

等価回路モデルによる渦電流反発式高速遮断器の駆動解析

正員 竹内 敏恵* 正員 小山 健一*
非会員 月間 満*

Electromagnetic Analysis Coupled with Motion for High Speed Circuit Breakers of Eddy Current Repulsion using the Tableau Approach

Toshie Takeuchi*, Member, Kenichi Koyama*, Member, Mitsuru Tsukima*, Non-member

Electromagnetic field analysis coupled with motion using the tableau approach has been applied to high speed circuit breakers of eddy current repulsion mechanisms. This breaker has an opening time of 1ms and a break time less than 1 cycle (20ms). The driving part of the breaker is composed of electromagnetic repulsion mechanisms and disk springs with nonlinear characteristics. The mechanisms are composed of two fixed coils and one repulsive plate. A numeric experiment has been applied about the dynamic behavior of the electromagnetic repulsion mechanism using the equivalent circuit method. Calculation results were good agreement with both of measurement results and calculation results by FEM on an experimental model. In addition, repulsion forces depending on material conductivities have been researched.

キーワード：高速遮断器，電磁反発，運動連成解析，等価回路法

Keywords: high speed circuit breakers, electromagnetic repulsion, analysis coupled with motion, tableau method

1. はじめに

電力の部分自由化が開始され、今後電力の需要形態の変化が予想されるとともに、負荷機器においても情報機器の急速な普及や工場のオンライン化が進展している。これら状況においては、負荷機器から見た電力供給の連続性に代表される高信頼性化が今まで以上に求められている。これまでに定格電圧 15 kV クラスまでの高速遮断器を開発し⁽¹⁾、開極時間 約 1 ms、遮断時間 1 サイクル (20 ms) 以下の性能を満たしている。一般の遮断器の開極時間は 30 ms、遮断時間は 3 サイクルであり、これと比較しても大幅な高速応答性能を有している。現在、高速遮断器は受電系統自身や自家発電系統との高速切替装置等に適用され、瞬低時の重要負荷の保護などに利用されている⁽²⁾。

製品化されている 15 kV 高速遮断器は、コイルにパルス電流を通電することにより対向配置された銅板に誘導される電磁反発力を利用した開閉駆動機構と非線形の荷重特性を有したさらばねから成る。垂直構成の簡便な機構で開閉極両方に高速応答を可能としている。渦電流と非線形ばねの組み合わせのため、運動を伴う過渡電磁界現象を解く必要

がある。これまでも、誘導電流のパラメータを実験的に求め、電磁反発駆動を等価回路法を用いて解析する手法⁽³⁾や、有限要素法 (FEM) による過渡電磁界解析と運動の連成解析手法⁽⁴⁾が提案されてきた。一方、誘導電流によるリアクタンスリミット (完全遮蔽状態) をシート状のイメージ電流を用いて仮定する手法が Guderjahn らによって提案されている⁽⁵⁾。FEM による解析結果は極めて高精度であるが、一方、メッシュの生成など複雑な操作を伴う。特に駆動状態を解くためには、連成解析のステップ中にメッシュを駆動状態に合わせて更新する必要があり、プログラムも複雑となる。等価回路法による解析手法は、FEM に比べメッシュが不要であり形状パラメータの変更が容易なため、高速遮断器電磁反発駆動部の設計パラメータの最適化にも適している。

今回、誘導電流を表皮厚さの 1 ターンのイメージコイルで模擬し等価回路に適用、非線形ばねを考慮した運動方程式と連成する手法を提案し、高速遮断器の電磁反発駆動部への実用を試みた⁽⁶⁾。本手法による解析結果を実測および FEM の解析結果と比較検討し、提案手法の有効性を検証した。また、本手法を用いて電磁反発力の反発板の導電率依存性を検討し、高速駆動部の高効率化を検証したので報告する。

* 三菱電機 (株) 先端技術総合研究所
〒661-8661 尼崎市塚口本町 8-1-1
Advanced Technology R&D Center, Mitsubishi Electric Corp.
8-1-1, Tsukaguchi Honmachi, Amagasaki 661-8661

2. 高速遮断器

2.1 構成 三菱電機社製高速遮断器単相の概略構成を図1に示す。この高速遮断器は電路を開閉する接点部を有する真空バルブ、非線形な荷重特性を有するさらばね、および、上下の開極用および閉極用固定コイルの間に低抵抗の反発板を配置した電磁反発機構部より構成している。真空バルブは接点部が当接型であり、特に短絡事故などの大電流通電時は、接点部に大きな反発力が発生している。そのため、閉極状態で可動接点がある一定の荷重で固定接点に押しつける接圧力が必要である。一方、開極状態では固定接点と可動接点間を定格電圧から決まる開極距離において保持しなければならない。この接圧印加と開極保持をさらばねひとつで行っている。

開極および閉極のそれぞれのコイルへの放電回路は、図2に示すコンデンサとコイルのLCR直列回路と等価である。開極および閉極でそれぞれ一方の固定コイルに通電し動作する。図2中の R_{cap} はコンデンサの抵抗成分、 R_o は配線抵抗などを示す。コンデンサと並列に配置したダイオードはコンデンサの保護と共に、駆動効率の向上を目的としている。充電されたコンデンサからパルス電流を通電すると、近接して対向する反発板に誘導電流が誘起され瞬時に電磁反発力が発生する。高速遮断器では動作開始時の短時

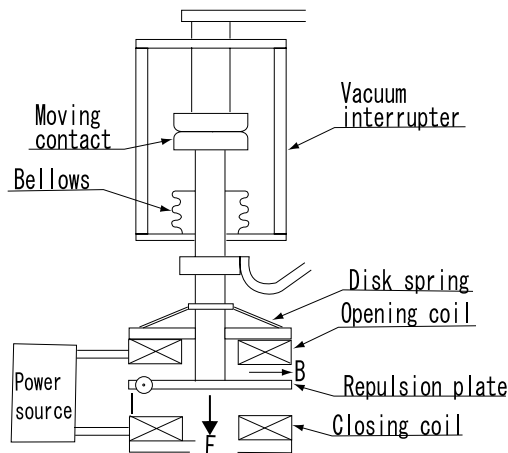


図1 15 kV 高速遮断器 単相構成
Fig. 1. Diagram of single phase of high speed circuit breaker.

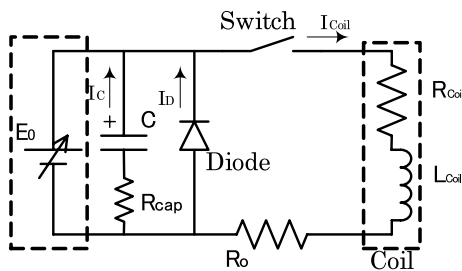


図2 駆動用放電回路
Fig. 2. Electric circuit.

間に接圧以上の反発力を発生しかつ高速に開極距離まで駆動することが重要である。また、駆動部は絶縁ロッドを介して真空バルブの可動電極と一体化しているため重量が大きく慣性力が働く。そのため、電磁反発機構部の駆動効率を詳細に検証するには、過渡電磁界とばね負荷および重量などを考慮した運動連成解析が必須である。そこで、反発板に誘導される電流を表皮厚さ相当の1ターンコイルとしてモデル化した誘導結合回路の等価回路で模擬し、非線形ばねを考慮した運動方程式と連成する数値実験を試みた。

2.2 検証モデル 図3に電磁反発機構部をモデル化した駆動効率検証モデルを示す。パルス電流を通電する固定コイル、固定コイルに対し一定のGapを置いて対向する反発板、コイルばねおよびコイルを固定するための取り付け板より構成している。反発板は誘導電流が流れやすい低抵抗材料であり、ロッドと連結され駆動する。反発板はあらかじめコイルばねを圧縮して押し当てているため、ある一定の接圧がかかった状態を模擬している。高速遮断器の電磁反発機構はそれぞれ一方の固定コイルに通電し動作するため、検証モデルではコイルと反発板の対構成とした。表1に検証モデルの仕様を示す。放電回路は図2と同等である。

図2の放電スイッチをオンするとコイルにパルス電流が流れ、反発板に渦電流が誘起され磁束との相互作用により電磁反発力が発生する。この電磁反発力がコイルばねによる接圧を越えると可動部は下向きに駆動し始め、発生する反発エネルギーに応じてばねを圧縮しながら変位し、最終的にばねの復元力により初期位置に復帰する。ロッド先端の変位量をレーザ変位計を用いて測定し評価した⁽⁷⁾。ロツ

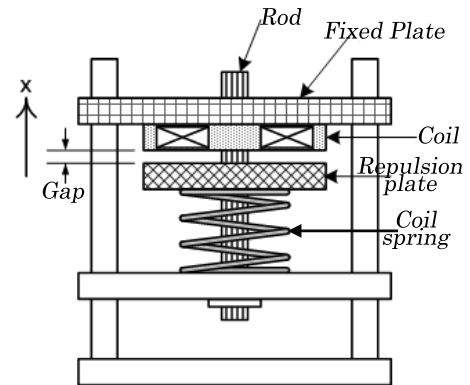


図3 高速駆動部検証モデル断面図
Fig. 3. Cross section of experimental model.

表1 検証モデル仕様

Table 1. Specifications of experimental model.

Coil outside diameter	100 mm
inside diameter	42 mm
Repulsion plate diameter	110 mm
Gap	5 mm
Spring constant	103 N/mm
Initial contact pressure	1900 N

ドの最大変位量から求まる上記接圧力に抗して圧縮されたコイルばねのばねエネルギーが、反発板の発生した駆動エネルギーである。本論文では、一定の電気エネルギーを入力した時のロッドの最大変位量を比較することで駆動効率を検証した。

3. 等価回路解析手法

3.1 誘導結合回路モデル コンデンサからコイルに流れるパルス電流により反発板に誘導される誘導電流は、反発板の電気導率と固定コイル電流の周波数から (1) 式で決まる表皮深さ δ に対応して誘起される。

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \mu_0 \sigma}} \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 μ_0 は真空の透磁率、 σ は反発板の導電率および f はコイルの励磁周波数である。

次に、コイルの励磁周波数が高く、反発板の厚みが表皮深さに対して十分厚い場合、反発板はリアクタンスリミットにあり、誘導される渦電流は反発板の表面に集中して、固定コイルに対し逆向きの写像コイル(以下、誘導コイル)のように誘起される。図4にコイルと本手法における誘導コイルの模式図を示す。反発板に誘導される渦電流は板厚方向に表皮深さ δ で $1/e$ に減衰する分布電流であるが、本手法では誘導コイルを固定コイルに対抗した径方向に同形状かつ厚みが表皮深さ δ の1ターンコイルとして模擬した。

以上より、固定コイルとモデル化した誘導コイルを集中定数を用いて等価回路で表現すると図5となる。ここで、 M は固定コイルと誘導コイルの相互インダクタンスであり反発板の位置とともに変化する。 I_{coil} は固定コイルの電流、 I_{eddy} は誘導コイルに誘起される電流である。 $R_{coil}, R_{eddy}, L_{coil}, L_{eddy}, R_c$ は、それぞれ、固定コイルと誘導コイル

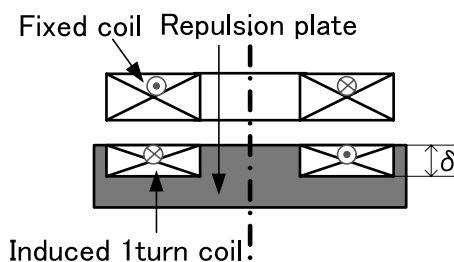


図4 誘導コイルの模式図

Fig. 4. Induced coil model.

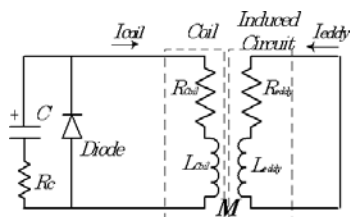


図5 誘導結合等価回路

Fig. 5. Equivalent circuit of induced current.

の抵抗と自己インダクタンス、および、コンデンサを含めた外部結線の抵抗である。各コイルの抵抗および自己インダクタンスは、導体断面、平均周長、ターン数より容易に求めることができる。

3.2 定式化 次に、図5の等価回路を定式化する。固定コイル側の電気回路は、コンデンサが放電するまでは LCR 回路であり、誘導回路との相互インダクタンス M により (2)~(4) 式で表現できる。

$$\frac{q}{C} + I_{coil}(R_{coil} + R_c) + L_{coil} \frac{dI_{coil}}{dt} - M \frac{dI_{eddy}}{dt} + \frac{d\phi_{eddy}}{dt} = 0 \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{dq}{dt} = I_{coil} \dots \dots \dots (3)$$

$$I_{eddy}R_{eddy} + L_{eddy} \frac{dI_{eddy}}{dt} - M \frac{dI_{coil}}{dt} + \frac{d\phi_{coil}}{dt} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 $d\phi_{eddy}/dt, d\phi_{coil}/dt$ は、反発板が運動するときの鎖交磁束の変化であり、運動方向を x とすると (5) 式および (6) 式と表現できる。

$$\frac{d\phi_{eddy}}{dt} = -\frac{dM}{dx} \frac{dx}{dt} I_{eddy} \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{d\phi_{coil}}{dt} = -\frac{dM}{dx} \frac{dx}{dt} I_{coil} \dots \dots \dots (6)$$

次に、コンデンサ放電後はダイオードに転流し、固定コイル側は LR 回路となるため、(2) 式を (7) 式に置き換えればよい。(7) 式において非線形抵抗であるダイオードの抵抗分は考慮していない。

$$I_{coil}R_{coil} + L_{coil} \frac{dI_{coil}}{dt} - M \frac{dI_{eddy}}{dt} + \frac{d\phi_{eddy}}{dt} = 0 \dots \dots \dots (7)$$

次に、誘導コイルに発生する反発電磁力 F_m は、(8) 式の磁気エネルギー E_m の仮想変位の考え方より、駆動する x 方向の微分を取ることにより求められる。(8) 式の第1, 2項は定数であることから、発生する反発力は (9) 式となる。この電磁力を用いて (10) 式の運動方程式をたて、電気回路方程式 (2)~(4), (7) 式と連成して解けばよいこととなる。今回は mathematica を用いて連成した⁽⁸⁾⁽⁹⁾。

$$E_m = \frac{1}{2}(L_{coil}I_{coil}^2 + L_{eddy}I_{eddy}^2 - 2MI_{coil}I_{eddy}) \dots \dots \dots (8)$$

$$F_m = \frac{dE_m}{dx} = -\frac{dM}{dx} I_{coil}I_{eddy} \dots \dots \dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2x}{dt^2} &= F_m + F_s + F_{fric}, \\ F_s &= k(x - x_0) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

ここで、 m は可動部質量、 x は可動部位置、 F_s は機械力、 F_{fric} は機械力以外の一定の力、 k はばね定数、 x_0 はばね自然長での可動部位置を示す。

以上に示した等価回路手法を用いて、反発板の材料とし

表 2 反発板材料

Table 2. Materials of repulsive plate.

Material	Cu plate	Pure Al plate	Al plate
Conductivity(S/m)	5.0e+7	3.5e+7	2.5e+7
Skin depth(mm)	4.5	5.3	6.4
Density(10^3 kg/m ³)	8.9	2.7	2.7
Resistance of induced coil(Ω)	2.7e-5	4.1e-5	4.8e-5

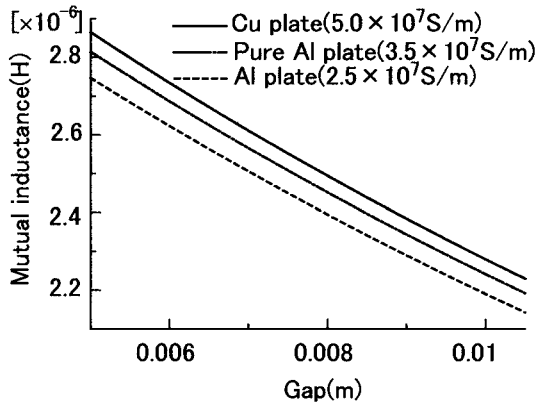


図 6 相互インダクタンスの変位依存性

Fig. 6. Gap dependence of mutual inductance.

て表 2 に示す Cu 材, Al 材, 純 Al 材相当の低抵抗材を仮定し, 駆動効率を検証した。図 4 で模擬した固定コイルと誘導コイルの相互インダクタンスは, Tharwat らによって提案されている同軸有限断面ソレノイドの相互インダクタンスの計算手法⁽¹⁰⁾を用いて求めた(付録参照)。この手法は, 有限断面ソレノイドを円筒の電流シートの束と考え, 相互インダクタンスを解析的に求める手法である。図 6 に各材料での相互インダクタンスのギャップ依存性を示す。(9)式より, 発生する反発電磁力は相互インダクタンスの駆動方向の変化量(つまり, dM/dx)に依存する。導電率の大きい Cu 材が若干ではあるが最も相互インダクタンスの変化量が大きく, 駆動には有利と考えられるが, 一方, Al 材は密度が Cu の約 1/3 であり, 運動量を考えれば軽量の Al 材の方が有利な可能性もある。また, 本等価回路手法の有効性を実証するため, 前節の検証モデルとの実測と比較検証すると共に, FEM による駆動解析結果とも検証した。

4. 解析結果および考察

4-1 実験モデルの検証 検証モデルを対象に本手法による解析と実験, および, FEM による解析結果を比較検証した。図 7 に固定コイル電流および反発板の変位量, 図 8 に反発板に発生する電磁反発力の解析および測定結果を示す。固定コイルに投入した電気エネルギーは 252J である。電流波形, 変位量のいずれについても本手法の計算値と実験値および FEM での解析値が良好に一致していることがわかる。また, 電磁力分布においても FEM の解析値と一致しており, 本手法による誘導コイルの模擬は十分妥当であると考察する。電流ピーク値が 5% 程度実測の方が小さい

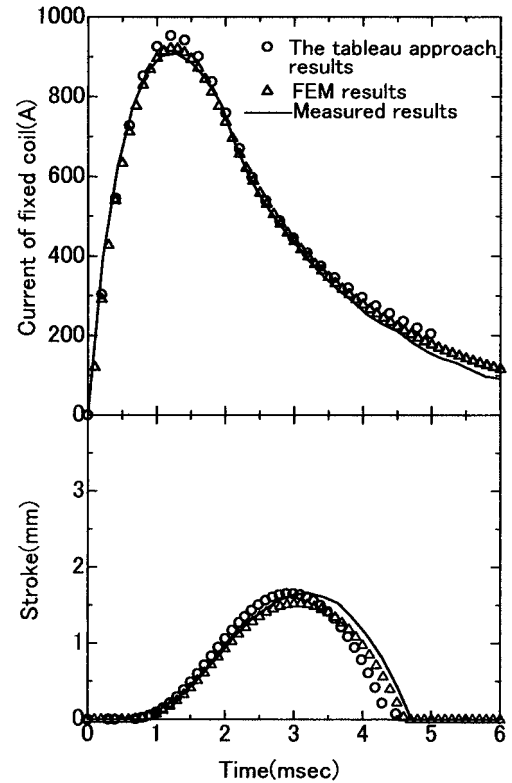


図 7 固定コイル電流と変位量

Fig. 7. Results of currents on fixed coil and strokes of repulsive plate.

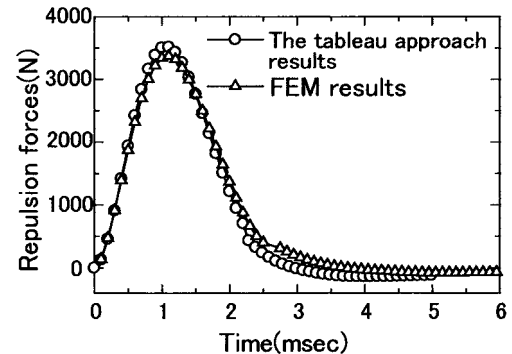


図 8 電磁反発力

Fig. 8. Calculated repulsion forces.

が, 反発板の渦電流は模擬した等価電流の分布より広く分散して流れるため, 固定コイルの磁束打消し量は本手法の模擬より実際には小さくなり, 実機のインダクタンスが大きくなるためと考える。よって, 変位計算値が実測より速く動く結果となる。また, ダイオード転流後の $t = 2$ msec 以降では固定コイル電流, 変位, 電磁力とも測定, FEM 解析値より異なってくる。ダイオード抵抗および回路上の外部配線抵抗などを正確に考慮できていないためもあるが, 固定コイル電流の変化が緩やかになることからリアクタンスリミットから外れ, 反発板表面の誘導電流の分布が集中定数での仮定より異なってきたためと考察する。

しかし, これらの誤差が変位ピークに与える誤差は小さ

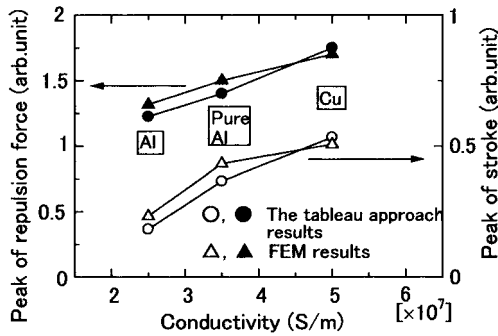


図 9 反発板材料と駆動効率

Fig.9. Materials of repulsive plate and driving efficiencies.

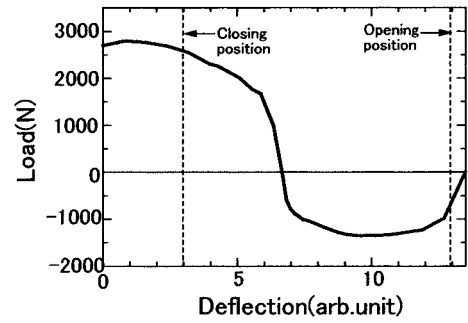


図 10 15 kV 高速遮断器用さらばね荷重特性

Fig.10. Load characteristic of disk springs for 15 kV rated high speed circuit breaker.

く、また、高速遮断器では駆動開始の開極時間と駆動開始時にさらばねに作用する瞬時の運動エネルギーが重要である。本手法による計算結果は、駆動前半では実測とよく一致しており、高速遮断器の特性を比較する上では十分な精度である。また、等価回路モデルでは、実際には分布定数である渦電流分布を集中定数の1ターンコイルと仮定しており、これらの仮定を考えれば、本手法による解析は駆動効率を検証するために十分有効であると考えられる。

4.2 駆動効率の検証 図9に反発板の材料を変えた場合の電磁力ピーク値および変位ピーク値の比較を示す。電磁力ピーク値および変位ピーク値いずれについてもCu材が大きく、良好な駆動効率を得ている。Al材の場合、材料そのものは軽量であるが、可動部の質量にはロッドおよびばねの等価慣性質量も加わるため、トータル質量としての軽量化の効果が現れなかったためと考える。このとき、Al材を厚くすることにより、反発電磁力を増大させることは可能であるが、重量および高さが大きくなるなどの課題が発生する。遮断器本体に組み込む場合には、検証モデルよりもさらに周辺重量は重くなるため、高速遮断器にとっては渦電流が出来るだけ流れやすい材料を選定し、よりコンパクトな構成で瞬時に大きな反発電磁力ピーク値を得ることが得策である。

次に、材料による駆動効率についてFEMの解析結果と比較する。Cu材に比べAl材など導電率が低くなると両者に差が発生していることがわかる。導電率が低い場合、表2に示したように表皮厚が厚くなる。一方、反発板の厚みは10mm固定としたため、表皮厚が純Al材相当より厚くなると完全遮蔽状態からずれてくることになり、1ターンの誘導コイル模擬での仮定が成立しなくなっていると考えられる。Cu材の結果から、本手法の仮定が十分に成立するには、表皮厚に対して2倍以上の厚みの反発板であることが必要であると考えられる。しかし、簡易的な本手法による駆動効率の検証としては十分な一致と考える。

5. 15 kV 高速遮断器の駆動解析

最後に、さらばねと組合せた15kV高速遮断器製品の高

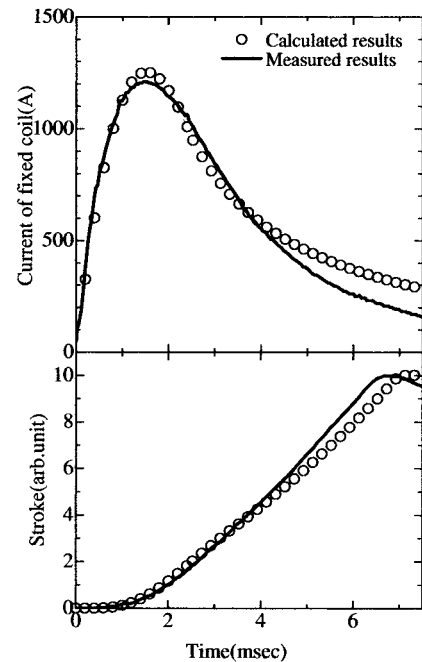


図 11 15 kV 高速遮断器駆動解析結果

Fig.11. Calculation results for 15 kV rated high speed circuit breaker.

速駆動部について本手法を用いて駆動解析を実施し、実機における本解析手法の精度を検証した。実機の単相構成は図1に示す通りである。また、放電回路は図2のコイルを三相並列に構成している。さらばねの特性は図10の通りであり、閉極状態では約2600Nの接圧力を有している。

上記条件下での本手法による解析結果と実機の電流および駆動特性を図11に示す。検証モデルでの検証結果と同様、良く一致していることがわかる。コイル電流波形は、検証モデルと同様、ダイオード転流後の誤差が大きい。これは、ダイオード抵抗および回路上の外部配線抵抗などの誤差および反発板表面の誘導電流の分布が集中定数での仮定より異なってきたためと考察する。

次に、駆動特性を比較すると、駆動初期においては実測と良く一致している。一方、さらばね反転後の $t = 4 \text{ msec}$ 以降で駆動量の解析結果は実測より遅くなっている。実測

ではさらばね反転時の反転エネルギーにより加速されているが、解析では反転エネルギーの効果が反映されていない結果である。前述のダイオード反転後のコイル電流および誘導電流のモデル化の誤差に加え、さらばねの反転時の荷重特性は実測が困難であり、誤差が生じやすいためと考える。しかし、高速遮断器にとっては駆動初期の特性である開極時間が最も重要であり、本手法による解析は十分有効な結果である。

以上より、1ターンの誘導コイル仮定による等価回路手法は、高速遮断器の駆動特性を簡便かつ精度良く解析出来ており、実機の磁気設計、回路設計および効率を論じる上で十分実用的であると結論づける。

6. まとめ

高速遮断器の電磁誘導反発駆動部に誘導結合回路による等価回路法を適用し、運動方程式との連成を試みた。本手法を用いて、反発板材料と駆動効率の関係を検討した。その結果、本手法による解析結果は駆動部検証モデルに対し実験結果およびFEM解析値と良好に一致することを確認し、本手法の有効性を確認した。また、15kV高速遮断器製品に適用し、実機の放電特性および駆動特性ともよく一致することを確認した。以上より、本論文で提案した手法は、有限要素法による過渡電磁界と運動の連成解析を実施する前の一次検討手法として十分有効である。また、駆動効率を上げるためには反発板の軽量化よりも、渦電流の流れやすい導電率の高い材料を選定することが重要であると結論づける。

(平成15年6月26日受付,平成16年1月5日再受付)

文 献

(1) Y. Yamaji, T. Maruyama, Y. Kishida, and K. Koyama: "High Speed Switch Applied VI", The Paper of Technical Meeting on Switching and Protection and High Voltage Engineering, IEE Japan, SP-95-40, HV-95-153 (1995) (in Japanese)
山路祐一・丸山稔正・岸田行盛・小山健一:「VIを適用した高速スイッチ」, 電気学会開閉保護・高電圧合同研資, SP-95-40, HV-95-153 (1995)

(2) 小山健一:「瞬低による需要家での影響とその対策」, 平成13年電気学会関西支部講演会「雷観測・耐雷解析・耐雷対策の技術動向」, pp.31-37 (2001)

(3) T. Morita and Y. Nitta: "An Analysis of Electro-Magnetic Repulsion Force Driving System for Synchronous Power Circuit Breaker", Symposium on High Voltage Switching Equipment, Sydney, pp.29-30 (1979)

(4) T. Takeuchi, T. Yoshizawa, Y. Kishida, K. Koyama, T. Oshige, and H. Sasao: "Electromagnetic Field Analysis Coupling with Motion for A High Speed Circuit Breaker", *T. IEE Japan*, Vol.121, No.9, pp.1181-1186 (2001-9) (in Japanese)
竹内敏恵・吉澤敏行・岸田行盛・小山健一・大重豊実・笹尾博之:「高速遮断器における運動連成電磁界解析」, 電学論 B, **121**, 9, pp.1181-1186 (2001-9)

(5) C.A. Guderjahn, S.L. Wipf, H.J. Fink, R.W. Boom, K.E. MacKenzie, D. Williams, and T. Downey: "Magnetic Suspension and Guidance for High Speed Rockets by Superconducting Magnets", *J. Appl. Phys.*, Vol.40, No.5, pp.2133-2140 (1969)

(6) T. Takeuchi, K. Koyama, and M. Tsukima: "Electromagnetic Analysis Coupled with Motion for High Speed Circuit

Breakers of Eddy Current Repulsion using The Tableau Approach", The Paper of Technical Meeting on Magnetics and Linear Drives, IEE Japan, MAG-02-136, LD-02-108 (2002) (in Japanese)

竹内敏恵・小山健一・月間 満:「等価回路モデルによる渦電流反発式高速遮断器の駆動解析」, 電気学会マグネティックス・リニアドライブ合同研資, MAG-02-136, LD-02-108 (2002)

(7) Y. Kishida, K. Kagawa, and H. Sasao: "New Electromagnetic Repulsion mechanism for High Speed Circuit Breakers", 1998 National Convention Record of Industry Application, IEE Japan, No.276 (1998) (in Japanese)
岸田行盛・香川和彦・笹尾博之:「高速スイッチの新形電磁反発機構」, 平成10年電気学会産業応用部門全国大会, No.276 (1998)

(8) S. Wolfram: A system for doing mathematics by computer, Second edition, Addison Wesley (1991)

(9) K. Seo, T. Yoshizawa, T. Takeuchi, and M. Morita: "Dynamic behaviors and power consumptions linear oscillatory actuators", The Paper of Technical Meeting on Linear Drives, IEE Japan, LD-02-122 (2002) (in Japanese)
妹尾和威・吉澤敏行・竹内敏恵・守田正夫:「共振型リニアアクチュエータの動特性と消費電力」, 電気学会リニアドライブ研資, LD-02-122 (2002)

(10) T.H. Fawzi and P.E. Burke: "The accurate computation of self and mutual inductances of circular coils", *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.*, Vol.PAS-97, No.2, pp.464-468 (1978)

(11) W. Barky: "Numerical calculation of generalized complete elliptic integral", *Rev. Modern Phys.*, Vol.10, pp.264-269 (1938)

付 録

相互インダクタンス計算手法⁽¹⁰⁾

Tharwatらによって提案されている同軸有限断面ソレノイドの相互インダクタンスの計算手法⁽¹⁰⁾を示す。

付図1に示す同軸のふたつの環状シート電流の相互インダクタンスは、 n_1, n_2 をそれぞれのシートコイルのターン数、 R_1, R_2 を半径および S をふたつのコイルの中心間距離とすると、Neumannの公式から(付1)式で求められる。

$$M_s = \mu_0 n_1 n_2 \int_{z''=S-l_2}^{z''=S+l_2} \int_{z'=-l_1}^{z'=l_1} \int_{\psi=0}^{\pi} \frac{R_1 R_2 \cos \psi d\psi}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2 + (z' - z'')^2 - 2R_1 R_2 \cos[\psi]}} dz' dz'' \dots \dots \dots (付1)$$

次に、(付1)式をBarkyの定式⁽¹¹⁾に従って整理すると(付2)式となる。

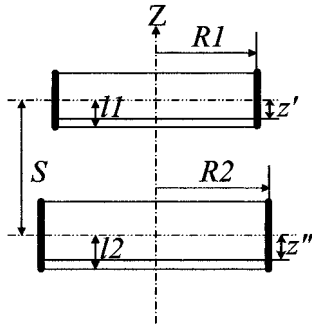
$$M_s = 2\pi\mu_0 (R_1 R_2)^{3/2} n_1 n_2 [Ci(R_1, R_2, Z1) + Ci(R_1, R_2, Z2) + Ci(R_1, R_2, Z3) + Ci(R_1, R_2, Z4)] \dots \dots \dots (付2)$$

where,

$$Z1 = l1 + l2 + S, \quad Z2 = l1 - l2 + S, \\ Z3 = -l1 - l2 + S, \quad Z4 = -l1 + l2 + S \\ Ci(R_1, R_2, Z)$$

$$= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi/2} \left[A \sin^2 \varphi + B \cos^2 \varphi + C \frac{\sin^2 \varphi}{q^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} \right] \frac{1}{\sqrt{k^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi}} d\varphi$$

where,



付図1 同軸シート電流モデル図

app. Fig. 1. Model of thin cocentric coils.

$$\begin{aligned} \varphi &= \psi/2, \\ q &= \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2}, \quad 0 < |q| < 1, \\ k^2 &= \frac{(R_1 - R_2)^2 + Z^2}{(R_1 + R_2)^2 + Z^2}, \quad 0 < k^2 < 1, \\ A &= \sqrt{1 - k^2} \left[-\gamma + \frac{1}{2(1 - k^2)} \right], \\ B &= -\frac{k^2}{\sqrt[3]{1 - k^2}}, \\ C &= \sqrt[3]{1 - k^2}, \quad \gamma = \frac{Z^2}{4R_1 R_2} g \end{aligned}$$

以上より、同軸有限断面ソレノイドの相互インダクタンス M は、各ソレノイドコイルの平均半径を r_1, r_2 、径方向コイル幅を t_1, t_2 および径方向の層数を N_1, N_2 とすると、(付3) 式により求められることになる。

$$M = \int_{r_1 - t_1/2}^{r_1 + t_1/2} \int_{r_2 - t_2/2}^{r_2 + t_2/2} N_1 N_2 M_s(r_1, r_2) dr_1 dr_2 \dots\dots\dots (付3)$$

竹内 敏恵 (正員) 1965年10月28日生。1988年3月大阪大学理学部数学科卒業。同年4月三菱電機(株)入社。主として超電導応用機器および電力機器の電磁界解析の研究に従事。2002年度電気学会産業応用部門優秀論文発表賞受賞。電気学会会員。



小山 健一 (正員) 1959年6月19日生。1983年3月大阪大学工学部電気工学科卒業。1985年3月大阪大学大学院工学研究科修士課程修了。同年4月三菱電機(株)入社。主として真空遮断器および真空アーク現象の研究に従事。電気学会会員。



月間 満 (非会員) 1970年6月2日生。1996年3月大阪大学大学院工学研究科応用物理学専攻修士課程修了。同年4月三菱電機(株)入社。主として遮断器の研究開発に従事。応用物理学会会員。

