

Hommage à Monsieur
et Madame Perelman,

D. Hirschberg
□
g.

**Dosage de radioéléments par la distribution des intervalles
entre désintégrations. Efficacité des estimations.**

D. HIRSCHBERG

Laboratoire de Physique Nucléaire - Université Libre de Bruxelles

(ricevuto il 27 Dicembre 1954)

Dans une note précédente nous avons décrit une méthode de dosage du RdTh (et du RdAc), basée sur les couples de désintégrations successives $Tn \xrightarrow{\alpha} ThA \xrightarrow{\alpha}$ (et $An \xrightarrow{\alpha} AcA \xrightarrow{\alpha}$). (1, 2).

La méthode d'analyse que nous y avons décrite consiste en la sélection de tous les intervalles inférieurs à un temps τ . Ce temps est choisi de façon à rendre minimum l'erreur statistique. Nous avons adopté cette méthode d'analyse pour sa simplicité, mais on peut se demander si elle ne fait pas perdre trop d'information.

Calculons la quantité d'information contenue dans un intervalle, telle qu'elle est définie par R. A. FISHER (3).

FISHER définit g , la quantité d'information relative à un paramètre λ , apportée par une mesure, comme étant:

$$g = E \left\{ \left(\frac{\partial \ln \varphi}{\partial \lambda} \right)^2 \right\}$$

où E est l'espérance mathématique et φ la densité de probabilité de la grandeur mesurée.

Soient: θ l'intervalle moyen des couples Tn-ThA (0,23 s) ou An-AcA ($2,6 \cdot 10^{-3}$ s);

n_1 le nombre moyen d' α comptés par unité de temps;

n_2 le nombre moyen de couples réels émis par unité de temps dans le volume sensible du compteur;

x la durée d'un intervalle.

Nous supposons n_1 connu avec une erreur négligeable.

(1) P. M. HURLEY and R. R. SHOREY: *Trans. Am. Geoph. Un.*, **33**, 722 (1952).

(2) D. HIRSCHBERG: *Nuovo Cimento*, **12**, 733 (1954).

(3) R. A. FISHER: *Phil. Trans. of Roy. Soc. of London*, A **222**, 309 (1921); *Proc. Phil. Soc.*, **22**, 700 (1925).

Le paramètre à estimer est n_2 .

Notre méthode de dosage n'est utile que dans le cas de faibles activités, soit $n_1\theta \ll 1$. Dans ce cas, la densité de probabilité d'un intervalle x est:

$$\varphi(x; n_2) = (n_1 - n_2) \left(\exp[-n_1 x] + \frac{1}{\mu} \exp\left[-\frac{x}{\theta}\right] \right)$$

où

$$\mu = \frac{n_1(n_1 - n_2)\theta}{n_2}$$

Dans le cas de $\mu \ll 1$, l'estimation par le procédé décrit est très bonne, mais nous pourrions craindre qu'il n'en soit plus ainsi pour des valeurs de μ plus grandes. Pour de telles valeurs, obtenues quand $n_2 \ll n_1$, la densité de probabilité peut s'écrire:

$$\varphi(x; n_2) = n_1 \left(\exp[-n_1 x] + \frac{1}{\mu} \exp\left[-\frac{x}{\theta}\right] \right).$$

La quantité d'information g , relativement à n_2 , contenue dans une mesure d'intervalle, est:

$$g = E \left\{ \left(\frac{\partial \ln \varphi}{\partial n_2} \right)^2 \right\}.$$

Soit, après calcul

$$g = g(\mu) = \frac{1}{n_1 n_2} \left(1 - \mu \ln \frac{1 + \mu}{\mu} \right).$$

D'autre part, la quantité d'information i par intervalle, de l'estimation décrite dans la note précédente est

$$i = \frac{1}{n_1 t \sigma_{n_2}^2} = \frac{1}{n_1 n_2} \frac{1}{f^2(\mu; \tau/\theta \text{ opt})}$$

quand le nombre de couples est suffisamment élevé. Ici, $\sigma_{n_2}^2$ est la variance de cette estimation, t la durée du comptage et $f(\mu; \tau/\theta \text{ opt})$ une fonction de μ déjà définie (1).

La fig. 1 montre $i(\mu)/i(0)$ et $g(\mu)/g(0)$ en fonction de μ . Pour des $g(\mu)/g(0)$ compris entre 1,0 et 0,05 l'efficacité e , définie par:

$$e = \frac{i(\mu)}{g(\mu)}$$

est comprise entre 1,0 et 0,8.

Nous voyons que tout en n'étant pas exhaustive, l'estimation proposée suffit dans la pratique. La seule utilité d'une connaissance plus détaillée de la longueur des intervalles réside dans la possibilité de contrôle qu'elle offre.

L'enregistrement des intervalles pourrait se faire à l'aide d'un circuit à coïncidences retardées à canaux multiples. Nous avons construit pour la mesure du RdTh,

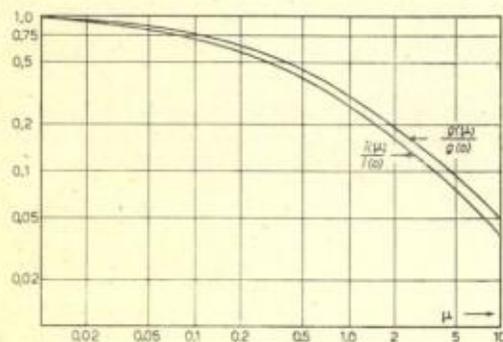


Fig. 1.

un appareil basé sur un principe différent. La fig. 2 représente le schéma de principe de cet appareil.

Le faisceau du tube à rayons cathodiques est normalement coupé. Chaque α détecté par le compteur rend le spot visible en envoyant une première impulsion positive de courte durée sur la grille d'intensité. Une deuxième impulsion positive est envoyée ensuite sur la grille du tube *T*, qui est normalement non conducteur; cette dernière impulsion a pour effet de décharger la capacité.

Un appareil dont l'objectif est ouvert en permanence photographie l'écran. Chaque point lumineux représente un intervalle, la longueur étant déterminée par la coordonnée *X*. Une tension périodique (par exemple 50 Hz) appliquée aux plaques *Y* permet d'utiliser

une plus grande partie de l'écran. Plutôt que de nous fier à la loi (exponentielle) du balayage, nous étalonnons les temps à l'aide d'un générateur d'impulsions.

Comme nous l'avons dit plus haut, un tel dispositif permet de contrôler la bonne marche d'un comptage, mais le gain d'information qu'il procure par rapport au dispositif simple décrit antérieurement n'est pas appréciable.

Nous remercions M. M. HUYBRECHTS pour de nombreuses discussions et M. le Professeur P. GILLIS pour l'intérêt qu'il a porté à cette note.

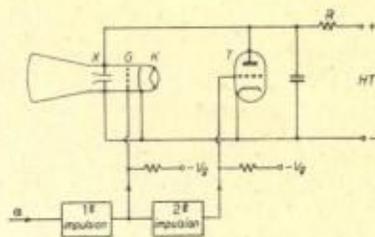


Fig. 2.