

SCOPE OF PAPER IN ENGLISH

PACS numbers: 46.15.-x, 46.55.+d, 46.70.De, 62.20.Qp, 68.35.bd, 81.05.Bx

Розвиток аналітичної моделі нарізного з'єднання трубчастих деталей хромованих металокоплекцій

О. Я. Дубей, Т. Ф. Тутко, Л. Я. Роп'як, М. В. Шовкопляс

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
вул. Карпатська, 15,
76019 Івано-Франківськ, Україна*

Проведено аналіз матеріалів і покриттів, які використовують для виготовлення бурових труб, бурових замків, обсадних труб, насосно-компресорних труб і муфт, умов їх експлуатації та способів підвищення ресурсу роботи в агресивних середовищах із вмістом абразивних частинок гірської породи та під навантаженням. Для покращення експлуатаційних характеристик трубчастих деталей та їх з'єднань запропоновано системний підхід, який включає раціональний вибір матеріалів (сталей, алюмінієвих і титанових стопів), удосконалену методику розрахунку оболонкових металокоплекцій та їх зміцнення електрохімічним хромуванням у проточному електроліті для підвищення зносостійкості та корозійної тривкості. Задля розвитку методики розв'язування контактних задач для оболонкових нарізних з'єднань у статті аналітично визначено радіальні переміщення та кути повороту нормалі у циліндричній оболонці скінченної довжини, викликані зосередженими кільцевою силою та кільцевим моментом, прикладеними у довільному перерізі оболонки. Встановлено істотну залежність коефіцієнтів функцій впливу від жорсткості покритої оболонки, досліджено розподіл переміщень та кутів повороту за осью координатою.

Ключові слова: металева оболонка, нарізне з'єднання, хромове покриття, переміщення, кут повороту, зосереджене навантаження.

Corresponding author: Ropyak Liubomyr Yaroslavovych
E-mail: L_ropjak@ukr.net

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas,
15 Karpatska Str., UA-76019 Ivano-Frankivsk, Ukraine*

Citation: O. Ya. Dubei, T. F. Tutko, L. Ya. Ropyak, and M. V. Shovkoplias, Development of Analytical Model of Threaded Connection of Tubular Parts of Chrome-Plated Metal Structures, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **44**, No. 2: 251–272 (2022) (in Ukrainian). DOI: [10.15407/mfint.44.02.0251](https://doi.org/10.15407/mfint.44.02.0251)

There are carried out an analysis of materials and coatings used for the manufacture of drill pipes, drill locks, casings, compressor pipes and couplings and their operating conditions, ways to increase their service life in aggressive environments with abrasive particles of rocks and under load. To improve the performance of drill and compressor pipes and their connections, a systematic approach is proposed, which includes a rational choice of materials (steels, aluminium and titanium feet), improved methods for calculating shell metal structures and their strengthening by electrochemical chromium plating in flow electrolyte to increase wear resistance and corrosion resistance. In order to develop a technique for solving contact problems for shell threaded joints, the article analytically determines the radial displacements and angles of rotation of the normal in a cylindrical shell of finite length caused by concentrated annular force and annular moment applied in an arbitrary section of the shell. The significant dependence of the coefficients of influence functions on the stiffness of the shell material is established, the distribution of displacements and angles of rotation along the axial coordinate is investigated.

Key words: metal shell, threaded joint, chrome plating, displacement, angle of rotation, concentrated load.

(Отримано 29 грудня 2021 р.)

1. ВСТУП І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Сучасні умови видобування і транспортування природних енергетичних ресурсів, зокрема, нафти і газу, ставлять підвищені вимоги до металевих бурових і нафтогазопромислового обладнання, яке контактує з агресивними корозійними середовищами із високим вмістом абразивних частинок гірської породи, піддається дії динамічних навантажень та експлуатується в складних умовах [1–3]. Впровадження нових технологій у видобувній галузі потребує обладнання та інструменту з високими експлуатаційними характеристиками [4–6]. Усі ці чинники підвищують вимоги до якості металевих труб, які з'єднуються між собою різними видами нарізних з'єднань та широко застосовують у нафтогазовій галузі.

Нині у світі найпопулярнішими металевими матеріалами для труб нафтогазового сортаменту є сталі, алюмінієві та титанові стопи. Для бурильних і насосно-компресорних труб використовують сталі груп міцності Д, К, Е, Л, М, Р, а також зарубіжні сталі групи міцності 110, марка сталі SM13CRS-110. Для виготовлення бурових замків використовують сталь 40ХН. Серед алюмінієвих стопів найбільше розповсюдження отримав дюралюміній Д16Т, а серед титанових стопів — ВТ1-0, ВТ8, а також вторинні титанові стопи: ВТВ1, ВТВ2, ВТВ3, ВТВ4 та зарубіжні стопи: ТС4, Ті38644.

Колони бурильних труб з алюмінієвих стопів мають підвищену демпфувальну здатність порівняно зі сталевими. Перевагами вико-

ристання труб з алюмінієвих і титанових стопів також є зниження гідравлічного опору та значне скорочення енергозатрат на виконання спускопідіймальних робіт. Крім цього, вказані труби мають високу корозійну тривкість. Ще однією перевагою використання труб з алюмінієвих і титанових стопів порівняно зі сталевими трубами є низька питома вага, висока питома міцність, а знижені величини модулів пружності дозволяють їх використовувати під час будівництва похило-скерованих і горизонтальних свердловин.

Одна з найважливіших вимог до металевих колон труб — це герметичність і надійність нарізних з'єднань, оскільки будь-які витічки природного газу чи нафтопродуктів можуть створити безліч проблем, насамперед екологічного плану [7–9]. Нарізні з'єднання є одним з найслабших і найважливіших компонентів бурильних, обсадних, насосно-компресорних труб, інструменту для буріння, фітінгів тощо. Такі нарізні з'єднання — це типові тонкостінні конструкції, які експлуатують в екстремальних умовах.

Для підвищення ресурсу роботи металевих труб нафтогазового сортаменту та нарізних з'єднань застосовують конструкторські, технологічні та експлуатаційні методи. На етапі конструювання нафтогазового обладнання та інструменту особливу увагу звертають на раціональний вибір матеріалів та захисних покриттів [10–12], на вивчення розподілу температур у багатокомпонентних конструкціях [13–15] та напружень у шаруватих тілах з функціональними [16–18], евтектичними [19, 20] та функціонально ґрадієнтними покриттями [21–23]. Проте важливим є застосування результатів теоретичних та експериментальних досліджень процесів зношування [24–27] та корозійних випробувань матеріалів [28–30], а також вживання заходів щодо запобігання ослаблення та самовідгвинчування нарізних з'єднань [31]. Технологічними методами забезпечують досягнення потрібної точності виготовлення [32–34] та якості поверхні деталей нарізних з'єднань [35, 36], оскільки похибки їх виготовлення призводять до зростання напружень у складених конструкціях [37, 38]. За допомогою покриттів композитного типу [39, 40, 41], шаруватих покриттів [42], гнучких покриттів [43], електроіскрових покриттів [44–46] та поверхневого армування [47] подовжують термін безпечної експлуатації металевого обладнання. Найчастіше для захисту металів від корозії в агресивних середовищах використовують цинкові [48, 49], нікелеві [50], та фосфатні покриття [51], а для захисту від корозії та зношування — гальванічні хромові покриття [52–54] і композиційні хромові покриття [55], які володіють високою мікротвердістю (до 11 ГПа). Результати теоретичних досліджень будови металів [56] слугують основою для розроблення прогресивних технологічних процесів створення нових матеріалів і режимів хеміко-термічної обробки для їх зміцнення [57–59].

Експлуатаційні методи передбачають наукове обґрунтування вибору раціональних режимів роботи металевих обладнань з урахуванням силової [60–62] і температурної [63] взаємодії, забезпечення стабільного промивання бурового інструменту [64, 65], використання демпфувальних [66–68] і віброзахисних [69–71] пристроїв для покращення умов роботи нарізних з'єднань трубних колон, а також вибір раціональних режимів ліквідації аварійних ситуацій з урахуванням механічних властивостей матеріалів труб бурової колони [72].

Особливості контактної взаємодії між металевими елементами нафтогазового обладнання та між бурильним інструментом і гірничою породою [73] є важливими чинниками, які суттєво впливають на надійність і довговічність обладнання. На підставі моделі контакту вздовж лінії [74–77] в публікаціях [78–82] розвинуто метод інтегральних рівнянь стосовно задач механіки крихкого руйнування циліндричних оболонок з урахуванням часткового закриття тріщин. Залишаються актуальними також проблеми уточнених оцінок динаміки металевих стрижнів стосовно задач ліквідації прихоплень бурильної колони [83–85], зокрема, скомпонованої з труб із різних матеріалів. Розробка моделей взаємодії довгомірних стрижнів з пружним середовищем та оцінка їхньої тріщиностійкості потрібні задля безпечної експлуатації сталевих трубопроводів [86–88] та забезпечення якісного центрування обсадних металевих труб у свердловинах [89–91].

У багатьох випадках металеве нарізне з'єднання є найслабшою ланкою механічної системи, і дуже часто позаштатні ситуації чи аварії трапляються власне через відмову цих нарізних з'єднань. Розподіл навантажень і контактних напружень у нарізних з'єднаннях досліджували багато авторів. Загальні підходи до таких задач можна розділити на три основні напрямки, які базуються на основі аналітичних методів, методів скінченних елементів, результатів натурних експериментів [92, 93]. У разі аналітичного підходу до рішення задачі про розподіл навантаження за витками нарізного з'єднання тонкостінних труб дослідники зазвичай використовують класичну теорію тонкостінних оболонок і у підсумку приходять до ключового інтегрального рівняння для визначення контактної тиску на бічних поверхнях витків нарізі [93, 94]. Для практичного використання такого рівняння у кожному конкретному випадку доводиться знаходити так звані коефіцієнти впливу радіальних переміщень для елементів нарізного з'єднання. Окремі результати досліджень, присвячених визначенню коефіцієнта радіального зміщення для проектування металевих з'єднань тонкостінних оболонок, прозвучали у доповіді [95]. Для інженерної практики необхідно розробити просту методику визначення таких коефіцієнтів. Власне така потреба і стала основною мотивацією нашого дослі-

дження. Поставлене завдання певною мірою ускладнюється, якщо ми розглядаємо нарізні з'єднання, які містять елементи виготовлені з різних матеріалів і зміцнені покриттями.

Метою даної роботи є знаходження величини радіального переміщення точок середньої поверхні металевої оболонки та кута повороту нормалей до поверхні оболонки, які стосуються муфти, щоб забезпечити можливість розв'язання інтегрального рівняння для визначення тиску на робочих поверхнях витків нарізі муфтового з'єднання двох тонкостінних металевих труб із різних матеріалів, зміцнених хромовими покриттями.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

- розв'язати крайову задачу для металевої скінченної оболонки (муфти), навантаженої у довільному перерізі кільцевою силою, з визначення радіальних переміщень точок її серединної поверхні та знайти кути повороту нормалей до цієї поверхні;
- розв'язати крайові задачі з визначення переміщень точок серединної поверхні скінченної оболонки, що виникають від кільцевих моментів лівої та правої її половин, які напрямлені у протилежні сторони;
- визначити кути повороту нормалей до серединної поверхні скінченної оболонки для її лівої та правої половин, що з'являються у випадку навантажень вказаними кільцевими моментами;
- розробити технологію електрохімічного хромування муфт у проточному електроліті та визначити допустимі рівні напружень розтягу в деталях із хромовими покриттями.

2. МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕНЬ

Для покращення експлуатаційних характеристик бурових та насосно-компресорних труб, які сполучені нарізними з'єднаннями, запропоновано системний підхід, що включає раціональний вибір матеріалів (сталей, алюмінієвих і титанових стопів), удосконалену методику розрахунку оболонкових металоконструкцій та їхнє зміцнення електрохімічним хромуванням у проточному електроліті для підвищення зносостійкості та корозійної тривкості. Об'єкт дослідження належить до систем з металічними властивостями.

Задля побудови інтегральних рівнянь щодо розподілу контактних напружень у нарізному з'єднанні різних матеріалів «насосно-компресорна труба–муфта–насосно-компресорна труба» визначають функції впливу: радіальні переміщення та кути повороту нормалей в муфті та трубі, викликані одиничною кільцевою силою або одиничним кільцевим моментом, прикладеним у будь-якому нормальному поперечному перерізі. Водночас формулюють та розв'язують крайові задачі моментної теорії осесиметричного дефо-

рмування тонких циліндричних оболонок скінченної довжини.

Досліджували муфтове з'єднання гладких насосно-компресорних труб (ГОСТ 633–80), виготовлене із різних металів. Як матеріали під час досліджень використовували сталь (групи міцності Д), титановий і алюмінієвий стопи. Для зміцнення на зовнішню циліндричну поверхню муфти електрохімічним методом наносили хромове покриття. Механічні властивості матеріалів, які досліджували, подано у табл. 1.

Геометричні розміри елементів нарізного з'єднання «насосно-компресорна труба–муфта–насосно-компресорна труба» (ГОСТ 633–80) подано у табл. 2.

Хромове покриття наносили на зовнішню циліндричну поверхню муфти відповідно до операцій розробленого технологічного процесу на установці для електрохімічного хромування у проточному електроді, оснащений автоматизованою системою керування. Установа містить змінні проточні електрохімічні комірки, які використовують для покриття зовнішніх поверхонь або внутрішніх поверхонь деталей. Електрохімічну комірку після монтажу деталі (муфти) та електрода, що охоплював зовнішню циліндричну поверхню, герметизували та підключали за допомогою струмопідводів до дже-

ТАБЛИЦЯ 1. Механічні характеристики матеріалів труб, муфт і хромового покриття.

TABLE 1. Mechanical properties of pipes, couplings, and chrome coatings.

Показник	Матеріал			
	Сталь	Титановий стоп	Алюмінієвий стоп	Хромове покриття
Межа міцності, МПа	655	950–1150	392–510	190–310
Межа плинності, МПа	379–552	840–900	255–274	–
Модуль пружності, МПа	$2,1 \cdot 10^5$	$1,12 \cdot 10^5$	$0,72 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$
Пуассонів коефіцієнт	0,28	0,32	0,34	0,30
Густина, кг/м ³	7850	4400	2600	6970

ТАБЛИЦЯ 2. Труби насосно-компресорні гладкі та муфти до них.

TABLE 2. Smooth oil-well tubes and couplings for them.

Умовний діаметр труби, мм	Труба			Муфта	
	Зовнішній діаметр, мм	Товщина стінки, мм	Внутрішній діаметр, мм	Зовнішній діаметр, мм	Довжина, мм
89	88,9	6,5	75,9	108,0	146
102	101,6	6,5	83,6	120,6	150
114	114,3	7,0	100,3	132,1	156

рела живлення. Система циркуляції забезпечувала безперервну подачу по трубах електроліта для хромування у кільцеву порожнину, яка утворена між зовнішньою циліндричною поверхнею муфти та внутрішньою циліндричною поверхнею електрода, електрохімічної комірки та його відведення. Система автоматизованого керування процесом електрохімічного хромування у проточному електроліті дозволяє незалежно підтримувати на заданому рівні технологічні параметри електролізу: температуру, швидкість потоку електроліту, робочий струм електролізу та співвідношення компонентів електроліту. Як анод використовували стоп свинець–сурма (ГОСТ 1292-81). Хромування муфти проводили у стандартному електроліті на основі хромового ангідриду та сірчаної кислоти з нанододатками.

Для проведення досліджень хромових зразків з покриттями використовували стандартні циліндричні взірці діаметром 3 мм для механічних випробовувань на розтяг за кімнатної температури (EN 10002-1:2001, IDT). Випробовування на розтяг проводили на розробленій нами установці, яка дозволяє неперервно реєструвати величину електрохімічних показників зразка з покриттям у модельному електроліті під час навантаження. Допустимий рівень механічних напружень розтягу, за яких відбувається руйнування хромового покриття, визначали за різкою зміною величини електродного потенціалу.

3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Муфтове з'єднання труб у процесі експлуатації перебуває під дією розтягувальних сил. Контактні зусилля, які виникають до того ж між витками нарізі труби і муфти, викликають по циліндричній поверхні западин нарізі три розподілені силові чинники q_z , q_n , m , що схематично зображено на рис. 1 [96]. Осьові зусилля q_{z1} , q_{z2} сприймають осьове навантаження Q і викликають розтягування труб і муфт. Нормальні кільцеві зусилля q_{n1} , q_{n2} і кільцеві моменти m_1 , m_2 призводять до радіальних переміщень точок серединних поверхонь муфти і труби.

У роботі [96] розглядається проблема розподілу навантаження у нарізних з'єднаннях оболонок. Авторами отримано інтегральне рівняння, в якому невідомим є тиск на поверхні витків нарізі з'єднання двох оболонок. Аналогічним способом можна отримати інтегральне рівняння і для муфтового з'єднання двох труб у випадку, коли всі елементи такого з'єднання є оболонками. Для розв'язання цього рівняння необхідно попередньо визначити як зі сторони муфти так і труб низку величин. До цих величин зі сторони муфти належать радіальне переміщення точок серединної поверхні оболонки у перерізі z від одиничної кільцевої сили, прикладеної у

перерізі ξ (величина $K_{n_2}(z, \xi)$), і кути повороту нормалі до серединної поверхні оболонки у перерізі z від вказаних кільцевих силових факторів, що прикладені у перерізі ξ (величини $K'_{n_2}(z, \xi)$, $K'_{m_2}(z, \xi)$).

У даній роботі зроблено обмеження щодо визначення вище вказаних величин. Вони знаходяться тільки для муфти, яка забезпечує з'єднання двох труб. Розглядається скінченна оболонка з тонким хромовим покриттям, довжина якої L . У довільному нормальному її перерізі ξ прикладена кільцева сила $P(\xi)$. Краї оболонки вільні від навантаження. Необхідно знайти радіальні переміщення w точок її серединної поверхні (рис. 2).

Для кругової циліндричної оболонки у разі осесиметричного навантаження диференціальне рівняння для знаходження w має такий вигляд [97, 98]:

$$\frac{d^4 w}{dz^4} + 4\beta^4 w = \frac{q}{D}, \quad (1)$$

де w — радіальне переміщення (прогин) оболонки;

$\beta^4 = \frac{3(1-\nu^2)}{h^2 r^2} \frac{Eh + E_n h_n}{Eh + 3E_n h_n}$, r , h , h_n — радіус серединної поверхні, товщина оболонки та її покриття;

$D = \frac{1}{1-\nu^2} \left(\frac{Eh^3}{12} + \frac{E_n h_n h^2}{4} \right)$ — цилін-

дрична жорсткість оболонки з тонким хромовим покриттям; E , E_n , ν — модуль пружності оболонки та її покриття і Пуассонів коефіцієнт матеріалу оболонки; q — компонента радіального навантаження.

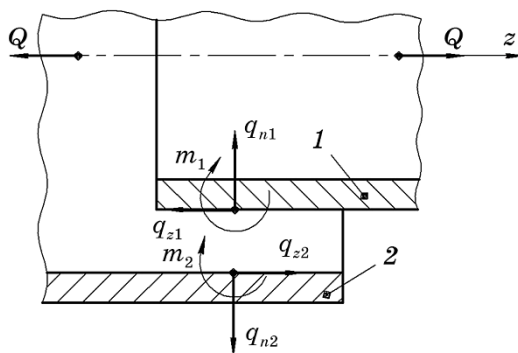
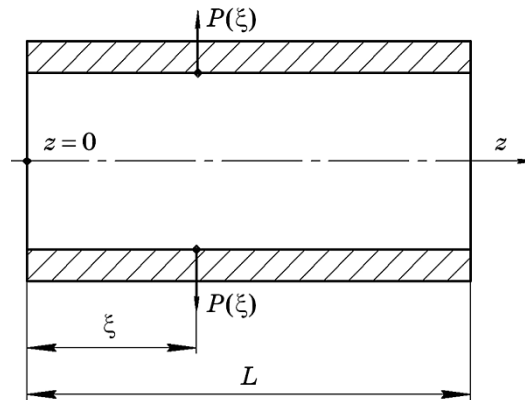


Рис. 1. Модель контактної взаємодії у нарізному з'єднанні труба–муфта: 1 — труба, 2 — муфта.

Fig. 1. A model of tube–coupling thread contact interaction: 1—tube; 2—coupling.

Рис. 2. Скінченна оболонка, навантажена кільцевою силою $P(\xi)$.Fig. 2. FE-shell loaded with annular force $P(\xi)$.

Для оболонки, що розглядається

$$q = P(\xi) \delta_+(z - \xi), \quad (2)$$

де $P(\xi)$ — кільцева сила; $\delta_+(z - \xi)$ — асиметрична імпульсна функція [99], $\delta_+(z - \xi) = \frac{d}{dz} S_+(z - \xi)$, $S_+(z - \xi)$ — асиметрична одинична

функція $\left(S_+(z - \xi) = \begin{cases} 0 & \text{при } z - \xi \leq 0 \\ 1 & \text{при } z - \xi > 0 \end{cases} \right)$.

Враховуючи (2) і умови на краях оболонки, отримуємо таку крайову задачу:

$$\frac{d^4 w}{dz^4} + 4\beta^4 w = \frac{P(\xi)}{D} \delta_+(z - \xi), \quad (3)$$

$$\left. \frac{d^2 w}{dz^2} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{d^3 w}{dz^3} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2 w}{dz^2} \right|_{z=L} = 0, \quad \left. \frac{d^3 w}{dz^3} \right|_{z=L} = 0. \quad (4)$$

Розв'язок задачі (3), (4) шукаємо у вигляді

$$w = B_1 V_1(\beta z) + B_2 V_2(\beta z) + B_3 V_3(\beta z) + B_4 V_4(\beta z) + \frac{P(\xi)}{\beta^3 D} V_4(\beta(z - \xi)) S_+(z - \xi), \quad (5)$$

де V_1, V_2, V_3 і V_4 — функції Кривола, які записуються так

$$V_1(\beta z) = \operatorname{ch}(\beta z) \cos(\beta z); V_2(\beta z) = \frac{1}{2} (\operatorname{ch}(\beta z) \sin(\beta z) + \operatorname{sh}(\beta z) \cos(\beta z));$$

$$V_3(\beta z) = \frac{1}{2} \operatorname{sh}(\beta z) \sin(\beta z); V_4(\beta z) = \frac{1}{4} (\operatorname{ch}(\beta z) \sin(\beta z) - \operatorname{sh}(\beta z) \cos(\beta z)).$$

Для визначення невідомих B_1, B_2, B_3 і B_4 використовуємо крайові умови (4). До того ж отримуємо $B_3 = B_4 = 0$ і систему двох рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} -4\beta^3 B_1 V_2(\beta L) - 4\beta^3 B_2 V_3(\beta L) + \frac{P(\xi)}{D} V_1(\beta(L-\xi)) &= 0, \\ -4\beta^2 B_1 V_3(\beta L) - 4\beta^2 B_2 V_4(\beta L) + \frac{P(\xi)}{\beta D} V_2(\beta(L-\xi)) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Із системи рівнянь (6) отримуємо

$$B_1 = \frac{P(\xi)}{4\beta^3 D} \frac{V_3(\beta L) V_2(\beta(L-\xi)) - V_4(\beta L) V_1(\beta(L-\xi))}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L) V_2(\beta L)},$$

$$B_2 = \frac{P(\xi)}{4\beta^3 D} \frac{V_2(\beta L) V_2(\beta(L-\xi)) - V_3(\beta L) V_1(\beta(L-\xi))}{V_4(\beta L) V_2(\beta L) - V_3^2(\beta L)}. \quad (7)$$

У результаті розв'язок задачі (3)–(4) буде

$$w = \frac{P(\xi)}{4\beta^3 D} \frac{V_3(\beta L) V_2(\beta(L-\xi)) - V_4(\beta L) V_1(\beta(L-\xi))}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L) V_2(\beta L)} V_1(\beta z) +$$

$$+ \frac{P(\xi)}{4\beta^3 D} \frac{V_3(\beta L) V_1(\beta(L-\xi)) - V_2(\beta L) V_2(\beta(L-\xi))}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L) V_2(\beta L)} V_2(\beta z) +$$

$$+ \frac{P(\xi)}{\beta^3 D} V_4(\beta(z-\xi)) S_+(z-\xi). \quad (8)$$

Якщо покласти у (8) $P(\xi) = 1$ Н/м, то отримаємо шукану величину $K_{n_2}(z, \xi)$, тобто переміщення точок серединної поверхні оболонки (муфти) у перерізі z від одиничної кільцевої сили, що розміщена у перерізі ξ . Необхідно зазначити, що $K_{n_2}(z, \xi)$ визначається за однією і тією ж формулою (8) за $P(\xi) = 1$ Н/м як для лівої, так і для правої половин муфти. Взятвши похідну по z від аналітичного виразу (8) за $P(\xi) = 1$ Н/м, отримаємо формулу для кутів повороту нормалі до серединної поверхні оболонки, які виникають у разі її навантаження кільцевою силою у довільному перерізі

$$K'_{n_2}(z, \xi) = -\frac{1}{\beta^2 D} \frac{V_3(\beta L) V_2(\beta(L-\xi)) - V_4(\beta L) V_1(\beta(L-\xi))}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L) V_2(\beta L)} V_4(\beta z) + \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4\beta^2 D} \frac{V_3(\beta L) V_1(\beta(L - \xi)) - V_2(\beta L) V_2(\beta(L - \xi))}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L) V_2(\beta L)} V_1(\beta z) + \\
& + \frac{1}{\beta^2 D} V_3(\beta(z - \xi)) S_+(z - \xi).
\end{aligned}$$

На рисунку 3 наведено графіки величини $K_{n2}(z, \xi)$ для муфти, що з'єднує насосно-компресорні труби з умовним діаметром 102 мм, отримані за формулою (8) за $P(\xi) = 1$ Н/м для значень $\xi = 0,02$; 0,06 і 0,10 м для сталеві, титанові та алюмінієвих оболонок. Параметри вказаної муфти: довжина $L = 150$ мм, радіус серединної поверхні $r = 55,6$ мм і товщина стінки $h = 9,5$ мм.

Із аналізу графіків (рис. 3) видно, що переріз оболонки, у якому досягається максимальне значення величини $K_{n2}(z, \xi)$, співпадає з координатою прикладання кільцевої сили; і чим ближче координата ξ до краю оболонки, тим більший максимум радіального переміщення у цьому перерізі. Радіальні переміщення точок серединної поверхні титанові та алюмінієвих оболонок значно більші, ніж сталеві оболонки. Це пояснюється тим, що модуль пружності титану майже вдвічі менший за модуль пружності сталі, а модуль пружності алюмінію майже втричі менший за модуль пружності сталі.

Переходимо до розгляду крайових задач з визначення радіальних переміщень точок серединної поверхні скінченної оболонки, які виникають у випадку прикладання з її внутрішньої сторони кільцевих моментів. Кільцеві моменти для лівої та правої її половин мають протилежні напрями. На рисунку 4, а і рис. 4, в зображено

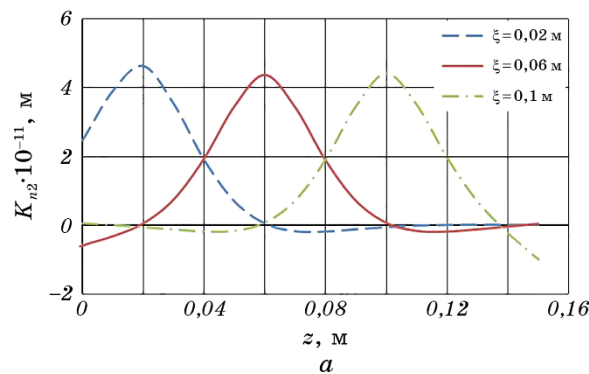
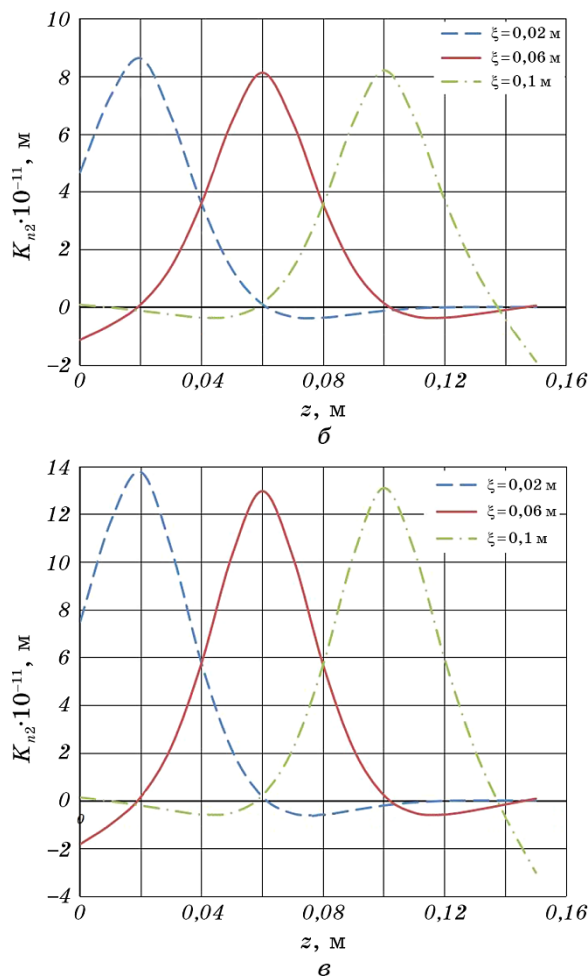


Рис. 3. Радіальні переміщення точок серединної поверхні оболонки від кільцевої сили для сталеві (а), титанові (б) та алюмінієвої (в) оболонок.

Fig. 3. Radial displacements of the shell middle surface points refer to the annular force for steel (a), titanium (b), and aluminium (c) shells.



Продовження рис. 3.

Continuation of Fig. 3.

кільцеві моменти, які виникають у разі з'єднання скінченної оболонки відповідно з правою та лівою оболонками (трубами) за наявності сили розтягу.

Задана оболонка довжиною L . З внутрішньої сторони у правій та лівій її частинах прикладені кільцеві моменти $m(\xi)$, напрями їх вказано на рис. 4. Для правої частини оболонки величина ξ змінюється у діапазоні $L/2 < \xi < L$, а для лівої — $0 < \xi < L/2$. Крайні перерізи оболонки вільні від згинальних моментів і поперечних сил. Необхідно знайти радіальне переміщення $w(z, \xi)$ точок серединної поверхні оболонки для обох вище вказаних випадків.

Беручи до уваги диференціальне рівняння (1), величину q для кільцевого моменту, прикладеного відповідно у правій та лівій половині оболонки, запишемо так

$$q = -\frac{m(\xi)}{D} \delta'_+(z - \xi), \quad q = \frac{m(\xi)}{D} \delta'_-(z - \xi), \quad (10)$$

де $\delta'_\pm(z - \xi) = \frac{d}{dz} \delta_\pm(z - \xi)$.

У результаті отримуємо дві граничні задачі, які можна об'єднати в одну. До цього будемо мати

$$\frac{d^4 w}{dz^4} + 4\beta^4 w = \mp \frac{m(\xi)}{D} \delta'_\pm(z - \xi), \quad (11)$$

$$\left. \frac{d^2 w}{dz^2} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{d^3 w}{dz^3} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2 w}{dz^2} \right|_{z=L} = 0, \quad \left. \frac{d^3 w}{dz^3} \right|_{z=L} = 0. \quad (12)$$

У рівнянні (11) верхній знак стосується правої частини оболонки, а нижній — лівої.

Для розв'язання задачі (11), (12) розглянемо таку допоміжну задачу. Дана скінченна оболонка, довжина якої L . Краї оболонки вільні від навантаження. У правій половині оболонки у перерізах $z = \xi$ і $z = \xi_1$ прикладено кільцеві, протилежно напрямлені сили P однакової величини ($P(\xi) = P(\xi_1)$), які зображено на рис. 5.

Аналогічно для цієї ж оболонки можна показати другу пару сил, що розташована у лівій половині оболонки, такої ж величини, які

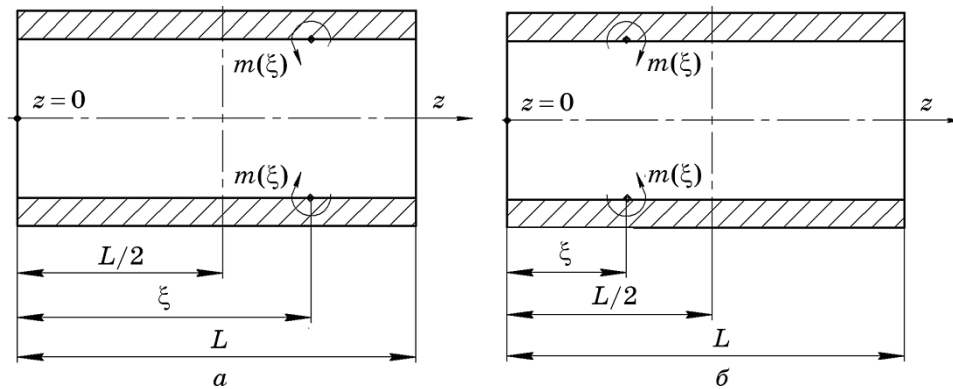


Рис. 4. Скінченна оболонка, навантажена кільцевими моментами для правої (а) та лівої (б) частини оболонки.

Fig. 4. FE-shell loaded with annular moments for the right (a) and left (b) part of the shell.

відповідно протилежно напрямлені по відношенню до кільцевих сил, вказаних на рис. 5. Завдання полягає в тому, щоб знайти радіальні переміщення, викликані парами сил як правої, так і лівої половин оболонки. Використовуючи математичну постановку задачі (3), (4) і, враховуючи сили правої та лівої половин оболонки, будемо мати таку крайову задачу:

$$\frac{d^4 w}{dz^4} + 4\beta^4 w = \mp \frac{P(\xi)}{D} \delta_+(z - \xi) \pm \frac{P(\xi_1)}{D} \delta_+(z - \xi_1), \quad (13)$$

$$\left. \frac{d^2 w}{dz^2} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{d^3 w}{dz^3} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2 w}{dz^2} \right|_{z=L} = 0, \quad \left. \frac{d^3 w}{dz^3} \right|_{z=L} = 0. \quad (14)$$

Рівняння (13) об'єднує одночасно сили правої та лівої половин оболонки. Верхній знак у рівнянні (13) відноситься до сил правої половини оболонки, а нижній — до лівої.

Користуючись розв'язком (8) попередньої задачі (3), (4), можна відразу записати розв'язок задачі (13), (14) таким виразом:

$$w = \mp \frac{P(\xi)}{4\beta^3 D} \frac{V_3(\beta L)V_2(\beta(L - \xi)) - V_4(\beta L)V_1(\beta(L - \xi))}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L)V_2(\beta L)} V_1(\beta z) \mp \frac{P(\xi)}{4\beta^3 D} \frac{V_3(\beta L)V_1(\beta(L - \xi)) - V_2(\beta L)V_2(\beta(L - \xi))}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L)V_2(\beta L)} V_2(\beta z) \mp \quad (15)$$

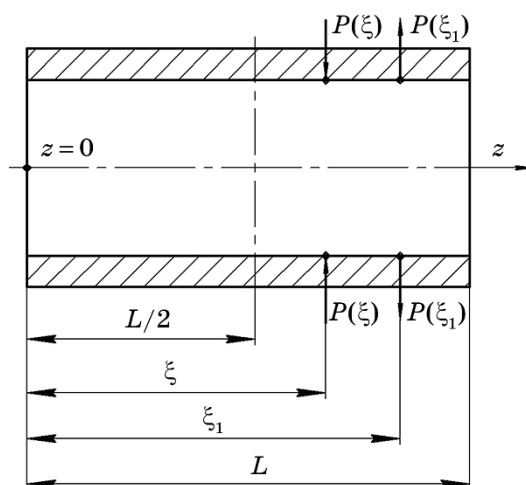


Рис. 5. Скінченна оболонка, навантажена парою кільцевих сил, протилежно напрямлених.

Fig. 5. FE-shell loaded with a pair of annular forces oppositely directed.

$$\mp \frac{P(\xi)}{\beta^3 D} V_4(\beta(z - \xi)) S_+(z - \xi) \pm$$

$$\pm \frac{P(\xi_1)}{4\beta^3 D} \frac{V_3(\beta L) V_2(\beta(L - \xi_1)) - V_4(\beta L) V_1(\beta(L - \xi_1))}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L) V_2(\beta L)} V_1(\beta z) \pm$$

$$\pm \frac{P(\xi_1)}{4\beta^3 D} \frac{V_3(\beta L) V_1(\beta(L - \xi_1)) - V_2(\beta L) V_2(\beta(L - \xi_1))}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L) V_2(\beta L)} V_2(\beta z) \pm$$

$$\pm \frac{P(\xi_1)}{\beta^3 D} V_4(\beta(z - \xi_1)) S_+(z - \xi_1).$$

Для того, щоб отримати розв'язок задачі (11), (12), необхідно в (15) перейти до границі $\xi_1 \rightarrow \xi$ і, крім того, необхідно врахувати, що $P(\xi)(\xi_1 - \xi) = m(\xi)$ і $\lim_{\xi_1 \rightarrow \xi} P(\xi)(\xi_1 - \xi) = m(\xi)$.

Виконавши граничний перехід $\xi_1 \rightarrow \xi$ у (15), будемо мати

$$w = \pm \frac{m(\xi)}{4\beta^2 D} \frac{V_1(\beta(L - \xi))}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L) V_2(\beta L)} [V_2(\beta L) V_2(\beta z) - V_3(\beta L) V_1(\beta z)] \pm$$

$$\pm \frac{m(\xi)}{\beta^2 D} \frac{V_4(\beta(L - \xi))}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L) V_2(\beta L)} [V_3(\beta L) V_2(\beta z) - V_4(\beta L) V_1(\beta z)] \mp \quad (16)$$

$$\mp \frac{m(\xi)}{\beta^2 D} V_3(\beta(z - \xi)) S_+(z - \xi).$$

У формулі (16) верхній знак стосується випадку, коли кільцевий момент розміщений у правій половині оболонки, а нижній — у лівій половині оболонки.

На рисунку 6 наведено графічні залежності величини $K_{m_2}(z, \xi)$, тобто радіального переміщення точок серединної поверхні оболонки за $m(\xi) = 1$ Нм/м у формулі (16). Параметри оболонки такі ж, як і у випадку кільцевої сили. Розрахунок виконано для сталевий, титановий та алюмінієвих оболонок. Як і у випадку кільцевої сили, чим ближче переріз ξ до краю оболонки, тим більша величина радіального переміщення. Радіальні переміщення титановий оболонки значно більші за сталеві, що видно з рис. 6.

Для знаходження функції $K'_{m_2}(z, \xi)$ кута повороту нормалі до серединної поверхні оболонки у перерізі z від одиничного кільцевого моменту у перерізі ξ необхідно знайти похідну dw/dz аналітичного виразу (16) і замість $m(\xi)$ підставити 1 Нм/м.

У результаті отримаємо

$$K'_{m_2}(z, \xi) = \pm \frac{V_1(\beta z)}{4\beta D} \frac{[V_1(\beta(L - \xi)) V_2(\beta L) + 4V_4(\beta(L - \xi)) V_3(\beta L)]}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L) V_2(\beta L)} \pm \quad (17)$$

$$\pm \frac{V_4(\beta z)}{\beta D} \frac{[V_1(\beta(L-\xi))V_3(\beta L) + 4V_4(\beta(L-\xi))V_4(\beta L)]}{V_3^2(\beta L) - V_4(\beta L)V_2(\beta L)} \mp \frac{1}{\beta D} V_2(\beta(z-\xi))S_+(z-\xi).$$

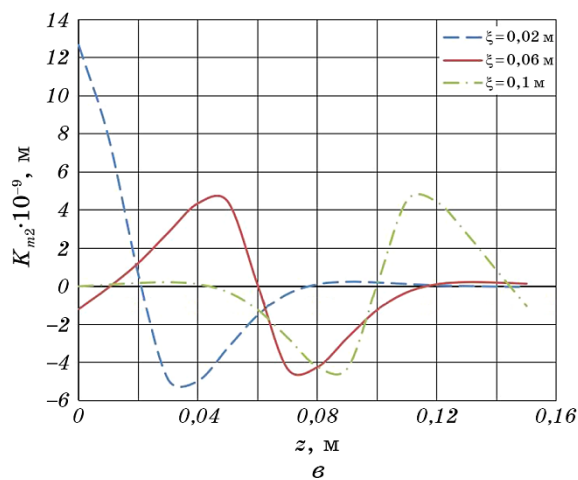
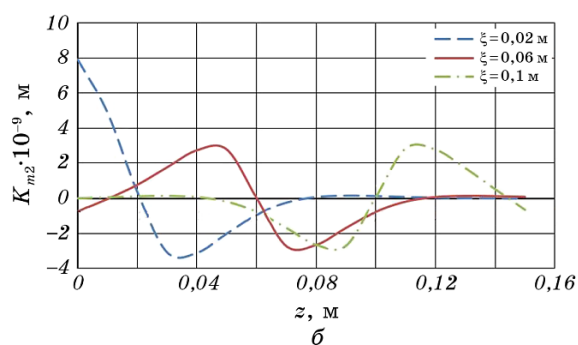
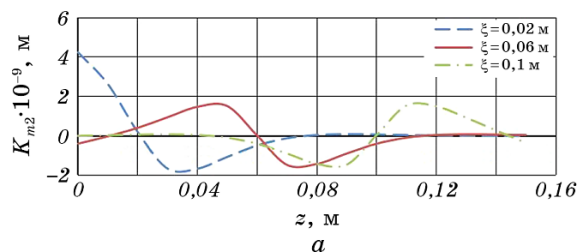


Рис. 6. Радіальні переміщення точок середньої поверхні оболонки від кільцевого моменту для сталеві (а), титанові (б) та алюмінієвої (в) оболонок.

Fig. 6. Radial displacements of the shell middle surface points refer to the annular moment for steel (a), titanium (b) and aluminium (c) shells.

У формулі (17) верхній знак відноситься до кільцевого моменту правої половинки оболонки, а нижній знак до лівої половинки оболонки.

Для визначення допустимих рівнів напружень розтягу в циліндричних зразках із хромовими покриттями були нанесені покриття різної товщини на поверхню сталі: 50, 100 і 150 мкм. Результати випробовувань показали, що за низьких значень напружень розтягу відбувається незначна зміна електродного потенціалу для зразків із хромовими покриттями усіх досліджуваних товщин. Подальше зростання напружень розтягу призводить до руйнування хромових покриттів. Водночас чим більша товщина хромового покриття, тим нижчий для нього допустимий рівень напружень розтягу за яких утворюються наскрізні тріщини в покритті зразка, що призводить до різкої зміни величини електродного потенціалу. Встановлено, що допустимий рівень напружень розтягу для хромових покриттів різних товщин становить відповідно: 50 мкм — 310 МПа; 100 мкм — 220 МПа; 150 мкм — 190 МПа. Таке зниження допустимого рівня напружень розтягу зі зростанням товщини покриття обумовлене зростанням кількості мікротріщин у процесі формування покриттів більшої товщини та збільшенням залишкових напружень розтягу в хромових покриттях.

Муфти, бурові замки — це металеві деталі зі складною топологією поверхні. Застосування розробленої методики розрахунку металевих з'єднань труб і технології хромування у проточному електроліті сталевих деталей в комплексі забезпечать підвищення надійності нарізних з'єднань зносостійкості та корозійної стійкості. Такі заходи дозволять підвищити експлуатаційні показники металевих нарізних з'єднань, що сприятиме запобіганню аварійним ситуаціям, скороченню непродуктивних витрат на ремонтні роботи та збільшенню обсягів видобутку вуглеводнів і зниженню забруднення навколишнього середовища.

4. ВИСНОВКИ

У результаті розв'язку крайових задач з визначення радіальних переміщень точок серединної поверхні металевої оболонки (муфти), з урахуванням пружно-пластичних властивостей матеріалу оболонки та хромового покриття, викликаних кільцевою силою та кільцевим моментом, прикладеними у довільному перерізі оболонки, отримано функцію радіального переміщення точок серединної поверхні оболонки у довільному перерізі z від одиничної кільцевої сили, прикладеної у перерізі ξ (величина $K_{n_2}(z, \xi)$), та кути повороту нормалі до серединної поверхні оболонки у перерізі z від вказаних одиничних силових факторів, що прикладені у перерізі ξ (величини $K'_{n_2}(z, \xi)$, $K'_{m_2}(z, \xi)$).

Нанесення покриття електрохімічним хромуванням у проточному

електроліті забезпечує захист муфт від корозії та зношування, водночас хромове покриття зберігає роботоздатність за високих рівнів напружень розтягу, які становлять для товщин: 50 мкм — 310 МПа; 100 мкм — 220 МПа; 150 мкм — 190 МПа.

Отримані функції $K_{n_2}(z, \xi)$, $K'_{n_2}(z, \xi)$, $K'_{m_2}(z, \xi)$ плануємо у подальшому використати для дослідження тиску у витках конічного нарізного муфтового з'єднання двох труб (оболонок).

ПОДЯКА

Колектив авторів висловлює вдячність рецензентам за цінні рекомендації, які були враховано для значного покращення якості цієї статті. Автори вдячні Міністерству освіти і науки України за грант на реалізацію проекту Д-8-21-П (РК 0121U109591).

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА—REFERENCES

1. R. Nan, X. Sun, B. Shu, H. Wang, S. Yang, C. Lu, and L. Han, *Mater. Sci. Forum*, **993**: 1155 (2020).
2. E. M. Afandiyev and M. N. Nuriyev, *EUREKA: Physics and Engineering*, **5**: 80 (2021).
3. L. Dai, D. Wang, T. Wang, Q. Feng, and X. Yang, *J. Petroleum Eng.*, **2017**: ID 3174636 (2017).
4. O. Bazaluk, O. Slabyi, V. Vekeryk, A. Velychkovych, L. Ropyak, and V. Lozynskiy, *Energies*, **14**, No. 12: 3514 (2021).
5. C. Teodoriu and O. Bello, *Energies*, **14**, No. 15: 4499 (2021).
6. L. Ya. Ropyak, T. O. Pryhorovska, and K. H. Levchuk, *Prog. Phys. Metals*, **21**, No. 2: 274 (2020).
7. Y. Liang, Q. Feng, D. Li, and S. Cai, *Sensors (Basel)*, **18**, No. 11: 3699 (2018).
8. O. Mandryk, B. Mishchuk, A. Zelmanovych, V. Tyrlych, O. Tuts, and L. Poberezhna, *Ecological Eng. Environmental Technol.*, **22**, No. 4: 53 (2021).
9. O. Mandryk, O. Vytyaz, L. Poberezhny, and Y. Mykhailiuk, *Archives Mater. Sci. Engineering*, **106**, No. 1: 17. (2020).
10. M. Pashechko, J. Jyzwik, K. Dziedzic, K. Karolus, and I. Usydus, *Mater. Sci.*, **52**: 834 (2017).
11. M. Paschechko, K. Dziedzic, E. Mendyk, and J. Jozwik, *J. Tribol.*, **140**, No. 2: 021302 (2017).
12. M. Pashechko, J. Montusiewicz, K. Dziedzic, and J. Jozwik, *Powder Metall Met. Ceram.*, **56**: 316 (2017).
13. R. M. Tatsiy, O. Y. Pazen, S. Y. Vovk, L. Y. Ropyak, and T. O. Pryhorovska, *J. Serbian Soc. Computational Mechanics*, **13**, No. 2: 36 (2019).
14. N. Volchenko, A. Volchenko, D. Volchenko, P. Poliakov, V. Malyk, D. Zhuravliov, V. Vytvytskyi, and P. Krasin, *Eastern-European J. Enterprise Technologies*, **1**, No. 5 (97): 47 (2019).
15. R. M. Tatsii and O. Y. Pazen, *J. Eng. Phys. Thermophys.*, **91**, No. 6: 1373 (2018).
16. I. P. Shats'kyi, M. V. Makoviichuk, and A. B. Shcherbii, *J. Mathematical Sci.*,

- 238, No. 2: 165 (2019).
17. I. P. Shatskyi, M. V. Makoviichuk, and A. B. Shcherbii, *Proc. 11th Int. Conf. Shell Structures: Theory and Applications, SSTA 2017*, **4**: 165 (2018).
 18. V. B. Tarel'nyk, O. P. Gaponova, I. V. Konoplianchenko, V. A. Herasymenko, and N. S. Evtushenko, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **40**, No. 2: 235 (2018).
 19. M. Barszcz, M. Pashechko, K. Dziedzic, and J. Jozwik, *Materials*, **13**, No.13: 3025 (2020).
 20. Z. Duriagina, M. Romanyshyn, V. Kulyk, T. Kovbasyuk, A. Trostianchyn, and I. Lemishka, *J. Achievements Mater. Manufacturing Eng.*, **2**: 49 (2020).
 21. L. Ya. Ropyak, M. V. Makoviichuk, I. P. Shatskyi, I. M. Pritula, L. O. Gryn, and V. O. Belyakovskiy, *Func. Mater.*, **27**, No. 3: 638 (2020).
 22. O. Bulbuk, A. Velychkovych, V. Mazurenko, L. Ropyak, and T. Pryhorovska, *Engineering Solid Mechanics*, **7**, No. 3: 193 (2019).
 23. A. A. Bedzir, I. P. Shatskii, and V. M. Shopa, *Int. Appl. Mech.*, **31**, No. 5: 351 (1995).
 24. O. Ivanov, P. Prisyazhnyuk, D. Lutsak, O. Matviienkiv, and V. Aulin, *Management Systems in Production Engineering*, **28**, No. 3: 178 (2020).
 25. P. Prisyazhnyuk, D. Lutsak, L. Shlapak, V. Aulin, L. Lutsak, L. Borushchak, and T. Shihab, *Eastern-European J. Enterprise Technologies*, **6**, No. 12: 43 (2018).
 26. L. Ya. Ropyak, I. P. Shatskyi, and M. V. Makoviichuk, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **39**, No. 4: 517 (2017) (in Ukrainian).
 27. T. A. Pryhorovska, and S. S. Chaplinskiy, *Neftyanoye Khozyaystvo—Oil Industry*, No. 1: 38 (2018).
 28. L. S. Saakiyan, A. P. Efremov, L. Ya. Ropyak, and A. V. Gorbatskii, *Soviet Mater. Sci.*, **23**, No. 3: 267 (1987) (in Russian).
 29. M. I. Pashechko, V. V. Shyrovkov, Z. A. Duryahina, and Kh. B. Vasylyv, *Mater. Sci.* **39**: 108 (2003).
 30. L. S. Saakiyan, A. P. Efremov, and L. Ya. Ropyak, *Protection of Metals (English Translation of Zashchita Metallov)*, **25**, No. 2: 185 (1989) (in Russian).
 31. I. Shatskyi, L. Ropyak, and A. Velychkovych, *Eng. Solid Mech.*, **8**, No. 4: 301 (2020).
 32. O. Onysko, V. Panchuk, V. Kopei, Y. Havryliv, and I. Schuliar, *J. Phys.: Conference Series*, **1781**, No. 1: art. No. 012028 (2021).
 33. Tetiana Pryhorovska and Liubomyr Ropyak, *2019 IEEE 8th Int. Conf. Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL) (Sept. 6–8, 2019) (Sozopol, Bulgaria: 2019)*, No. 19431197: 493 (2019).
 34. I. Medvid, O. Onysko, V. Panchuk, L. Pituley, and I. Schuliar, *Advanced Manufacturing Processes II. InterPartner 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering* (Ed. V. Tonkonogei) (Springer, Cham.: 2021).
 35. L. Ropyak, V. Vytvytskyi, A. Velychkovych, T. Pryhorovska, and M. Shovkopliias, *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, **1018**: 012014 (2021).
 36. V. Kopei, O. Onysko, V. Panchuk, L. Pituley, and I. Schuliar, *Advanced Manufacturing Processes III. InterPartner 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering* (Ed. V. Tonkonogei) (Springer, Cham.: 2022).
 37. V. A. Pasichnyk and O. O. Khmurenko, *Eastern-European J. Enterprise Technol.*, **4**, No. 7: 15 (2015).
 38. O. Bazaluk, A. Velychkovych, L. Ropyak, M. Pashechko, T. Pryhorovska, and V. Lozynskiy, *Energies*, **14**, No. 14: 4198 (2021).

39. Z. A. Duryahina, S. A. Bespalov, V. Ya. Pidkova, and D. Yu. Polockyj, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **33** (Special Issue): 393 (2011).
40. Z. A. Duriagina, T. M. Kovbasyuk, and S. A. Bespalov, *Usp. Fiz. Met.*, **17**, No. 1: 29 (2016) (in Ukrainian).
41. M. O. Vasyliiev, B. M. Mordiyuk, S. I. Sidorenko, S. M. Voloshko, A. P. Burmak, and M. V. Kindrachuk, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **38**, No. 4: 545 (2016) (in Ukrainian).
42. L. Y. Ropyak, A. S. Velychkovych, V. S. Vytvytskyi, and M. V. Shovkopliias, *J. Phys.: Conference Series*, **1741**, No. 1: art. No. 012039 (2021).
43. I. P. Shatskyi, M. V. Makoviichuk, and A. B. Shcherbii, *Mater. Sci.*, **55**: 484 (2020).
44. V. B. Tarel'nik, E. V. Konoplyanchenko, P. V. Kosenko, and V. S. Martsinkovskii, *Chem. Petrol. Eng.*, **53**: 540 (2017).
45. S. I. Kryshchtopa, D. Yu. Petryna, I. M. Bogatchuk, I. B. Prun'ko, and V. M. Mel'nyk, *Mater. Sci.*, **53**, No. 3: 351 (2017).
46. V. B. Tarel'nyk, O. P. Gaponova, Ye. V. Konoplianchenko, V. S. Martsynkovskyy, N. V. Tarel'nyk, and O. O. Vasylenko, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **41**, No. 1: 47 (2019) (in Russian).
47. B. N. Mordiyuk, V. V. Silberschmidt, G. I. Prokopenko, Y. V. Nesterenko, and M. O. Iefimov, *Mater. Characterization*, **61** No. 11: 1126 (2010).
48. A. Marek, *Metalurgija*, **61**, No. 2: 389 (2022).
49. M. Ahmadi, B. Salgin, B. J. Kooi, and Y. Pei, *Scr. Mater.*, **210**, art. No. 114453 (2022).
50. P. Hasanpour, P. Salehikahrizsangi, K. Raeissi, M. Santamaria, L. Calabrese, and E. Proverbio, *Surf. Coat. Technol.*, **368**: 147 (2019).
51. K. Abdalla and H. Zuhailawati, *Anti-Corrosion Methods and Materials*, **68**, No. 6: 555 (2021).
52. B. Kagajwala, T. D. Hall, M. Inman, E. J. Taylor, B. Griffin, G. Cushnie, R. Taylor, M. Jaworowski, and J. Bonivel, *Products Finishing*, **1**, No. 2 (2013).
53. L. Ropyak and V. Ostapovych, *Eastern-European J. Enterprise Technologies*, **2**, No. 5: 50 (2016).
54. O. Bazaluk, O. Dubei, L. Ropyak, M. Shovkopliias, T. Pryhorovska, and V. Lozynskyi, *Energies*, **15**, No. 1: 83 (2022).
55. S. Y. Zhachkin, N. A. Penkov, R. V. Belyaev, and M. V. Kirgintsev, *Materials Today: Proceedings*, **38**: 1760 (2021).
56. K. H. Levchuk, T. M. Radchenko, and V. A. Tatarenko, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **43**, No. 1: 1 (2021) (in Ukrainian).
57. V. A. Tatarenko, T. M. Radchenko, and V. M. Nadutov, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **25**, No. 10: 1303 (2003) (in Ukrainian).
58. T. M. Radchenko, V. A. Tatarenko, H. Zapolsky, and D. Blavette, *J. Alloys Compd.*, **452**, No. 1: 122 (2008).
59. O. B. Melnick, V. K. Soolshenko, and K. H. Levchuk, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **42**, No. 10: 1387 (2020) (in Ukrainian).
60. V. Moisyshyn, I. Voyevydko, and V. Tokaruk, *Mining of Mineral Deposits*, **14**, No. 3: 128 (2020).
61. K. G. Levchuk, *SOCAR Proceedings*, No. 2: 23 (2017).
62. K. G. Levchuk, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **40**, No. 5: 701 (2018) (in Ukrainian).
63. O. V. Panevnyk and O. Ya. Dubei, *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho*

- Universytetu* [Scientific Bulletin of the National Girnich University], No. 4: 98 (2015) (in Ukrainian).
64. D. A. Panevnik and A. S. Velichkovich, *Neftnyanoe Khozyaystvo—Oil Industry*, **2017**, No. 1: 70 (2017).
 65. G. Pivnyak, V. Bondarenko, and I. Kovalevs'ka, *New Developments in Mining Engineering, Taylor & Francis Group* (London: CRC Press: 2015), p. 591.
 66. A. S. Velichkovich and S. V. Velichkovich, *Chemical and Petroleum Engineering*, **37**, Nos. 3–4: 213 (2001).
 67. A. Velichkovich, *Chem. Petrol. Eng.*, **41**: 544 (2005).
 68. A. S. Velichkovich, I. I. Popadyuk, and V. M. Shopa, *Chem. Petroleum Engineering*, **46**, Nos. 9–10: 518 (2011).
 69. A. S. Velichkovich and T. M. Dalyak, *Chem. Petroleum Engineering*, **51**: 188 (2015).
 70. I. P. Shats'kyi, V. M. Shopa, and A. S. Velychkovych, *Strength Mater.*, **53**: 277 (2021).
 71. A. Velychkovych, O. Bedzir, and V. Shopa, *Engineering Solid Mechanics*, **9**, No. 4: 425 (2021).
 72. V. Moisyshyn and K. Levchuk, *Oil Gas Sci. Technol.*, **72**, No. 5: art. No. 27 (2017).
 73. T. O. Pryhorovska, S. S. Chaplinskiy, and I. O. Kudriavtsev, *Petroleum Exploration and Development*, **42**, Iss. 6: 888 (2015).
 74. I. P. Shatskii, *Mater. Sci.*, **25**, No. 2: 160 (1989).
 75. I. P. Shatskii, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **30**, No. 5: 828 (1989).
 76. M. J. Young and C. T. Sun, *Int. J. Fract.*, **55**, No 1: 81 (1992).
 77. I. P. Shatskii, *J. Math. Sci.*, **103**, No. 3: 357 (2001).
 78. I. P. Shats'kyi, *Mater. Sci.*, **41**, No. 2: 186 (2005).
 79. R. Liu, T. Zhang, X. J. Wu, and C. H. Wang, *Int. J. Fract.*, **125**, Nos. 3–4: 227 (2004).
 80. I. P. Shats'kyi and M. V. Makoviichuk, *Mater. Sci.*, **41**, No. 4: 486 (2005).
 81. I. P. Shats'kyi and M. V. Makoviichuk, *Strength Mater.*, **41**, No. 5: 560 (2009).
 82. I. P. Shatskii and N. V. Makoviichuk, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **52**, No. 3: 464 (2011).
 83. K. G. Levchuk, V. M. Moisyshyn, and I. V. Tsidylo, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **38**, No. 12: 1655 (2016) (in Ukrainian).
 84. V. Moisyshyn and K. Levchuk, *Mining of Mineral Deposits*, **10**, No. 3: 65 (2016).
 85. I. P. Shatskii and V. V. Perepichka, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **54**, No. 6: 1016 (2013).
 86. E. I. Kryzhanivs'kyi, V. P. Rudko, and I. P. Shats'kyi, *Mater. Sci.*, **40**, No. 4: 547 (2004).
 87. I. P. Shats'kyi and A. B. Struk, *Strength Mater.*, **41**, No. 5: 548 (2009).
 88. A. S. Velychkovych, A. V. Andrusyak, T. O. Pryhorovska, and L. Y. Ropyak, *Oil Gas Sci. Technol.*, **74**, art. No. 2019039 (2019).
 89. I. Shatskyi, I. Vytvytskyi, M. Seniushkovych, and A. Velychkovych, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, **564**, 012073 (2019).
 90. I. I. Vytvytskyi, M. V. Seniushkovych, and I. P. Shatskyi, *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu* [Scientific Bulletin of the National Girnich University], No. 5: 29 (2017) (in Ukrainian).
 91. I. Shatskyi, A. Velychkovych, I. Vytvytskyi, and M. Seniushkovych, *Eng. Solid*

- Mech.*, **7**: 355 (2019).
92. Y. Wang, C. Qian, L. Kong, Q. Zhou, and J. Gong, *Appl. Sci.*, **10**, No. 8: 2669 (2020).
 93. H. Xu, T. Shi, Z. Zhang, and B. Shi, *Mathematical Problems in Engineering*, **2014**: ID 287076 (2014).
 94. L. Dong, J. Wang, and X. Zhu, *Adv. Mech. Eng.*, **11**, No. 1: 1 (2019).
 95. T. Tutko, O. Dubei, L. Ropyak, and V. Vytvytskyi, *Advances in Design, Simulation and Manufacturing IV. DSMIE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering* (Ed. V. Ivanov) (Springer, Cham.: 2021), p. 153.
 96. I. A. Birger and G. B. Iosilevich, *Rez'bovye i Flantsevye Soedineniya* [Threaded and Flanged Connections] (Moscow: Mechanical Engineering: 1990) (in Russian).
 97. S. P. Timoshenko and S. Voinovsky-Krieger, *Plastinki i Obolochki* [Plates and Shells] (Moscow: Nauka: 1966) (in Russian).
 98. F. Beer, E. Jonston, J. Dewolf, and D. Mazurek, *Mechanics of Materials. 6th Ed.* (New York: McGraw-Hill Education: 2015).
 99. G. Korn and T. Korn, *Spravochnik po Matematike dlya Nauchnykh Rabotnikov i Inzhenerov* [A Handbook of Mathematics for Scientists and Engineers] (Moscow: Nauka: 1970) (in Russian).