

13. Наземцев, А. С. Гидравлические и пневматические системы. Пневматические приводы и средства автоматизации. Ч. 1 [Текст]: учеб. пос. / А. С. Наземцев. – М.: ФОРУМ, 2007. – 240 с.
14. Weltner, K. Mathematics for physicists and engineers. Fundamentals and interactive study guide [Text] / K. Weltner, W. J. Weber, J. Grosjean, P. Schuster. – Springer, 2009. – 596 p. doi: 10.1007/978-3-642-00173-4
15. Нечаєв, В. П. Теорія планування експерименту [Текст]: навч. посіб. / В. П. Нечаєв, Т. М. Берідзе та ін. – К.: Кондор, 2009. – 232 с.
16. Кобзарь, А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников [Текст] / А. И. Кобзарь. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.

Розроблено обчислювальний метод виявлення близьконульового видимого руху об'єктів на серії CCD-кадрів з використанням двокоординатного та покоординатних вирішальних правил. Метод заснований на перевірці статистичної значимості фактору швидкості видимого руху об'єкта на досліджуваній серії вимірювань з використанням t -критерія Стьюдента для покоординатних вирішальних правил і f -критерія Фішера для двокоординатного вирішального правила

Ключові слова: CCD-вимірювання, близьконульовий видимий рух, МНК-оцінка параметрів, t -критерій Стьюдента, f -критерій Фішера, астероїди

Разработан вычислительный метод обнаружения околонулевого видимого движения объектов на серии CCD-кадров с использованием двухкоординатного и покоординатных решающих правил. Метод основан на проверке статистической значимости фактора скорости видимого движения объекта с использованием t -критерия Стьюдента для покоординатных решающих правил и f -критерия Фишера для двухкоординатного решающего правила

Ключевые слова: CCD-измерения, околонулевое видимое движение, МНК-оценка параметров, t -критерий Стьюдента, f -критерий Фишера, астероиды

УДК 519.23: 004.932.72'1

DOI: 10.15587/1729-4061.2016.65999

РАЗРАБОТКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО МЕТОДА ОБНАРУЖЕНИЯ ОКОЛОНУЛЕВОГО ВИДИМОГО ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ НА СЕРИИ CCD-КАДРОВ

С. В. Хламов
Аспирант

Кафедра электронных вычислительных машин
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
пр. Науки, 14, г. Харьков, Украина, 61166
E-mail: sergii.khlamov@gmail.com

В. Е. Саваневич

Доктор технических наук, профессор
Кафедра информационных управляющих систем и технологий*
E-mail: vadyam@savanevych.com

А. Б. Брюховецкий

Кандидат технических наук, инженер
Харьковское представительство генерального заказчика
Государственного космического агентства Украины
ул. Академика Проскуры, 1, г. Харьков, Украина, 61070
E-mail: izumsasha@gmail.com

С. С. Орышич

Кафедра программного обеспечения систем*
E-mail: oryshych@gmail.com

*Ужгородский национальный университет
пл. Народная, 3, г. Ужгород, Украина, 88000

1. Введение

В связи с проблематикой астероидно-кометной опасности [1] астероидные обзоры с автоматической обработкой их результатов в настоящее время являются значимым направлением использования современных методов астрометрии. Небесные объекты Солнечной системы (ССО), как правило, имеют ненулевую

скорость видимого движения, а объекты, не принадлежащие Солнечной системе (звезды, галактики), имеют нулевую скорость видимого движения.

Большое количество потенциально опасных объектов [2] могут являться астероидами с околонулевым видимым движением. Также большая часть малых тел Солнечной системы, во время своего нахождения за орбитой Юпитера, включая многие кометы с ма-

лыми апогелиями, имеют околонулевою скоростью видимого движения. Это обстоятельство существенно снижает показатели качества обнаружения указанных объектов существующими методами. На этой дистанции данные объекты могут быть обнаружены традиционными методами обработки результатов наблюдения лишь при очень длительном наблюдении.

Актуальной является разработка вычислительного метода обнаружения объектов с околонулевым видимым движением, который позволит обнаруживать объекты с околонулевой скоростью видимого движения на значительно сниженных временных интервалах наблюдения.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Известны методы обнаружения движущихся объектов [3, 4]. Гипотезы о нулевом (H_0) и околонулевом (H_1) видимом движении исследуемого объекта традиционно проверяются согласно критерию максимального правдоподобия [5] или какого-либо другого критерия байесовской группы [6, 7].

Данные методы могут работать при неизвестных значениях $x_k(\theta_x)$, $y_k(\theta_y)$ истинного положения исследуемого объекта на время τ_k привязки измерений (кадров) и неизвестных значениях дисперсии σ_x^2 , σ_y^2 оценок этого положения на кадрах. Для этого используются подстановочные решающие правила проверки гипотез [8, 9], называемые часто правилами обнаружения-измерения [10]. Однако в любом случае данные решающие правила являются параметрическими и их использование предполагает, что отклонения оценок координат исследуемого объекта распределены по нормальному закону [3] с неизвестными дисперсиями и нулевым математическим ожиданием.

Например, при неизвестной дисперсии измерений положения объекта на кадрах подстановочное решающее правило максимально правдоподобного обнаружения ненулевого видимого движения исследуемых объектов имеет вид:

$$\frac{R_0^2 - R_1^2}{R_0^2 \cdot R_1^2} \geq \frac{\ln(\lambda_{cr})}{A \cdot N_{mea}}, \tag{1}$$

где

$$R_0^2 = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \left((x_k - \hat{x})^2 + (y_k - \hat{y})^2 \right), \tag{2}$$

$$R_1^2 = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \left((x_k - \hat{x}_k(\hat{\theta}_x))^2 + (y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}_y))^2 \right), \tag{3}$$

где R_1^2 – остаточные суммы квадратов отклонений положения исследуемого объекта в предположении истинности гипотез о нулевом (H_0) и ненулевом (H_1) видимом движении соответственно на данной серии измерений; $\hat{x}_k(\hat{\theta}_x) = \hat{x}_k$, $\hat{y}_k(\hat{\theta}_y) = \hat{y}_k$ – интерполированные оценки координат положения исследуемого объекта на k-м кадре серии; $\hat{x} = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \hat{x}_k / N_{mea}$, $\hat{y} = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \hat{y}_k / N_{mea}$ – средние значения оценок координат неизменного положения объекта с нулевым видимым движением (объекта, не являющегося объектом Солнечной системы);

$A = 2(N_{mea} - m)$; $m = 2$ – количество оцениваемых параметров видимого движения исследуемого объекта вдоль каждой координаты на серии измерений; λ_{cr} – заданное предельно допустимое (критическое) значение оценки отношения правдоподобия для обнаружения ненулевого видимого движения исследуемого объекта.

Очевидно, что при известной дисперсии σ^2 измерений положения объекта на кадрах подстановочное решающее правило максимально правдоподобного обнаружения ненулевого видимого движения исследуемых объектов имеет вид:

$$R_0^2 - R_1^2 \geq 2\sigma^2 \cdot \ln(\lambda_{cr}). \tag{4}$$

Нетрудно показать, что если в подстановочном решающем правиле максимально правдоподобного обнаружения ненулевого видимого движения исследуемых объектов используется внешняя оценка дисперсии $\hat{\sigma}_{out}^2$ измерений положения объекта на кадрах, то оно имеет вид:

$$\frac{R_0^2 - R_1^2}{\hat{\sigma}_{out}^2} \geq 2\ln(\lambda_{cr}). \tag{5}$$

Например, внешняя (относительно выборки, используемой для обнаружения видимого движения) оценка дисперсии оценок положения может быть получена на других измерениях каталогизированных объектов исследуемых кадров. В этом случае искомой оценкой является оценка дисперсии всех измерений положения объектов из астрометрического каталога на CCD-кадре.

Недостатком подстановочных решающих правил (1), (4) и (5), основанных на критерии максимального правдоподобия [5], является недостаточная обоснованность его использования в ситуации неопределённости с частью параметров функции правдоподобия.

Кроме того, в данном конкретном случае можно отметить, что указанные решающие правила не эффективны при незначительном (околонулевом) видимом движении объекта.

Известны критерии согласия, которые могут быть использованы в методах проверки значимости параметров регрессионных моделей [11, 12] в рамках решения поставленной в статье задачи. А именно, f-критерий Фишера [13, 14] и t-критерий Стьюдента [11, 14]. Исходя из общетеоретических соображений эти критерии можно использовать при проверке статистической значимости фактора скорости видимого движения объекта на исследуемой серии измерений.

3. Цель и задачи исследования

Целью исследования является обнаружение околонулевого видимого движения объектов Солнечной системы (ССО) на серии CCD-кадров.

Небесные объекты, не принадлежащие Солнечной системе (звезды, галактики), имеют нулевою скоростью видимого движения, а ССО, как правило, – околонулевою скоростью видимого движения. Однако данная скорость для объектов, находящихся за орбитой Юпи-

тера, может лишь немногим превосходить ошибки определения координат объектов на кадрах.

Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи:

- сведение проверки альтернативы об околонулевом видимом движении исследуемого объекта к задаче проверки статистической значимости фактора его скорости;
- использование f -критерия Фишера и t -критерия Стьюдента при разработке двухкоординатного и покоординатных решающих правил обнаружения;
- разработка вычислительного метода обнаружения околонулевого видимого движения объектов на серии ССД-кадров.

4. Сведение проверки альтернативы об околонулевом видимом движении исследуемого объекта к задаче проверки статистической значимости фактора его скорости

При наблюдении (обнаружении) ССО (объектов с околонулевым видимым движением) считается, что за время наблюдения исследуемого объекта условия наблюдения практически неизменны. Соответственно, отношение сигнал/шум изображения небесного объекта на данных кадрах практически не меняется, а СКО оценок координат на разных кадрах практически одинаковы. Таким образом, оценки координат небесного объекта на исследуемых кадрах можно считать равнозначными.

Также считается, что отклонения оценок различных координат объекта, содержащиеся в измерениях серии Ω_{set} , независимы между собой как внутри одного измерения, так и между измерениями, сформированными на разных кадрах. Отклонения оценок координат исследуемого объекта имеют нулевые математические ожидания и неизвестные дисперсии σ_x^2, σ_y^2 .

На момент каждого из $N_{\text{меа}}$ измерений исследуемой серии Ω_{set} имеют место неизвестное значение истинного $x_k(\theta_x), y_k(\theta_y)$ положения объекта; измеренные x_k, y_k положения объекта на кадре на момент времени τ_k ; также в данной работе предлагается использовать интерполированные \hat{x}_k, \hat{y}_k оценки координат исследуемого объекта на k -м кадре серии.

Неизвестные значения истинных координат $x_k(\theta_x), y_k(\theta_y)$ положения исследуемого объекта на момент времени τ_k вычисляются согласно модели прямолинейного и равномерного движения объекта вдоль каждой координаты независимо:

$$x_k(\theta_x) = x_0 + V_x(\tau_k - \tau_0), \quad (6)$$

$$y_k(\theta_y) = y_0 + V_y(\tau_k - \tau_0), \quad (7)$$

где $k(i,n)=k$ – номер измерения в серии измерений Ω_{set} исследуемого объекта, которое является i -м измерением n -го кадра серии, гипотетически принадлежащего исследуемому объекту; x_0, y_0 – координаты положения исследуемого объекта на момент времени τ_0 привязки базового кадра; τ_0 – время привязки базового кадра серии измерений; $\theta_x = (x_0, V_x)^T, \theta_y = (y_0, V_y)^T$ – векторы параметров видимого движения исследуемого объекта вдоль каждой координаты;

V_x, V_y – скорости видимого движения исследуемого объекта по соответствующим координатам.

Измеренные (ожидаемые) положения исследуемого объекта x_k, y_k (соответствуют математическим ожиданиям) в момент времени τ_k также определяются параметрами видимого движения исследуемого объекта и вычисляются согласно выражениям (6) и (7).

Исследование посвящено частному случаю обнаружения движущихся объектов, который связан с тем, что исследуемые объекты могут иметь незначимое (околонулевое) видимое движение, и по ошибке могут быть приняты за объекты с нулевой скоростью видимого движения.

Предполагается, что подобные исследуемые объекты предварительно организационно сведены во внутренний каталог объектов, неподвижных на серии кадров [15]. Данный каталог создается для снижения вероятности ложных обнаружений астероидов в программах автоматической обработки кадров астероидных обзоров.

Необходимо разработать решающее правило обнаружения околонулевого видимого движения исследуемых объектов, основываясь на анализе серии измерений Ω_{set} , сформированной на серии кадров, не более чем по одному измерению на одном кадре. Тем самым, проверяются конкурирующие гипотезы о нулевой ($H_0: \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 0$) и околонулевой ($H_1: \sqrt{V_x^2 + V_y^2} > 0$) скорости видимого движения исследуемого объекта.

Модели (6) и (7) видимого движения исследуемого объекта независимо вдоль каждой координаты являются классическими линейными регрессионными моделями с двумя параметрами, физически означающими начальное положение и скорость объекта по каждой из координат.

Таким образом, в исследуемом случае альтернатива H_1 о том, что исследуемый объект является объектом с околонулевым видимым движением (объект Солнечной системы), равносильна гипотезе о статистической значимости фактора скорости видимого движения объекта на исследуемой серии измерений.

Для обнаружения околонулевого видимого движения исследуемых объектов (для проверки истинности H_1) предлагается выполнить проверку значимости фактора скорости видимого движения. Данную проверку можно реализовать в виде двух однокоординатных (покоординатных) или одного двухкоординатного решающего правила.

5. Покоординатные решающие правила проверки статистической значимости фактора скорости видимого движения объекта на исследуемой серии измерений. Критерий Стьюдента

В основе покоординатного решающего правила обнаружения околонулевого видимого движения (выявления значимости фактора скорости) у исследуемого объекта отдельно вдоль одной координаты предлагается использовать t -критерий Стьюдента [11, 14]. При этом решение об околонулевом видимом движении (значимости фактора скорости) исследуемого объекта принимается в случае срабатывания хотя бы одного из двух однокоординатных решающих правил.

В качестве предельно допустимого (критического) значения t-критерий Стьюдента для принятия решения об околонулевом видимом движении исследуемого объекта выбирается значение распределения Стьюдента с соответствующей степенью свободы и необходимым значением уровня значимости α . Оно определяет вероятность ошибки первого рода (вероятность отвергнуть истинную гипотезу H_0 о нулевой скорости видимого движения).

Таким образом, если значение статистики t-распределения Стьюдента хотя бы для одной из координат на рассматриваемой серии измерений превысит предельно допустимое, то фактор скорости видимого движения соответствующего объекта по данной координате считается значимым. Следовательно, объект признается объектом с околонулевым видимым движением.

Так как видимое движение осуществляется вдоль обеих координат независимо, то исследуемая серия измерений может быть признана принадлежащей исследуемому объекту с нулевым видимым движением (не является объектом Солнечной системы), только если предположения о значимости скорости отвергнуты для обеих координат.

6. Двухкоординатное решающее правило проверки статистической значимости фактора скорости видимого движения объекта на исследуемой серии измерений. F-критерий Фишера

Видимое движение объекта осуществляется на плоскости. При этом гипотеза о значимости общей скорости объекта может обладать большей различимостью, чем гипотезы о значимости скорости движения объекта вдоль каждой из координат отдельно. В этой связи предлагается дополнительно проводить проверку альтернативы об околонулевом видимом движении исследуемого объекта на серии измерений с помощью проверки значимости фактора общей скорости видимого движения исследуемого объекта. Для данной проверки целесообразно использовать f-критерий Фишера.

F-критерий Фишера [13] уместен для использования при неизвестной дисперсии оценок положения исследуемого объекта на данной серии измерений. Это обосновывается тем, что закон распределения f-критерия проверки значимости фактора общей скорости видимого движения исследуемого объекта не зависит от законов распределения ошибок измерений положения данного объекта на серии измерений [13, 14]. При этом в f-критерии Фишера используются лишь остаточные суммы квадратов отклонений (2), (3) оценок положения исследуемого объекта в предположении истинности гипотез о нулевом (H_0) и ненулевом (H_1) видимом движении на данной серии измерений [11]. Также существуют табличные значения статистики распределения Фишера [11, 16].

Исследуемый объект будет считаться объектом с околонулевой скоростью видимого движения, если значение f-критерия Фишера значимости оценки общей скорости видимого движения больше, чем соответствующее наперед заданное критическое значение.

7. Определение параметров видимого движения и дисперсии оценок положения исследуемого объекта на серии измерений

МНК-оценки [3] параметров модели прямолинейного равномерного видимого движения исследуемого объекта вдоль координаты x (оценка координаты \hat{x}_0 положения объекта на момент τ_0 привязки базового кадра и оценка скорости \hat{V}_x видимого движения по данной координате) могут быть представлены в скалярном виде:

$$\hat{x}_0 = \frac{D \cdot A_x - C \cdot B_x}{N_{mea} \cdot D - C^2}, \tag{8}$$

$$\hat{V}_x = \frac{N_{mea} \cdot B_x - C \cdot A_x}{N_{mea} \cdot D - C^2}, \tag{9}$$

где

$$A_x = \sum_{k=1}^{N_{mea}} x_k,$$

$$B_x = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{tk} x_k,$$

$$C = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{tk},$$

$$D = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{tk}^2,$$

где $\Delta_{tk} = (\tau_k - \tau_0)$ – разница между временем привязки τ_0 базового кадра и временем τ_k кадра, на котором сформировано k-е измерение.

Аналогично, для координаты y:

$$\hat{y}_0 = \frac{D \cdot A_y - C \cdot B_y}{N_{mea} \cdot D - C^2}, \tag{10}$$

$$\hat{V}_y = \frac{N_{mea} \cdot B_y - C \cdot A_y}{N_{mea} \cdot D - C^2}, \tag{11}$$

где

$$A_y = \sum_{k=1}^{N_{mea}} y_k;$$

$$B_y = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{tk} y_k.$$

Для полученной МНК-оценки [3] параметров модели прямолинейного равномерного движения согласно выражениям (8)-(11), интерполированные оценки координат \hat{x}_k, \hat{y}_k исследуемого объекта на k-м кадре серии могут быть представлены выражениями:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_0(\hat{\theta}_x) + \hat{V}_x(\hat{\theta}_x) \cdot (\tau_k - \tau_0), \tag{12}$$

$$\hat{y}_k = \hat{y}_0(\hat{\theta}_y) + \hat{V}_y(\hat{\theta}_y) \cdot (\tau_k - \tau_0). \tag{13}$$

Используя значения измеренных x_k, y_k и интерполированных \hat{x}_k, \hat{y}_k (12), (13) оценок положения объекта оценки дисперсий $\hat{\sigma}_x^2$ и $\hat{\sigma}_y^2$ оценок координат

объекта на серии измерений могут быть представлены в виде:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \sum_{k=1}^{N_{\text{mea}}} (x_k - \hat{x}_k(\hat{\theta}_x))^2 / (N_{\text{mea}} - m), \quad (14)$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \sum_{k=1}^{N_{\text{mea}}} (y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}_y))^2 / (N_{\text{mea}} - m). \quad (15)$$

В ряде случаев целесообразно использовать условные оценки дисперсий $\hat{\sigma}_0^2$ и $\hat{\sigma}_1^2$ измерений при справедливости гипотезы о нулевой и альтернативы о ненулевой скорости видимого движения соответственно:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{R_0^2}{2(N_{\text{mea}} - m)}, \quad (16)$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{R_1^2}{2(N_{\text{mea}} - m)}. \quad (17)$$

8. Покоординатное решающее правило обнаружения околонулевого видимого движения астероида вдоль каждой координаты с применением t-критерия Стьюдента

Для определения статистической значимости фактора скорости модели (6) и (7) линейного видимого движения необходимо определить значение t-критерия Стьюдента значимости скорости видимого движения исследуемого объекта вдоль каждой координаты.

Значение t-критерия Стьюдента значимости скорости видимого движения вдоль любой координаты (например, x) имеет вид [11]:

$$t_x = \hat{V}_x / (\hat{\sigma}_x \sqrt{[(F_x^T F_x)^{-1}]_{ii}}), \quad (18)$$

где

$$F_x = \begin{pmatrix} 1 & \Delta_{\tau 1(i,1)} \\ \dots & \dots \\ 1 & \Delta_{\tau k(i,n)} \\ \dots & \dots \\ 1 & \Delta_{\tau N_{\text{mea}}(i,N_{\text{fr}})} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

где F_x – матрица плана [11], также называемая матрицей дифференциальных операторов [3]; $[(F_x^T F_x)^{-1}]_{ii}$ – i-й диагональный элемент матрицы $(F_x^T F_x)^{-1}$.

Согласно выражению (19) для матрицы частных производных:

$$F_x^T F_x = \begin{pmatrix} N_{\text{mea}} & \sum_{k=1}^{N_{\text{mea}}} \Delta_{\tau k} \\ \sum_{k=1}^{N_{\text{mea}}} \Delta_{\tau k} & \sum_{k=1}^{N_{\text{mea}}} \Delta_{\tau k}^2 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Матрица, обратная матрице (20), имеет вид:

$$(F_x^T F_x)^{-1} = (N_{\text{mea}} D - C^2)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} D & -C \\ -C & N_{\text{mea}} \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Исходя из выражения (21), значение t-критерия Стьюдента значимости скорости видимого движения

вдоль координаты x в выражении (18) может быть уточнено следующим образом:

$$t_x(\Omega_{\text{set}}) = \hat{V}_x / \left(\hat{\sigma}_x \sqrt{\frac{N_{\text{mea}}}{N_{\text{mea}} D - C^2}} \right). \quad (22)$$

Выражение, аналогичное (22), для координаты y имеет вид:

$$t_y(\Omega_{\text{set}}) = \hat{V}_y / \left(\hat{\sigma}_y \sqrt{\frac{N_{\text{mea}}}{N_{\text{mea}} D - C^2}} \right). \quad (23)$$

Статистика критерия значимости скорости видимого движения вдоль координаты x имеет стандартное вероятностное распределение Стьюдента с $N_{\text{mea}} - m$ степенями свободы [11, 14], где N_{mea} – количество измерений, а m – количество оцениваемых параметров видимого движения объекта.

Гипотеза H_0 (гипотеза о том, что данная совокупность измерений принадлежит объекту с нулевой скоростью видимого движения) должна быть отвергнута, если модуль полученных согласно выражений (22) или (23) значений статистики критерия значимости скорости превысит модуль $\alpha / 2$ -квантиля t-распределения Стьюдента с $N_{\text{mea}} - m$ степенями свободы [11, 14].

Например, когда количество измерений положения исследуемого объекта равно $N_{\text{mea}} = 4$, а количество оцениваемых параметров движения исследуемого объекта равно $m = 2$ (рассматриваемая модель видимого движения имеет два параметра – начальное положение и скорость), то число степеней свободы $N_{\text{mea}} - m$ для t-распределения Стьюдента будет равно 2.

Соответственно, при значении уровня значимости равном $\alpha = 0.001$, табличные предельно допустимые (критические) значения $t_{x_{\text{max}}}$ и $t_{y_{\text{max}}}$ статистик t-распределения Стьюдента с двумя степенями свободы для каждой координаты составляет $t_{x_{\text{max}}} = t_{y_{\text{max}}} = 31.59$ [11, 16].

Покоординатные решающие правила обнаружения околонулевого видимого движения астероида вдоль координат x и y с применением t-критерия Стьюдента имеют следующий вид соответственно:

$$\hat{V}_x / \left(\hat{\sigma}_x \sqrt{\frac{N_{\text{mea}}}{N_{\text{mea}} D - C^2}} \right) \geq t_{x_{\text{max}}}, \quad (24)$$

$$\hat{V}_y / \left(\hat{\sigma}_y \sqrt{\frac{N_{\text{mea}}}{N_{\text{mea}} D - C^2}} \right) \geq t_{y_{\text{max}}}, \quad (25)$$

причем оценки скоростей \hat{V}_x и \hat{V}_y видимого движения исследуемого объекта вдоль каждой координаты могут быть получены согласно выражениям (9) и (11), соответственно, а оценки дисперсий $\hat{\sigma}_x$ и $\hat{\sigma}_y$ оценок координат исследуемого объекта на серии измерений – согласно выражениям (14) и (15).

9. Двухкоординатное решающее правило обнаружения околонулевого видимого движения астероида с применением f-критерия Фишера

Согласно выражениям (24) и (25) производится проверка значимости фактора скорости отдельно по

каждой координате. Однако в общем случае объект движется вдоль обеих координат одновременно. По координатная проверка значимости скорости может снижать различимость проверяемых гипотез. Поэтому представляется целесообразным провести также проверку значимости фактора общей скорости видимого движения исследуемого объекта.

Произвести такую проверку можно следующим образом.

Общий вид *f*-критерия проверки значимости фактора общей скорости видимого движения исследуемого объекта (истинности гипотезы H_0) имеет вид [13]:

$$f(\Omega_{set}) = \frac{R_0^2 - R_1^2}{R_1^2} \cdot \frac{N_{mea} - r}{w}, \tag{26}$$

где $w = 1$ – количество исследуемых факторов линейной регрессионной модели (в исследуемом случае этим фактором является скорость видимого движения), гипотеза о которых проверяется; r – ранг матрицы частных производных (19) F_x ($\text{rang} F_x = r \leq \min(m, N_{mea})$).

Для модели линейного видимого движения вдоль одной координаты ранг матрицы F_x равен 2, так как количество оцениваемых параметров видимого движения исследуемого объекта $m = 2$. В исследуемом случае независимого линейного видимого движения вдоль двух координат количество оцениваемых параметров движения исследуемого объекта равно $m = 4$, соответственно и ранг матрицы F_x будет равен $r = 4$, так как $r = m$.

Статистика (26) имеет вероятностное распределение Фишера с $(w, N_{mea} - r)$ степенями свободы [13]. Её распределение соответствует распределению отношения двух независимых случайных величин, имеющих распределение хи-квадрат [17] со степенями свободы w и $N_{mea} - r$.

Например. Пусть количество ПЗС-кадров N_{fr} в исследуемой серии кадров равно $N_{fr} = 4$, и на каждом кадре присутствует измерение положения исследуемого объекта. Следовательно, количество этих измерений по двум координатам равно $2 \cdot N_{mea} = 8$, $w = 1$, а ранг r матрицы частных производных (19) F_x равен $r = 4$. Тогда статистика (26) имеет вероятностное распределение Фишера с $(1, 4)$ степенями свободы.

Для определения предельно допустимого (критического) табличного значения статистики распределения Фишера необходимо использовать наперед заданное значение уровня значимости α . Данное значение является вероятностью ложного обнаружения объекта с околонулевой скоростью видимого движения (принятие решения о справедливости при условии справедливости гипотезы H_0). Например, при $\alpha = 0.001$, предельно допустимое (критическое) f_{cr} табличное значение статистики распределения Фишера с $(1, 4)$ степенями свободы составляет $f_{cr} = 74.13$ [14, 16].

Двухкоординатное решающее правило обнаружения околонулевого видимого движения астероида с применением *f*-критерия Фишера имеет следующий вид:

$$\frac{R_0^2 - R_1^2}{R_1^2} \geq \frac{w f_{cr}}{N_{mea} - r}. \tag{27}$$

Если значение статистики в левой части выражения (27) оказалось меньше предельно допустимого

значения f_{cr} , то гипотеза H_0 признается истинной и рассматриваемая серия измерений Ω_{set} признается принадлежащей объекту с нулевой скоростью видимого движения (объект не является объектом Солнечной системы). В противном случае рассматриваемая серия измерений Ω_{set} считается принадлежащей объекту с околонулевой скоростью видимого движения (объекту Солнечной системы).

10. Сравнительный анализ решающих правил обнаружения околонулевого видимого движения астероида, основанных на критериях максимального правдоподобия и *f*-критерии согласия Фишера

F-критерий согласия Фишера в качестве решающего правила обнаружения околонулевого видимого движения астероида целесообразно использовать при неизвестной дисперсии оценок положения исследуемого объекта на данной серии измерений. В этом случае традиционно используется подстановочное решающее правило максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объектов при неизвестной дисперсии измерений положения объекта на кадрах из выражения (1).

Для использования подстановочного решающего правила вместо неизвестной дисперсии измерений положения объекта на кадрах используются условные по гипотезе H_0 и альтернативе H_1 оценки дисперсии $\hat{\sigma}_0^2$ и $\hat{\sigma}_1^2$ оценок координат исследуемого объекта из выражений (16) и (17). Однако для каждого значения оценок дисперсий $\hat{\sigma}_0^2$ и $\hat{\sigma}_1^2$ необходимо использовать различные критические значения λ_{cr} , которые им соответствуют. Данные значения определяются в соответствии с уровнем значимости α при моделировании гипотезы H_0 , когда значение модуля приведенной скорости видимого движения равно 0. Однако для *f*-критерия согласия Фишера уже существуют табличные значения статистики распределения Фишера f_{cr} [14, 16].

Без учёта констант левая часть неравенства (27) отличается от левой части неравенства (1) подстановочного решающего правила максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объекта при неизвестной дисперсии следующим. В знаменателе дроби отсутствует множитель R_0^2 , как остаточная сумма квадратов отклонений положения исследуемого объекта в предположении истинности гипотезы H_0 о нулевом видимом движении на данной серии измерений.

11. Вычислительный метод обнаружения околонулевого видимого движения объектов на серии ПЗС-кадров

Разработанный вычислительный метод обнаружения околонулевого видимого движения объектов на серии ПЗС-кадров представляет собой следующую последовательность действий.

1. Выбор серии Ω_{set} из N_{mea} измерений исследуемого объекта с координатами в системе координат (СК) базового кадра после внутрикадровой обработки.
2. Для N_{mea} измерений исследуемой серии Ω_{set} производится следующая последовательность операций.

2. 1. МНК-оценка векторов параметров модели прямолинейного равномерного видимого движения исследуемого объекта вдоль каждой координаты (оценки координат \hat{x}_0 и \hat{y}_0 положения объекта на момент τ_0 привязки базового кадра и оценки скоростей \hat{V}_x и \hat{V}_y видимого движения вдоль каждой координаты) согласно выражениям (8)÷(11).

2. 2. Определение интерполированных оценок координат \hat{x}_k и \hat{y}_k исследуемого объекта на всех кадрах исследуемой серии с помощью выражений (12) и (13).

2. 3. Нахождение оценок дисперсий $\hat{\sigma}_x^2$ и $\hat{\sigma}_y^2$ оценок координат положения исследуемого объекта на серии измерений Ω_{set} согласно выражениям (14) и (15).

2. 4. Определение значений остаточных сумм R_0^2 и R_1^2 квадратов отклонений положения исследуемого объекта в предположении истинности гипотез о нулевом (H_0) и ненулевом (H_1) видимом движении на данной серии измерений Ω_{set} согласно выражениям (2) и (3) соответственно.

3. Определение значений t-критериев Стьюдента $t_x(\Omega_{set})$ и $t_y(\Omega_{set})$ проверки значимости скорости видимого движения вдоль каждой координаты согласно выражениям (22) и (23).

4. Определение значения f-критерия Фишера $f(\Omega_{set})$ проверки значимости фактора общей скорости видимого движения исследуемого объекта с помощью выражения (26).

5. На основании двухкоординатного (27) и по координатных решающих правил (24) и (25) принимается решение об обнаружении околонулевого видимого движения исследуемого объекта. Таким образом, исследуемый объект может являться звездой с нулевым видимым движением (не являться объектом Солнечной системы) или же объектом Солнечной системы с околонулевым видимым движением.

12. Открытие долгопериодической околосолнечной кометы C/2012 S1 (ISON)

21 сентября 2012 года в обсерватории ISON-Kislovodsk (код D00) была открыта долгопериодическая околосолнечная комета C/2012 S1 (ISON) [18]. Открытие было сделано Виталием Невским и Артёмом Новичонком с помощью программного комплекса CoLiTec по серии кадров (рис. 1) 40-см телескопа Santel-400AN с ПЗС-матрицей [19] FLI ML09000-65 (3056×3056 пикселей, размер пикселя 12 мкм). Время экспозиции составляло 100 с.

Комета ISON была выделена блоком обнаружения объектов с околонулевым видимым движением программного комплекса CoLiTec [15, 20]. В данном блоке использовался разработанный вычислительный метод обнаружения околонулевого видимого движения объектов на серии ПЗС-кадров (рис. 2).

Скорость видимого движения кометы ISON в момент открытия составляла около 0,8 пикселя за кадр. Размер изображения кометы на кадре был около 5 пикселей. За 26 минут наблюдения на серии из 4 кадров комета ISON переместилась на 3 пикселя (рис. 2). Размер клетки соответствует размеру пикселя в 2 угловые секунды.

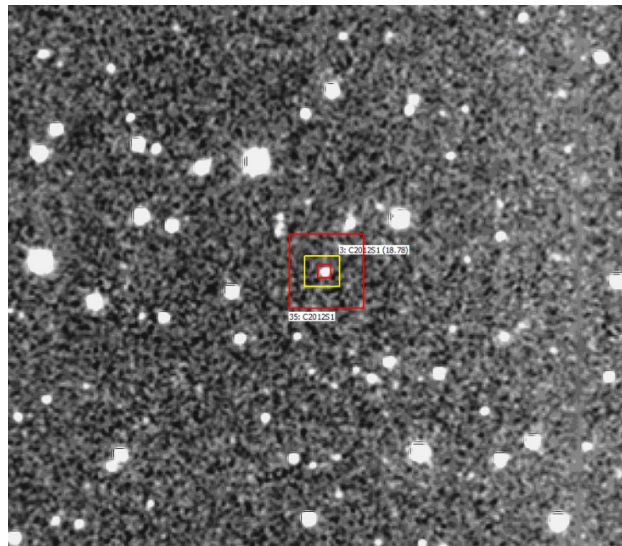


Рис. 1. Комета ISON на момент открытия в центре фрагмента ПЗС-кадра при масштабе 300 %

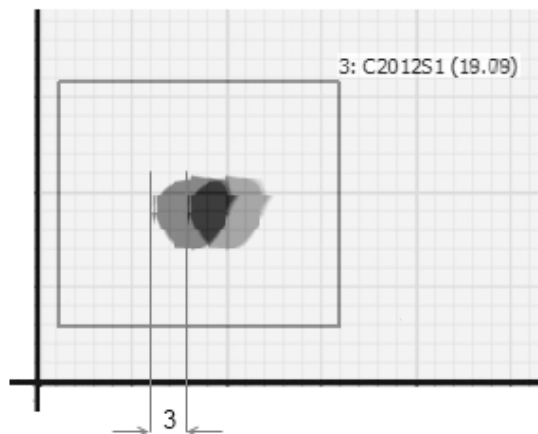


Рис. 2. Изображение кометы ISON на 1-м и 4-м ПЗС-кадрах серии, на которой она была открыта, при масштабе 500 %

13. Выводы

В результате проведенных исследований были проанализированы существующие методы обнаружения движущихся объектов [3, 4]. Анализ выявил, что недостатком подстановочных решающих правил (1), (4) и (5), основанных на критерии максимального правдоподобия [5], является недостаточная обоснованность его использования в ситуации неопределённости с частью параметров функции правдоподобия.

Также при исследовании был сделан вывод, что указанные решающие правила не эффективны при незначительном (околонулевым) видимом движении объекта.

Таким образом, проверка альтернативы об околонулевым видимом движении исследуемого объекта была сведена к задаче проверки статистической значимости фактора его скорости на серии CCD-кадров.

Для этого разработаны решающие правила проверки статистической значимости фактора скорости видимого движения объекта на исследуемой серии измерений с использованием таких критериев проверки

значимости факторов как t -критерия Фишера [13] и t -критерия Стьюдента [14]. А именно, двухкоординатное и покоординатные решающие правила обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта на серии ССD-кадров соответственно.

Основываясь на указанных решающих правилах, в статье разработан вычислительный метод обнаружения околонулевого видимого движения объектов на серии ПЗС-кадров. Основной особенностью разработанного вычислительного метода является применение решающих правил с использованием критериев проверки значимости факторов вместо традиционных решающих правил, основанных на критерии максимального правдоподобия [5].

Разработанный вычислительный метод обнаружения околонулевого видимого движения исследуемых

объектов был апробирован на практике и внедрен в блоке межкадровой обработки программного комплекса оперативного автоматизированного обнаружения новых и сопровождения известных астероидов, комет и небесных тел со слабым блеском CoLiTec.

С помощью программного комплекса CoLiTec [12, 20] и внедрённого в него предложенного вычислительного метода была обнаружена комета C/2012 S1 (ISON) [18] – долгопериодическая околосолнечная комета, которая на момент открытия являлась объектом с околонулевым видимым движением.

Дальнейшие исследования целесообразно сконцентрировать на определении показателей качества обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта на серии ПЗС-кадров с помощью статистического моделирования.

Литература

1. David, P. S. Defending Against Asteroids and Comets [Text] / P. S. David Dearborn, P. L. Miller. – Springer International Publishing. Handbook of Cosmic Hazards and Planetary Defense. 2014. – P. 1–18. doi: 10.1007/978-3-319-02847-7_59-1
2. Kortencamp, S. Asteroids, Comets, and Meteoroids [Text] / S. Kortencamp. – Mankato, MN: Capstone Press, 2012.
3. Кузьмин, С. З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию [Текст] / С. З. Кузьмин. – К.: Издательство КвиЦ, 2000. – 428 с.
4. Саваневич, В. Е. Метод обнаружения астероидов, основанный на накоплении сигналов вдоль траекторий с неизвестными параметрами [Текст]: зб. наук. пр. / В. Е. Саваневич, А. Б. Брюховецкий, А. М. Кожухов, Е. Н. Диков // Системи оброб. інформації. – 2011. – № 2. – С. 137–144.
5. Myung, I. J. Tutorial on maximum likelihood estimation [Text] / I. J. Myung // Journal of Mathematical Psychology. – 2003. – Vol. 47, Issue 1. – P. 90–100. doi: 10.1016/s0022-2496(02)00028-7
6. Masson, M. E. J. A tutorial on a practical Bayesian alternative to null-hypothesis significance testing [Text] / M. E. J. Masson // Behavior Reseach Methods. – 2011. – Vol. 43, Issue 3. – P. 679–690. doi: 10.3758/s13428-010-0049-5
7. Lee, M. D. Bayesian Cognitive Modeling: A Practical Course [Text] / M. D. Lee, E.-J. Wagenmakers. – Cambridge University Press, 2014. – 284 p.
8. Lehman, E. L. Testing Statistical Hypotheses. 3rd edition [Text] / E. L. Lehman, J. P. Romano. – Springer, 2010. – 768 p. doi: 10.1007/0-387-27605-X
9. Morey, R. D. Simple relation between one-sided and two-sided Bayesian point-null hypothesis tests [Text] / R. D. Morey, E.-J. Wagenmakers // Statistics Probability Letters. – 2014. – Vol. 92. – P. 121–124. doi: 10.1016/j.spl.2014.05.010
10. Трифонов, А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех [Текст] / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.
11. Ермаков, С. М. Математическая теория оптимального эксперимента [Текст] / С. М. Ермаков, А. А. Жиглявский. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
12. Draper, N. R. Applied regression analysis [Text] / N. R. Draper, H. Smith // Business & Economics. – 1998. – Vol. 1. – P. 706. doi: 10.1002/9781118625590
13. Phillips, P. C. B. The true characteristic function of the F distribution [Text] / P. C. B. Phillips // Biometrika. – 1982. – Vol. 69, Issue 1. – P. 261–264. doi: 10.1093/biomet/69.1.261
14. Johnson, N. L. Continuous Univariate Distributions. Second edition [Text] / N. L. Johnson, S. Kotz, N. Balakrishnan. – Wiley, 1995.
15. Саваневич, В. Е. Программа CoLiTec автоматизированного обнаружения небесных тел со слабым блеском [Текст] / В. Е. Саваневич, А. Б. Брюховецкий, А. М. Кожухов, Е. Н. Диков, В. П. Власенко // Космічна наука і технологія. – 2012. – Т. 18 (1). – С. 39–46.
16. Mélard, G. On the accuracy of statistical procedures in Microsoft Excel 2010 [Text] / G. Mélard // Journal of Computational Statistics. – 2014. – Vol. 29, Issue 5. – P. 1095–1128. doi: 10.1007/s00180-014-0482-5
17. Кобзарь, А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников [Текст] / А. И. Кобзарь. – М.: ФИЗМАТЛИ, 2006. – 816 с.
18. Minor Planet Center, COMET C/2012 S1 (ISON) [Electronic resource]. – Available at: <http://www.minorplanetcenter.org/mpec/K12/K12S63.html>
19. Entrevue avec Vitali Nevski. Codécouvreur de la comète ISON [Electronic resource] // Astronomie-Québec. – 2013. – Vol. 2, Issue 4. – Available at: http://astronomie.quebec/download.php?n=AQ_2_4_Novembre_Decembre_2013.pdf
20. Savanevych, V. E. A new method based on the subpixel Gaussian model for accurate estimation of asteroid coordinates [Text] / V. E. Savanevych, O. B. Briukhovetskyi, N. S. Sokovikova, M. M. Bezukrovny, I. B. Vavilova, Yu. M. Ivashchenko et. al. // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2015. – Vol. 451, Issue 3. – P. 3287–3298. doi: 10.1093/mnras/stv1124