trazem tão recheado como o de geometria analítica". E retorna, em seguida, ao quadro.

Após instantes, vira-se novamente e diz: "Vocês têm acesso à internet, podem procurar geometria analítica. Existem sites das universidades que disponibilizam material. A UFMG, se eu não me engano". Tatiana afirma: "Na internet não acho essas coisas assim não. Acho tudo muito superficial". Então o professor avisa: "É esse livrinho aqui de Righetto: Vetores e Geometria Analítica. Ele é muito bom. Este livro pra geometria analítica é muito importante". O professor faz a propaganda do livro. Quando tivemos acesso às suas notas de aula, percebemos que muita coisa ou quase tudo que foi apresentado tinha como base esse livro. O professor finaliza, dizendo: "Eu não tenho muitos livros de geometria analítica".

Percebemos também que ocorre uma aceleração nas aulas, os alunos copiam apressadamente, diante da meta do professor de cumprir o conteúdo programático. Talvez tentando justificar esse fato, ele faz o seguinte comentário: "Retas e planos não é o coração do curso. A parte mais importante é álgebra linear. O importante é: reconhecer a equação de um plano, determinar o vetor normal (caracterizar o vetor) [...]. Então o que eu faço é pegar o melhor do livro e colocar nas notas de aula".

Ao considerar a álgebra linear mais importante que a geometria analítica, o professor valoriza o aspecto algébrico, em detrimento do aspecto geométrico, reforçando sua ideia do barco (desenho) e do rio (cálculos, algebrismos e demonstrações). Ao declarar o seu reduzido acervo de geometria analítica, demonstra sua pouca afinidade com a geometria ou seu desinteresse por ela. E novamente sendo persuasivo, induz os alunos a pensarem que a álgebra linear é mais importante que a geometria.

Nesse instante, percebemos certo descaso para com a geometria, comparada à álgebra linear. A junção de álgebra linear com geometria analítica (mudança curricular, mantendo a mesma carga horária de 90h)††† dá a possibilidade de enfatizar uma das componentes em detrimento da outra, o que efetivamente ocorreu neste curso, evidenciando as afinidades do professor em relação à disciplina.

Após este diálogo entre o professor e os alunos, percebemos a distinção que existe entre álgebra linear e geometria analítica, do ângulo de visão do professor, que demonstra suas afinidades e preferências algébricas em desfavor das geométricas. No entanto, nas aulas, os desenhos são solicitados com frequência e servem como um elemento a materializar o abstrato, visto que os desenhos expostos no quadro foram representações de planos, que, no contexto da sala de aula e na fala do mestre, se configuram como retas e planos.

Considerações finais

Em nossa caminhada investigativa, apresentamos variadas concepções, pontos de vista, enfoques e abordagens, nos quais os aspectos comunicacionais, imagéticos, culturais, matemáticos e representativos geométricos constituíram e compuseram fontes das nossas averiguações, na condição de parte constituinte de um contexto de produção de significados pelos participantes de um curso de geometria analítica. Tal caminho foi permeado por anotações, observações do perfil dessa sala de aula, com foco na obtenção de respostas ao nosso questionamento central: Como professor e alunos atribuem significados aos desenhos e aos gráficos nas aulas de geometria analítica?

Nesse contexto, apresentaremos, de forma sumária, nestas considerações finais, as respostas parciais que obtivemos ao final do nosso trabalho de pesquisa.

††† Foi realizada uma reformulação curricular no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana, cuja implementação se iniciou no semestre 2004.1. A mudança mais significativa para a nossa pesquisa foi a extinção das disciplinas Álgebra Linear I-A (60 horas), Álgebra Linear II (60 horas) e Geometria Analítica (90 horas) do currículo 314 (currículo antigo) e, em substituição a elas, a criação das disciplinas Geometria Analítica e Álgebra Linear I (90 horas) e Geometria Analítica e Álgebra Linear II (90 horas) no currículo 318 (currículo novo).

Nesse ambiente, os atores (professor e alunos), incorporam e representam seus personagens, cada um com suas características, seus perfis e comportamentos, imersos nesse cenário (sala de aula), ou seja, a estrutura que se desenhou diante de nós foi constituída por diversas ramificações do nosso foco de pesquisa. Isso nos colocou diante de um complexo campo investigativo, permitindo-nos constatar que a produção de significados não ocorre em situações isoladas, mas, sim, por meio de um processo dinâmico de interligação de diferentes dimensões - psicológicas, sociológicas, culturais, comunicacionais, matemáticas, semióticas, dentre outras – numa sequência de situações variadas. O que, para Geertz (1989), seria denominado como uma multiplicidade de estruturas sobrepostas.

Dessa forma, alcançamos a compreensão da sala de aula como palco onde os atores interagem, tendo como consequência a negociação de significados e a constituição de um sistema comunicacional formado por uma rede de emissores, receptores e canais, onde flui uma diversidade de informações.

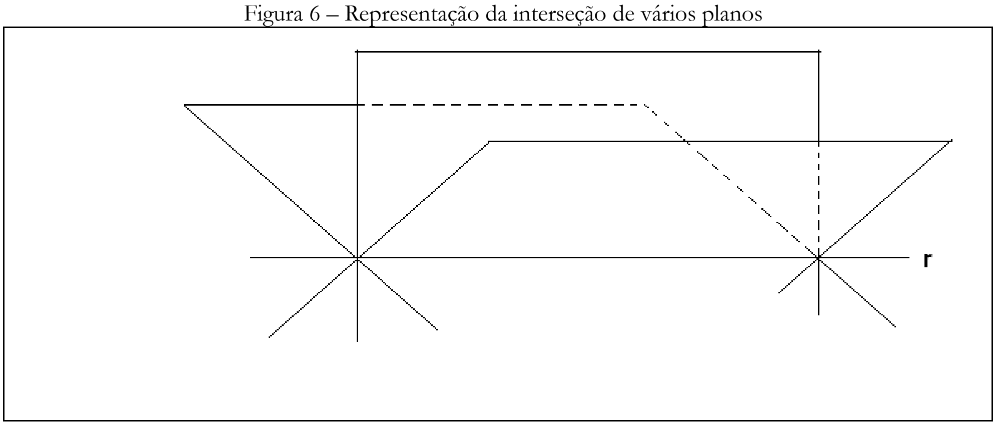
Nessa perspectiva, um gráfico, uma figura ou um desenho podem apresentar diferentes significados, dependendo do código e do contexto estabelecido. Como, por exemplo, na situação em que o professor parece ver um A (representação da reta ou do plano) com um B (reta, plano, entes matemáticos). Neste enfoque, a representação gráfica intervém de modo a assumir o lugar do próprio elemento representado; é um substituto com sua aparência concreta e funcional, que permite explorar, antecipar e constituir um suporte intuitivo nas operações geométricas.

O processo interpretativo foi concebido por nós como algo dinâmico, multidirecional, visto que, quando empreendemos uma interpretação ou tentamos transmitir ou explicar alguma coisa, recorremos mentalmente a analogias ou comparações, extrapolando, expandindo do particular para o geral; ou, no processo inverso, do geral para o particular, contraindo.

Seguindo essa perspectiva, em matemática, quando deseja transmitir, explicar ou esclarecer algo que, na sua essência, aparece obscuro para atores menos experientes, como geralmente são alguns alunos, o professor, numa tentativa de aproximação entre real e abstrato, procura estabelecer correlações entre termos, expressões ou exemplos não necessariamente matemáticos, mas elementos reais, cotidianos, próximos dos alunos, o que reforça a ideia do movimento expansivo ou contraído.

Michel Otte (2001, p. 21) evidencia esse processo, considerando a noção de significado atrelada à ideia de possibilidade, o que, segundo ele, seria: "[...] um relacionamento entre o geral e o particular, entre lei e aplicação ou hábito e regra, ou entre limitantes e limitados". Isto é evidenciado na cena: O professor tenta fazer com que os alunos entendam o desenho exposto no quadro. Trata-se da representação de vários planos, tendo como interseção uma única reta. Assim, a analogia feita é: O professor pega o diário de classe e empreende o comparativo entre as folhas do diário e os planos e a interseção dessas folhas, como se formasse uma reta, como ilustra a Figura 6. Um exercício que, apesar de exigir abstração, torna o conteúdo geométrico mais próximo da cultura material dos alunos.

Figura 6 – Representação da interseção de vários planos



Fonte: Goulart, 2008, p. 102

Todavia, sob outro ângulo de observação, percebemos um distanciamento entre o professor e os alunos, evidenciado não só pela hierarquia preestabelecida, mas por distanciamentos físicos e geográficos, repercutindo, talvez, num afastamento epistemológico, comunicativo ou simbólico, que é destacado nesta sequência de frases ouvidas antes de o professor chegar à sala de aula: 1) "O professor é maluco"; 2) "Por que vocês estão distantes de mim?"; 3) "O professor escreve em silêncio..."

Isso demonstra a existência de um ciclo comunicativo não explicitamente declarado, porém eivado de significados, uma espécie de ritual ou modelo simbólico desenvolvido nesse ambiente.

Outro aspecto que merece destaque, refere-se a heterogeneidade dos registros semióticos em matemática nos direcionando a focalizar a existência de uma variedade de registros para um mesmo elemento como: lingüístico (reta e plano); representação simbólica ou algébrica ($(x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t \cdot (a, b, c)$; $t \in R$; $ax + by + cz + d = 0$) e a representação gráfica, demonstrando que num processo interpretativo as variáveis figurais, escalares ou lingüísticas estão imbricadas uma nas outras. Abre-se, assim, um leque de possibilidades na produção de significados, ou seja, são vários caminhos que os atores podem seguir, com um único objetivo. Em outros termos, a forma como podem ser ordenados os vários registros permite ao professor e aos alunos inúmeras maneiras de significar um mesmo elemento.

Dessa forma, destacamos a determinação de traços inerentes à geometria como a parte da matemática mais intuitiva ligada à realidade, como um veículo representativo, uma espécie de solidificação na compreensão de alguns conceitos matemáticos. No entanto, não queremos dizer com isso que a geometria tenha a característica rígida, mas que as imagens, figuras ou desenhos empreendem um contorno concreto, uma espécie de materialização do fator abstrato distintivo das demonstrações matemáticas. Esta é uma das causas que nos permite inferir a impossibilidade de reduzir os elementos gráficos a um patamar meramente auxiliar, como suporte ou ferramenta, de que só nos lembramos quando necessitamos efetivamente de suas funções. Seguindo esse raciocínio, o fator abstrato, característico do mundo hipotético matemático, adquire um contorno concreto, quando representado por desenho, sendo uma base, um sustentáculo do ato imaginativo (suposições), ou seja, é como uma corporificação dos elementos abstratos (FAINGUELERNT, 1999, p. 53).

Após defendermos o aspecto imagético que caracteriza as aulas de geometria analítica, não podemos deixar de mencionar um fato instigante da nossa pesquisa. Trata-se de um episódio bastante contraditório, diante das declarações dos nossos personagens, como, por exemplo: *"proibir a utilização do desenho em situações matemáticas é como se censurasse o raciocínio"* ou o *"desenho é uma forma mais simples de visualizar a questão"*.

Na contramão dessas declarações, detectamos o seguinte: em uma avaliação em grupo, os alunos seguiram o oposto do que declararam. Em nenhuma das avaliações os desenhos ou representações gráficas apareceram no aspecto auxiliar nem no instrumental. Existe, assim, uma espécie de "silêncio". Consideramos "silêncio", pois essa constatação está eivada de significados.

Uma de nossas suposições é de que se seguiu a linha argumentativa do professor, já que ele, apesar de fazer uso frequente do elemento imagético, declarava uma preferência pela álgebra linear, em detrimento da geometria analítica. Olhando sob outro ângulo, as questões foram resolvidas como que seguindo uma "receita", a partir das listas de exercícios resolvidas anteriormente. Steinberg (1988, p. 22-23) expõe que o silêncio pode ser apresentado de diversas formas, com diferentes significados:

> O silêncio se apresenta sempre da mesma forma, isto é, ausência de som, mas sua ocorrência pode ter interpretações diferentes, dependendo do contexto social e cultural. [...] O silêncio pode ser imposto por normas sociais ou pode ser deliberado. [...] o silêncio propicia oportunidade a outros signos ou códigos de se evidenciarem mais fortemente no processo de comunicação.

Os códigos evidenciados nas avaliações foram os algébricos ou linguísticos, opondo-se ao "silêncio" dos geométricos. Mesmo diante desse episódio, a nossa constatação foi de que, durante todas as nossas observações, o que foi efetivamente visível foi a recorrência frequente do professor aos desenhos: mesmo quando o assunto abordado fazia referência à álgebra linear, as representações gráficas apareciam como determinantes prévios, como *insight*, constituindo um caminho para as demonstrações, pois o exercício de "olhar", "ver" e "imaginar" conduz o interlocutor às abstrações. Assim, consideramos que as representações geométricas são solidárias com as representações algébricas, ou seja, o desenho metaforicamente seria um pilar para as explicações matemáticas.

Tal cenário mostra perspectivas e possibilidades de prosseguimento nesta caminhada, já que é necessária uma análise mais minuciosa, explorando ponto a ponto as origens, as causas e as consequências, esclarecendo o porquê de reduzir a representação gráfica a uma classe de menor valoração. Em outras palavras, é relevante, mas permanece como pano de fundo nas demonstrações e nas argumentações matemáticas.

A formação de uma rede de intercâmbios que se estrutura e se estruturou diante de nós, nessa amostra social (sala de aula), permite o cruzamento de vários olhares, tomados como parâmetros elucidativos para a compreensão, mesmo parcial, dessa diversidade rica, ampla e complexa, que se configura e se revela nesse ambiente.

Nosso intuito principal, em nossas observações e contatos com os protagonistas desta história, foi estranhar, penetrar, desconfiar do que aparentemente parecia óbvio, evidente (uma sala de aula com alunos e professor). No entanto, tal mergulho possibilitou perceber que aquilo aparentemente reputado claro se torna mais complexo para análise e estudo. Dessa forma, seguimos um percurso na tentativa de compreender como os "nativos desta ilha" significam e o que eles fazem, numa busca interpretativa das situações que ocorreram nesse ambiente, evidenciando, assim, a função da descrição etnográfica.

Referências

ANDRÉ, M. E. D. A. *Etnografia da prática escolar*. Campinas, SP: Papirus, 1995.

ARCAVI, A. The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. Educational Studies in Mathematics, Morelos, Mexico, v. 52, n. 3, p. 215-241, 2003.

BAKHTIN, M. M. Marxismo e filosofia da linguagem: problemas fundamentais do método sociológico na ciência da linguagem. 3. ed. São Paulo: Hucitec, 1986.

BARUFI, M. C. B. A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral. 1999. 184 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, USP, São Paulo, SP.

BKOUCHE, R.; LILLE, I. Sobre o ensino da Geometria. Boletim GEPEM – UFRJ, Seropédica, Rio de Janeiro, n. 14, p. 55-70, 1982.

DUBOIS, J. Dicionário de linguística. 8. ed. São Paulo: Cultrix, 2001.

DUVAL, R. Sémiosis et Penseé Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels. Berna: Peter Lang, 1995. p.173-207.

ECO, U. As formas do conteúdo. Tradução de Pérola de Carvalho. São Paulo, SP: Perspectiva, 1974.

FAINGUELERNT, E. K. Educação Matemática: representação e construção em Geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FLORES, C. R. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. BOLEMA, Rio Claro, São Paulo, ano 19, n. 26, 2006.

GEERTZ, C. A interpretação das culturas. Rio de Janeiro: LTC, 1989.

GOULART, J. S. S. Desenhos e gráficos: Produção de significados pelos participantes de um curso de Geometria Analítica. 2008. 115f. Dissertação (Mestrado em Desenho Cultura e Interatividade) – Departamento de Letras e Artes, Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, Bahia.

LADRIÈRE, J. A articulação do sentido. São Paulo: E.P.U; EDUSP, 1977.

OTTE, M. Epistemologia matemática de um ponto de vista semiótico. Educação Matemática Pesquisa: Revista de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – EDUC, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, v. 3, n. 2, p. 11-58, 2001.

PERUZOLLO, A. C. Elementos de semiótica da comunicação: quando aprender é fazer. Bauru, SP: EDUSC, 2004.

PEIRCE, C. S. Semiótica. 2. ed. São Paulo: Perspectiva, 1995.

PEIRCE, C. S. Semiótica e Filosofia. São Paulo: Cultrix; USP, 1972.

RADFORD, L. Introducción semiótica y educacción matemática. RELIME (Revista Latinoamericana de Investigacion em Matemática Educativa), México, v. 9, 2006. Número especial. Disponível em: <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33509902&iCveNum=4372> Acesso em: 05 ago. 2007.

RADFORD, L. Semiótica cultural y cognición. In: REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA, 22., 2004, México. Conferência Plenária. Disponível em: <http://www.merc.laurentian.ca/NR/rdonlyres/808730CD-2FF4-45A3-AB1B-06BAFF87B51B/0/Tuxtla3.pdf > Acesso em: 4 fev. 2008.

SAUSSURE, F. Curso de Lingüística Geral. Tradução de Antônio Chelini, José Paulo Paes e Izidoro Blikstein. 27. ed. São Paulo: Cultrix, 2006.

STEINBERG, M. Os elementos não-verbais da conversação. 1. ed. São Paulo: Atual, 1988.

SOUZA, L. S. Introdução às teorias semióticas. Petrópolis, RJ: Vozes, 2006.

VYGOTSKI, L. S. A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

Submetido à publicação em 12 de Fevereiro de 2012

Aprovado em 13 de Fevereiro de 2014.