

Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Emaranhamento Multicolor entre Feixes Intensos de Luz

Alessandro de Sousa Villar

Tese de doutorado apresentada ao
Instituto de Física para a obtenção
do título de Doutor em Ciências

Orientador: Prof. Dr. Paulo Alberto Nussenzveig

Banca Examinadora:

Gilberto Medeiros Ribeiro (LNLS)

José Roberto Rios Leite (UFPE)

Luiz Davidovich (UFRJ)

Marília Junqueira Caldas (IF-USP)

São Paulo
2007

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Villar, Alessandro de Sousa
Emaranhamento Multicolor entre Feixes Intensos
de Luz. São Paulo, 2007.

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo.
Instituto de Física. Departamento de Física Experimental.

Orientador: Prof. Paulo Alberto Nussenzveig

Área de Concentração: Física

Unitermos: 1. Informação Quântica; 2. Física
Experimental; 3. Feixes Ópticos.

USP/IF/SBI-019/2007

Resumo

Investigamos as propriedades quânticas dos feixes de luz produzidos pelo oscilador paramétrico ótico (OPO) acima do limiar, tanto experimental quanto teoricamente.

Apresentamos a primeira medida de emaranhamento entre os feixes gêmeos, sinal e complementar. Estes podem possuir frequências óticas muito distintas, correspondentes a centenas de nanômetros em comprimento de onda. O emaranhamento entre duas cores possibilita transferir informação quântica entre diferentes regiões do espectro eletromagnético.

A demonstração experimental do emaranhamento foi realizada mostrando que a soma de variâncias de observáveis tipo EPR dos campos, a subtração de intensidades e a soma das fases dos feixes, viola uma desigualdade que deve ser necessariamente satisfeita por todos os estados separáveis. Mostramos a presença de squeezing em ambos os observáveis, com os respectivos valores $\Delta^2\hat{p}_- = 0,49(1)$ e $\Delta^2\hat{q}_+ = 0,65(1)$ relativos ao ruído quântico padrão. A desigualdade violada resultou $\Delta^2\hat{p}_- + \Delta^2\hat{q}_+ = 1,14(2) < 2$. Isso solucionou um problema aberto desde 1988, quando se previu teoricamente pela primeira vez a existência desse emaranhamento.

Mostramos teoricamente que as correlações quânticas se estendem ao feixe de bombeio refletido pelo OPO, culminando no emaranhamento entre os três feixes envolvidos no processo paramétrico. Tem-se, assim, a geração direta de emaranhamento tripartite entre três regiões muito distintas do espectro. O emaranhamento multicolor amplia ainda mais as possibilidades de conversão da cor da informação quântica, com aplicações em redes quânticas.

As diversas melhorias que realizamos em nosso sistema durante a busca pelo emaranhamento bipartite trouxeram uma compreensão mais profunda sobre a física de seu funcionamento, além de tornar nosso OPO uma fonte estável de feixes de luz coerente emaranhados. Este trabalho vem incluir o OPO acima do limiar no ferramental da área de informação quântica com variáveis contínuas. Esperamos em breve aplicações muito interessantes desse sistema.

Abstract

We investigate the quantum properties of the light beams produced by an optical parametric oscillator (OPO) above threshold, both experimentally and theoretically.

We present the first measurement of entanglement between the bright twin beams, signal and idler. These may differ in wavelength by hundreds of nanometers, showing different ‘colors’. This special characteristic allows for the transfer of quantum information between different regions of the electromagnetic spectrum.

Entanglement was experimentally demonstrated by showing that the sum of variances of two EPR-like observables, the subtraction of the beams intensities and the sum of their phases, violates an inequality necessarily fulfilled by all separable states. We obtained squeezing in both observables, with the respective values $\Delta^2\hat{p}_- = 0,49(1)$ and $\Delta^2\hat{q}_+ = 0,65(1)$ relative to the shot noise level. The violated inequality resulted $\Delta^2\hat{p}_- + \Delta^2\hat{q}_+ = 1,14(2) < 2$. This solved an old problem, enunciated in 1988, when this effect was theoretically predicted for the first time.

We show theoretically that the quantum correlations extend to the pump beam reflected by the OPO as well, culminating in entanglement among the three fields involved in the parametric process. Therefore, the OPO actually produces tripartite entanglement among very distant spectral regions in a direct manner. Multicolor entanglement opens new possibilities in the frequency conversion of quantum information.

The improvements we performed in our system in order to achieve this result have brought a deeper understanding of the phenomena involved, as well as a more stable system operation, resulting in the development of a reliable source of bright entangled light beams. This work has finally added the above-threshold OPO to the optical quantum information toolbox. We expect new and exciting applications to come in the near future.

Agradecimentos

A Ciência é das mais nobres atividades humanas e, como tal, faz uso de alguns de nossos melhores traços: a curiosidade, o livre-pensamento, o diletantismo e a busca pela verdade. Sanar nossa ignorância acerca dos fatos materiais à volta pode facilitar-nos a descoberta daquilo que realmente importa. Por isso, o pensamento científico é para a razão o que representa a arte para a emoção. E neste mundo de ilusões, governado pelas vontades de genes forjados em milhões de inóspitos anos, a Ciência nos redime como espécie, mostrando-nos que possuímos algum valor, e nos auxilia na hercúlea tarefa de divisar novos ‘genes’ para o futuro.

Agradeço primeiramente às grandes mentes que perceberam a necessidade de se construir e manter esta ilha de irrealidade que é o mundo acadêmico, para formar cérebros capazes de responder aos desafios da realidade urgente (embora, em nosso país, ainda haja muitos obstáculos a essa união), e aos bravos que (ainda!) lutam diariamente contra a contaminação deste mundo por outras realidades. Agradeço às pessoas desta Instituição que mais do que cumpriram suas tarefas de apoio às atividades científicas: aos excelentes professores, Barata, Piza, Renata, Frenkel, às secretárias de departamento, Edi, Ivanei, Lia, aos funcionários da oficina mecânica central e serviços em geral, Miguel, Marcos, Otávio, Adilson, aos secretários da comissão de pós-graduação, Francisleine e Éber.

(Agradeço também a diversos profissionais¹ com quem tive contato pelos maus exemplos que tentarei com muito afincio não repetir, assim como aos burocratas que fazem dar inveja à ‘pedra no caminho’ da poesia de Drummond, que talvez escrevesse, numa versão ainda mais estupefata, “tinha um burocrata no meio do caminho”; nesse caso, todavia, deixá-los inominados talvez seja a melhor forma de externar minha consideração, além de melhor utilizar este espaço.)

Exulto, dentre todos aqueles que participaram deste trabalho, meu orientador, Paulo, pelas inúmeras discussões (científicas) e por todo o aprendizado que pude absorver nos mais diversos assuntos. Admiro sua intuição científica para enxergar trilhas virgens em caminhos há muito desbravados e por muitos já caminhados, e reconheço sua coragem por escolher investir no então relativamente arriscado experimento do OPO (pois, no mundo científico, trilhas com aparência virgem ao lado de antigas estradas podem ser becos sem saída e sem sinalização...). Agradeço de forma especial a meu ‘co-orientador’, Marcelo, pelo apoio prático para sair de diversas situações drummonianas, tanto profissionais quanto pessoais. Aos colegas que participaram desta caminhada, presto sinceras homenagens: Katiúscia, Luciano e Aguirre. Agradeço com atenção aos colaboradores deste trabalho: Khaled, Zelaquett, José Augusto, Bernardo e Claude Fabre. Agradeço aos professores participantes da banca de avaliação desta tese, por me concederem a oportunidade ímpar de apresentar nosso trabalho perante tão prestigiosos cientistas brasileiros. E agradeço aos pesquisadores, colegas e amigos que me acolheram no além-mar: Leuchs, Ulrik, Marga, Jessica, Pasha, Metin, Dominique, Ruiyang, Wenjia, Alexander, Konrad, Christoffer, Josip, Johannes, Christoph, Joel, Filu, Yiorgos, Ana e José Augusto.

Agradeço à FAPESP pelo apoio financeiro direto de minha bolsa de doutorado, ao DAAD pelo suporte em minha estadia na Alemanha, e à Universidade de São Paulo como instituição em que se realizou todo este trabalho.

Aos familiares e amigos não agradeço, uma vez que se tornaram parte importante de mim, porém os relembro com amor neste momento de finalização de mais uma etapa: minha esposa, minha mãe, minha irmã, meu pai, meus amigos. Meu coração, minha palavra e meu pensamento a vocês pertencem.

¹É difícil encontrar palavras apropriadas.

[...]

O Grande Khan já estava folheando em seu atlas os mapas das ameaçadoras cidades que surgem nos pesadelos e nas maldições: Enoch, Babilônia, Yahoo, Butua, Brave New World.

Disse:

- É tudo inútil, se o último porto só pode ser a cidade infernal, que está lá no fundo e que nos suga num vórtice cada vez mais estreito.

E Polo:

- O inferno dos vivos não é algo que será; se existe, é aquele que já está aqui, o inferno no qual vivemos todos os dias, que formamos estando juntos. Existem duas maneiras de não sofrer: a primeira é fácil para a maioria das pessoas: aceitar o inferno e tornar-se parte deste até o ponto de deixar de percebê-lo. A segunda é arriscada e exige atenção e aprendizagem contínuas: tentar saber reconhecer quem e o que, no meio do inferno, não é inferno, e preservá-lo, e abrir espaço.

Ítalo Calvino, "As Cidades Invisíveis".

Dedicado ao meu jovem país.

Sumário

Introdução	1
1 Emaranhamento	9
1.1 Paradoxo EPR	10
1.2 Experimento proposto por Bohm	13
1.3 A desigualdade de Bell	17
1.4 Testes experimentais do paradoxo EPR	19
1.5 Tudo ou nada: o estado GHZ	21
1.6 Teorema de Kochen–Specker	24
1.7 Emaranhamento em variáveis contínuas	26
2 Flutuações Quânticas da Luz e Métodos de Medida	33
2.1 Quadraturas do campo e ruído quântico	33
2.1.1 Quadraturas amplitude e fase	34
2.1.2 Portadora central e bandas laterais	36
2.1.3 Espectro de ruído	38
2.2 Rotação da elipse de ruído por cavidades óticas	41
2.2.1 Cavidade ótica	43
2.2.2 Efeito sobre as quadraturas do campo	44
2.2.3 Rotação da elipse de ruído	48
2.2.4 Expressões aproximadas	52
2.2.5 Combinações de quadraturas de dois feixes	53
3 O Oscilador Paramétrico Ótico	57
3.1 Oscilação paramétrica	59
3.2 Descrição teórica do OPO	63
3.2.1 Hamiltoniana	64
3.2.2 Equações de Langevin e linearização	66
3.3 Valores estacionários	67
3.4 Ruídos e correlações quânticas	68
3.4.1 Difusão de fases	69

3.4.2	Equações linearizadas para as flutuações de amplitudes	70
3.4.3	Espectros de ruído da subtração de quadraturas dos feixes gêmeos	72
3.4.4	Cálculo dos demais espectros de ruído em dessintonias nulas	74
3.4.5	Espectros de ruído da soma de quadraturas dos feixes gêmeos	76
3.4.6	Emaranhamento entre os feixes gêmeos	78
3.4.7	Espectro de ruído do feixe de bombeio refletido	78
3.4.8	Espectro de ruído dos feixes sinal e complementar	79
3.4.9	Cálculo dos espectros de ruído em dessintonias não-nulas	80
4	Medida de Emaranhamento no OPO Acima do Limiar	85
4.1	Experimento	88
4.2	Demonstração experimental do emaranhamento	96
4.3	Discrepâncias entre teoria e experimento	101
4.4	Melhores resultados	107
5	Emaranhamento Multicolor no OPO	113
5.1	Pureza	114
5.2	Ruídos de combinações de quadraturas	117
5.3	Inseparabilidade	119
5.4	Quantidade de emaranhamento tripartite	121
5.5	Proposta de medida	123
	Conclusão e Perspectivas	125
	Referências	129

Introdução

A **informação quântica** é atualmente uma intensa área de pesquisa na qual se combinam a teoria da informação e a mecânica quântica. A idéia central é aplicar as leis quânticas para manipular informação de forma mais eficiente². Superposições inseparáveis de estados pertencentes a vários sistemas físicos, ou **emaranhamento**, é seu recurso mais fundamental.

O emaranhamento é um tipo de correlação estritamente quântica, mais forte do que qualquer correlação permitida pela física clássica [Bell 1964]. Dito de forma simples, o emaranhamento implica que há mais informação no sistema global do que na soma de suas partes [Nielsen 2000]. Esse fenômeno esteve no centro das discussões entre Einstein e Bohr, na primeira metade do século passado, sobre a validade da teoria quântica na descrição da matéria em nível fundamental [Einstein 1935, Bohr 1935]. Vários experimentos realizados desde então, principalmente nos últimos dez anos, deram amplo suporte à mecânica quântica [Aspect 1982, Pan 2000, Rowe 2001, Hasegawa 2003]. A importante lição demonstrada foi: a descrição correta da natureza é incompatível com a atribuição de valores a um observável físico **antes** de medi-lo, a não ser que se mencionem de forma **condicional** todos os possíveis resultados de medidas sobre todos os outros observáveis com ele correlacionados (ainda que várias partículas estejam envolvidas em medidas causalmente desconectadas). É esse comportamento estranho às leis da física clássica e à nossa intuição cotidiana que parece trazer enormes vantagens aos meios quânticos de se manipular informação.

Algumas das aplicações de informação quântica mais interessantes são a distribuição segura de chaves para criptografia [Bennett 1984, Ekert 1991] e a computação quântica [DiVincenzo 1995, Bennett 2000, Nielsen 2000]. Esta última traz a possibilidade de se resolverem problemas matemáticos de forma exponencialmente mais rápida do que são capazes os computadores atuais. Seu mais notável exemplo é o algoritmo de fatoração de números. A segurança do método de criptografia correntemente mais popular (RSA) baseia-se na dificuldade assimétrica de solução desse problema: se, por um lado, é ‘exponencialmente difícil’ encontrar os fatores primos de um número muito grande, por outro é muito simples multiplicá-los, uma vez encontrados, para reconstruir o número original.

²De maneira complementar, a teoria da informação trouxe um novo modo de se ver a mecânica quântica, permitindo testes fundamentais da teoria [Brassard 2005].

Assim, cria-se um sistema de chaves públicas, que fazem a codificação da informação secreta e permitem seu envio por canais públicos (telefone, internet etc), e chaves privadas, que permitem somente aos destinatários acessar o conteúdo das mensagens. Caso seja descoberta uma forma eficiente de se resolver o problema da fatoração, esse protocolo se torna inseguro. De fato, tal solução já foi encontrada por Shor [Shor 1984], mas só pode ser calculada por um computador quântico. Entretanto, como pelo menos mil Qbits (*quantum bits*) seriam necessários para aplicações práticas, a construção de um computador quântico utilizável deve tomar ainda algumas décadas.

À primeira vista, o poder de computação exponencialmente maior parece provir da possibilidade de superposição de estados admitida pela teoria: um Qbit pode existir numa superposição dos bits clássicos 0 e 1. Portanto, a descrição de um estado de N Qbits requer 2^N números complexos, por ocorrer num espaço de Hilbert com essa dimensão; manipulações sobre esses estados em geral afetam vários Qbits ao mesmo tempo, implicando em paralelismo maciço [Feynman 1982]. Entretanto, a simples superposição de estados não é capaz de produzir a vantagem exponencial sobre a computação clássica, uma vez que superposições de amplitudes podem ser simuladas por ondas clássicas [Mehring 2007]. Existe, portanto, um ingrediente fundamental ausente nesta discussão, o emaranhamento: é imprescindível que os Qbits se tornem (muito) emaranhados durante a computação, o que não pode ser simulado por ondas clássicas sem um aumento exponencial de recursos [Forcer 2003, Jozsa 2003].

Já a proposta da criptografia quântica é basear sua segurança nas leis da natureza, tornando-a absolutamente inquebrável, mesmo por computadores quânticos. A mecânica quântica possibilita a distribuição segura de chaves não só pelo fato fundamental acima citado, a influência que o ato de medir tem sobre um sistema quântico, mas também pela impossibilidade de se fazer cópias de estados quânticos [Wooters 1982]³. O primeiro protocolo proposto, chamado, pelas iniciais de seus criadores e ano de criação, de BB84 [Bennett 1984], faz uso da polarização de fótons e medidas em dois conjuntos não-ortogonais de bases. Alice e Bob são os personagens costumeiros que desejam comunicar-se de forma secreta. Alice prepara um fóton num estado de polarização linear escolhido aleatoriamente entre quatro possibilidades, polarização horizontal, vertical, diagonal (a 45° da vertical) ou antidiagonal (a -45° da vertical), e o envia a Bob. Este escolhe medir aleatoriamente entre as mesmas bases de Alice, e anuncia ao fim suas escolhas por um canal público. Se Bob mede na mesma base em que o estado foi criado, então ambos compartilham um mesmo bit, sendo este 0 ou 1 dependendo de convenção prévia. O processo repetido múltiplas vezes dá origem a uma chave aleatória com o mesmo tamanho da mensagem a ser trocada. Caso um espião, de codinome Eva, tente acessar informação através do canal quântico, suas intervenções afetarão irreversivelmente o estado de polarização dos fótons, permitindo a Bob e Alice detetar sua presença.

³Na verdade, estas duas possibilidades aparentemente distintas estão relacionadas entre si.

As diversas formas de se implementar essas e outras idéias em sistemas físicos se separam em duas vertentes: variáveis discretas e variáveis contínuas. Sistemas discretos, especialmente com dois níveis de energia, os Qbits, foram os primeiros considerados durante o surgimento dessa área [Bennett 1984, Bennett 1992, Bennett 1993, Bužek 1996, Hillery 1999], provavelmente pela semelhança com a teoria clássica de informação digital na qual se baseiam os computadores atuais. São exemplos de tais sistemas os níveis de energia internos dos átomos, a polarização dos fótons e as projeções de spin de partículas. Protocolos de informação quântica assim implementados são muitas vezes condicionais, ou seja, funcionam apenas em uma fração das vezes, sendo necessário selecionar *a posteriori* os eventos bem-sucedidos (embora haja exceções [Riebe 2004, Barrett 2004]); todavia, cada implementação bem-sucedida atinge um alto grau de perfeição.

O emprego de observáveis com espectro contínuo surgiu mais recentemente, como generalização dos protocolos existentes em variáveis discretas [Braunstein 1998, Parker 2000, Braunstein 2000a, Cerf 2000, Silberhorn 2002, Braunstein 2005]. A posição e o momento de uma partícula, bem como a intensidade e a fase da luz, são exemplos de observáveis contínuos, existentes em espaços com dimensão infinita. O emaranhamento em variáveis contínuas está intimamente ligado à presença de squeezing, ou compressão do ruído quântico⁴, em certos observáveis conjuntos dos sub-sistemas [Duan 2000, Simon 2000, van Loock 2003], uma assinatura de correlação quântica. De fato, uma transformação linear que misture dois sistemas, por exemplo, pode levar um estado emaranhado em dois estados separáveis com squeezing, e vice-versa [Glöckl 2006]. Por isso, a forma mais comum de se produzir feixes de luz emaranhados é combinar feixes independentes com squeezing num divisor de feixes [van Loock 2003, Su 2007]. A vantagem das variáveis contínuas é, além da alta eficiência de detecção e maior facilidade de execução experimental, a possibilidade de realização determinística, ou incondicional, de maneira que funcionam corretamente em toda execução; a penalidade, todavia, é uma realização imperfeita, limitada pelo valor de squeezing disponível.

Em contraposição ao estágio avançado em que se encontram os desenvolvimentos teóricos nessa área, as implementações experimentais ainda enfrentam vários desafios básicos, principalmente a descoerência, no caso dos Qbits, e as perdas espúrias, no caso das variáveis contínuas. Por isso, a maioria das implementações de protocolos de informação quântica se resume a demonstrações de princípio, ainda distantes de aplicações.

Os primeiros avanços experimentais em criptografia e computação foram obtidos com variáveis discretas. A criptografia quântica, usando polarização de fótons [Bennett 1984], é hoje um dos poucos exemplos a possuir aplicação comercial [MagiQ, IdQuantique], ainda que incipiente. A computação quântica, cujos maiores progressos até o momento

⁴Squeezing ocorre quando um observável contínuo possui ruído quântico menor que o limite clássico, o shot noise, ou ruído quântico padrão. Por exemplo, se um feixe de luz possui squeezing de intensidade, seu fluxo de fótons é mais regular que num estado coerente.

foram alcançados com íons aprisionados numa cadeia linear [Cirac 1995, Sackett 2000, Schmidt-Kaler 2003], por satisfazerem na prática vários dos critérios básicos considerados necessários a um computador quântico [DiVincenzo 2000], ainda enfrenta o enorme desafio da incorporação de mais Qbits [Kielinski 2002, Stick 2006]. Exemplos de outros sistemas físicos em estudo são a ressonância magnética nuclear [Gershenfeld 1997, Vandersypen 2001], spins de partículas em estado sólido [Kane 1998, Cerletti 2005], pontos quânticos [Loss 1998, Koppens 2006], supercondutores [Mooij 1999, Niskanen 2007] e fótons [Knill 2001, Walther 2005].

Em variáveis contínuas, os progressos têm sido mais recentes. Assistiu-se nos últimos anos a diversas demonstrações de princípio: teletransporte [Furusawa 1998], codificação densa [Li 2002], criptografia [Grosshans 2003] e clonagem [Andersen 2005] são alguns exemplos. A intensidade e a fase de feixes de luz são quase sempre as variáveis contínuas utilizadas. As perspectivas em computação quântica [Lloyd 1999] foram ampliadas com as propostas de ‘computação de via-única’ [Raussendorf 2001] e de ‘estados aglomerados’ [Menicucci 2006]; a exequibilidade de computação universal, dependente ainda da integração de operações e/ou estados não-gaussianos ao leque de recursos das variáveis contínuas [Bartlett 2002, Ourjoumtsev 2006, Ourjoumtsev 2007], tais como fotocontagem e não-linearidades de ordem superior, traz grande atenção a esses sistemas. Todavia, a própria produção de grande quantidade de squeezing, condição necessária à criação de um bom emaranhamento, é ainda hoje um desafio. É tarefa importante, portanto, encontrar e demonstrar sistemas físicos capazes de fornecer altos graus de correlação quântica.

Para o futuro, o mais provável é que aplicações práticas selecionem o melhor de cada mundo. A luz desempenha muito bem o papel de distribuidora de informação quântica, por sua grande velocidade e pequena interação com o ambiente. Para as finalidades de computação e memória, o provável é a utilização de Qbits em sistemas de estado sólido, cuja tecnologia de manipulação e construção é o marco dos tempos atuais [Hennessy 2007]. Não é difícil divisar redes quânticas de informação que reúnam diferentes sistemas físicos [Cirac 1997, Yonezawa 2004, Sherson 2006], cada qual otimizado para uma tarefa específica, em que tanto variáveis contínuas quanto discretas seriam empregadas [Paternostro 2004].

Nesta tese, dedicamo-nos a estudar os feixes de luz produzidos pelo oscilador paramétrico ótico (OPO) acima do limiar, chamados, por motivos históricos, sinal e complementar. O OPO se baseia no fenômeno de conversão paramétrica descendente, no qual um cristal com suscetibilidade não-linear $\chi^{(2)}$ acopla três modos do campo, permitindo a conversão de energia de um feixe de luz coerente (denominado ‘bombeio’) em dois novos feixes. Dispor o cristal no interior de uma cavidade ótica garante a realimentação dos campos e conseqüente oscilação.

Em nível fundamental, podemos entender esse efeito como a conversão de um quantum de energia do bombeio em um par de quanta nos modos de sinal e complemen-

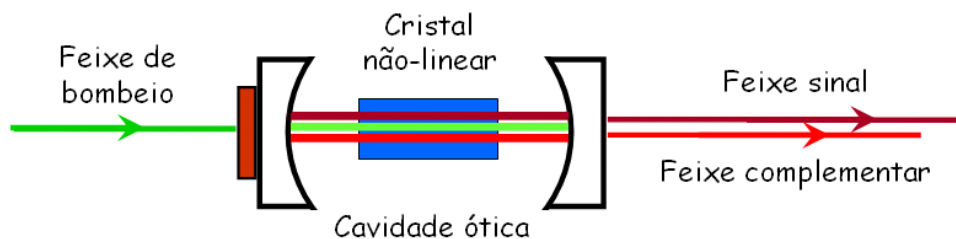


Figura 1: Elementos de um oscilador paramétrico óptico: cristal não-linear, cavidade e bombeio.

tar [Burnham 1970, Friberg 1985]. Isso dá origem a uma forte correlação no número de fótons dos campos convertidos, que resulta em squeezing idealmente perfeito na diferença de suas intensidades [Wu 1986]. Em especial, acima do limiar⁵, quando o OPO produz feixes de luz coerente, sinal e complementar são chamados ‘feixes gêmeos’ em referência a essa propriedade [Heidmann 1987]. Para satisfazer a conservação de energia, usamos a famosa expressão de Planck para a energia de um quantum de luz para aferir que a frequência ótica do feixe de bombeio deve ser igual à soma das frequências dos feixes convertidos. Esquecendo momentaneamente os quanta, notamos que esse é mesmo um fenômeno comum em física clássica, a oscilação paramétrica, na qual um oscilador harmônico é excitado por uma perturbação externa com o dobro de sua frequência própria. Quem já brincou num balanço⁶ quando criança deve ter uma clara compreensão desse sistema, uma vez que já fez o duplo papel de oscilador harmônico e perturbação externa⁷.

O OPO é talvez o sistema mais empregado na produção de estados quânticos da luz em variáveis contínuas, tendo sido utilizado em várias das demonstrações experimentais em informação quântica acima mencionadas; entretanto, conforme será mostrado nesta tese, ele ainda guardava (e guarda!) algumas surpresas.

O emaranhamento acima do limiar ainda não havia sido observado, apesar de já previsto teoricamente no final da década de 80 [Reid 1988]. De fato, o mesmo foi medido apenas alguns anos depois na operação abaixo do limiar [Ou 1992]. Além de problemas técnicos inerentes a particularidades daquele regime (sinal e complementar são feixes intensos e possuem frequências óticas diferentes), que invalidam o uso da técnica mais comum de medida [Villar 2004b], a detecção homodina, um comportamento inesperado das fases dos feixes dificultou por muito tempo sua observação [Laurat 2005a, Comun. part. com O. Pfister]. Mostraremos no Capítulo 4 como sobrepujamos essas dificuldades através de uso de uma técnica alternativa de medida, a rotação da elipse de

⁵Tal como num laser, o OPO possui um limiar de oscilação, ou seja, uma potência mínima de bombeamento para a qual há oscilação da luz. Abaixo dessa potência, a fluorescência paramétrica resulta na criação de estados de vácuo comprimido.

⁶Também conhecido como *balancé* em algumas regiões do país.

⁷Se você já brincou num *balancé* mas não entendeu o que estava acontecendo, veja o início do Capítulo 3.

ruído por cavidades óticas [Levenson 1985, Galatola 1991], e de insistente estudo empírico que nos levou à identificação da região ideal de medida [Villar 2007] e ao aperfeiçoamento do sistema experimental, para observar pela primeira vez o emaranhamento [Villar 2005]. Tais avanços vêm incluir o OPO acima do limiar no ferramental da área de informação quântica com variáveis contínuas.

O interesse em campos emaranhados intensos advém da maior facilidade em se acessar suas flutuações de fase com o uso de técnicas auto-homodinas de medida, prescindindo de osciladores locais (estes já vêm como parte do feixe). Uma aplicação direta desse emaranhamento entre feixes intensos, sendo implementada atualmente por nosso grupo, é a distribuição quântica de chaves para criptografia em variáveis contínuas [Silberhorn 2002, Cassemiro 2008], porém sem o uso de osciladores locais, simplificando significativamente sua implementação experimental.

No entanto, a característica mais interessante dos feixes advindos do OPO talvez não seja a possibilidade teórica de emaranhamento perfeito, nem sua coerência, mas o fato de que seus comprimentos de onda podem ser muito diferentes. Tal característica, obtida apenas pelo uso de não-linearidades, pode ser muito útil. Para satisfazer a conservação de energia, a soma das frequências óticas de sinal e complementar deve resultar na frequência de bombeio, mas nada é imposto sobre a diferença de frequências, apenas determinada pelas características da cavidade do OPO e do cristal não-linear. Com construção adequada, o OPO pode fornecer feixes separados por algumas centenas de nanômetros. Podemos nesse caso falar de emaranhamento entre **duas cores** do espectro, impossível de ser obtido por operações de interferência de feixes.

Emaranhamento entre duas cores permite a transferência de informação quântica entre essas diferentes regiões do espectro eletromagnético. Numa rede quântica híbrida, composta por vários sistemas físicos, esses feixes de luz trariam a possibilidade de interagir com todos eles, comunicando-os entre si. O teletransporte nesse caso teria uma utilidade não imaginada por seus criadores: a conversão em frequência da informação quântica, já buscada em alguns trabalhos pioneiros [Kumar 1990, Huang 1992, Regelman 2001, Schori 2002, Marcikic 2003]. A implementação experimental do teletransporte entre cores diferentes, como demonstração de princípio, se encontra em fase de planejamento em nosso grupo.

As perspectivas em conversão de frequência da informação quântica podem ser significativamente ampliadas por uma das ‘surpresas’ do OPO. A operação acima do limiar leva à intensa transferência de energia de bombeio a convertidos, tornando mais provável a influência reversa de convertidos em bombeio. É natural investigar como isso afeta as propriedades quânticas dos feixes, tendo em vista, além das bem conhecidas correlações entre sinal e complementar, a existência de squeezing já observada tanto no bombeio refletido pelo OPO [Kasai 1997, Zhang K. S. 2001] quanto no fenômeno similar da geração de segundo harmônico [Sizmann 1990].

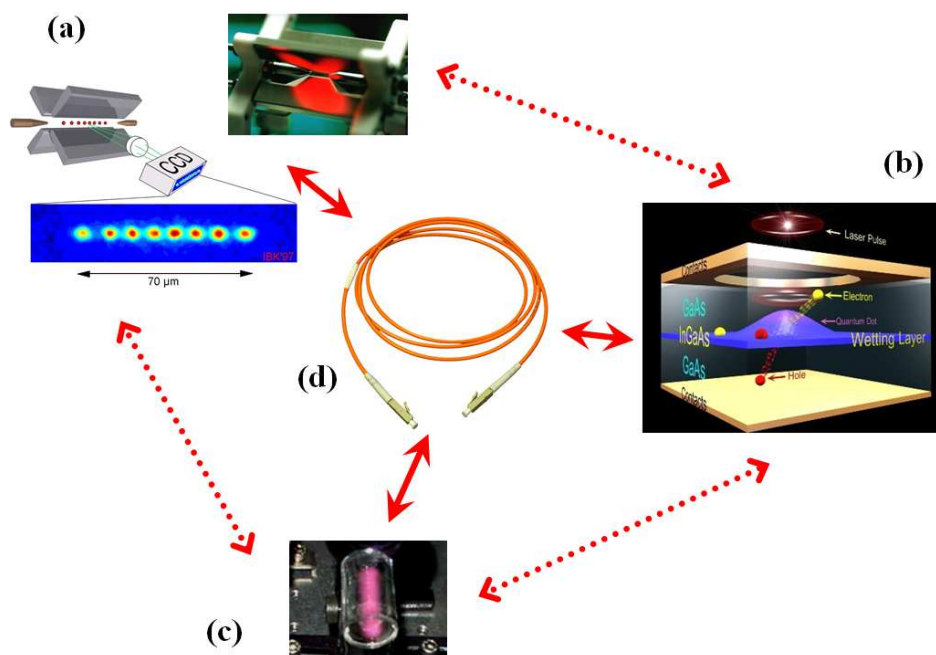


Figura 2: O emaranhamento entre feixes de luz com cores distintas permite comunicar informação quântica entre diferentes hardwares quânticos. **(a)** Armadilha de íons de cálcio para computação quântica, Universidade de Innsbruck. **(b)** Pontos quânticos para computação quântica, Universidade de Ohio. **(c)** Memória quântica com vapor de césio, Universidade de Copenhagen. **(d)** Fibra ótica comercial.

A resposta ao mesmo tempo esperada e surpreendente, ignorada até então, é a geração direta de emaranhamento tripartite no OPO acima do limiar: bombeio refletido, sinal e complementar são inseparáveis [Villar 2006]. Além de ampliar a região do espectro acessível à conversão de informação quântica, desde o azul no visível até o infravermelho próximo para cristais hoje disponíveis, o emaranhamento tripartite aumenta o número de sistemas potencialmente envolvidos, tornando mais fácil a criação de redes quânticas. Nosso grupo já deu o primeiro passo nessa direção ao observar pela primeira vez a existência de correlações quânticas entre os três feixes [Cassemiro 2007a, Cassemiro 2007b], embora ainda insuficientes para demonstrar o emaranhamento tripartite.

As correlações tripartite permitem também simplificar a conversão entre frequências. Manter sinal e complementar sintonizados em duas frequências específicas de outros sistemas físicos, por exemplo, um deles na transição do átomo de rubídio (~ 780 nm) e outro na janela de transmissão das fibras óticas comerciais (~ 1550 nm), requer controle extremamente preciso sobre a temperatura do cristal, a ressonância do OPO e comprimento de onda do bombeio, tendo em vista as tipicamente estreitas larguras de linhas atômicas (~ 10 MHz). Se pudermos utilizar o próprio bombeio refletido para interagir com um desses sistemas, basta manter apenas este travado à linha atômica, como realizado corriqueiramente nos dias de hoje, e preocupar-se separadamente com os feixes convertidos,

os quais podem ser eventualmente degenerados em torno de ~ 1550 nm para simplificar o sistema.

Além das aplicações imediatas em redes quânticas de três partes para implementação de protocolos controlados [Jing 2002, Lance 2004, Yonezawa 2004], esse sistema motiva estudos de concentração de emaranhamento [Bennett 1996] e aumento da quantidade de emaranhamento por operações não-gaussianas [Ourjoumtsev 2007]. As aplicações para as propriedades quânticas do OPO acima do limiar apenas começam a ser divisadas.

* * *

Esta tese está organizada da seguinte forma. No Capítulo 1, são discutidas as noções básicas da mecânica quântica ligadas ao emaranhamento e suas consequências conceituais, desde a formulação do paradoxo EPR até os mais recentes testes experimentais que dão suporte às previsões fundamentais da teoria. O final do Capítulo se dedica a apresentar o emaranhamento em variáveis contínuas, incluindo condições matemáticas suficientes para caracterizar sua existência. O Capítulo 2 define os observáveis físicos nos quais estamos interessados, as intensidades e as fases dos campos, e descreve de forma detalhada a técnica de medida utilizada na demonstração de emaranhamento bipartite, a rotação da elipse de ruído por cavidades óticas. O sistema sob estudo nesta tese, o oscilador paramétrico ótico, é descrito no Capítulo 3. Apresenta-se primeiramente a oscilação paramétrica clássica, seguida pela descrição quântica dos três feixes de luz envolvidos no processo de conversão paramétrica. A primeira medida de emaranhamento entre os feixes sinal e complementar acima do limiar é apresentada no Capítulo 4: o aparato experimental, as dificuldades encontradas, os primeiros resultados, a modelagem de efeitos não previstos pela teoria e os melhores resultados obtidos. No Capítulo 5, é formulada nossa previsão teórica de emaranhamento tripartite, envolvendo bombeio, sinal e complementar. A dependência com os parâmetros relevantes, bem como a quantidade de emaranhamento presente unicamente no sistema de três feixes, é estudada. Por fim, concluímos este trabalho apontando algumas perspectivas de utilização desse sistema como ferramenta para estudos em informação quântica com variáveis contínuas.

Capítulo 1

Emaranhamento

Emaranhamento é um tipo muito especial de correlação, unicamente descrita pela mecânica quântica. O emaranhamento implica que há mais informação contida no sistema físico completo do que na soma das informações contidas em cada uma de suas partes: o estado total não pode ser escrito como um produto de estados individuais¹. Como ficará claro mais adiante, as características do emaranhamento mais estranhas à nossa intuição, construída sobre o mundo da física clássica, são a impossibilidade de se atribuir valores a observáveis físicos antes de medi-los (não-realismo) sem mencionar de forma condicional os resultados de medidas realizadas em todos os outros sistemas físicos a eles relacionados (não-localidade). A descrição correta da natureza, como veremos, exclui a hipótese de realismo e/ou de localidade².

O emaranhamento entre sistemas físicos pode ocorrer em observáveis com espectro discreto ou contínuo. No primeiro caso, resultados de medidas estão restritos a um conjunto discreto de valores, não necessariamente finito, tal como o conjunto dos números inteiros; no segundo caso, qualquer subconjunto dos números reais pode ser obtido em uma medida. São exemplos de observáveis discretos o spin e suas projeções nos eixos espaciais e o número de fótons no campo eletromagnético. Posição e momento de uma partícula e as quadraturas do campo eletromagnético são exemplos de observáveis com espectro contínuo.

Nesta tese, estaremos interessados em emaranhamento entre variáveis contínuas dos campos de luz, as quadraturas, proporcionais à intensidade e à fase da luz no nosso limite especial de feixes intensos. Como possuem estrutura matemática idêntica à posição e ao momento de um oscilador harmônico quântico, tem-se que o primeiro estado emaranhado concebido teoricamente pode ser realizado com esses observáveis.

¹A palavra ‘informação’ será usada de forma livre nesta tese, no sentido coloquial descrito nos dicionários. Todavia, o conceito matemático de informação, em termos de entropia [Shannon 1948, von Neumann 1955, Nielsen 2000], pode ser aplicado em algumas afirmações.

²Qual das duas é de fato menos válida parece ser questão de preferência pessoal [Aspect 2007, Gröblacher 2007].

1.1 Paradoxo EPR

O primeiro exemplo de um estado emaranhado foi concebido com o objetivo de demonstrar que a então nova teoria da **mecânica quântica** seria incompleta. Albert Einstein, Boris Podolsky e Nathan Rosen, em 1935 [Einstein 1935], criaram um experimento mental (*Gedankenexperiment*) que ficaria conhecido, pelas iniciais de seus autores, como o ‘paradoxo EPR’. Apesar dessa nomenclatura, que se tornou a mais comum na literatura científica, os raciocínios de EPR não demonstram um paradoxo na descrição de mundo da mecânica quântica, mas, antes, algumas consequências até então ignoradas da teoria, como o não-realismo ou a não-localidade, que eram fundamentalmente incompatíveis com a visão clássica de mundo defendida por EPR. Essa visão aplicada à mecânica quântica implicaria em falhas nessa teoria, que poderiam ser sanadas completando-a com novos elementos, de acordo com esses autores.

Segundo a mecânica quântica, existem observáveis de um sistema físico cujos valores não podem ser determinados ao mesmo tempo com precisão arbitrária, ditos **conjugados**, ou **incompatíveis**. Isso é postulado no **princípio de incerteza**, um dos fundamentos da teoria [Heisenberg 1927]. As consequências do princípio de incerteza são profundas. Ele implica numa ignorância fundamental sobre um observável físico em favor de outro, conjugado. Mais informação sobre um resulta em menos informação sobre o outro. O princípio de incerteza não é uma consequência de um aparato de medida específico, mas vale para qualquer tentativa de extrair informação do sistema físico, por mais sutil que seja. Que a informação está no núcleo da questão fica explícito no conceito mais geral de complementaridade [Bohr 1949], ilustrado por experimentos tais como os ‘apagadores quânticos’ [Scully 1982, Scully 1991, Herzog 1995, Englert 1999] e de ‘escolha atrasada’ [Wheeler 1983, Jacques 2007].

A incompatibilidade entre observáveis pode ser explicada de modo intuitivo tomando o exemplo da posição e do momento de um elétron, o chamado ‘microscópio de Heisenberg’. Para medir a posição de um elétron, é preciso iluminá-lo. Os fótons, ‘partículas de luz’, carregam momento inversamente proporcional a seu comprimento de onda. Quando fóton e elétron interagem, parte do momento do fóton é transferida ao elétron, modificando assim seu momento. Para maior precisão na medida de posição, um fóton de comprimento de onda menor precisa ser utilizado, perturbando ainda mais o momento do elétron. Dessa forma, medidas de posição implicam inevitavelmente numa perturbação do momento, do que segue que estas são grandezas conjugadas. Uma descrição mais refinada do microscópio de Heisenberg pode ser encontrada em [Haroche 2006]. Apesar de os observáveis desse exemplo serem dinamicamente relacionados (pois medidas de momento afetam a reprodutibilidade das medidas de posição, e vice-versa), é possível ilustrar o princípio de incerteza com observáveis conjugados mas dinamicamente independentes, como a intensidade e a fase da luz [Brune 1992]. O princípio de incerteza é matematica-

mente descrito pela mecânica quântica como um comutador não-nulo entre os operadores que representam os observáveis em questão. Assim, a **ordem** em que é feita a medida influencia o resultado.

Nessa forma de expor, o princípio de incerteza parece surgir como consequência inevitável do ato de medir. É a perturbação introduzida no ato de tornar a informação quântica algo macroscópico, através do aparato de medida, que destrói a informação sobre um de dois observáveis conjugados [Bohr 1935]? E se pudéssemos, de alguma forma, medir uma partícula sem perturbá-la?

Esse é o ponto de partida do ‘paradoxo’ EPR. O argumento EPR sustentava que um observável só possui **realidade física** se um valor definido lhe puder ser associado através de medidas que não o perturbem. Em mecânica quântica, isso ocorre apenas quando o vetor de estado do sistema é um autoestado do operador que representa o observável. Nesse caso, EPR diriam que o observável possui valor definido independente do ato de medir, possuindo, portanto, existência própria nesse estado. Na interpretação de EPR, o princípio de incerteza afirma que **apenas um** de vários observáveis incompatíveis pode possuir realidade física.

EPR propuseram o seguinte *Gedankenexperiment*. Duas partículas são postas para interagir por certo tempo, de tal modo que suas **posições relativas** e seu **momento total** fiquem perfeitamente determinados³. Essa é uma configuração permitida pelas regras da mecânica quântica, desde que as posições e os momentos individuais permaneçam **indeterminados**. A distância relativa entre as partículas é aumentada de forma a cessar a interação. A primeira pode ser feita tão grande que, segundo a teoria da relatividade, nenhuma informação possa ser trocada entre as partículas durante o tempo de medida. Assim, a partir desse instante, medidas sobre uma das partículas não podem, **por princípio**, afetar a outra.

Esse estado quântico — como veremos, emaranhado — permite a realização de um truque. Como a posição relativa entre as partículas é perfeitamente determinada, uma medida de posição da partícula 1, com a precisão que se quisesse, sempre traria conhecimento absoluto sobre a posição da partícula 2 **sem perturbá-la**. O mesmo argumento vale com relação ao momento da partícula 1: por se conhecer o momento total do sistema, medi-lo traria informação completa sobre o momento da partícula 2, **novamente sem perturbá-la**. Esse raciocínio mostra que a posição e o momento da partícula 1 serviriam como medidores das propriedades da partícula 2, sem que, no entanto, a perturbassem como consequência da interação necessária à medida. Note que não é preciso realizar medidas de fato, todo o argumento baseia-se apenas na possibilidade de se coletar essas informações, mostrando que estão disponíveis (existem).

O que isso implica para a mecânica quântica? O vetor de estado ou, de modo mais

³Notemos que essas duas grandezas possuem ‘realidade física’, uma vez que podem ser determinadas concomitantemente com precisão arbitrária sem se perturbar o sistema [Bohr 1935].

geral, o operador densidade, carrega toda a informação que existe acerca de determinado sistema físico. Resultados de medidas não podem ser previstos com certeza absoluta, a não ser no caso específico usado por EPR, o que nos leva a crer que não estão definidos antes da medida no caso geral. Mas se isso é verdade, como pode, por exemplo, uma medida de posição da partícula 1 definir a posição da partícula 2, já que não podem interagir? Haveria uma troca de informação mais rápida que a luz entre as partículas no momento em que uma delas é medida, uma ‘ação fantasmagórica à distância’, comunicando-lhe o resultado? Outra pergunta que resta é, assumindo que posição e momento não existem concomitantemente: como pode a vontade de quem realiza a medida sobre a partícula 1 definir o que é ‘real’ ou não sobre a partícula 2?

É muito difícil aceitar essas estranhas consequências. A alternativa mais fisicamente razoável, de acordo com nossa intuição cotidiana, parece ser aceitar o argumento EPR como uma **demonstração** de que variáveis conjugadas possuem, de fato, existência concomitante. Como a mecânica quântica falha em prevê-las ao mesmo tempo, estaria **incompleta**. Devido a seus vários sucessos em descrever resultados de medida até então incompreensíveis à luz da física clássica, a solução ao paradoxo seria buscar completá-la, incluindo-lhe parâmetros adicionais que a tornariam determinística, de modo que prescindisse de elementos probabilísticos.

Dessa forma, esses aparentes absurdos — ação sem interação, instantaneidade, vontade do observador — e outros — redução do pacote de onda, aleatoriedade — podem ser todos resolvidos de uma só vez caso os observáveis possuam **desde o início** valores bem definidos, como sempre foi no entender da física clássica. Essa é a hipótese de **realismo**. Dessa forma, posição e momento estariam localmente acessíveis, ao mesmo tempo em que as correlações mútuas estariam presentes. Para se conhecer todo o sistema, basta ter acesso localmente a cada uma de suas partes. Essa é a hipótese de **localidade**. Em conjunto, essas duas premissas deram origem às hipóteses de **variáveis ocultas realistas-locais**. A mecânica quântica seria um limite ‘macroscópico’ desse mundo ainda mais fundamental, assim como a física clássica é seu limite. A comparação mais direta se faz com a mecânica estatística e a termodinâmica, visto que esta sobreviveu intacta aos avanços daquela, que lhe trouxe limites de validade claros e compreensão em nível mais fundamental. Assim, os estados quânticos forneceriam a mesma descrição que uma média das várias possibilidades de valores para as variáveis ocultas. Não seria absurdo, inclusive, que novas tecnologias e conhecimentos físicos permitissem distinguir ou manipular essas variáveis.

Porém, como se interpreta esse *Gedankenexperiment* segundo a própria mecânica quântica? Segundo a interpretação padrão da teoria, o problema está na definição do que corresponde à ‘realidade física’. A mecânica quântica lida apenas com resultados de medidas, nada pressupondo a respeito de medidas não realizadas [Peres 1978], tal como se faz no paradoxo EPR. Assim, não há qualquer relação causal prevista pela teoria entre

medidas sobre a partícula 1 e aquilo que se torna ‘real’ na partícula 2. Tudo o que a mecânica quântica prediz são as correlações advindas de medidas **realizadas** sobre as duas partículas [Bohr 1935].

Quanto ao respeito à causalidade, o emaranhamento não viola a relatividade restrita, uma vez que não pode ser usado para transmitir informação a uma velocidade maior que a da luz [Aharonov 1981]. Cada observador mediria localmente apenas uma lista de números aleatórios, sem ter como obter conhecimento sobre o que teria medido o outro observador. O fato chocante é que ambos notariam uma correlação incompatível com o resultado clássico ao comparar seus resultados, ainda que a realização de suas medidas fosse causalmente desconectada. De alguma forma inconcebível à nossa visão clássica de mundo, sem que haja comunicação entre as partículas e sem que os resultados estejam determinados desde o início, a mecânica quântica prevê forte correlação entre as medidas para uma certa classe de estados!

Como vemos, muito além de um paradoxo, os raciocínios de EPR explicitaram uma **profunda ruptura** que surgiu no modo como a Física descrevia o mundo pré- e pós-mecânica quântica. Ambos os sistemas de pensamento, clássico e quântico, são consistentes em si. Não é tarefa óbvia decidir qual das duas visões condiz com o comportamento da natureza, mas é possível formular-lhe perguntas engenhosas para resolver a questão.

1.2 Experimento proposto por Bohm

As primeiras experiências propostas para testar o paradoxo EPR faziam uso de partículas emaranhadas em momento angular [Bohm 1951, Bohm 1957]. Consideremos uma experiência similar à enunciada por David Bohm em 1951 [Bohm 1951]. Suponhamos uma molécula com spin nulo constituída por dois átomos iguais com spin $\hbar/2$. Ela é então dissociada por um método que não influencia seu momento angular, de modo que os dois átomos livres são arremessados em sentidos opostos, não mais interagindo.

A conservação do momento angular garante que a soma de seus spins deve ser nula, mas a indistinguibilidade dos átomos nos impede de conhecer qual deles possui spin apontando para cima $|\uparrow\rangle$ e qual possui spin para baixo $|\downarrow\rangle$, considerando a direção \vec{z} do espaço. Para simplificar a notação, o valor de spin medido será denotado em unidades de $\hbar/2$, sendo $+1$ correspondente ao vetor $|\uparrow\rangle$, e -1 a $|\downarrow\rangle$. O estado $|\psi\rangle$ dos dois átomos se escreve como um estado singleto,

$$|\psi\rangle = \frac{|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (1.2.1)$$

em que $|\uparrow\downarrow\rangle \equiv |\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2$ significa estado $|\uparrow\rangle$ para o primeiro átomo e $|\downarrow\rangle$ para o segundo.

O estado da expressão (1.2.1) é um estado emaranhado de duas partículas. Similarmente à proposta original de EPR, medir o spin do átomo 1 resulta em conhecimento instantâneo de um ‘valor’ hipotético de spin do átomo 2, e vice-versa, mesmo que as

medidas estejam causalmente desconectadas.

Os dois átomos livres partem da molécula dissociada na origem de coordenadas e se movem sobre o eixo x . Cada átomo é aguardado por um aparato de medida (localizados nas posições x_0 e $-x_0$), que determina o valor de seu spin, se $+1$ ou -1 , em uma de três direções escolhidas aleatoriamente no plano yz . Essas três direções possuem, com relação ao eixo z , inclinações 0° , $+120^\circ$ e -120° , ou seja, são angularmente equidistantes. A medida pode ser realizada, por exemplo, com dois aparatos tipo Stern-Gerlach [Gerlach 1922, Porter 2003] dispostos nas direções escolhidas. A escolha do aparato é feita num tempo bem menor que x_0/c , para evitar que cada átomo possa ‘saber’ qual a direção do espaço escolhida por seu medidor; da mesma forma, para descartar ‘comunicação’ entre os átomos, a duração da medida também deve respeitar esse limite.

Esse experimento foi proposto tendo em vista uma realização prática dos raciocínios de EPR. Era esperado por aqueles que acreditavam na volta do determinismo que as correlações observadas pudessem ser explicadas classicamente, como se fossem determinadas *ab initio* [Bohm 1952a, Bohm 1952b]. Um exemplo simples de uma correlação desse tipo são duas bolas com cores opostas, cada qual colocada no interior de uma caixa fechada, enviadas a dois destinatários em comum acordo localizados em pontos muito distantes no planeta. No instante em que um deles abre sua caixa, sabe imediatamente a cor da bola recebida pelo outro destinatário. Apesar de haver para este uma revelação instantânea sobre o conteúdo da caixa do outro, essa correlação já se fazia determinada desde o momento inicial em que as caixas foram enviadas.

A dúvida sobre a possibilidade de explicação clássica análoga para as correlações previstas pelo estado da expressão (1.2.1) permaneceriam até 1964, quando John Bell mostrou, como veremos na próxima Seção, que havia diferenças quantitativas e, portanto, acessíveis a testes experimentais, entre as duas formas de explicá-las [Bell 1964]. Antes de discutir essa proposição mais geral, no entanto, ilustremos as discrepâncias entre previsões clássicas e quânticas que, sabemos hoje, seriam vistas no experimento de Bohm.

Hoje sabemos, pelos inúmeros experimentos a serem discutidos na Seção 1.4, que, após se analisar a estatística dos dados obtidos num grande número de repetições dessas medidas, as seguintes correlações seriam notadas pela comparação dos resultados de ambos os observadores:

- (I) Sempre que os dois escolhessem a mesma direção de medida, obteriam valores **opostos** de spin, com igual probabilidade de ocorrência dos valores $+1$ e -1 .
- (II) Quando escolhessem direções diferentes, **um quarto** das medidas resultaria em valores opostos de spin, enquanto o restante, em valores iguais. Todas as possibilidades ocorreriam com a mesma frequência.

Tentemos explicar esses resultados com asserções puramente clássicas, rejeitando o estado quântico (1.2.1) como detentor de toda a informação sobre o sistema. Vamos supor,

no espírito dos raciocínios de N. David Mermin [Mermin 1981], que cada átomo possua um conjunto de variáveis internas — instruções que, já definidas desde o instante em que se separam os átomos, determinam os resultados de medidas nos três eixos. Por exemplo, denotamos um possível conjunto de instruções do átomo 1 como $[+, +, -]$, significando, respectivamente, valor $+1$ para spin na direção -120° com relação ao eixo z , $+1$ na direção do eixo z , e -1 a $+120^\circ$ desse eixo. Nesse caso, para satisfazer parte de **I**, o átomo 2 deve possuir as instruções opostas, $[-, -, +]$. As correlações vistas pelos dois observadores são, portanto, de natureza clássica, definidas *ab initio*, implicando em sua completa **localidade**. Esse exemplo ilustra uma **hipótese realista-local de variáveis ocultas**.

Todavia, se apenas essa instrução ocorresse, o observador 1 sempre mediria spin $+1$ na direção \vec{z} , e o oposto seria sempre medido pelo observador 2 na mesma direção. Para que tanto spin $+1$ quanto -1 ocorram com igual probabilidade para ambos os observadores, é necessário supor que o conjunto de instruções $[-, -, +]$ também ocorre, com 50% de chance, para o átomo 1, caso em que o átomo 2 deve possuir instruções $[+, +, -]$. Notemos que as probabilidades de que tratamos são clássicas, tais como ocorrem em mecânica estatística, fruto de nossa ignorância sobre o processo exato de dissociação molecular, que poderia ser sanada com mais estudos sobre o assunto.

Mas vejamos o que implicam a oposição de variáveis internas dos dois átomos para o resultado estatístico **II** de medidas em direções diferentes. Atentemos à configuração em que átomo 1 possui instruções $[+, +, -]$ e átomo 2, $[-, -, +]$. Se o primeiro observador escolhesse medir spin a -120° do eixo z , mediria valor $+1$; o segundo observador poderia então escolher medir sobre o eixo z , caso em que obteria -1 , ou a $+120^\circ$, obtendo $+1$. Se o primeiro observador escolhesse medir sobre o eixo z , obtendo spin $+1$, o segundo poderia obter -1 a -120° ou $+1$ a $+120^\circ$. Finalmente, restaria ao primeiro observador obter -1 em medidas a $+120^\circ$, caso em que o segundo obteria -1 sobre o eixo, ou -1 a $+120^\circ$ do mesmo.

De todas as seis possibilidades de medida em direções diferentes, uma contagem simples revela que observadores 1 e 2 obtêm resultados diferentes em duas delas, ou probabilidade de $1/3$, e iguais em quatro, ou $2/3$ de probabilidade. Portanto, esse conjunto específico de instruções internas não satisfaz **II**, uma vez que apenas $1/4$ das realizações devem resultar em valor oposto de spin. Analisemos outros conjuntos de variáveis atômicas internas a fim de buscar algum que satisfaça **II**. Todos os conjuntos possíveis são apresentados na tabela 1.1. Medidas que resultam em valores opostos de spin são ressaltadas em azul, enquanto o restante, em vermelho. Surpreendentemente, a tabela nos mostra que não existe sequer um conjunto de instruções internas que satisfaça os resultados experimentais **II**! A probabilidade de se medir spins opostos é sempre maior ou igual a $1/3$.

O que prevê a mecânica quântica sobre os resultados **I** e **II**? Consideremos como o

Direções de medidas		Valores das variáveis atômicas internas do átomo 1							
Obs. 1	Obs. 2	[+, +, +]	[+, +, -]	[+, -, +]	[-, +, +]	[+, -, -]	[-, -, +]	[-, +, -]	[-, -, -]
-120°	0°	+, -	+, -	+, +	-, -	+, +	-, +	-, -	-, +
-120°	+120°	+, -	+, +	+, -	-, -	+, +	-, -	-, +	-, +
0°	-120°	+, -	+, -	-, -	+, +	-, -	-, +	+, +	-, +
0°	+120°	+, -	+, +	-, -	+, -	-, +	-, +	+, +	-, +
+120°	-120°	+, -	-, -	+, -	+, +	-, -	+, +	-, +	-, +
+120°	0°	+, -	-, -	+, +	+, -	-, +	+, +	-, -	-, +

Tabela 1.1: Resultados de medidas de spin dos átomos 1 e 2, realizadas nas direções especificadas na coluna à esquerda, para todos os conjuntos possíveis de variáveis ocultas do átomo 1. Valores opostos de spin são ressaltados em azul, enquanto valores iguais, em vermelho.

estado (1.2.1) se comporta numa mudança de base, representada pela operação unitária

$$|\uparrow\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|\uparrow'\rangle + \sin\frac{\theta}{2}|\downarrow'\rangle, \quad (1.2.2)$$

$$|\downarrow\rangle = -\sin\frac{\theta}{2}|\uparrow'\rangle + \cos\frac{\theta}{2}|\downarrow'\rangle, \quad (1.2.3)$$

em que $|\uparrow'\rangle$ e $|\downarrow'\rangle$ são estados com projeção de spin $+1$ e -1 numa direção do espaço girada de um ângulo θ com relação ao eixo z . Aplicando a mesma transformação aos dois átomos, o estado $|\psi\rangle$ fica

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}[(\cos\frac{\theta}{2}|\uparrow'\rangle_1 + \sin\frac{\theta}{2}|\downarrow'\rangle_1)(-\sin\frac{\theta}{2}|\uparrow'\rangle_2 + \cos\frac{\theta}{2}|\downarrow'\rangle_2) - \\ &\quad - (-\sin\frac{\theta}{2}|\uparrow'\rangle_1 + \cos\frac{\theta}{2}|\downarrow'\rangle_1)(\cos\frac{\theta}{2}|\uparrow'\rangle_2 + \sin\frac{\theta}{2}|\downarrow'\rangle_2)] \\ &= \frac{|\uparrow'\downarrow'\rangle - |\downarrow'\uparrow'\rangle}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

ou seja, a mesma forma de (1.2.1), independente do ângulo θ . Medidas realizadas na mesma direção sempre fornecerão valores opostos de spin, para **toda** direção, em acordo com o resultado **I**. A correlação independe de base ao mesmo tempo em que os spins individuais permanecem indeterminados⁴!

Para se calcular a previsão da mecânica quântica quanto a medidas em bases diferentes, consideramos os mesmos estados girados das equações (1.2.2) e (1.2.3). A probabilidade de se medir spin $+1$ no átomo 1 e -1 no átomo 2, denotada $P_{+1,-1}$, é função da projeção de $|\psi\rangle$ no estado desejado $|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle$,

$$\begin{aligned} P_{+1,-1} &= |(\langle\uparrow|\langle\downarrow|)|\psi\rangle|^2 \\ &= \frac{1}{2} \cos^2\frac{\theta}{2}. \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

⁴O fato específico de que há sempre a mesma anticorrelação em qualquer direção do espaço é consequência da simetria do estado singleto. Outras formas de estados maximamente emaranhados podem apresentar correlações cujos sinais dependam da direção.

O mesmo resultado ocorre para $P_{-1,+1}$. Considerando que o ângulo de separação entre quaisquer direções diferentes é 120° , a probabilidade de se obter resultados opostos nesse caso é

$$P_{\text{opostos}} = P_{+1,-1} + P_{-1,+1} = \frac{1}{4}, \quad (1.2.6)$$

em perfeito acordo com o resultado **II**. Dessa maneira, conclui-se que os resultados experimentais seriam corretamente descritos pela mecânica quântica.

1.3 A desigualdade de Bell

Podemos pensar que talvez a simplicidade das instruções adotadas sejam causadoras do insucesso de nossas variáveis ocultas, e poderíamos vislumbrar conjuntos de instruções atômicas muito mais complicados, tais como parâmetros contínuos, funções etc. No entanto, conforme primeiramente notado por John Bell, em 1964 [Bell 1964], a condição de localidade sobre as variáveis ocultas lhes impõe fortes restrições, que permitem separar entre todas as hipóteses locais imagináveis e a teoria quântica. Dessa forma, o modelo ingênuo que adotamos é parte de toda uma classe de modelos cuja limitação pode ser aferida matematicamente através da **desigualdade de Bell**.

A desigualdade de Bell mostra que a máxima correlação que pode existir entre dois sistemas físicos segundo a mecânica quântica é **maior** que a máxima correlação clássica permitida por variáveis ocultas predeterminadas. Considere o mesmo estado quântico atômico inicial da equação (1.2.1), porém com liberdade de escolha para os observadores apenas entre duas direções de medida, em vez de três. No átomo 1, medidas podem ser realizadas sobre os eixos y ou z . Representaremos essas duas possibilidades pelas letras Y e Z ; no átomo 2, medidas são realizadas num sistema de eixos y' e z' girados a 45° , de forma tal que esses eixos se encontrem simetricamente dispostos em torno do eixo z . Denotaremos essas medidas pelas letras Y' e Z' . Medidas de Y , Z , Y' e Z' fornecerão apenas $+1$ ou -1 como resultado.

As correlações entre as medidas realizadas sobre as duas partículas são as médias dos produtos de medidas. Existem quatro correlações possíveis: $\langle ZZ' \rangle$, $\langle YY' \rangle$, $\langle ZY' \rangle$ e $\langle YZ' \rangle$, em que o símbolo $\langle \diamond \rangle$ denota a média em várias realizações da mesma experiência. Se as correlações entre as partículas são de origem clássica, determinadas por variáveis internas a cada uma, então os produtos de resultados de medidas devem valer $+1$, quando o mesmo valor é encontrado pelos dois observadores, ou -1 se valores opostos são obtidos. Na melhor das hipóteses, o valor absoluto de cada uma das correlações está limitado a 1. Esse caso corresponde à correlação perfeita entre pares de eixos: por exemplo, se o resultado de Y é sempre igual ao de Y' , ou sempre oposto, de forma que uma medida Y permite conhecer com certeza o resultado de Y' .

Consideremos a seguinte soma de correlações:

$$\begin{aligned}\langle ZZ' \rangle + \langle YY' \rangle + \langle ZY' \rangle - \langle YZ' \rangle &= \langle ZZ' + YY' + ZY' - YZ' \rangle \\ &= \langle Z(Z' + Y') \rangle + \langle Y(Y' - Z') \rangle.\end{aligned}\quad (1.3.1)$$

Se Y' e Z' resultam em valores iguais, então o termo $Z(Z' + Y')$ vale ± 2 , enquanto o termo $Y(Y' - Z')$ se anula. No caso contrário, em que Y' e Z' fornecem valores opostos, $Z(Z' + Y')$ se anula e $Y(Y' - Z')$ resulta ± 2 . Quando feita a média sobre os resultados de várias realizações da medida, o módulo de ± 2 poderá diminuir, mas não aumentar, fornecendo a desigualdade

$$|\langle ZZ' \rangle + \langle YY' \rangle + \langle ZY' \rangle - \langle YZ' \rangle| \leq 2 \quad (1.3.2)$$

para essa determinada combinação de correlações clássicas. A igualdade é obtida apenas no caso analisado de correlações perfeitas repetitivas.

Vejamos o que a mecânica quântica impõe como limite para essa desigualdade no estado emaranhado (1.2.1). Para medidas M e M' realizadas em direções com ângulo relativo θ , a média de MM' se escreve

$$\langle MM' \rangle = \sum_n \lambda_{M,n} \lambda_{M',n} P_{M,M',n}, \quad (1.3.3)$$

em que n é um índice de soma sobre todos os resultados $\lambda_{M,n} = \pm 1$ e $\lambda_{M',n} = \pm 1$ de medida, e $P_{M,M',n}$ é a probabilidade de se obter os valores $\lambda_{M,n}$ e $\lambda_{M',n}$.

O valor dessa expressão é calculado a partir das probabilidades $P_{M,M',n}$ determinadas nas expressões (1.2.5) e (1.2.6),

$$\begin{aligned}\langle MM' \rangle_\psi &= P_{+1,+1} - P_{+1,-1} - P_{-1,+1} + P_{-1,-1} \\ &= \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ &= -\cos \theta.\end{aligned}\quad (1.3.4)$$

Como a expressão (1.3.4) depende apenas do ângulo relativo θ entre as direções de medida, tem-se imediatamente que

$$\langle ZZ' \rangle_\psi = \langle YY' \rangle_\psi = \langle ZY' \rangle_\psi = -\langle YZ' \rangle_\psi = -\frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (1.3.5)$$

Substituindo esse resultado na desigualdade (1.3.1), obtemos, para o caso quântico,

$$|\langle ZZ' \rangle_\psi + \langle YY' \rangle_\psi + \langle ZY' \rangle_\psi - \langle YZ' \rangle_\psi| \leq 2\sqrt{2}. \quad (1.3.6)$$

A forma (1.3.2) da desigualdade de Bell foi concebida por John F. Clauser, Michael A. Horne, Abner Shimony e Richard A. Holt, em 1969 [Clauser 1969]. O objetivo foi adaptar a desigualdade de Bell, de caráter mais geral e abstrato, a quantidades medidas no

laboratório. Atualmente, é conhecida, pelas iniciais de seus autores, como **desigualdade CHSH**.

A comparação das expressões (1.3.2) e (1.3.6) nos mostra que o emaranhamento está associado à existência de correlações mais fortes do que qualquer correlação clássica. Lembrando que havíamos suposto correlações clássicas perfeitas para deduzir o limite superior da desigualdade (1.3.2), de alguma forma a desigualdade (1.3.6) indica que o emaranhamento implica em correlações ‘mais do que perfeitas’ [Vedral 2006]. Na verdade, a diferença entre os casos quântico e clássico para o estado (1.2.1) ocorrem apenas quando se consideram bases diferentes de medida para as partículas — os valores máximos de correlação nos dois casos são iguais, e ocorrem para medidas na mesma base. Portanto, a correlação quântica apresenta um comportamento diverso da clássica em função do ângulo entre as bases de medida, sendo sempre igual ou mais forte. Curiosamente, isso já é suficiente para invalidar explicações realistas-locais desses efeitos.

1.4 Testes experimentais do paradoxo EPR

Conforme vimos, as primeiras propostas experimentais no sentido de decidir se a natureza é realista-local consideraram estados singletos de spin. Por causa da dificuldade prática de realização dessas propostas, já em 1957 foram considerados pares de fótons γ emaranhados em polarização, criados no processo de aniquilação de partículas elementares [Bohm 1957]. Alguns dos primeiros testes experimentais, na década de 70, fizeram uso desse efeito [Clauser 1978], indicando a prevalência da mecânica quântica. Porém, as dificuldades de detecção de fótons nessa faixa de energia demandavam suposições adicionais na interpretação dos resultados, o que limitava sua abrangência. Suposições parecidas também limitavam as conclusões de um experimento realizado com prótons correlacionados em spin [Lamehi-Rachti 1976].

Fótons com energias mais próximas do visível, emaranhados em polarização por decaimento atômico em cascata [Kocher 1967], também foram utilizados nas primeiras violações da desigualdade de Bell [Freedman 1972]. Apesar da eficiência de detecção relativamente mais alta, uma violação da desigualdade muito maior que a incerteza de medida não foi alcançada por causa da baixa probabilidade de ocorrência do evento. Transições atômicas mais favoráveis foram sendo descobertas, melhorando os resultados [Fry 1976].

Entretanto, todas essas experiências sofriam de uma mesma limitação. A seleção da medida de polarização do fóton fazia uso de filtros polarizadores, de forma que, além dos resultados de medida $+1$ e -1 discutidos, existia a possibilidade de não se detetar o fóton, dado que apenas uma componente de polarização era analisada por vez. Isso equivale a ser insensível a dois dos termos da expressão (1.3.4), por exemplo, a $P_{+1,-1}$ e $P_{-1,-1}$, que precisavam ser inferidos usando a mecânica quântica. Essa limitação foi removida na experiência realizada por Alain Aspect *et al.* em 1981, tida como primeira indicação

convincente da negação experimental das hipóteses realistas-locais [Aspect 1981]. No lugar de filtros polarizadores, esse experimento utilizou divisores polarizantes de feixe, que refletem uma componente de polarização linear e transmitem a outra. Dessa forma, usando quatro detetores para contar fótons, eles puderam acessar concomitantemente todas as correlações necessárias.

O efeito da baixa eficiência de detecção, ainda presente, era tornar as medidas efetivamente realizadas como uma amostra do total de pares de fótons criados. Isso é uma limitação caso não se aceite o argumento fisicamente razoável de que os fotodetetores ineficientes medem fótons ao acaso, sem discernir entre eventuais fótons ‘realistas-locais’ e fótons ‘quânticos’. Se a amostragem é aceita como fiel, esse experimento refuta as hipóteses de variáveis ocultas, a menos de um importante detalhe [Bell 1981]: as medidas sobre os dois fótons não eram causalmente desconectadas, pois a distância relativa entre os fotodetetores e o tempo de medida eram compatíveis com ‘troca de informação’ entre os fótons. A experiência seguinte [Aspect 1982] resolveria esse problema chaveando entre diferentes opções de medida durante o tempo de voo do fóton, de maneira que as detecções se encontrassem causalmente desconectadas. Ela mostrou que a distância entre os fótons não afetava as correlações observadas, ao contrário do que previam os proponentes das hipóteses de variáveis ocultas [Bohm 1957]. Com isso, o realismo-local perdeu grande parte de seu interesse.

O uso do emaranhamento em polarização de fótons gerados pela conversão paramétrica descendente [Ou 1988] permitiu a melhor violação da desigualdade de Bell até o momento, por mais de trinta desvios padrão, em medidas causalmente desconectadas e aleatórias [Weihs 1998, Aspect 1999]. A única brecha a favorecer o realismo-local seria ainda a baixa eficiência de detecção [Pearle 1970], de apenas 5% nesse caso, não fosse o experimento realizado, em 2001, pelo grupo de David J. Wineland. Esse grupo utilizou um outro sistema físico emaranhado, íons individuais aprisionados numa armadilha [Rowe 2001], em que a eficiência de detecção é próxima de 100%. A desigualdade de Bell foi novamente violada em algumas vezes as incertezas experimental e estatística, resolvendo o problema de amostragem fiel.

Resta agora, para a refutação indiscutível das hipóteses de variáveis ocultas locais, realizar uma experiência que elimine, ao mesmo tempo, tanto o problema de baixa eficiência de detecção quanto a localidade das medidas. Dada a dificuldade em se atingir eficiência de detecção suficiente em fotocontagem, testes da desigualdade de Bell usando estados não-gaussianos em variáveis contínuas prometem, em princípio, uma resposta definitiva a essa questão [García-Patrón 2004].

A conversão paramétrica permitiu também a realização experimental do paradoxo EPR como originalmente proposto, entre a posição e o momento dos fótons assim produzidos [Howell 2004]. As quadraturas do campo eletromagnético, observáveis matematicamente análogos à posição e ao momento de partículas, também permitem realizar

o paradoxo EPR [Reid 1989a, Ou 1992]. A realização do paradoxo é hoje mais uma forma de demonstrar emaranhamento do que um teste fundamental da teoria. De fato, mostraremos ao longo desta tese a primeira realização do paradoxo usando os feixes de luz coerente produzidos pelo oscilador paramétrico ótico [Villar 2005]. Atualmente, é possível violar a desigualdade CHSH em apenas uma tarde num laboratório de graduação em física [Dehlinger 2002].

1.5 Tudo ou nada: o estado GHZ

A contradição entre mecânica quântica e realismo-local pode ser tornada ainda mais dramática. Em 1989, Daniel Greenberger, Michael Horne e Anton Zeilinger conceberam um estado quântico que fornece resultados completamente discrepantes com relação a hipóteses realistas-locais [Greenberger 1989, Greenberger 1990].

Considere agora **três** partículas emaranhadas em spin de tal forma que seu estado coletivo seja

$$|\psi_{ghz}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle - |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle), \quad (1.5.1)$$

em que $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$ são ainda os estados que fornecem, respectivamente, valor de spin $+1$ e -1 para medidas no eixo z . Cada partícula é enviada a um detetor, que determina seu spin nos eixos x ou y . Estudemos as correlações existentes entre medidas realizadas pelos três detetores.

A probabilidade de medidas sobre os eixos x e y são calculadas escrevendo-se o estado $|\psi_{ghz}\rangle$ nas bases dos autoestados dos operadores de momento angular de cada partícula na direção da medida. Os estados que fornecem valores $+1$ ou -1 no eixo x são escritos, em termos dos estados $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$, como

$$|+_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle), \quad (1.5.2)$$

$$|-_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle). \quad (1.5.3)$$

Para medidas sobre o eixo y , têm-se os estados

$$|+_y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + i|\downarrow\rangle), \quad (1.5.4)$$

$$|-_y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - i|\downarrow\rangle). \quad (1.5.5)$$

Invertemos essas relações para escrever os estados $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$ em termos de $|+_x\rangle$ e $|-_x\rangle$, para medidas sobre o eixo x e, para medidas no eixo y , em termos de $|+_y\rangle$ e $|-_y\rangle$. Se apenas um dos detetores é ajustado para medidas no eixo x e os dois restantes, para

medidas em y , então

$$\begin{aligned} |\phi_{ghz}\rangle &= \frac{1}{4} [(|+x\rangle + |-x\rangle)(|+y\rangle + |-y\rangle)(|+y\rangle + |-y\rangle) + \\ &\quad + (|+x\rangle - |-x\rangle)(|+y\rangle - |-y\rangle)(|+y\rangle - |-y\rangle)] \\ &= \frac{1}{2} (|+x +y +y\rangle + |+x -y -y\rangle + |-x -y +y\rangle + |-x +y -y\rangle). \end{aligned} \quad (1.5.6)$$

Pela simetria entre as três partículas, resultados análogos são obtidos caso se considere apenas a segunda partícula, ou apenas a terceira, sendo medida no eixo x .

A probabilidade de determinado resultado de medida é dada pelo módulo quadrado do coeficiente do vetor que a representa. Por exemplo, da expressão acima, o vetor $|+x -y -y\rangle$ representa spin $+1$ para a primeira partícula, -1 para a segunda, e -1 para a terceira; a probabilidade desse resultado é $1/4$. De fato, os quatro resultados possíveis, segundo a expressão (1.5.6), ocorrem com probabilidades iguais. O que há de comum em todos eles é que apenas um **número ímpar** de spins $+1$ é sempre observado, ou seja, ou todas as partículas possuem spin $+1$ nas direções de medida, ou apenas uma delas.

Outra possibilidade é medir todas as partículas no eixo x . Nesse caso, devemos escrever $|\psi_{ghz}\rangle$ em termos de $|+x\rangle$ e $|-x\rangle$ para as três partículas,

$$\begin{aligned} |\phi_{ghz}\rangle &= \frac{1}{4} [(|+x\rangle + |-x\rangle)(|+x\rangle + |-x\rangle)(|+x\rangle + |-x\rangle) - \\ &\quad - (|+x\rangle - |-x\rangle)(|+x\rangle - |-x\rangle)(|+x\rangle - |-x\rangle)] \\ &= \frac{1}{2} (|+x +x -x\rangle + |+x -x +x\rangle + |-x +x +x\rangle + |-x -x -x\rangle). \end{aligned} \quad (1.5.7)$$

Novamente, todos os quatro resultados possíveis de medida ocorrem com a mesma probabilidade. O padrão que se nota agora é sempre um **número par** de resultados $+1$, ou seja, nenhuma ou duas partículas revelam spin $+1$.

Vejam, à la N. David Mermin [Mermin 1990a], como uma hipótese de variáveis ocultas poderia descrever esses padrões nos resultados de medida. Vamos denotar as instruções internas das três partículas por uma matriz com três colunas e duas linhas. Cada coluna representa uma partícula, e guarda os resultados para as duas configurações do detetor, se medida em x ou em y , em cada linha. A configuração

$$\begin{bmatrix} + & - & + \\ - & - & + \end{bmatrix} \quad (1.5.8)$$

significa que a partícula 1 fornecerá spin $+1$ para medida no eixo x , e -1 no eixo y ; a partícula 2, -1 em ambos os eixos, enquanto $+1$ também em todos os eixos serão os resultados de medida sobre a partícula 3.

Na primeira configuração de medida, com apenas um detetor ajustado para o eixo x e os restantes no eixo y , as instruções internas devem ser tais que apenas números ímpares de $+1$ apareçam nos três detetores. As configurações possíveis dos detetores são denotadas por $[x, y, y]$, $[y, x, y]$ e $[y, y, x]$. Os conjuntos de instruções internas que

satisfazem a configuração $[x, y, y]$ devem possuir o valor $+1$ aparecendo apenas uma vez ou três vezes, o que possibilita os seguintes conjuntos:

$$[x, y, y] \implies \begin{bmatrix} + & & \\ & - & - \\ & & \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} - & & \\ & + & - \\ & & \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} - & & \\ & - & + \\ & & \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} + & & \\ & + & + \\ & & \end{bmatrix}. \quad (1.5.9)$$

Os espaços em branco são aqueles sobre os quais a medida $[x, y, y]$ nada pode afirmar. Para preenchê-los, devemos considerar as possibilidades de medida restantes. A configuração $[y, y, x]$ nos permite preencher dois espaços brancos de cada conjunto de instruções. Como a partícula 2 já está definida nos conjuntos acima para essa medida, a manutenção do número ímpar de spins $+1$ abre duas possibilidades para cada conjunto acima: ou os dois espaços brancos possuem o mesmo valor, $+1$ ou -1 , no caso em que a partícula 2 apresenta valor $+1$, ou um dos espaços assume o valor $+1$ e o outro, -1 , quando a partícula 2 apresenta valor -1 . Assim,

$$\left. \begin{array}{l} [x, y, y] \\ [y, y, x] \end{array} \right\} \implies \begin{bmatrix} + & - & \\ + & - & - \\ + & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - & + & \\ + & + & - \\ - & + & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - & - & \\ + & - & + \\ - & - & + \end{bmatrix} \begin{bmatrix} + & + & \\ + & + & + \\ + & - & - \\ - & + & + \end{bmatrix} \quad (1.5.10)$$

A configuração restante, $[y, x, y]$, permite completar facilmente os conjuntos, com -1 se as partículas 1 e 3 possuem valores diferentes entre si para a medida y , ou $+1$ caso contrário. Obtemos, finalmente, oito conjuntos possíveis de variáveis ocultas que descrevem da mesma forma que a mecânica quântica os resultados de medida com apenas um dos detetores configurados para o eixo x :

$$\left. \begin{array}{l} [x, y, y] \\ [y, y, x] \\ [y, x, y] \end{array} \right\} \implies \begin{bmatrix} + & - & - \\ + & - & - \\ + & + & + \\ - & - & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - & - & + \\ + & + & - \\ - & + & - \\ - & + & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - & + & - \\ + & - & + \\ - & - & + \\ - & - & + \end{bmatrix} \begin{bmatrix} + & + & + \\ + & + & + \\ + & - & - \\ - & + & + \end{bmatrix} \quad (1.5.11)$$

Analisemos o que prevêem as variáveis ocultas na configuração de detetores $[x, x, x]$. Basta uma simples inspeção para notarmos que a primeira linha de cada um dos oito conjuntos acima contém sempre um **número ímpar** de resultados $+1$! A previsão da mecânica quântica (número par de resultados $+1$) é **oposta** à previsão de hipóteses de variáveis ocultas locais. Portanto, uma desigualdade estatística cujos valores máximos diferem entre mecânica quântica e realismo-local deu lugar a um teste em que os resultados não podem concordar com ambas ao mesmo tempo. Mecânica quântica e realismo-local excluem-se mutuamente em suas previsões sobre o estado GHZ: é tudo ou nada.

O primeiro teste experimental usando esse estado foi publicado em 2000, pelo grupo de Anton Zeilinger [Pan 2000]. Obviamente, o erro na criação experimental de estados GHZ

leva a uma pequena probabilidade de se obter valores compatíveis com o realismo-local, mas os resultados em conjunto favorecem fortemente a mecânica quântica. De forma geral, o aumento do número de sub-sistemas emaranhados permite criar contradições com a física clássica cada vez mais fortes [Mermin 1990b].

1.6 Teorema de Kochen–Specker

Os raciocínios de EPR consideraram um par de partículas cujos observáveis incompatíveis apresentavam fortes correlações. A tentativa de explicá-las com a introdução de variáveis ocultas locais na teoria quântica é refutada por experimentos que violam a desigualdade de Bell: qualquer hipótese realista teria necessariamente de atribuir valores a observáveis de uma partícula que dependessem também dos observáveis da outra (não-localidade).

Na mecânica quântica, existem, por outro lado, observáveis compatíveis, que podem ser conhecidos ao mesmo tempo com a precisão que se queira. Esses são representados na teoria por operadores que comutam. Spin e posição, ou os spins de duas partículas individuais, são exemplos de tais observáveis. Aparentemente, nesse caso podemos atribuir uma realidade independente a cada um deles, visto que medidas sobre um parecem não perturbar medidas sobre o outro. A hipótese de que observáveis compatíveis resultam em valores independentes da forma de medida é chamada de realismo **não-contextual**, ou seja, não dependem do contexto experimental, mas apenas do estado da partícula (incluindo eventuais variáveis ocultas). Não se trata aqui da indeterminação que sempre acompanha observáveis incompatíveis, ou da inevitável estatística de um *ensemble* de sistemas, mas da questão mais fundamental: em apenas uma partícula, é possível que os valores de observáveis compatíveis estejam determinados de forma independente do aparato de medida?

Em 1967, Simon Kochen e Ernst P. Specker, motivados pelos trabalhos de Gleason [Gleason 1957] e Bell [Bell 1966], demonstraram teoricamente que a resposta é ‘não’: num espaço de observáveis com três dimensões ou mais, é impossível atribuir valores predeterminados que satisfaçam todas as possibilidades de medida [Kochen 1967]. Seu argumento utiliza 117 tríades de projetores num espaço real de três dimensões e intrincados argumentos geométricos. A essência do resultado mostra que três operadores \hat{A} , \hat{B} e \hat{C} , tais que $[\hat{A}, \hat{B}] = [\hat{A}, \hat{C}] = 0$, mas $[\hat{B}, \hat{C}] \neq 0$, não permitem atribuir valores prévios a \hat{A} sem se considerar como o operador é medido, se juntamente com \hat{B} ou com \hat{C} .

Pode parecer estranho que um princípio tão fundamental possa ser provado unicamente de forma tão complicada. Muito tempo depois, em 1990, Asher Peres formulou uma ilustração mais simples do teorema de Kochen–Specker, embora em 4 dimensões, considerando o estado singleto da expressão (1.2.1) [Peres 1990] (outras formulações do mesmo autor são encontradas na referência [Peres 1991]). Denotamos os operadores que descrevem medidas de spin de cada partícula nas direções x , y e z pelas matrizes de Pauli

σ_{x_j} , σ_{y_j} e σ_{z_j} , respectivamente, em que $j \in \{1, 2\}$ denota a partícula 1 ou 2. Os operadores de spin de uma partícula não comutam entre si, mas operadores de partículas diferentes, sim. Não há qualquer menção à não-localidade, as partículas podem permanecer próximas. Podemos tentar atribuir valores predeterminados a essas medidas, que chamaremos x_i , y_i e z_i . Conforme vimos na expressão (1.2.4), medidas de spin das duas partículas realizadas na mesma direção espacial fornecerão sempre valores opostos no estado singlete. Assim, a medida $\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}$ forneceria o resultado $x_1x_2 = -1$, valendo o mesmo para as outras duas direções, $y_1y_2 = z_1z_2 = -1$.

Consideremos a medida $\sigma_{x_1}\sigma_{y_2}$. Poderíamos medir σ_{x_1} e σ_{y_2} separadamente. Como uma medida não afetaria a outra, assumimos que os valores encontrados devem ser os mesmos x_1 e y_2 considerados anteriormente, de forma que o resultado seria x_1y_2 . Notemos que as medidas $\sigma_{x_1}\sigma_{y_2}$ e $\sigma_{y_1}\sigma_{x_2}$ comutam, podendo ser realizadas simultaneamente sem perturbarem-se uma à outra. Portanto, o resultado dessa medida deve fornecer $x_1y_1x_2y_2$, que sabemos, usando as relações anteriores, ser $x_1y_1x_2y_2 = 1$. Entretanto, a medida conjunta $\sigma_{x_1}\sigma_{y_2}\sigma_{y_1}\sigma_{x_2}$ considerada é, usando a álgebra das matrizes, equivalente à medida $\sigma_{z_1}\sigma_{z_2}$, do que decorre $x_1y_1x_2y_2 = z_1z_2 = -1$.

Encontramos uma contradição, demonstrando ser impossível entender os resultados de medidas através de valores predeterminados que não dependam da medida escolhida. Dito de outra forma, qualquer hipótese de variáveis ocultas deve depender do tipo específico de medida. Esse argumento de Peres pode ser tornado mais geral considerando tão-somente a álgebra dos operadores de spin, sem necessidade de menção ao estado das partículas, conforme mostrado por N. David Mermin [Mermin 1990c, Mermin 1993]. Basta considerar as seguintes identidades entre valores $v(\hat{\sigma}) = \pm 1$ de operadores $\hat{\sigma}$ que comutam em cada uma das linhas abaixo,

$$v(\sigma_{x_1}\sigma_{x_2})v(\sigma_{x_1})v(\sigma_{x_2}) = 1, \quad (1.6.1)$$

$$v(\sigma_{y_1}\sigma_{y_2})v(\sigma_{y_1})v(\sigma_{y_2}) = 1, \quad (1.6.2)$$

$$v(\sigma_{x_1}\sigma_{y_2})v(\sigma_{x_1})v(\sigma_{y_2}) = 1, \quad (1.6.3)$$

$$v(\sigma_{y_1}\sigma_{x_2})v(\sigma_{y_1})v(\sigma_{x_2}) = 1, \quad (1.6.4)$$

$$v(\sigma_{x_1}\sigma_{y_2})v(\sigma_{y_1}\sigma_{x_2})v(\sigma_{z_1}\sigma_{z_2}) = 1, \quad (1.6.5)$$

$$v(\sigma_{x_1}\sigma_{x_2})v(\sigma_{y_1}\sigma_{y_2})v(\sigma_{z_1}\sigma_{z_2}) = -1. \quad (1.6.6)$$

Notemos que cada $v(\hat{\sigma})$ aparece duas vezes nos membros esquerdos das equações acima. O produto de todas as linhas, portanto, deve ser igual a 1. No entanto, vemos pelo membro direito que o produto de todas as linhas deve ser -1 segundo a mecânica quântica, em contradição com o resultado anterior.

Experimentos realizados na última década, usando fótons [Michler 2000] ou nêutrons [Hasegawa 2003, Hasegawa 2006, Weihs 2007], sustentam que a natureza obedece ao teorema de Kochen–Specker. A conclusão é: o ato de medir não se resume à colheita de

números predeterminados; o resultado de uma medida é uma manifestação conjunta do sistema físico sendo medido e do aparato de medida em si, conforme já enunciado por Bohr em 1935 [Bohr 1935].

1.7 Emaranhamento em variáveis contínuas

Assim como originalmente proposto por EPR, estaremos interessados em emaranhamento entre observáveis com espectro contínuo; em nosso caso, as quadraturas do campo eletromagnético, matematicamente análogas aos operadores de posição e momento de um oscilador harmônico quântico. O tratamento matemático mais adequado a essa situação faz uso do **operador densidade** para descrever o sistema físico.

A um sistema quântico sempre corresponde um operador densidade $\hat{\rho}$, embora nem sempre exista um vetor de estado $|\psi\rangle$ que o descreva. Isso se dá porque o sistema pode estar numa mistura de estados $|\psi_n\rangle$ em determinadas proporções $\eta_n \geq 0$, com $\sum_n \eta_n = 1$ (soma convexa) e $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$. O operador densidade leva em conta todas essas possíveis situações [Cohen-Tannoudji 1977],

$$\hat{\rho} = \sum_n \eta_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n|. \quad (1.7.1)$$

Se apenas um dos η_n é diferente de zero, então o sistema é dito **puro**, pois pode ser descrito por um estado quântico, e vale $\text{Tr}\{\hat{\rho}^2\} = 1$. Nos demais casos, diz-se que o sistema se encontra numa **mistura** de estados ψ_n .

Um sistema quântico formado por N sub-sistemas é **separável** caso seu operador densidade possa ser escrito como uma soma convexa de produtos dos operadores densidade $\hat{\rho}_n^{(j)}$ de cada sub-sistema $j \in \{1, 2, 3, \dots, N\}$, com pesos η'_n ,

$$\hat{\rho}_{\text{sep}} = \sum_n \eta'_n \hat{\rho}_n^{(1)} \otimes \hat{\rho}_n^{(2)} \otimes \dots \otimes \hat{\rho}_n^{(N)}. \quad (1.7.2)$$

Nesse caso, a informação contida no sistema total é simplesmente a soma das informações contidas em cada um dos sub-sistemas [Nielsen 2000].

Operadores densidade que não podem ser escritos na forma da equação (1.7.2) são ditos **inseparáveis**, ou, de modo equivalente, **emaranhados**, pois ao menos um subgrupo de sub-sistemas possui correlações quânticas entre suas partes que não permite descrevê-los individualmente. Por exemplo, o operador densidade

$$\hat{\rho}_{\text{parcsep}} = \sum_{n=1}^N \eta'_n \hat{\rho}_n^{(1,2,\dots,k)} \otimes \hat{\rho}_n^{(k+1)} \otimes \dots \otimes \hat{\rho}_n^N. \quad (1.7.3)$$

possui uma componente de k sub-sistemas inseparáveis, $\hat{\rho}_n^{(1,2,\dots,k)}$, e $N - k$ sub-sistemas separáveis. Daí se percebe que existem muitas possibilidades para a não-separabilidade.

Um sistema é **completamente inseparável** caso nenhum de seus sub-sistemas possa ser separado do todo.

A inseparabilidade completa pode ser testada dividindo-se o sistema em diferentes partições menores e testando a inseparabilidade de todas as combinações possíveis de partições. O teste mais simples é dividir o sistema em duas partes, de todas as formas possíveis, e verificar se alguma resulta em separabilidade. Se esse não for o caso, o sistema é inseparável em partições bipartite. O mesmo deve ser feito dividindo-se o sistema em três partes, e cada divisão possível testada por inseparabilidade. E assim por diante [van Loock 2003, Hyllus 2006]. Se, além disso, o sistema não puder ser escrito nem como uma mistura estatística de operadores densidade completamente inseparáveis, é dito emaranhado N -partite **genuíno**.

A inseparabilidade bipartite é verificada a partir dos valores esperados de combinações de operadores dos sub-sistemas 1 e 2. A variância dos operadores de posição \hat{x}_j e momento \hat{y}_j de cada sub-sistema j , denotadas respectivamente por $\Delta_{\hat{\rho}}^2 \hat{x}_j$ e $\Delta_{\hat{\rho}}^2 \hat{y}_j$, são calculadas a partir do operador densidade $\hat{\rho}$ pela expressão

$$\Delta_{\hat{\rho}}^2 \hat{x}_j \equiv \langle \hat{x}_j^2 \rangle_{\hat{\rho}} - \langle \hat{x}_j \rangle_{\hat{\rho}}^2, \quad (1.7.4)$$

em que $\langle \diamond \rangle_{\hat{\rho}}$ denota a média em $\hat{\rho}$. Tem-se que $\langle \diamond \rangle_{\hat{\rho}} = \sum_n \eta_n \langle \psi_n | \diamond | \psi_n \rangle = \text{Tr}\{\diamond \hat{\rho}\}$ usando a expressão (1.7.1). Relação análoga à (1.7.4) vale para $\Delta_{\hat{\rho}}^2 \hat{y}_j$. As relações de comutação para esses operadores são $[\hat{x}_j, \hat{y}_{j'}] = 2i\delta_{jj'}$.

Como o estado proposto por EPR possui o tipo de correlação que buscamos, calculemos as variâncias de observáveis tipo EPR⁵, tais como a posição relativa e o momento total,

$$\hat{u} = \frac{\hat{x}_1 - \hat{x}_2}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad \hat{v} = \frac{\hat{y}_1 + \hat{y}_2}{\sqrt{2}}, \quad (1.7.5)$$

nas diversas formas separáveis do operador densidade. Primeiramente, o sistema separável da expressão (1.7.2) nos fornece, para a soma das variâncias de \hat{u} e \hat{v} ,

$$\begin{aligned} \Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2 \hat{v} &= \sum_n \eta_n [\langle \hat{u}^2 \rangle_n - \langle \hat{u} \rangle_n^2 + \langle \hat{v}^2 \rangle_n - \langle \hat{v} \rangle_n^2] \\ &= \sum_n \frac{\eta_n}{2} [\langle (\hat{x}_1 - \hat{x}_2)^2 \rangle_n - \langle \hat{x}_1 - \hat{x}_2 \rangle_n^2 + \langle (\hat{y}_1 + \hat{y}_2)^2 \rangle_n - \langle \hat{y}_1 + \hat{y}_2 \rangle_n^2] \\ &= \sum_n \frac{\eta_n}{2} [\langle \hat{x}_1^2 \rangle_n + \langle \hat{x}_2^2 \rangle_n - 2\langle \hat{x}_1 \hat{x}_2 \rangle_n - \langle \hat{x}_1 \rangle_n^2 - \langle \hat{x}_2 \rangle_n^2 + 2\langle \hat{x}_1 \rangle_n \langle \hat{x}_2 \rangle_n + \\ &\quad + \langle \hat{y}_1^2 \rangle_n + \langle \hat{y}_2^2 \rangle_n + 2\langle \hat{y}_1 \hat{y}_2 \rangle_n - \langle \hat{y}_1 \rangle_n^2 - \langle \hat{y}_2 \rangle_n^2 - 2\langle \hat{y}_1 \rangle_n \langle \hat{y}_2 \rangle_n] \\ &= \frac{1}{2} (\Delta^2 \hat{x}_1 + \Delta^2 \hat{y}_1 + \Delta^2 \hat{x}_2 + \Delta^2 \hat{y}_2) - C_{\hat{x}_1 \hat{x}_2} + C_{\hat{y}_1 \hat{y}_2}, \end{aligned} \quad (1.7.6)$$

em que se usou a expressão (1.7.1) para se calcular as médias em $\hat{\rho}$. Os termos $C_{\hat{x}_1 \hat{x}_2}$ e

⁵Note que $[\hat{u}, \hat{v}] = 0$, de modo que podem ser determinados concomitantemente com precisão arbitrária [Bohr 1935].

$C_{\hat{y}_1\hat{y}_2}$ são as **correlações quânticas** entre os dois sub-sistemas,

$$C_{\hat{x}_1\hat{x}_2} \equiv \sum_n \eta_n (\langle \hat{x}_1\hat{x}_2 \rangle_n - \langle \hat{x}_1 \rangle_n \langle \hat{x}_2 \rangle_n), \quad (1.7.7)$$

valendo relação análoga para $C_{\hat{y}_1\hat{y}_2}$.

A separabilidade da expressão (1.7.2) implica em

$$\text{Tr}\{\hat{x}_1 \hat{x}_2 \hat{\rho}_{\text{sep}}\} = \sum \eta'_n \text{Tr}\{\hat{x}_1 \hat{x}_2 [\hat{\rho}_n^{(1)} \otimes \hat{\rho}_n^{(2)}]\} = \sum \eta'_n \text{Tr}\{\hat{x}_1 \hat{\rho}_n^{(1)}\} \text{Tr}\{\hat{x}_2 \hat{\rho}_n^{(2)}\}, \quad (1.7.8)$$

do que segue $\langle \hat{x}_1\hat{x}_2 \rangle_n = \langle \hat{x}_1 \rangle_n \langle \hat{x}_2 \rangle_n$, ou seja, as correlações são nulas, $C_{\hat{x}_1\hat{x}_2} = C_{\hat{y}_1\hat{y}_2} = 0$. Ademais, o princípio de incerteza impõe um limite inferior para $\Delta^2\hat{x}_j + \Delta^2\hat{y}_j$, já que $\Delta^2\hat{x}_j \geq |[\hat{x}_j, \hat{y}_j]|^2/\Delta^2\hat{y}_j$ e, portanto, $\Delta^2\hat{x}_j + \Delta^2\hat{y}_j \geq |[\hat{x}_j, \hat{y}_j]| = 2$. Com isso, obtemos que todo **operador densidade separável** deve satisfazer a desigualdade

$$\Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2 \hat{v} \geq 2. \quad (1.7.9)$$

Por outro lado, vimos que, no estado proposto por EPR, a posição relativa \hat{u} e o momento total \hat{v} são perfeitamente determinados, do que decorre $\Delta_{\text{epR}}^2 \hat{u} = \Delta_{\text{epR}}^2 \hat{v} = 0$. Isso mostra que é possível anular o membro esquerdo da equação (1.7.6) caso as correlações de posição e momento entre os dois sub-sistemas atenham seus valores máximos. Para **qualquer operador densidade** vale, portanto, a desigualdade

$$\Delta_{\hat{\rho}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}}^2 \hat{v} \geq 0, \quad (1.7.10)$$

que pode parecer trivial pelo fato de variâncias serem positivas. Entretanto, veremos mais à frente que o membro direito nulo da desigualdade acima não é sempre obtido para quaisquer combinações de operadores. Por exemplo, se tivéssemos escolhido $\hat{u} = |a|\hat{x}_1 - \hat{x}_2/a$ e $\hat{v} = |a|\hat{p}_1 + \hat{p}_2/a$, a real não-nulo, o membro direito valeria $|a^2 - 1/a^2|$ [Duan 2000]. Nossa escolha de \hat{u} e \hat{v} em (1.7.5) corresponde a $a = 1$.

Todos os sistemas que violam a expressão (1.7.9) são inseparáveis, embora nem todos os sistemas inseparáveis a violem. Esse é, em essência, o critério de Duan *et al.* [Duan 2000] e Simon⁶ [Simon 2000] de inseparabilidade, condição **suficiente** para caracterizar a existência de emaranhamento bipartite. Essa desigualdade torna-se também condição necessária caso a matriz de covariância do sistema esteja escrita num formato padrão [Duan 2000].

Podemos generalizar esse critério para caracterizar emaranhamento em sistemas tripartites [van Loock 2003]. Para tanto, introduzimos os observáveis

$$\hat{u} = h_1\hat{x}_1 + h_2\hat{x}_2 + h_3\hat{x}_3 \quad \text{e} \quad \hat{v} = g_1\hat{y}_1 + g_2\hat{y}_2 + g_3\hat{y}_3, \quad (1.7.11)$$

em que h_j e g_j são constantes reais escolhidas livremente. Cálculos análogos aos da expressão (1.7.6), considerando cada uma das três possibilidades de divisão do sistema

⁶Simon obteve essa mesma condição por outras vias, considerando a operação de transposição parcial do operador densidade.

em duas partições,

$$\hat{\rho}_{\text{bisep1}} = \sum \eta_n \hat{\rho}_n^{(1)} \otimes \hat{\rho}_n^{(2,3)}, \quad (1.7.12)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bisep2}} = \sum \eta_n \hat{\rho}_n^{(2)} \otimes \hat{\rho}_n^{(1,3)}, \quad (1.7.13)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bisep3}} = \sum \eta_n \hat{\rho}_n^{(3)} \otimes \hat{\rho}_n^{(1,2)}, \quad (1.7.14)$$

resultam em três desigualdades que devem ser respeitadas pelos respectivos sistemas parcialmente separáveis das equações (1.7.12)–(1.7.14), escritas como [van Loock 2003]

$$\hat{\rho}_{\text{bisep1}} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2 \hat{v} \geq 2 (|h_1 g_1| + |h_2 g_2 + h_3 g_3|), \quad (1.7.15)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bisep2}} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2 \hat{v} \geq 2 (|h_2 g_2| + |h_1 g_1 + h_3 g_3|), \quad (1.7.16)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bisep3}} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2 \hat{v} \geq 2 (|h_3 g_3| + |h_1 g_1 + h_2 g_2|). \quad (1.7.17)$$

Cada desigualdade violada exclui a forma do operador densidade usada para deduzi-la.

Assim como no caso da desigualdade (1.7.9), o operador densidade **completamente separável** da expressão (1.7.2) deve satisfazer a condição mais restritiva

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{\text{sep}} &= \sum \eta_m \hat{\rho}_m^{(1)} \otimes \hat{\rho}_m^{(2)} \otimes \hat{\rho}_m^{(3)} \\ &\implies \Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2 \hat{v} \geq 2 (|h_1 g_1| + |h_2 g_2| + |h_3 g_3|). \end{aligned} \quad (1.7.18)$$

Um **operador densidade qualquer**, por outro lado, satisfaz a desigualdade menos restritiva

$$\forall \hat{\rho} \implies \Delta_{\hat{\rho}}^2 \hat{u} + \Delta_{\hat{\rho}}^2 \hat{v} \geq 2 |h_1 g_1 + h_2 g_2 + h_3 g_3|. \quad (1.7.19)$$

As constantes livres h_j e g_j devem ser escolhidas de acordo com o sistema físico em consideração. Mas uma boa regra que serve a todos é escolher coeficientes de modo a anular o membro direito da desigualdade (1.7.19), o que ocorre sempre que \hat{u} e \hat{v} comutam, a fim de permitir uma maior região de violação de (1.7.18).

Consideremos exemplos de combinações das variáveis \hat{x}_j e \hat{y}_j que resultem em bons testes de inseparabilidade. A escolha $h_1 = -h_2 = g_1 = g_2 = 1$ e $h_3 = 0$ anula o membro direito de (1.7.19) e fornece, para sistemas completamente separáveis, o limite

$$\hat{\rho}_{\text{sep}} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2 (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2 (\hat{y}_1 + \hat{y}_2 + g_3 \hat{y}_3) \geq 4 \quad (1.7.20)$$

A violação dessa desigualdade é condição suficiente para demonstrar que o sistema não é totalmente separável em três sub-sistemas independentes.

Para as desigualdades (1.7.15)–(1.7.17) de sistemas **parcialmente separáveis**, temos

$$\hat{\rho}_{\text{bisep1}} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2 (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2 (\hat{y}_1 + \hat{y}_2 + g_3 \hat{y}_3) \geq 4, \quad (1.7.21)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bisep2}} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2 (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2 (\hat{y}_1 + \hat{y}_2 + g_3 \hat{y}_3) \geq 4, \quad (1.7.22)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bisep3}} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2 (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2 (\hat{y}_1 + \hat{y}_2 + g_3 \hat{y}_3) \geq 0. \quad (1.7.23)$$

Portanto, a violação da desigualdade (1.7.20) também demonstra que $\hat{\rho}$ não pode ser escrito nas formas $\hat{\rho}_{\text{bise}p1}$ e $\hat{\rho}_{\text{bise}p2}$ das equações (1.7.12) e (1.7.13). Entretanto, nada pode ser dito a respeito de $\hat{\rho}_{\text{bise}p3}$, já que essa desigualdade não fornece qualquer informação nesse caso. Para incluir $\hat{\rho}_{\text{bise}p3}$ no teste, temos de buscar outra combinação de operadores.

Suponhamos $h_1 = h_3 = g_1 = -g_3 = 1$ e $h_2 = 0$. Essa escolha também anula o membro direito de (1.7.19) e resulta, para sistemas separáveis, na desigualdade

$$\hat{\rho}_{\text{sep}} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2(\hat{x}_1 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2(\hat{y}_1 - \hat{y}_3 + g_2\hat{y}_2) \geq 4 \quad (1.7.24)$$

Já para sistemas parcialmente separáveis, obtemos

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p1} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2(\hat{x}_1 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2(\hat{y}_1 - \hat{y}_3 + g_2\hat{y}_2) \geq 4, \quad (1.7.25)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p2} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2(\hat{x}_1 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2(\hat{y}_1 - \hat{y}_3 + g_2\hat{y}_2) \geq 0, \quad (1.7.26)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p3} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2(\hat{x}_1 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2(\hat{y}_1 - \hat{y}_3 + g_2\hat{y}_2) \geq 4. \quad (1.7.27)$$

Assim, a violação dessa desigualdade elimina as formas $\hat{\rho}_{\text{bise}p1}$ e $\hat{\rho}_{\text{bise}p3}$, porém nada revela sobre a forma $\hat{\rho}_{\text{bise}p2}$. Podemos então testar conjuntamente as desigualdades (1.7.20) e (1.7.24) para eliminar todas as formas parcialmente separáveis de $\hat{\rho}$. Caso ambas sejam violadas, o sistema é emaranhado tripartite.

Pode ocorrer, no entanto, que apenas uma das desigualdades (1.7.20) e (1.7.24) seja violada, restando ainda uma dúvida sobre uma das formas parcialmente separáveis. Nesse caso, resta ainda testar a combinação de variáveis dada por $h_2 = h_3 = g_2 = -g_3 = 1$ e $h_1 = 0$. Obtém-se

$$\hat{\rho}_{\text{sep}} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2(\hat{x}_2 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{sep}}}^2(\hat{y}_2 - \hat{y}_3 + g_1\hat{y}_1) \geq 4 \quad (1.7.28)$$

para estados separáveis, e

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p1} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2(\hat{x}_2 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{b1}}^2(\hat{y}_2 - \hat{y}_3 + g_1\hat{y}_1) \geq 0, \quad (1.7.29)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p2} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2(\hat{x}_2 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{b2}}^2(\hat{y}_2 - \hat{y}_3 + g_1\hat{y}_1) \geq 4, \quad (1.7.30)$$

$$\hat{\rho}_{\text{bise}p3} \implies \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2(\hat{x}_2 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{b3}}^2(\hat{y}_2 - \hat{y}_3 + g_1\hat{y}_1) \geq 4. \quad (1.7.31)$$

para as formas parcialmente separáveis. Caso a desigualdade (1.7.28) seja agora violada, então o sistema é completamente inseparável.

Logo, um conjunto possível de três desigualdades que nos permitem caracterizar emaranhamento tripartite é

$$\Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p12}}^2(\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p12}}^2(\hat{y}_1 + \hat{y}_2 + g_3\hat{y}_3) \geq 4, \quad (1.7.32)$$

$$\Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p13}}^2(\hat{x}_1 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p13}}^2(\hat{y}_1 - \hat{y}_3 + g_2\hat{y}_2) \geq 4, \quad (1.7.33)$$

$$\Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p23}}^2(\hat{x}_2 + \hat{x}_3) + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{bise}p23}}^2(\hat{y}_2 - \hat{y}_3 + g_1\hat{y}_1) \geq 4. \quad (1.7.34)$$

A violação de duas dessas desigualdades é condição suficiente para demonstrar o emaranhamento tripartite, uma vez que elimina todas as formas bisseparáveis (1.7.12)–(1.7.14)⁷.

Notemos que alguns parâmetros g_j permaneceram livres. Eles podem ser usados para minimizar os membros esquerdos das desigualdades, de modo a otimizar suas violações. Fisicamente, os g_j livres são correções provenientes do terceiro sub-sistema ao emaranhamento bipartite dos outros dois sub-sistemas. Isso pode ser visto mais facilmente comparando-se as desigualdades (1.7.32)–(1.7.34) à desigualdade (1.7.9) de Duan *et al.* e Simon, do que se percebe que as expressões acima nada mais são que desigualdades bipartite corrigidas pela informação do terceiro sub-sistema, otimizada pelo parâmetro de ganho g_j .

Existem infinitas combinações de operadores que permitem demonstrar a inseparabilidade tripartite. A forma escolhida depende do sistema específico cuja inseparabilidade se deseja testar. Em particular, é sempre possível encontrar apenas uma desigualdade que elimina todas as formas parcialmente separáveis de $\hat{\rho}$ considerando operadores \hat{u} e \hat{v} que comutam [van Loock 2003]. Para o caso tripartite, essa escolha é $h_1 = g_1 = 1$ e $g_2 = g_3 = -h_2 = -h_3 = 1/\sqrt{2}$, fornecendo uma mesma desigualdade a partir das três condições (1.7.15)–(1.7.17),

$$\Delta_{\hat{\rho}_{\text{bisep}}}^2 \left(\hat{x}_1 - \frac{\hat{x}_2 + \hat{x}_3}{\sqrt{2}} \right) + \Delta_{\hat{\rho}_{\text{bisep}}}^2 \left(\hat{y}_1 + \frac{\hat{y}_2 + \hat{y}_3}{\sqrt{2}} \right) \geq 2. \quad (1.7.35)$$

Essa desigualdade é maximamente violada por estados emaranhados construídos a partir da interferência em divisores de feixe de três estados comprimidos [van Loock 2003]. No caso de emaranhamento produzido pelo oscilador paramétrico ótico, desigualdades do tipo (1.7.15)–(1.7.17) são mais adequadas, conforme mostraremos no Capítulo 5.

A **verificação experimental** da inseparabilidade de um sistema físico é feita medindo-se as correlações entre observáveis dos diversos sub-sistemas. Correlações acima de certo limite implicarão em algum tipo de inseparabilidade. Os observáveis nos quais estamos interessados nesta tese são as quadraturas do campo, cuja estrutura matemática é análoga à do espaço de posição e momento aqui considerado para o caso do oscilador harmônico quântico.

Embora todas as desigualdades mencionadas sejam válidas para qualquer tipo de estado, trataremos sempre de estados do campo com estatística gaussiana (cujas distribuições de probabilidade são curvas gaussianas), por corresponderem aos estados estudados na presente tese. Nesse caso, momentos de segunda ordem (variâncias e correlações entre dois campos) determinam completamente o estado, e podemos substituir o formalismo de operador densidade pela matriz de covariância, que é o objeto efetivamente

⁷A questão mais complexa de determinação de emaranhamento genuíno (ou seja, se o operador densidade, além de completamente inseparável, não pode ser escrito como uma mistura de operadores densidade bisseparáveis) pode ser realizada utilizando uma rotina desenvolvida em *MatLab* por P. Hyllus e J. Eisert [Hyllus 2006].

medido [Adesso 2006]. Consideraremos nesta tese emaranhamento entre, no máximo, três sub-sistemas. Com isso, apenas testes de divisões bipartite serão necessários para caracterizar a inseparabilidade completa em nosso caso. Utilizaremos esses critérios nos vários capítulos subsequentes que tratam de flutuações dos feixes de luz produzidos pelo OPO.

★ ★ ★

O emaranhamento, um tipo de correlação muito forte permitido pela mecânica quântica, traz à luz algumas das características mais antiintuitivas de teoria, tal como a impossibilidade de se atribuir valores predeterminados a observáveis físicos sem se incorrer em alguma asserção que viole a localidade.

Do ponto de vista experimental, o emaranhamento em variáveis contínuas pode ser demonstrado pela violação de certas desigualdades envolvendo valores esperados de observáveis, necessariamente respeitadas por estados separáveis.

Capítulo 2

Flutuações Quânticas da Luz e Métodos de Medida

Neste capítulo, são apontados os observáveis físicos que visamos medir, bem como diversos conceitos a eles ligados¹. Nossos experimentos buscam acessar características não-clássicas da luz tão-somente através de medidas de intensidade. No entanto, a fase de um feixe de luz, grandeza conjugada à intensidade, guarda informação essencial à caracterização completa de seu estado. O método que permite acessar as flutuações de fase, a rotação da elipse de ruído por cavidades óticas, apresentado em seguida, se utiliza da característica dispersiva de uma ressonância para convertê-las em flutuações de amplitude.

2.1 Quadraturas do campo e ruído quântico

Em eletromagnetismo clássico, a amplitude do campo elétrico da luz é usualmente descrita pela parte real de um número complexo oscilante no tempo,

$$E(t) = E_0(t) e^{-i\omega_0 t} + E_0^*(t) e^{i\omega_0 t} , \quad (2.1.1)$$

em que $E_0(t) = |E_0(t)| \exp[-i\varphi(t)]$ é sua amplitude complexa lentamente variável e ω_0 , sua frequência angular ótica. As dependências temporais em $\varphi(t)$ e $E_0(t)$ representam, respectivamente, modulações de fase e amplitude pequenas comparadas à potência existente na frequência central ω_0 .

Como resultado da quantização do campo eletromagnético, substitui-se essa amplitude complexa por um operador. A estrutura matemática de cada modo de frequência e polarização do campo quantizado prova-se idêntica à do oscilador harmônico quântico após um tratamento formal [Cohen-Tannoudji 2004, Mandel 1995]. A quantização canônica consiste em substituir as amplitudes complexas por operadores, os operadores de **criação** \hat{a}^\dagger e

¹Ver também [Villar 2004a].

aniquilação \hat{a} do oscilador harmônico, que criam ou aniquilam excitações de energia fundamentais do campo eletromagnético, os fótons. O campo quantizado da expressão (2.1.1) seria

$$\hat{E}(t) = \hat{a}(t) e^{-i\omega_0 t} + \hat{a}^\dagger(t) e^{i\omega_0 t}, \quad (2.1.2)$$

em que sua natureza multimodo no entorno da frequência ω_0 foi assumida tacitamente na dependência temporal dos operadores lentamente variáveis. Nesse caso, $\hat{a}(t)$ e $\hat{a}^\dagger(t)$ satisfazem a relação de comutação

$$[\hat{a}(t), \hat{a}^\dagger(t')] = \delta(t - t'). \quad (2.1.3)$$

A expressão clássica (2.1.1) pode ser reescrita em função de dois termos que se encontram em quadratura,

$$E(t) = X(t) \cos(\omega_0 t) + Y(t) \sin(\omega_0 t), \quad (2.1.4)$$

em que

$$X = |E_0(t)| \cos \varphi(t), \quad Y = |E_0(t)| \sin \varphi(t). \quad (2.1.5)$$

Expressão análoga vale no caso quântico introduzindo-se os **operadores de quadratura**,

$$\hat{X}_\theta(t) = e^{-i\theta} \hat{a}(t) + e^{i\theta} \hat{a}^\dagger(t), \quad \hat{Y}_\theta(t) = -i [e^{-i\theta} \hat{a}(t) - e^{i\theta} \hat{a}^\dagger(t)]. \quad (2.1.6)$$

O ângulo θ é a referência de fase, equivalente à escolha de origem da contagem do tempo. Na expressão clássica (2.1.5), escolheu-se $\theta = 0$ por simplicidade. \hat{X} e \hat{Y} são matematicamente equivalentes aos operadores de posição e momento do oscilador harmônico quântico e, portanto, não comutam em tempos iguais,

$$[\hat{X}_\theta(t), \hat{Y}_\theta(t')] = 2i \delta(t - t'). \quad (2.1.7)$$

As expressões (2.1.5) e (2.1.6) nos mostram que a decomposição exata do campo elétrico nas quadraturas depende de uma referência arbitrária de fase. Como relacionar essas quadraturas com as medidas feitas no laboratório? Existe uma escolha de fase privilegiada pelas medidas? Para responder a essas perguntas, precisamos analisar especificamente como e o que medimos.

2.1.1 Quadraturas amplitude e fase

Em nossos experimentos, medimos tão-somente a **intensidade** de feixes de luz. Essas medidas têm como base o efeito fotoelétrico [Hertz 1887, Einstein 1905], no qual excitações do campo eletromagnético, os fótons, convertem-se em elétrons ejetados de um material

(em nosso caso, um semiconductor). Trabalhamos no regime de altas intensidades, da ordem de 10^{16} fótons por segundo, no qual algo em torno de 95% dos fótons são registrados². Os fotodetetores funcionam, portanto, aniquilando fótons e criando fotoelétrons, como se efetivamente contassem, dentro de certa precisão, o número de fótons que os atingem por segundo. Com base nisso, podemos modelar o fotodetector como sendo sensível ao operador de intensidade [Mandel 1995, Glauber 1963a],

$$\hat{I}(t) = \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t) , \quad (2.1.8)$$

em que $\hat{a}(t)$ e $\hat{a}^\dagger(t)$ possuem dimensão de inverso de raiz quadrada de tempo.

Medidas de $\hat{I}(t)$ são tomadas continuamente pelos fotodetetores, dando origem a **fotocorrentes**. Escrevemos a intensidade como um valor real estacionário bem definido $\langle \hat{I} \rangle$ possuindo flutuações rápidas $\delta \hat{I}(t)$ no tempo,

$$\hat{I}(t) = \langle \hat{I} \rangle + \delta \hat{I}(t) , \quad (2.1.9)$$

em que o símbolo $\langle \diamond \rangle$ denota a média temporal. Isso ainda não é uma aproximação, mas apenas uma forma de reescrever o operador intensidade separando sua média. As flutuações nos operadores de aniquilação e criação do campo, definidas de maneira análoga,

$$\delta \hat{a}(t) = \hat{a}(t) - \alpha , \quad \delta \hat{a}^\dagger(t) = [\delta \hat{a}(t)]^\dagger , \quad (2.1.10)$$

em que

$$\alpha = |\alpha| \exp(i\varphi) \equiv \langle \hat{a}(t) \rangle \quad (2.1.11)$$

é uma amplitude complexa estacionária, relacionam-se com $\delta \hat{I}(t)$, usando a equação (2.1.8), através da expressão

$$\delta \hat{I}(t) = \alpha^* \delta \hat{a}(t) + \alpha \delta \hat{a}^\dagger(t) + \delta \hat{a}^\dagger(t) \delta \hat{a}(t) . \quad (2.1.12)$$

Da mesma forma, tem-se $\langle \hat{I} \rangle = |\alpha|^2$.

Essa expressão pode ser aproximada através de algumas considerações mais específicas sobre os estados da luz com que lidamos. Conforme já exposto, praticamente toda a energia de nossos feixes se concentra na intensidade média, $\langle \hat{I} \rangle = |\alpha|^2$, de forma que realizações de medidas de flutuação de intensidade fornecerão valores $\delta I \ll \langle I \rangle$. Nesse caso, o último termo da expressão (2.1.12) ocorre em segunda ordem nas flutuações, podendo ser desprezado. Veremos mais adiante que ele está relacionado ao número de fótons presentes nas flutuações, que só poderia ser medido com detetores capazes de realizar fotocontagens. Assim, mantendo apenas termos de primeira ordem na flutuação, encontramos

$$\delta \hat{I}(t) = \alpha^* \delta \hat{a}(t) + \alpha \delta \hat{a}^\dagger(t) , \quad (2.1.13)$$

²Apesar da alta eficiência de detecção, é necessário lembrar que um grande número de fótons, por volta de 10^{14} , são perdidos por segundo.

que nos permite relacionar a flutuação de intensidade com as quadraturas do campo através das equações (2.1.6). Reescrevemos a equação (2.1.13) para obtermos a quadratura à qual é proporcional a intensidade,

$$\begin{aligned}\delta\hat{I}(t) &= |\alpha| [e^{-i\varphi} \delta\hat{a}(t) + e^{i\varphi} \delta\hat{a}^\dagger(t)] \\ &= |\alpha| X_\varphi(t).\end{aligned}\tag{2.1.14}$$

Essa relação determina a quadratura privilegiada pelo nosso objeto de estudo e sistema de medida. Ela decorre dos fatos de que investigamos **feixes intensos** de luz e empregamos fotodetetores incapazes de realizar fotocontagem. A interpretação geométrica da expressão (2.1.14) no plano complexo, mostrada na figura 2.1, nos revela que a flutuação de intensidade é dada pela flutuação complexa $\delta\alpha$ **na direção** do campo clássico α , ou seja, é proporcional à flutuação de **amplitude** de α . Por isso, denominamos essa quadratura especial de **quadratura amplitude**, denotando-a \hat{p} . Assim, as flutuações da quadratura amplitude são obtidas experimentalmente através das flutuações de intensidade do feixe [Grynberg 1997],

$$\delta\hat{p}(t) = \delta\hat{I}(t)/\langle\hat{I}\rangle^{1/2}.\tag{2.1.15}$$

A partir da mesma figura semiclássica, vemos que a quadratura conjugada é proporcional a flutuações de fase, sendo portanto denominada **quadratura fase**, denotada \hat{q} . Em termos dos operadores de criação e aniquilação, tem-se

$$\hat{p}(t) = e^{-i\varphi} \hat{a}(t) + e^{i\varphi} \hat{a}^\dagger(t), \quad \hat{q}(t) = -i [e^{-i\varphi} \hat{a}(t) - e^{i\varphi} \hat{a}^\dagger(t)].\tag{2.1.16}$$

Portanto, flutuações **em fase** com a amplitude média resultam em flutuações de intensidade, enquanto flutuações **em quadratura** com a mesma, em flutuações de fase do campo. Em termos das quadraturas generalizadas das definições (2.1.6), tem-se $\hat{p} \equiv \hat{X}_\varphi$ e $\hat{q} \equiv \hat{X}_{\varphi+\pi/2} = \hat{Y}_\varphi$, em que φ é a fase estacionária do campo definida na equação (2.1.10).

2.1.2 Portadora central e bandas laterais

A física de nosso sistema se torna muito mais simples no espaço de frequência. Aprofundemos a representação multimodo dos campos, definindo³

$$\delta\hat{a}(\Omega) \equiv \int \delta\hat{a}(t) e^{i\Omega t} dt, \quad \delta\hat{a}^\dagger(\Omega) \equiv [\delta\hat{a}(\Omega)]^\dagger,\tag{2.1.17}$$

em que $\hat{a}(\Omega)$ e $\hat{a}^\dagger(\Omega)$ são os operadores de aniquilação e criação de fótons numa frequência Ω em torno da frequência ótica ω_0 . Os limites da integral devem ser muito maiores que o tempo típico das flutuações quânticas, caso em que podemos aproximá-los por $\pm\infty$ para tornar as contas mais simples. Discutiremos mais adiante essa aproximação.

³Sempre que não especificado, integrais são realizadas de $-\infty$ a ∞ .

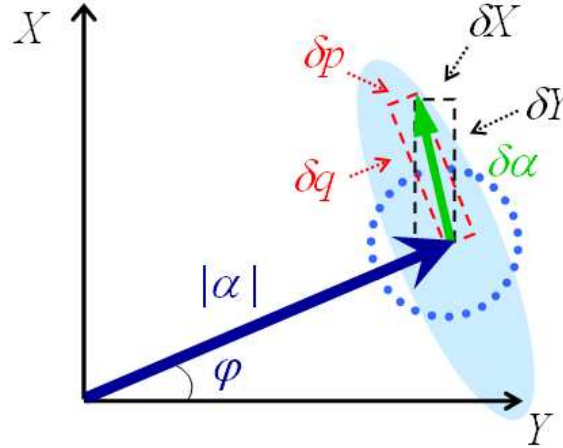


Figura 2.1: Representação do campo no plano complexo. O vetor representa a amplitude e a fase da portadora central, enquanto a elipse, a potência de ruído das quadraturas do campo em frequência Ω . Quadraturas amplitude δp e fase δq da flutuação $\delta\alpha$ são comparadas às quadraturas δX e δY tomadas com uma referência de fase arbitrária. O ruído quântico padrão é representado pelo círculo pontilhado. O tamanho da elipse de ruído foi enormemente exagerado para ser visível na figura, pois, na verdade, $|\alpha|^2 \gg S_{\hat{X}_\theta}$.

Se a amplitude média do campo é representada pelo vetor da figura 2.1, o operador $\delta\hat{a}(\Omega)$ corresponde a flutuações de amplitude no domínio espectral. Nesse domínio, os feixes de luz aqui tratados possuem um grande número de fótons na frequência ótica ω_0 , correspondente a $\Omega = 0$, e alguns poucos fótons nas frequências Ω . A intensidade na região central do espectro, com valor típico da ordem de $\langle\hat{I}\rangle \sim 10^{16}$ fótons por segundo, está relacionada à amplitude média α do campo, da ordem de $\alpha \sim 10^8 \text{ s}^{-1/2}$. Como não podemos resolver sua estatística de fótons, esse é efetivamente um campo clássico para nosso aparato de medida⁴. Chamamos essa componente de **portadora**, uma vez que praticamente toda a energia do feixe nela se encontra. Em nossos lasers, a largura da portadora em frequência é de aproximadamente 1 kHz.

Realizações de medidas de flutuação são descritas em termos de $\delta\hat{a}(\Omega)$, produzindo números complexos $\delta\alpha(\Omega)$. Por estarem em torno da portadora, essas regiões do espectro são chamadas de **bandas laterais**. Com essa interpretação do campo, podemos voltar à equação (2.1.12) para identificar os termos de flutuação de primeira ordem como surgindo do **batimento** entre a portadora e as bandas laterais. O batimento aparece em frequência Ω na fotocorrente medida, chamada por isso **frequência de análise**, assim como a frequência central, vista como uma intensidade média, aparece em frequência nula.

O último termo da equação (2.1.12) está relacionado ao número de fótons presentes nas bandas laterais, que pode ser estimado a partir do ruído quântico, conforme veremos

⁴Embora, caso pudéssemos, fenômenos interessantes, tal como interferência no espaço de fase, seriam acessíveis em nosso aparato [Schleich 1987].

mais adiante, como sendo da ordem de 1 fóton por unidade de frequência. Esse termo escapa à precisão de nossos fotodetetores, incapazes de realizar fotocontagem, mas seus efeitos são registrados indiretamente através do batimento com a portadora intensa, que amplifica as pequeníssimas flutuações das bandas laterais. Estas guardam, portanto, os estados quânticos nos quais estamos interessados.

Para passar uma idéia sobre os números envolvidos, a fotodeteção é sensível somente a um número médio de fótons $\gtrsim 10^{15} \text{ s}^{-1}$, mas muito sensível a flutuações do mesmo. Para feixes de luz com mW de intensidade, a flutuação típica medida carrega energia da ordem de nW, correspondendo a uma sensibilidade de $\sim 10^{-6}$ na flutuação relativa. Nosso sistema de medida define bandas laterais, medidas tipicamente em $\Omega \sim 2\pi \times 20 \text{ MHz}$, com uma precisão (largura de banda) de $2\pi \times 600 \text{ kHz}$.

Os operadores de quadraturas monomodo são obtidos tomando-se a transformada de Fourier das equações (2.1.16),

$$\hat{p}(\Omega) = e^{-i\varphi} \hat{a}(\Omega) + e^{i\varphi} \hat{a}^\dagger(-\Omega), \quad (2.1.18)$$

$$\hat{q}(\Omega) = -i [e^{-i\varphi} \hat{a}(\Omega) - e^{i\varphi} \hat{a}^\dagger(-\Omega)]. \quad (2.1.19)$$

Segue da hermiticidade desses operadores no domínio temporal que

$$[\delta\hat{p}(\Omega)]^\dagger = \delta\hat{p}(-\Omega), \quad [\delta\hat{q}(\Omega)]^\dagger = \delta\hat{q}(-\Omega). \quad (2.1.20)$$

A relação de comutação no espaço de frequência pode ser deduzida a partir da equação (2.1.7),

$$[\delta\hat{p}(\Omega), \delta\hat{q}(\Omega')] = 4i\pi\delta(\Omega - \Omega'). \quad (2.1.21)$$

2.1.3 Espectro de ruído

A distribuição espectral da energia é dada pelo **espectro de ruído** $S_{\hat{X}_\theta}(\Omega)$, obtido através da expressão

$$\langle \delta\hat{X}_\theta(\Omega) \delta\hat{X}_\theta(-\Omega') \rangle = 2\pi \delta(\Omega - \Omega') S_{\hat{X}_\theta}(\Omega). \quad (2.1.22)$$

A potência de ruído $S_{\hat{X}_\theta}(\Omega)$ é proporcional à **variância** da quadratura generalizada $\delta\hat{X}_\theta(\Omega)$, a menos de uma divergência que deve ser removida. De fato, as quantidades das equações (2.1.18)–(2.1.19) não são funções bem comportadas, pois a série temporal das quais são as transformadas de Fourier não tendem a zero para tempos infinitos, resultando na função delta da expressão (2.1.22). Fisicamente, entretanto, os limites são **finitos** porém muito maiores que as escalas de tempo típicas dos fenômenos de interesse, suavizando a função delta. Mesmo a frequência Ω deve ser definida dentro de certo intervalo, ou largura de banda, resultando numa suavização adicional. Assim, num experimento, a grandeza medida não é exatamente o espectro de ruído, mas algo muito próximo e proporcional a ele após se considerar todas as larguras de banda envolvidas. A **variância medida**, denotada por $\Delta^2 \hat{X}_\theta$, é dada por todos esses fatores. O importante é

que o shot noise, nosso ruído de referência, seja calibrado nas mesmas condições, tal que uma comparação confiável seja sempre possível. Nesta tese, vamos manter a aproximação de tratar ruídos ideais do modo acima, e denotá-los pela letra S .

Como veremos num exemplo, $S_{\hat{X}_\theta}(\Omega)$ pode ser interpretado como o número de fótons por largura de banda na frequência Ω . Ele é comumente representado por uma **elipse de ruído** no plano complexo, ilustrada na figura 2.1. A elipse de ruído pode ser vista como um contorno da função de Wigner do estado [Gardiner 1991]. A cada frequência Ω corresponde uma elipse de ruído. Segundo a definição (2.1.16), para $\theta = \varphi$ tem-se o ruído de amplitude $S_{\hat{p}}(\Omega)$, enquanto o ruído de fase $S_{\hat{q}}(\Omega)$ corresponde a $\theta = \varphi + \pi/2$.

O **shot noise** é o ruído de intensidade de um estado coerente. Normalizando-o pela intensidade média [expressão (2.1.15)], obtém-se o ruído de quadratura desse estado. Usamos o vácuo como o estado coerente de calibração do shot noise. Em nossa detecção, o ruído de vácuo é o batimento que permanece no caso em que a banda lateral é o próprio. A distribuição de suas flutuações obedece uma estatística poissoniana, que tende a uma gaussiana quando o número de fótons medidos

$$S_{\hat{X}_\theta}^{\text{vac}}(\Omega) = 1, \quad \forall \theta. \quad (2.1.23)$$

O ruído quântico padrão é constante como função da frequência ('ruído branco').

Diz-se que há **squeezing** de quadratura sempre que uma delas flutua menos que as quadraturas do vácuo, $S_{\hat{X}_\theta}^{\text{sqz}} < 1$. Fisicamente, squeezing significa que a intensidade ou a fase do feixe possuem menor incerteza intrínseca que aquelas de um feixe coerente. Quando na intensidade, $S_{\hat{p}}^{\text{sqz}} < 1$, o fluxo de fótons sobre o fotodetector torna-se mais regular, de modo que a estatística de fótons se torna sub-poissoniana. Isso implica numa maior incerteza de fase, ou **excesso de ruído**, $S_{\hat{q}}^{\text{antisqz}} > 1$. Por outro lado, se há squeezing de fase, então a estatística de fótons se torna super-poissoniana, enquanto a fase do campo se torna melhor definida que a fase de um estado coerente.

Note que não há energia no vácuo, já que $\langle \hat{a}^\dagger(\Omega)\hat{a}(\Omega) \rangle_{\text{vac}} = 0$, apesar de haver ruído de batimento com a portadora (caso não haja portadora, não há ruído algum). Qualquer desvio do valor $S_{\hat{X}_\theta}^{\text{vac}}(\Omega) = 1$ implica na existência de fótons na banda lateral. Por exemplo, para um estado de vácuo comprimido do campo [Walls 1994, Yuen 1976], o número médio de fótons é

$$\begin{aligned} \langle \hat{N}(\Omega) \rangle_{\text{sqzvac}} &\equiv \langle \hat{a}^\dagger(\Omega)\hat{a}(\Omega) \rangle_{\text{sqzvac}} = \sinh^2 r \\ &= \frac{S^{\text{sqz}} - 1}{4} + \frac{S^{\text{antisqz}} - 1}{4}, \end{aligned} \quad (2.1.24)$$

em que $r \geq 0$ é o parâmetro de compressão, tal que, para algum ângulo θ , tem-se squeezing na quadratura \hat{X}_θ , com ruído $S^{\text{sqz}} = \exp(-2r) < 1$, e anti-squeezing em $\hat{X}_{\theta+\pi/2}$, com $S^{\text{antisqz}} = \exp(+2r) > 1$. O número de fótons na banda lateral depende do squeezing $1 - S^{\text{sqz}}$ e do excesso de ruído $S^{\text{antisqz}} - 1$.

São estados desse tipo que buscamos observar nas bandas laterais de nossos feixes. Um valor típico de squeezing obtido no laboratório é algo em torno de 50%, que nos permite estimar $\langle N(\Omega) \rangle \sim 1$. Notemos novamente que esse número médio de fótons tão pequeno só pode ser medido por causa do batimento com a portadora intensa.

No experimento, o shot noise é calibrado utilizando-se o fato de que o ruído de intensidade do estado coerente é proporcional à intensidade média⁵. Isso pode ser visto a partir da equação (2.1.14), da qual

$$S_I^{\text{vac}}(\Omega) = I . \quad (2.1.25)$$

Mais precisamente, por causa de todos os filtros e amplificadores que agem sobre a fotocorrente, temos na verdade uma intensidade média medida $I \propto \langle \hat{I} \rangle$ e uma variância $\Delta^2 \hat{I} \propto S_I(\Omega)$ medida em frequência Ω . Ao longo desta tese, será feita dessa forma a distinção entre espectro de ruído (S) e variância medida (Δ^2), salvo no Capítulo 5, no qual se preferiu manter a notação da seção 1.7. Para o shot noise, tem-se, após subtração do ruído eletrônico de fundo,

$$\Delta^2 \hat{I}^{\text{vac}} = \beta I , \quad (2.1.26)$$

em que β é uma constante de proporcionalidade dependente da frequência. Como $\Delta^2 \hat{p}^{\text{vac}}$, a medida de variância da quadratura amplitude do vácuo $\hat{p}^{\text{vac}}(\Omega)$, é igual a $\Delta^2 \hat{I}^{\text{vac}}/I$, tem-se que

$$\Delta^2 \hat{p}^{\text{vac}}/\beta = 1 . \quad (2.1.27)$$

Portanto, β é o valor de calibração do ruído quântico padrão em dada frequência de análise com certa largura de banda de medida. As variâncias das quadraturas dos feixes quânticos são normalizadas a esse valor, de modo que squeezing significa

$$\Delta^2 \hat{X}_\theta/\beta < 1 , \quad (2.1.28)$$

ou seja, ruído de quadratura do feixe ou de combinações de feixes menor que a flutuação do vácuo. As medidas apresentadas nesta tese são sempre normalizadas a β , a fim de se evitar a utilização desse número pouco significativo.

Em resumo, vimos que fotodetetores são excelentes para realizar medidas de intensidade da luz, proporcional à quadratura amplitude para feixes intensos. No entanto, isso os torna completamente insensíveis à fase da luz, impedindo a caracterização completa do feixe. Daí a necessidade de se converter informação de fase em informação de intensidade com o uso de técnicas interferométricas. É de uma dessas técnicas, discutida na próxima seção, que nossas medidas fazem uso.

⁵Podemos calibrá-lo tanto utilizando um laser que sabemos de antemão ser shot noise quanto através de homodinagem com o vácuo [Bachor 1998].

2.2 Rotação da elipse de ruído por cavidades óticas

Toda medida de fase da luz requer a conversão de informação de fase para intensidade através da realização de algum tipo de **interferência**. A técnica que utilizamos para medir ruído de fase se baseia na característica dispersiva de uma ressonância. Ao refletir um feixe de luz, uma cavidade ótica lhe dá uma fase dependente de frequência, resultando na interferência entre as diversas componentes de frequência de seu espectro [Levenson 1985, Galatola 1991, Villar 2004a, Villar 2004b, Villar 2008]. Classificamos essa técnica de ‘auto-homodina’, uma vez que é muito parecida com a técnica mais empregada em medidas de fase – a detecção homodina [Bachor 1998] –, porém com o oscilador local já incluso no feixe a ser medido.

A técnica da detecção homodina é representada pictoricamente na figura 2.2. Consiste em fazer interferir um feixe com amplitude α , cujas quadraturas se quer medir, com um feixe coerente α_{LO} muito mais intenso, o **oscilador local**. Dependendo da fase relativa entre ambos, flutuações de determinada quadratura do feixe menos intenso são projetadas em flutuações de intensidade do oscilador local. O oposto também ocorre, mas como o oscilador local é muito mais intenso, podemos desprezar esse efeito.

Uma representação pictórica da medida de fase pela técnica de detecção homodina é apresentada na figura 2.2. Para uma fase relativa de $\pi/2$ entre os valores médios dos campos, a flutuação de α **ortogonal** à sua direção, representada por δq , é projetada na **mesma** direção δp do vetor soma, $\alpha + \alpha_{LO}$, que é aproximadamente igual a α_{LO} , pois $|\alpha_{LO}| \gg |\alpha|$. Flutuações na mesma direção do valor médio do campo correspondem a flutuações de sua amplitude, ou seja, de sua intensidade, facilmente mensurável com fotodetetores. Portanto, a flutuação de **intensidade** do campo resultante dessa interferência dá informação direta sobre a flutuação de **fase** do campo α .

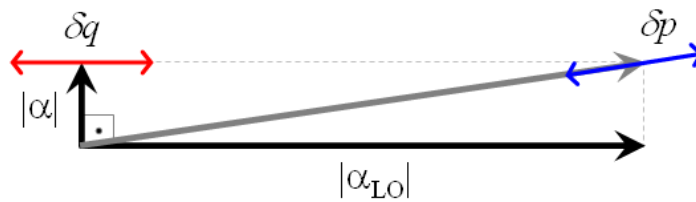


Figura 2.2: Representação esquemática da detecção homodina no plano complexo. Oscilador local α_{LO} e o campo α cuja fase se quer medir interferem. O campo resultante aponta aproximadamente na mesma direção do oscilador local, uma vez que $|\alpha_{LO}| \gg |\alpha|$. Com isso, flutuações de fase δq do campo α tornam-se flutuações de amplitude δp do campo resultante da interferência.

Na técnica da rotação da elipse de ruído por cavidade óticas, veremos que o oscilador local é a região intensa do espectro do feixe (portadora) que ‘cabe’ na cavidade, ou seja, que se encontra dentro da largura de sua ressonância; o feixe pouco intenso a ser medido

é a banda lateral de ruído, que carrega toda a informação quântica na qual estamos interessados. De fato, podemos dizer que a banda lateral é o próprio estado quântico, enquanto a portadora atua como um campo clássico.

Analisemos a expressão das quadraturas do campo no espaço de frequência, definidas nas equações (2.1.18)–(2.1.19),

$$\delta p(\Omega) = e^{-i\varphi}\delta\alpha(\Omega) + e^{i\varphi}\delta\alpha^*(-\Omega), \quad (2.2.1)$$

$$\delta q(\Omega) = -i[e^{-i\varphi}\delta\alpha(\Omega) - e^{i\varphi}\delta\alpha^*(-\Omega)], \quad (2.2.2)$$

em que Ω é a frequência de análise (angular), medida em torno da frequência ótica da portadora, ω_0 . Nossas definições de quadratura tomam como referência a fase φ do campo médio, $\alpha = |\alpha| \exp(i\varphi)$.

Essas expressões nos mostram que as quadraturas dependem fundamentalmente de três frequências: a frequência ótica da portadora e as frequências Ω e $-\Omega$ das bandas laterais situadas simetricamente em torno da primeira. O que ocorreria com as quadraturas se pudéssemos, de alguma forma, fornecer uma fase independente para cada uma dessas componentes de frequência?

Começamos adicionando uma fase manipulável θ à banda lateral de frequência Ω , de forma que $\delta\alpha(\Omega) \rightarrow \delta \exp(i\theta)\alpha(\Omega)$. As demais fases são mantidas fixas. Tem-se então que a quadratura amplitude se torna

$$\begin{aligned} \delta p(\Omega) \longrightarrow \delta p'(\Omega) &= e^{i\theta}e^{-i\varphi}\delta\alpha(\Omega) + e^{i\varphi}\delta\alpha^*(-\Omega) \\ &= e^{i\theta/2} [e^{-i(\varphi-\theta/2)}\delta\alpha(\Omega) + e^{i(\varphi-\theta/2)}\delta\alpha^*(-\Omega)]. \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Desprezando-se a fase global, vê-se que, variando θ entre 0 e 2π , a quadratura resultante varia entre amplitude ($\theta = 0$) e fase ($\theta = \pi$). Variar a fase da outra banda lateral fornece o mesmo resultado.

Em vez da fase da banda lateral, poderíamos fazer variar a fase da portadora, de forma que $\varphi \rightarrow \varphi + \theta$. Tem-se então

$$\delta p(\Omega) \longrightarrow \delta p'(\Omega) = e^{-i(\varphi+\theta)}\delta\alpha(\Omega) + e^{i(\varphi+\theta)}\delta\alpha^*(-\Omega), \quad (2.2.4)$$

que é a quadratura generalizada em função de θ , definida na equação (2.1.6), igual à quadratura amplitude ($\theta = 0$ ou π) ou fase ($\theta = \pi/2$ ou $3\pi/2$). Essa é a mesma expressão obtida quando se faz variar a fase θ relativa entre oscilador local e feixe medido na técnica de detecção homodina.

Vemos, assim, que a possibilidade de variar essas três fases independentemente permite converter qualquer quadratura do campo em quadratura amplitude. Note que, conforme variamos a fase da banda central de φ a $\varphi + 2\pi$, a conversão de quadratura amplitude para quadratura fase ocorre duas vezes; em contrapartida, a conversão ocorre apenas uma vez conforme se varia a fase de uma das bandas laterais. Veremos nas próximas seções que é precisamente isso que faz a cavidade ao passar pela ressonância com cada uma das frequências envolvidas.

2.2.1 Cavidade ótica

Considere a situação da figura 2.3. Dois campos incidem sobre uma cavidade ótica formada por um espelho de acoplamento com coeficiente de reflexão R_1 e um espelho altamente refletor R_2 . $R_2 < 1$ representa as perdas espúrias de luz que sempre ocorrem no interior da cavidade, e que acoplam o campo intracavidade ao vácuo, $\alpha_v(t) = \delta\alpha_v(t)$. Sobre o primeiro espelho incide o campo que se quer medir, $\alpha_{in}(t) = \alpha_{in} + \delta\alpha_{in}(t)$. A reflexão e a transmissão de amplitude são, respectivamente, $r_j = \sqrt{R_j}$ e $t_j = \sqrt{T_j}$, $j \in \{1, 2\}$. Sua frequência de ressonância é ν_c .

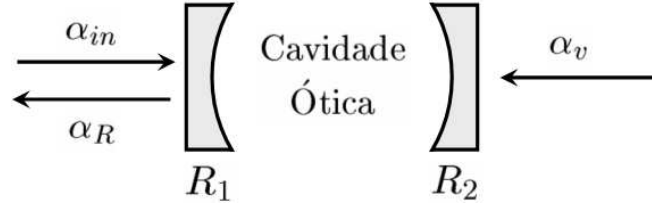


Figura 2.3: Cavidade ótica com espelho de acoplamento R_1 e espelho altamente refletor R_2 , representando as perdas espúrias. O campo refletido α_R é a soma do campo incidente α_{in} com o vácuo α_v acoplado à cavidade pelas perdas.

Três grandezas importantes para a caracterização de uma cavidade ótica são a **largura de banda** $\delta\nu_c$ de sua ressonância⁶ em torno de ν_c , a **finesse** F e o **intervalo espectral livre** $\Delta\nu_c$ [Grynberg 1997]. A finesse é uma medida da qualidade da cavidade para armazenar a luz, dada pela expressão

$$F = \pi \left[2 \arcsen \left(\frac{1 - \sqrt{R_1 R_2}}{2 (R_1 R_2)^{1/4}} \right) \right]^{-1} \approx \pi \frac{(R_1 R_2)^{1/4}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}}. \quad (2.2.5)$$

No limite de alta finesse, ou seja, $T_1, T_2 \ll 1$, vale que

$$F \approx \frac{2\pi}{T_1 + T_2}. \quad (2.2.6)$$

O intervalo espectral livre é dado pelo inverso do tempo τ que uma onda de fase toma para percorrer o perímetro L da cavidade⁷, $\Delta\nu_c = \tau^{-1}$. Largura de banda, finesse e intervalo espectral livre relacionam-se através da simples expressão,

$$\delta\nu_c = \frac{\Delta\nu_c}{F} \approx \frac{T_1 + T_2}{2\pi\tau}, \quad (2.2.7)$$

em que a aproximação é válida no limite de alta finesse.

Trabalharemos sempre considerando cada componente de frequência lentamente variável ν , $\nu \ll \nu_0$ (ou de frequência angular $\Omega = 2\pi\nu$), em que ν_0 é a frequência ótica da luz,

$$\alpha(\nu) = \int e^{i2\pi\nu t} \alpha(t) dt. \quad (2.2.8)$$

⁶A letra ν representa frequências, enquanto ω e Ω , frequências angulares.

⁷Para uma cavidade linear, o perímetro é igual a duas vezes a distância D entre os espelhos.

Definem-se também duas quantidades muito úteis para simplificar a notação: a frequência de análise ν' relativa à largura de banda da cavidade,

$$\nu' = \nu/\delta\nu, \quad (2.2.9)$$

e a dessintonia Δ entre a portadora do campo e a ressonância da cavidade relativa à sua largura de banda,

$$\Delta = (\nu_0 - \nu_c)/\delta\nu_c. \quad (2.2.10)$$

O campo refletido $\alpha_R(\nu')$ pelo espelho de acoplamento da cavidade se relaciona com o campo incidente e com o vácuo pela expressão [Villar 2004a, Villar 2004b]

$$\alpha_R(\nu') = r(\Delta + \nu') \alpha_{in}(\nu') + t(\Delta + \nu') \alpha_v(\nu'), \quad (2.2.11)$$

em que os coeficientes de reflexão e transmissão da cavidade são

$$r(\vartheta) = \frac{r_1 - r_2 \exp(i2\pi\vartheta/F)}{1 - r_1 r_2 \exp(i2\pi\vartheta/F)}, \quad t(\vartheta) = \frac{t_1 t_2 \exp(i\pi\vartheta/F)}{1 - r_1 r_2 \exp(i2\pi\vartheta/F)}, \quad (2.2.12)$$

e ϑ é o argumento dessas funções.

Na aproximação de alta finesse, vale que $F \approx 2\pi/(T_1 + T_2)$, e a exponencial pode ser expandida em torno da ressonância, fornecendo

$$r(\vartheta) \cong -\sqrt{R_{min}} \frac{1 - 2i\vartheta/\sqrt{R_{min}}}{1 + 2i\vartheta}, \quad t(\vartheta) \cong \sqrt{T_{max}} \frac{1}{1 + 2i\vartheta}, \quad (2.2.13)$$

em que $R_{min} = (T_1 - T_2)/(T_1 + T_2)$ é o valor da reflexão em ressonância, e $T_{max} = 1 - R_{min}$.

O quadrado do módulo e a fase de $r(\Delta)$ são ilustrados na figura 2.4. A reflexão de intensidade da cavidade para alta finesse é uma curva lorentziana, como pode ser visto a partir de (2.2.13). A fase varia com a dessintonia entre campo e cavidade na forma de arcotangente, passando de 0 a 2π conforme se atravessa a ressonância. A fase relativa entre o campo longe de ressonância e em exata ressonância é π . Por conservação de energia, $|r(\Delta)|^2 + |t(\Delta)|^2 = 1$. A fase de $t(\Delta)$ tem a mesma forma da fase na reflexão, porém varia de 0 a π ao se atravessar a ressonância, tal como ocorre em vários fenômenos físicos de ressonância comumente considerados (ressonâncias mecânicas, eletrônicas etc).

2.2.2 Efeito sobre as quadraturas do campo

Aplica-se a equação (2.2.11) à frequência central ν_0 do feixe para se obter a forma como a portadora é afetada pela cavidade,

$$\alpha_R(0) = r(\Delta) \alpha_{in}(0). \quad (2.2.14)$$

Aplicando-a também às bandas laterais, obtêm-se

$$\begin{aligned} \delta\alpha_R(\nu') &= r(\Delta + \nu') \delta\alpha_{in}(\nu') + t(\Delta + \nu') \delta\alpha_v(\nu'), \\ \delta\alpha_R^*(-\nu') &= r^*(\Delta - \nu') \delta\alpha_{in}^*(-\nu') + t^*(\Delta - \nu') \delta\alpha_v^*(-\nu'). \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

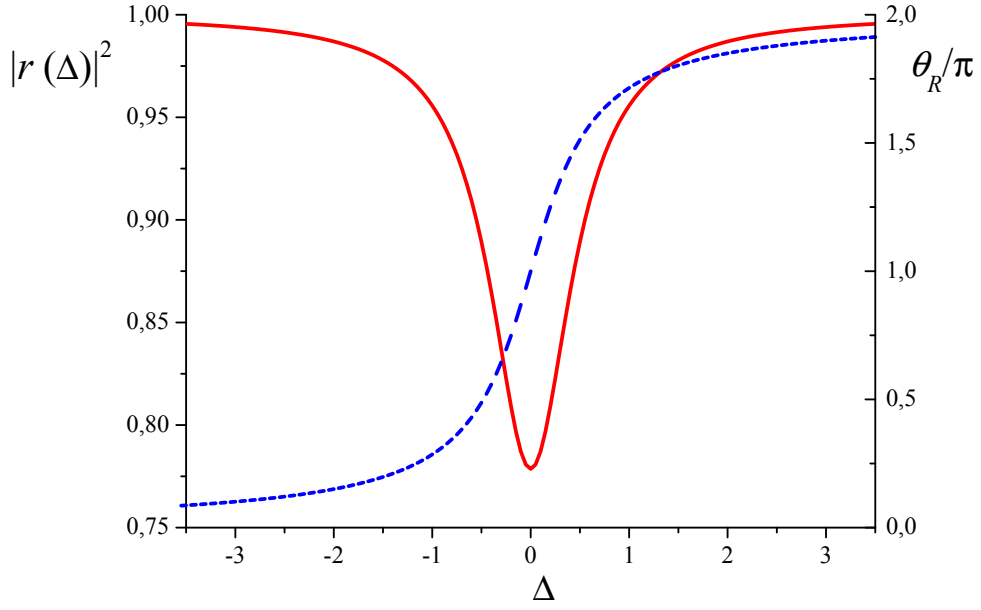


Figura 2.4: Quadrado do módulo (curva contínua) e fase (curva tracejada) de $r(\Delta)$ como função da dessintonia entre campo e cavidade. Foram usados os valores $R_1 = 95\%$ e $R_2 = 0.3\%$, compatíveis com as cavidades óticas usadas em nossos experimentos.

Vemos que o campo de entrada sofre uma atenuação $|r(\vartheta)|$ e uma defasagem $\exp[i\theta_R(\vartheta)] = r(\vartheta)/|r(\vartheta)|$ dependente da frequência, além de ser misturado ao vácuo através de $|t(\vartheta)|$.

Define-se a quadratura amplitude do campo refletido de forma análoga a (2.2.1),

$$\delta p_R(\nu') = \frac{\alpha_R^*}{|\alpha_R|} \delta \alpha_R(\nu') + \frac{\alpha_R}{|\alpha_R|} \delta \alpha_R^*(-\nu'). \quad (2.2.16)$$

Substituindo nessa equação as relações (2.2.14) e (2.2.15), obtemos:

$$\begin{aligned} \delta p_R(\nu') &= e^{-i\theta_R(\Delta)} r(\Delta + \nu') \delta \alpha_{in}(\nu') + e^{i\theta_R(\Delta)} r^*(\Delta - \nu') \delta \alpha_{in}^*(-\nu') \\ &+ e^{-i\theta_R(\Delta)} t(\Delta + \nu') \delta \alpha_v(\nu') + e^{i\theta_R(\Delta)} t^*(\Delta - \nu') \delta \alpha_v^*(-\nu'). \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

É direta a comparação entre a equação acima e as relações (2.2.3) e (2.2.4). Ignoremos por hora as perdas espúrias, fazendo $t(\vartheta) = 0$ e $|r(\vartheta)| = 1$. Suponhamos $\nu \gg \delta \nu_c$ (ou seja, $\nu' \gg 1$), de maneira que a cavidade atue somente sobre a portadora ou uma das bandas laterais a cada dessintonia. Se a cavidade estiver próxima de ressonância com a banda lateral de frequência ν , ou seja, dessintonizada de ν' com relação à portadora (figura 2.5a), então apenas esta banda lateral é defasada enquanto portadora e banda lateral $-\nu$ permanecem inalteradas,

$$\delta p_R(\nu') = e^{i\theta_R(\Delta + \nu')} \delta \alpha_{in}(\nu') + \delta \alpha_{in}^*(-\nu'), \quad (2.2.18)$$

que é o efeito apontado na equação (2.2.3). De maneira análoga (figura 2.5b), caso a portadora esteja próxima à ressonância (e então as bandas laterais encontram-se longe

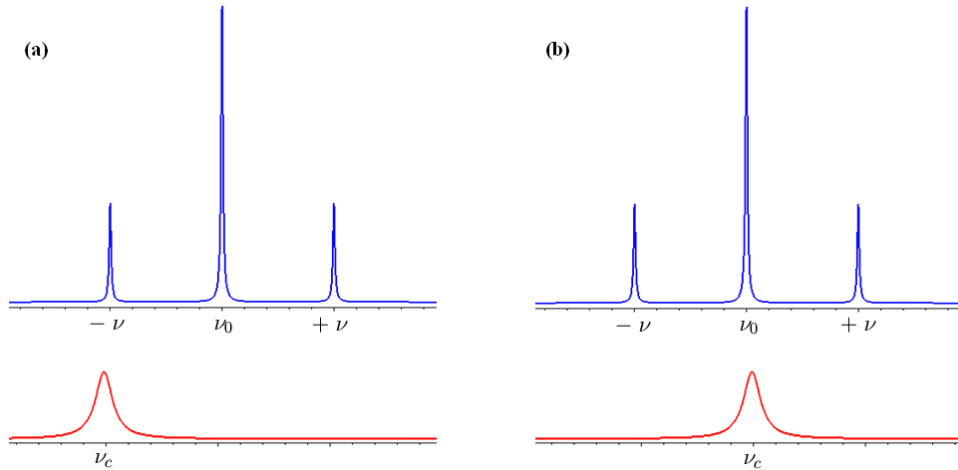


Figura 2.5: Representação pictórica das situações em que a cavidade, cuja transmissão é representada pela curva vermelha, se encontra ressonante com **(a)** uma das bandas laterais e **(b)** a portadora do feixe incidente, representado pela curva azul.

da ressonância) tem-se o efeito da equação (2.2.4), caso em que a portadora faz papel análogo ao oscilador local da detecção homodina. Portanto, a fase θ , então introduzida nas equações (2.2.3) e (2.2.4) apenas a título de discussão, é precisamente a fase θ_R dada pela cavidade na reflexão.

No caso geral em que $\nu' \gg 1$ não se aplica, as fases recebidas pelas três componentes de frequência interferem. Diminuindo ainda mais a frequência de análise, reconhecemos a situação limite, $\nu' \ll 1$, em que ‘oscilador local’ e banda lateral não podem ser distinguidos dentro da largura de ressonância da cavidade: como todos recebem a mesma fase, não pode haver conversão de quadraturas. Podemos então nos perguntar qual é a frequência de análise mínima em que a quadratura fase ainda é completamente convertida em quadratura amplitude. Impondo a condição $\theta_R(\Delta) - \theta_R(\Delta - \nu') = \pi/2$, tirada da equação (2.2.17), não é difícil mostrar que a resposta é $\nu' = \sqrt{2}$ (como veremos na figura 2.9a). Se $\nu' < \sqrt{2}$, então a conversão de quadraturas é parcial, indo a zero se ν' vai a zero. Por outro lado, se $\nu' > \sqrt{2}$, a cavidade permite distinguir claramente entre banda lateral e portadora, resultando em quatro conversões perfeitas de ruído em torno da ressonância (duas devidas à portadora e uma para cada banda lateral), conforme já discutido. Essas situações serão discutidas a seguir, na figura 2.8a.

O efeito das perdas é levar parcialmente o estado de entrada ao vácuo, tal como uma atenuação. No caso em que as bandas laterais estão ressonantes, o ruído é atenuado. Já no caso em que a portadora se encontra em ressonância, apenas o ‘oscilador local’ é atenuado, enquanto as bandas laterais são refletidas sem perdas. Essa é uma vantagem sobre a técnica de detecção homodina: o motivo pelo qual o oscilador local deve ser muito mais intenso que o feixe a ser medido é o ruído que suas bandas laterais (tipicamente vácuo) inserem na medida. Em nosso caso, o ‘oscilador local’ atua sobre suas próprias

bandas laterais, e, portanto, não inclui ruído.

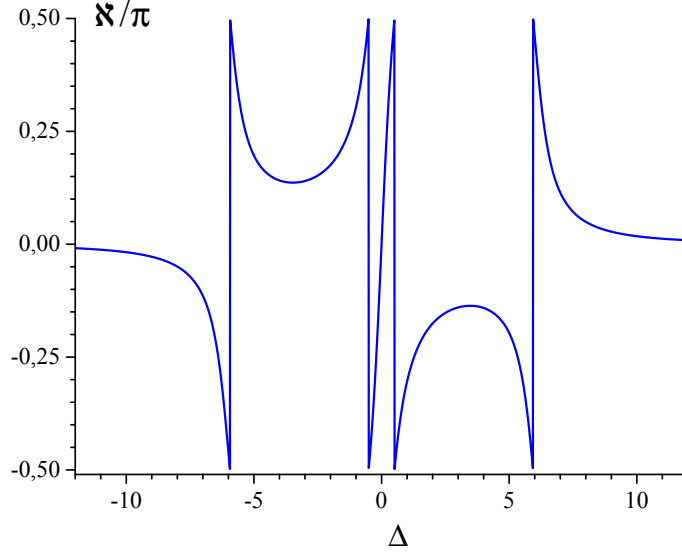


Figura 2.6: Ângulo \aleph adicionado pela cavidade entre elipse de ruído e portadora no espaço de fase, como função de Δ . Considerou-se $\nu' = 6$.

A expressão final para $\delta p_R(\nu')$ em função de $\delta p_{in}(\nu')$ e $\delta q_{in}(\nu')$ é obtida invertendo-se as equações (2.2.1)–(2.2.2) e substituindo o resultado em (2.2.17):

$$\begin{aligned} \delta p_R(\nu') &= g_p(\Delta, \nu') \delta p_{in}(\nu') + i g_q(\Delta, \nu') \delta q_{in}(\nu') + g_{vp}(\Delta, \nu') \delta v_p(\nu') \\ &\quad + i g_{vq}(\Delta, \nu') \delta v_q(\nu') , \end{aligned} \quad (2.2.19)$$

em que $\delta v = e^{i\varphi}(\delta v_p + i\delta v_q)/2$ é a flutuação de vácuo, e

$$\begin{aligned} g_p(\Delta, \nu') &= \frac{1}{2} [e^{-i\theta_R(\Delta)} r(\Delta + \nu') + e^{i\theta_R(\Delta)} r^*(\Delta - \nu')] , \\ g_q(\Delta, \nu') &= \frac{1}{2} [e^{-i\theta_R(\Delta)} r(\Delta + \nu') - e^{i\theta_R(\Delta)} r^*(\Delta - \nu')] , \\ g_{vp}(\Delta, \nu') &= \frac{1}{2} [e^{-i\theta_R(\Delta)} t(\Delta + \nu') + e^{i\theta_R(\Delta)} t^*(\Delta - \nu')] , \\ g_{vq}(\Delta, \nu') &= \frac{1}{2} [e^{-i\theta_R(\Delta)} t(\Delta + \nu') - e^{i\theta_R(\Delta)} t^*(\Delta - \nu')] . \end{aligned} \quad (2.2.20)$$

Os coeficientes g_p e g_q dão a forma como p_R depende das quadraturas de entrada, enquanto g_{vp} e g_{vq} são contribuições do vácuo. Se não há perdas espúrias, então $|g_{vp}| = |g_{vq}| = 0$ e $|g_p|^2 + |g_q|^2 = 1$. Podemos nesse caso identificar $|g_p| = \cos \aleph$ e $|g_q| = \sin \aleph$, em que \aleph é um parâmetro, para traçar claramente a analogia com a detecção homodina sem perdas. A única diferença entre as duas técnicas é a forma como \aleph varia. Na detecção homodina, \aleph varia linearmente com a fase relativa entre oscilador local e campo medido, enquanto em nosso caso \aleph é resultado da interferência entre três campos, cada qual recebendo uma fase que varia com o arcotangente da dessintonia da cavidade com

relação à sua frequência própria. Fisicamente, \aleph é o ângulo adicionado pela cavidade ótica entre um dos eixos da elipse de ruído e a amplitude complexa da portadora no espaço de fase. A forma de \aleph como função de Δ é ilustrada na figura 2.6.

2.2.3 Rotação da elipse de ruído

Finalmente, estamos em condições de calcular o espectro de ruído $S_{X_\theta}(\nu)$ definido na expressão (2.1.22). Decorre de (2.2.19) que o espectro de ruído do campo refletido se relaciona com os espectros de ruído das quadraturas amplitude $S_p(\nu')$ e fase $S_q(\nu')$ do campo incidente através da relação:

$$S_R(\Delta, \nu') = |g_p(\Delta, \nu')|^2 S_p(\nu') + |g_q(\Delta, \nu')|^2 S_q(\nu') + |g_{vp}(\Delta, \nu')|^2 + |g_{vq}(\Delta, \nu')|^2, \quad (2.2.21)$$

em que se usou o valor de shot noise para os ruídos de quadratura do vácuo, $S_{vp}(\nu) = S_{vq}(\nu) = 1$.

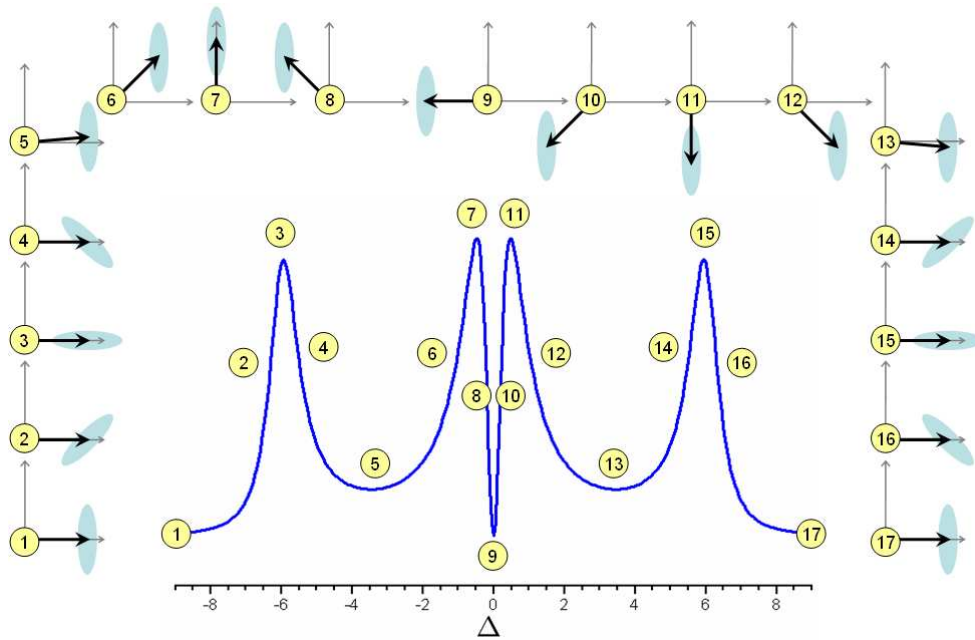


Figura 2.7: Rotação da elipse de ruído pela cavidade como função de Δ . A curva central é $S_R(\Delta, \nu')$, enquanto os quadros à sua volta são representações pictóricas no plano complexo do campo refletido em cada dessintonia. Utilizou-se $\nu' = 6$ e $S_p < S_q$.

A figura 2.7 ilustra como $S_R(\Delta, \nu')$ varia em função da dessintonia da cavidade de análise para $\nu' = 6$ (considerando-se $S_p < S_q$). Longe de ressonância, observa-se o ruído da quadratura p , uma vez que a cavidade não tem qualquer efeito sobre o feixe incidente (quadro 1). A primeira conversão completa de ruído de fase em amplitude ocorre quando uma das bandas laterais se encontra em exata ressonância, $\Delta \sim -\nu'$, sendo atenuada pelas perdas espúrias. Lembrando da figura 2.5a, retratamos essa situação no plano complexo

como uma rotação completa da elipse em torno de seu centro, sem que o valor médio seja afetado, mas com uma pequena atenuação da elipse, que tende a shot noise (quadros 2 a 4). A segunda conversão ocorre quando a portadora é girada de 90° , em $\Delta = -0,5$. Isso é retratado como uma rotação de $\pi/2$ do vetor α , enquanto a elipse se mantém orientada da mesma forma (quadro 7). Apesar da atenuação da portadora, as bandas laterais não são afetadas pela cavidade, e o ruído medido não sofre perdas (por essa razão o pico 7 é maior que o pico 3). Em $\Delta = 0$, a portadora recebe uma fase π , invertendo o sinal da flutuação (quadro 9); mas isso não afeta a variância, que volta ao mesmo valor quando fora de ressonância. Para a outra banda lateral, as mesmas conversões ocorrem para $\Delta \sim \nu'$ (quadros 11 a 15).

A figura 2.8a apresenta algumas curvas de $S_R(\Delta, \nu')$ considerando-se três frequências de análise diferentes. Para $\nu' = 1 < \sqrt{2}$ (curva pontilhada), a cavidade não permite distinguir completamente entre portadora e bandas laterais, do que decorre uma conversão parcial de ruído de fase em amplitude, ou seja, rotação parcial da elipse de ruído. A rotação é completa na curva contínua, com $\nu' = 2 > \sqrt{2}$, embora as três componentes de frequência envolvidas recebam fases diferentes ao mesmo tempo, interferindo entre si. Por fim, a curva tracejada, na qual $\nu' = 4$, ilustra as rotações quase independentes da portadora e das bandas laterais.

Podemos caracterizar mais facilmente esses três regimes atentando ao comportamento dos pontos de derivada nula das curvas apresentadas na figura 2.8a em função da dessintonia. Essa análise, como função de ν' e R_{min} , é mostrada nas figuras 2.9a e b. Por motivo de simetria, considera-se apenas $\Delta > 0$.

Em 2.9a, a cavidade é assumida sem perdas: $R_{min} = 1$. Se $\nu' < \sqrt{2}$ (círculos azuis vazios), apenas um ponto de derivada nula existe, já que ruído de fase é apenas parcialmente convertido em ruído de amplitude. No momento em que ν' se torna maior que $\sqrt{2}$, passam a existir três pontos de derivada nula: dois deles são as dessintonias em que fase é completamente convertida em amplitude (triângulos), e o terceiro é apenas o ponto de mínimo (ou de máximo, se $S_q < S_p$) que ocorre entre essas duas conversões (círculos azuis cheios). Conforme $\nu' \rightarrow \infty$, as fases das bandas laterais e da portadora não mais interferem, fazendo com que a primeira conversão de fase, devida à portadora, ocorra em $\Delta = 0,5$ (triângulos vermelhos cheios), enquanto a segunda, devida à banda lateral, em $\Delta = \nu'$ (triângulos verdes vazios).

As dessintonias dos pontos de derivada nula dependem também das perdas. Na figura 2.9b, considera-se uma frequência de análise fixa, $\nu' = 2$, e variam-se as perdas usando-se R_{min} como parâmetro. Os símbolos e cores das curvas seguem o padrão da figura 2.9a. Para uma cavidade perfeita ($R_{min} = 1$), a conversão de ruído pela rotação da banda central ocorre próximo a $\Delta = 0,5$; conforme aumentam-se as perdas ($R_{min} = 0$ significa que $R_2 = R_1$), o ponto de conversão tende a ocorrer em $\Delta = 0$. A conversão de ruído decorrente da rotação da banda lateral sofre efeito semelhante, embora menor.

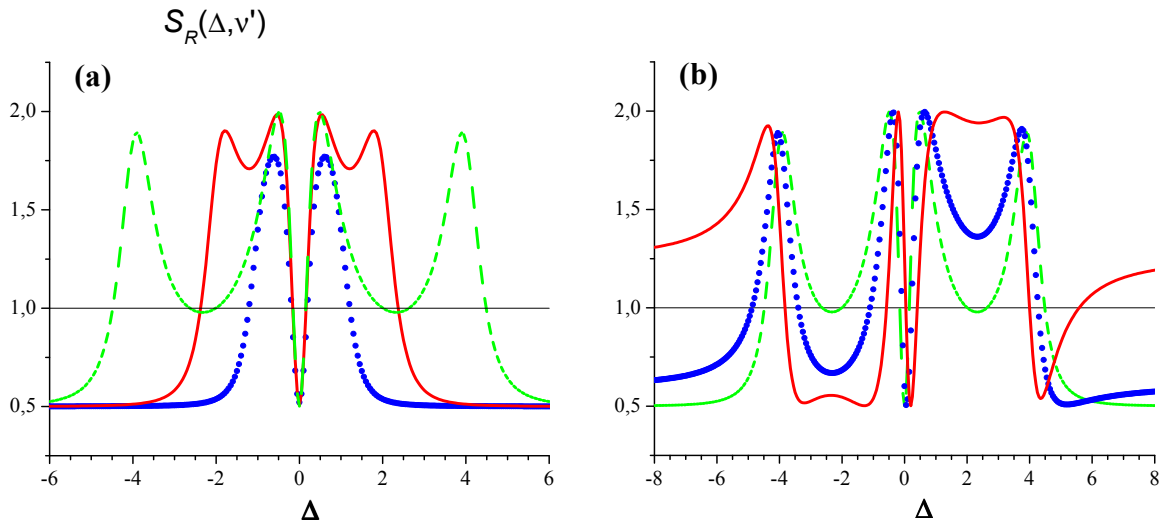


Figura 2.8: Rotação da elipse de ruído como função de Δ . **(a)** Para diversas frequências de análise, sem correlação entre as quadraturas. Foram usados os valores $S_p = 0,5$ e $S_q = 2$. Curva pontilhada: $\nu' = 1$; contínua: $\nu' = 2$; tracejada: $\nu' = 4$. **(b)** Com possibilidade de correlação entre as quadraturas, para alguns ângulos ϕ da elipse. Foram usados $S_x = 0,5$, $S_y = 2$ e $\nu' = 4$. Curva tracejada: $\phi = 0^\circ$ (sem correlação); pontilhada: $\phi = 15^\circ$ (correlação intermediária); contínua: $\phi = 45^\circ$ (máximo de correlação).

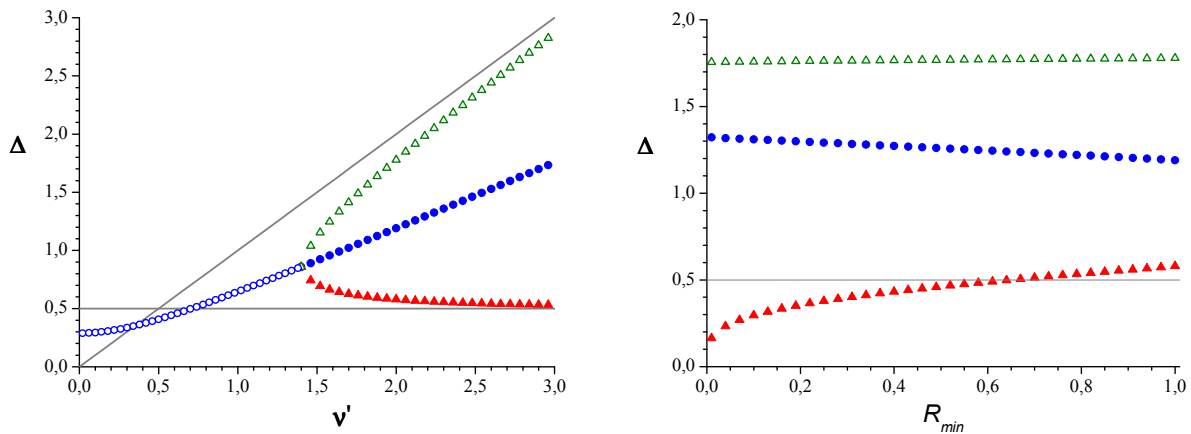


Figura 2.9: Comportamento dos pontos de derivada nula (para $\Delta > 0$) da rotação da elipse de ruído (figura 2.8a) conforme se variam **(a)** a frequência de análise, com $R_{min} = 1$, e **(b)** as perdas espúrias, com $\nu' = 2$. Curvas com símbolos diferentes representam as diferentes soluções de derivada nula, seguindo o mesmo padrão nas figuras **(a)** e **(b)**. Em $\nu' = \sqrt{2}$, passa a ocorrer conversão completa de fase em amplitude, marcada pela transição entre a curva com círculos vazios e aquela com círculos cheios. Destacam-se entre as três soluções as curvas com triângulos, que correspondem à conversão completa de quadratura pela rotação da portadora (triângulos cheios) e da banda lateral (triângulos vazios). As curvas cinzas facilitam a visualização do comportamento assintótico dos pontos de derivada nula.

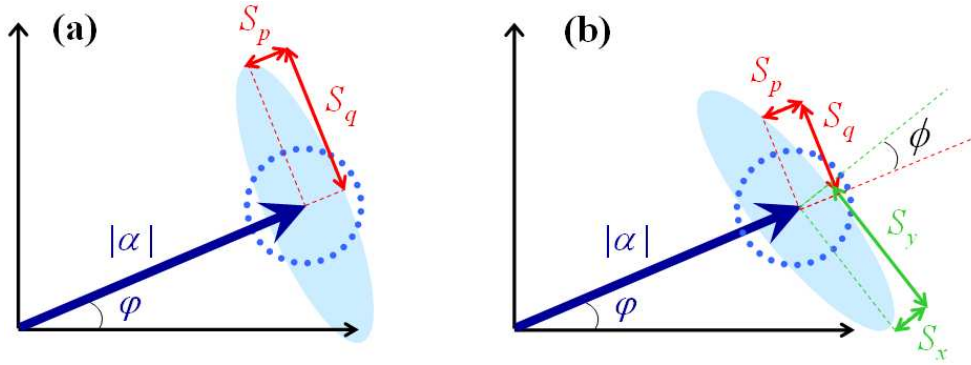


Figura 2.10: Representação do campo no plano complexo. A portadora é representada pelo valor médio α , enquanto a potência de ruído das bandas laterais é representada pela elipse. O círculo pontilhado representa a potência de ruído de um estado coerente. Em (a), a elipse de ruído se encontra alinhada ao valor médio, implicando em $C_{pq} = 0$. Em (b), a elipse está girada de ϕ relativamente a α . O tamanho da elipse com relação ao valor médio está enormemente exagerado para facilitar a visualização.

Outra possibilidade a se considerar no formato da curva da rotação de elipse é a correlação que pode haver entre as quadraturas. As curvas das figuras 2.7 e 2.8a foram calculadas sem considerar esse efeito. No plano complexo, a ausência de correlação, definida como

$$C_{pq}(\nu) \delta(\nu - \nu'') = \langle \delta p_{in}(\nu) \delta q_{in}(-\nu'') \rangle, \quad (2.2.22)$$

significa que os eixos maior e menor da elipse de ruído estão alinhados às quadraturas escolhidas. Para nossa escolha específica das mesmas, os eixos da elipse estão alinhados também ao valor médio nessa situação.

Vemos na figura 2.8b que o efeito da correlação entre as quadraturas é tornar assimétrica a curva tracejada da figura 2.8a. No caso especial de correlação máxima, em que a elipse se encontra girada de 45° com relação ao valor médio (curva contínua), a curva é antissimétrica (a menos de uma constante) e as quadraturas p e q possuem variâncias iguais. Os extremos do ruído em função da dessintonia ocorrem então quando p e q são combinadas com pesos iguais. Tudo isso pode ser facilmente compreendido com o uso de um esquema análogo ao da figura 2.7.

Fica claro em todas essas curvas que a rotação da elipse permite medir o ruído de qualquer quadratura generalizada, tal como a detecção homodina. Esse fato pode ser usado para realizar a reconstrução tomográfica da função de Wigner do feixe medido [Zhang J. 2000, Zavatta 2002].

Caso $C_{pq} \neq 0$, podemos definir novas quadraturas x e y tal que satisfaçam $C_{xy} = 0$. Elas se relacionam com as quadraturas amplitude e fase através de uma rotação de eixos,

conforme mostra a figura 2.10b,

$$\begin{aligned} x &= p \cos \phi - q \sin \phi , \\ y &= p \sin \phi + q \cos \phi , \end{aligned} \quad (2.2.23)$$

em que o ângulo entre o eixo maior da elipse e o valor médio do campo é ϕ .

Existem, portanto, dois conjuntos de parâmetros equivalentes capazes de caracterizar a elipse de ruído: $\{S_p, S_q, C_{pq}\}$ e $\{S_x, S_y, \phi\}$. Eles se relacionam como

$$\begin{aligned} S_x &= S_p \cos^2 \phi + S_q \sin^2 \phi - C_{pq} \sin(2\phi) , \\ S_y &= S_p \sin^2 \phi + S_q \cos^2 \phi + C_{pq} \sin(2\phi) , \\ \phi &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2 C_{pq}}{S_q - S_p} \right) . \end{aligned} \quad (2.2.24)$$

As relações inversas de (2.2.23) fornecem

$$\begin{aligned} S_p &= S_x \cos^2 \phi + S_y \sin^2 \phi , \\ S_q &= S_x \sin^2 \phi + S_y \cos^2 \phi , \\ C_{pq} &= (S_y - S_x) \sin \frac{\phi}{2} . \end{aligned} \quad (2.2.25)$$

A equação (2.2.21) pode então ser escrita de forma mais completa, para o caso geral em que há correlação entre quadraturas,

$$\begin{aligned} S_R(\Delta, \nu') &= |g_p(\Delta, \nu')|^2 S_p(\nu') + |g_q(\Delta, \nu')|^2 S_q(\nu') + |g_{vp}(\Delta, \nu')|^2 \\ &\quad + |g_{vq}(\Delta, \nu')|^2 + 2i \operatorname{Re}\{g_p(\Delta, \nu') g_q^*(\Delta, -\nu')\} C_{pq}(\nu') . \end{aligned} \quad (2.2.26)$$

De forma alternativa, podemos escrevê-la em termos dos parâmetros $\{S_x, S_y, \phi\}$,

$$S_R(\Delta, \nu') = |g_x(\Delta, \nu')|^2 S_x(\nu') + |g_y(\Delta, \nu')|^2 S_y(\nu') + |g_{vp}(\Delta, \nu')|^2 + |g_{vq}(\Delta, \nu')|^2 , \quad (2.2.27)$$

em que

$$\begin{aligned} g_x(\Delta, \nu') &= \cos \phi g_p(\Delta, \nu') - i \sin \phi g_q(\Delta, \nu') , \\ g_y(\Delta, \nu') &= \cos \phi g_p(\Delta, \nu') + i \sin \phi g_q(\Delta, \nu') . \end{aligned} \quad (2.2.28)$$

2.2.4 Expressões aproximadas

Todas essas formas de $S_R(\Delta, \nu')$ podem ser aproximadas no regime de altas finesses, com o uso das equações (2.2.13), por expressões analíticas. As expressões aproximadas para

os coeficientes g são:

$$g_p(\Delta, \nu') = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + 4\Delta^2}{R_{min} + 4\Delta^2}} \left[\frac{1 + 4\Delta(\Delta + \nu') - 2i\nu'\sqrt{R_{min}}}{1 + 4\Delta(\Delta + \nu') + 2i\nu'} + \frac{1 + 4\Delta(\Delta - \nu') - 2i\nu'\sqrt{R_{min}}}{1 + 4\Delta(\Delta - \nu') + 2i\nu'} \right], \quad (2.2.29)$$

$$g_q(\Delta, \nu') = \frac{4\nu'\Delta}{\sqrt{(1 + 4\Delta^2)(R_{min} + 4\Delta^2)}} \frac{1 - R_{min} + 2i\nu'(1 + \sqrt{R_{min}})}{1 + 4(\Delta^2 - \nu'^2) + 4i\nu'}, \quad (2.2.30)$$

$$g_{vp}(\Delta, \nu') = \frac{\sqrt{T_{max}}}{\sqrt{1 + 4\Delta^2}} \frac{1 + 4\Delta^2 + 2i\nu'}{1 + 4(\Delta^2 - \nu'^2) + 4i\nu'}, \quad (2.2.31)$$

$$g_{vq}(\Delta, \nu') = -\frac{\sqrt{T_{max}}}{\sqrt{1 + 4\Delta^2}} \frac{4\nu'\Delta}{1 + 4(\Delta^2 - \nu'^2) + 4i\nu'}. \quad (2.2.32)$$

Essas aproximações tornam mais prático o ajuste de curvas teóricas de rotação de elipse a curvas experimentais, a fim de se obter os valores medidos de S_p e S_q .

2.2.5 Combinações de quadraturas de dois feixes

Por vezes, é necessário ter acesso a medidas conjuntas das quadraturas de **dois feixes**, para medir suas correlações. Um dos casos a considerar é a rotação **síncrona** das elipses de ruído dos dois campos. Escrevemos a expressão (2.2.19) da quadratura amplitude refletida de cada feixe,

$$\delta p_{R_1}(\nu') = g_{p_1} \delta p_1(\nu') + i g_{q_1} \delta q_1(\nu') + g_{vp_1} \delta v_{p_1}(\nu') + i g_{vq_1} \delta v_{q_1}(\nu'), \quad (2.2.33)$$

$$\delta p_{R_2}(\nu') = g_{p_2} \delta p_2(\nu') + i g_{q_2} \delta q_2(\nu') + g_{vp_2} \delta v_{p_2}(\nu') + i g_{vq_2} \delta v_{q_2}(\nu'), \quad (2.2.34)$$

em que os índices 1 e 2 referem-se às quadraturas e parâmetros da cavidade de análise correspondentes aos feixes. A dependência dos coeficientes g foi suprimida para simplificar a notação.

A forma como a quadratura de soma ou subtração, definida como

$$\delta p_{R_{\pm}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (p_{R_1} \pm p_{R_2}), \quad (2.2.35)$$

é influenciada pela ação sincronizada das cavidades é obtida a partir da combinação linear das expressões (2.2.33) e (2.2.34). A sincronia significa que as dessintonias com relação às ressonâncias são iguais, $\Delta_1 = \Delta_2 \equiv \Delta$. Se, além disso, as duas cavidades possuem características idênticas, ou seja, mesmo valor de reflexão em ressonância, $R_{min_1} = R_{min_2} \equiv R_{min}$, e larguras de banda iguais, $\delta\nu_{c_1} = \delta\nu_{c_2} \equiv \delta\nu_c$, então os coeficientes g , segundo as expressões (2.2.29)–(2.2.32), também são iguais: $g_{p_1} = g_{p_2} \equiv g_p$, $g_{q_1} = g_{q_2} \equiv g_q$, $g_{vp_1} = g_{vp_2} \equiv g_{vp}$, e $g_{vq_1} = g_{vq_2} \equiv g_{vq}$. Isso simplifica a combinação das quadraturas, fornecendo

$$\delta p_{R_{\pm}}(\nu') = g_p \delta p_{\pm}(\nu') + i g_q \delta q_{\pm}(\nu') + g_{vp} \delta v_{p_{\pm}}(\nu') + i g_{vq} \delta v_{q_{\pm}}(\nu'), \quad (2.2.36)$$

em que os ruídos de entrada são $\delta p_{\pm} = (\delta p_1 \pm \delta p_2)/\sqrt{2}$ e $\delta q_{\pm} = (\delta q_1 \pm \delta q_2)/\sqrt{2}$ e, para o vácuo, $\delta v_{p_{\pm}} = (\delta v_{p_1} \pm \delta v_{p_2})/\sqrt{2}$ e $\delta v_{q_{\pm}} = (\delta v_{q_1} \pm \delta v_{q_2})/\sqrt{2}$.

A forma dessa equação é a mesma de (2.2.19). Portanto, a rotação de duas elipses sincronizadas por cavidades idênticas é **equivalente** à rotação da elipse de ruído da combinação de dois feixes. Podemos nos referir ao ‘feixe da subtração’ e ao ‘feixe da soma’ nesse caso.

Se as cavidades não forem idênticas, a soma das quadraturas refletidas pelas cavidades possui termos relativos à subtração de quadraturas de entrada, e vice-versa. É direto mostrar que a expressão geral para a amplitude refletida assume a forma

$$\begin{aligned} \delta p_{R_{\pm}} = & \frac{g_{p_1} \pm g_{p_2}}{2} \delta p_{+} + \frac{g_{p_1} \mp g_{p_2}}{2} \delta p_{-} + \frac{g_{q_1} \pm g_{q_2}}{2} \delta q_{+} + \frac{g_{q_1} \mp g_{q_2}}{2} \delta q_{-} + \\ & + \frac{g_{vp_1} \pm g_{vp_2}}{2} \delta v_{p_{+}} + \frac{g_{vp_1} \mp g_{vp_2}}{2} \delta v_{p_{-}} + \frac{g_{vq_1} \pm g_{vq_2}}{2} \delta v_{q_{+}} + \frac{g_{vq_1} \mp g_{vq_2}}{2} \delta v_{q_{-}} . \end{aligned} \quad (2.2.37)$$

A expressão (2.2.36) é recuperada quando os coeficientes g das cavidades 1 e 2 são iguais. O espectro de ruído calculado a partir da expressão acima permite mostrar que um erro de sincronia ou de semelhança entre as cavidades não é muito crítico, motivo pelo qual não é difícil obter uma rotação de elipse muito próxima à expressão (2.2.36) em condições experimentais realistas.

Notemos que, nesse espaço de quatro dimensões, pode haver correlações entre quadraturas diferentes dos dois feixes, por exemplo, $C_{q_1 p_2} \neq 0$. É preciso então medir quadraturas do tipo $(\delta q_1 + \delta p_2)/\sqrt{2}$. A caracterização completa do sistema requer, além da já considerada varredura síncrona das elipses, a varredura individual da elipse de um feixe combinada ao outro feixe sem modificações, e vice-versa. Consideremos que apenas o feixe 1 é analisado por sua cavidade. Nesse caso, a rotação da elipse do feixe 1 leva à quadratura refletida da expressão (2.2.33), enquanto o feixe 2 permanece inalterado, $\delta p_{R_2} = \delta p_2$. Da combinação de quadraturas, obtém-se o ruído

$$\begin{aligned} S_{p_{R \pm p_2}} = & \frac{|g_{p_1}|^2}{2} S_{p_1} + \frac{1}{2} S_{p_2} + \frac{|g_{q_1}|^2}{2} S_{q_1} + \frac{|g_{vp_1}|^2}{2} + \frac{|g_{vq_1}|^2}{2} + \text{Re}\{g_{p_1} g_{q_1}^*\} C_{p_1 q_1}(\nu') \pm \\ & \pm \text{Re}\{g_{p_1}\} C_{p_1 p_2} \pm \text{Re}\{g_{q_1}\} C_{q_1 p_2} . \end{aligned} \quad (2.2.38)$$

A primeira linha dessa expressão contém os já conhecidos termos da rotação de elipse do feixe 1 e o ruído de amplitude do feixe 2, enquanto a segunda carrega os novos termos de correlação entre a amplitude do feixe 2 e as quadraturas do feixe 1. Curvas de $S_{p_{R \pm p_2}}$ são apresentadas na figura 2.11. Em 2.11a, apenas $C_{q_1 p_2}$ é não nula dentre todas as correlações, produzindo curvas antissimétricas com o mínimo global em apenas uma das laterais da ressonância. É interessante comparar essa curva com a figura 2.8b, em que há correlação entre as quadraturas do mesmo feixe. Em 2.8b, o valor do ruído tem de ser o mesmo em $\Delta = -0,5$ e em $\Delta = 0,5$, uma vez que representam a mesma quadratura a menos de um sinal; já em 2.11a, a troca do sinal da quadratura fase do feixe 1 refletida pela cavidade faz com que esses mesmos pontos de dessintonia tenham valores extremos e

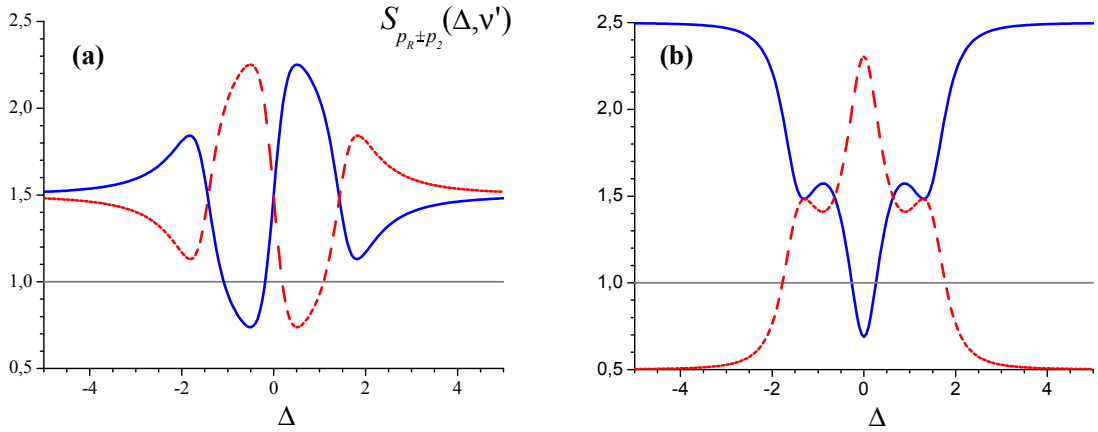


Figura 2.11: Ruído da combinação de quadraturas de dois feixes quando apenas um deles tem sua elipse de ruído girada por uma cavidade de análise [equação (2.2.38)]. Curvas azuis são ruídos da soma, $S_{p_R+p_2}$, enquanto curvas vermelhas, da subtração, $S_{p_R-p_2}$. Foram utilizados os seguintes parâmetros: $S_{p_1} = S_{q_1} = S_{p_2} = 1,5$, $C_{p_1q_1} = 0$, $\nu' = 2$ e $R_{min} = 0,85$. Em (a), há somente correlação entre a amplitude do feixe 2 e a fase do feixe 1, tal que $C_{p_1p_2} = 0$ e $C_{q_1p_2} = 1$. Em (b), estão presentes apenas correlações entre as amplitudes, $C_{p_1p_2} = 1$ e $C_{q_1p_2} = 0$.

distintos. As curvas 2.11b ilustram a situação em que apenas a correlação $C_{p_1p_2}$ é diferente de zero. A troca de sinal da quadratura p_1 em ressonância tem o efeito de tornar o ruído da soma das quadraturas igual ao ruído de subtração longe de ressonância, e vice-versa. Esse caso, no entanto, pode ser medido sem o uso de cavidade, uma vez que se trata de correlações de amplitude.

★ ★ ★

Em resumo, vimos que a técnica de rotação da elipse de ruído por cavidades óticas é muito semelhante à técnica mais empregada em medidas de ruído de fase, a detecção homodina, possuindo algumas vantagens: oscilador local já incluso no feixe, ausência de inserção de ruído pelo ‘oscilador local’, recobrimento perfeito entre ‘oscilador local’ e campo a ser medido. Sua principal desvantagem é a limitação a frequências de análise maiores que a largura de banda da cavidade, o que sempre pode ser evitado construindo-se a cavidade ótica para possuir um valor apropriadamente baixo de largura de banda.

Capítulo 3

O Oscilador Paramétrico Ótico

Em 1960, a invenção do laser trouxe a possibilidade de se concentrar luz coerente¹ em áreas muito pequenas, levando a intensidades luminosas² jamais obtidas anteriormente [Schawlow 1958, Maiman 1960, Collins 1960]. Isso permitiu a exploração da não-linearidade ótica dos materiais e a consequente descoberta do fenômeno de conversão paramétrica [Franken 1961] e toda sorte de mistura de frequências [Bass 1962]. A proposta de que esse ganho paramétrico poderia levar à oscilação da luz [Kroll 1962], tal como num laser, foi seguida pela primeira demonstração de um oscilador paramétrico ótico, em 1965 [Giordmaine 1965].

Assim, o **oscilador paramétrico ótico** é uma fonte de luz coerente similar a um laser, porém baseada no ganho ótico proveniente da **conversão paramétrica**. O cristal não-linear responsável pela conversão é disposto no interior de uma cavidade ótica para dar origem à oscilação da luz: se o ganho paramétrico é maior que as perdas internas à cavidade, há a geração de dois feixes de luz coerente — sinal e complementar —, cujas frequências óticas somadas resultam, como consequência da conservação de energia, na frequência do laser de bombeio. O OPO surgiu como uma fonte de luz altamente sintonizável, já que sinal e complementar podem ser produzidos praticamente em toda a janela de transparência do cristal, do visível ao infravermelho próximo.

A cavidade ótica pode ser ressonante para apenas um subconjunto dos campos envolvidos na conversão. Para cada configuração possível, a potência de bombeio para a

¹A coerência da luz está relacionada à sua capacidade de produzir interferência, ou seja, a uma relação de fase bem definida temporal e/ou espacialmente [Mandel 1995]. A coerência temporal de um feixe reflete o tempo típico de decaimento da definição de fase num ponto fixo do espaço; duas medidas de fase independentes, tomadas no mesmo ponto, são correlacionadas se o intervalo de tempo entre elas é menor que o tempo de coerência; por exemplo, o interferômetro de Michelson baseia-se nesse tipo de coerência. De maneira análoga, a coerência espacial é uma medida do grau de correlação da fase entre dois pontos distintos do espaço; a experiência de fendas de Young faz uso dessa coerência. Um exemplo simples de luz muito pouco coerente, ou incoerente, tanto temporal quanto espacialmente, é a luz solar, pois, além de provir de uma fonte angular extensa, é gerada por um corpo em equilíbrio térmico.

²Fluxo de luz, ou quantidade de energia por unidade de tempo por unidade de área.

qual o ganho paramétrico iguala as perdas intracavidade é chamada **limiar de oscilação**. Apenas acima do limiar, portanto, são produzidos novos feixes coerentes. Em nosso caso, estaremos interessados na cavidade triplamente ressonante, ou seja, ressonante para bombeio, sinal e complementar. Como o ganho paramétrico aumenta com as intensidades dos três campos interagindo através do cristal, a configuração triplamente ressonante apresenta o menor limiar de oscilação. Em contrapartida, o tempo maior de permanência na cavidade resulta numa menor estabilidade do sistema e em menor liberdade para sintonizar os comprimentos de onda de sinal e complementar.

Não demorou muito até que se questionasse o papel dos **fótons** nesses fenômenos não-lineares. A constatação de que havia coincidência temporal e espacial entre detecções de fotocontagem na conversão paramétrica espontânea, em 1970, foi o primeiro indicativo das propriedades altamente não-clássicas da luz produzida na fluorescência paramétrica [Burnham 1970, Friberg 1985]. A visão física microscópica do fenômeno é a conversão de um fóton do feixe de bombeio em um par de fótons nos modos sinal e complementar.

Estudos teóricos das propriedades quânticas da luz avançavam no mesmo passo. Os **estados coerentes** [Glauber 1963b], que desempenham importante papel na descrição da luz gerada por lasers e do vácuo quântico, foram definidos como uma subclasse dos estados de incerteza mínima, os **estados coerentes de dois fótons** [Yuen 1976]. Seu nome advém do fato de que são matematicamente equivalentes aos estados coerentes com algumas pequenas generalizações que indicam a prevalência de números **pares** de fótons. Nesses estados, uma das quadraturas do campo flutua menos que a quadratura de um estado coerente, apresentando **squeezing**, enquanto a quadratura conjugada flutua mais, possuindo **excesso de ruído**, na medida exata para respeitar o princípio de incerteza em seu menor valor.

Sendo o OPO um oscilador baseado na conversão paramétrica, que funciona de fato no nível de fótons individuais, é esperado que os feixes coerentes sinal e complementar possuam fortes correlações entre seus números macroscópicos de fótons. A primeira demonstração de squeezing nesse sistema [Wu 1986], em 1986 (um ano após a primeira observação experimental de squeezing, em mistura de quatro ondas [Slusher 1985]), foi realizada abaixo do limiar, situação na qual não há oscilação, mas apenas conversão paramétrica degenerada no interior da cavidade. O estado produzido é o vácuo comprimido, no qual o número de fótons é muito pequeno. Esse foi o primeiro sistema a apresentar um alto nível de squeezing, maior que 50%. No regime de oscilação, a primeira previsão de squeezing na diferença de intensidades dos feixes de **luz coerente** sinal e complementar data do ano seguinte [Reynaud 1987a, Reynaud 1987b], com a demonstração experimental realizada logo em seguida [Heidmann 1987]. A correlação de intensidades entre os feixes gêmeos detém atualmente o valor recorde de squeezing já observado, $-9,7$ dB [Laurat 2005a]: a flutuação relativa de intensidade entre os feixes gêmeos é uma ordem de magnitude menor que a flutuação quântica de um estado coerente.

Já no ano de 1988, foi previsto teoricamente por Margaret Reid e Peter Drummond que o tipo de correlação existente entre sinal e complementar seria uma realização do paradoxo EPR [Einstein 1935], ou seja, os feixes estariam **emaranhados** [Reid 1988]. A mesma previsão foi estendida por esses autores ao regime de amplificação paramétrica [Reid 1989a] e à operação abaixo do limiar [Drummond 1990]. A realização experimental seguiu-se em 1992, novamente abaixo do limiar [Ou 1992]. A demonstração experimental de que o OPO acima do limiar produz **feixes coerentes emaranhados**, apresentada no Capítulo 4, esperaria até 2005 [Villar 2005].

Atualmente, o OPO é o sistema físico mais empregado para produzir estados não clássicos da luz com grande quantidade de squeezing. Várias demonstrações experimentais de protocolos de **informação quântica** em variáveis contínuas fizeram uso de OPOs: realização do paradoxo EPR [Ou 1992], teletransporte de estado quântico [Furusawa 1998] e de emaranhamento [Jia 2004], codificação densa [Li 2002] e geração de pequenos gatos de Schrödinger óticos [Ourjoumtsev 2006].

Além das amplamente utilizadas correlações quânticas de quadratura, os feixes gêmeos produzidos pela conversão paramétrica apresentam correlações quânticas no domínio espacial, tendo aplicações em imagens quânticas [Lugiato 1993, Trapani 1998, Vaupel 1999, Santos 2003, Martinelli 2002, Martinelli 2003, Delaubert 2006, Almeida 2007]. A transferência de momento angular entre bombeio e convertidos propicia a manipulação de mais um grau de liberdade correlacionado [Martinelli 2004]. OPOs pulsados estendem substancialmente o número de sub-sistemas emaranhados, gerando um pente emaranhado de frequências [Valcárcel 2006]. Todas essas frentes de pesquisa que se dedicam a estudar as diversas correlações existentes no OPO mostram a enorme diversidade de aplicações para esse sistema em informação quântica. Por exemplo, vários graus de liberdade emaranhados acessíveis num mesmo par de sistemas físicos permite realizar *multiplexing* de informação quântica [Neves 2005], ampliando a capacidade do canal de comunicação.

3.1 Oscilação paramétrica

A conversão da energia luminosa entre frequências diferentes faz uso do efeito da polarização não-linear dos meios materiais. Para altas intensidades, os dipolos atômicos ou moleculares respondem de forma não-linear à luz incidente, acoplando, no caso da conversão paramétrica, campos de frequência ótica ω_0 a campos de frequência $\sim \omega_0/2$. Apesar dessa descrição em termos pertinentes ao eletromagnetismo, a oscilação paramétrica é também um fenômeno mecânico, conhecido desde o século XIX.

Uma das primeiras demonstrações experimentais desse efeito data de 1859, realizada por F. Melde, que excitou vibrações na frequência própria de um fio variando sua tensão com o dobro da mesma [Melde 1860]. Lord Rayleigh tratou matematicamente o problema no final do século XIX [Rayleigh 1883]. Já no início do século passado, o efeito encontrou

aplicações, por exemplo, na amplificação sem ruído de sinais elétricos para comunicação. A oscilação paramétrica pode ser demonstrada a estudantes de graduação utilizando-se circuitos eletrônicos [Berthet 2002].

Talvez o exemplo mais cotidiano de oscilação paramétrica seja o balanço³, especialmente utilizado por crianças. A maneira mais comum de se brincar num balanço, sem ajuda de terceiros, é fornecer-lhe um impulso inicial, para que comece a oscilar com pequena amplitude, e aumentá-la paulatinamente com movimentos corporais que desloquem o centro de massa do sistema. Esses movimentos modificam ligeiramente a frequência própria do oscilador; como ocorrem a cada máximo de deslocamento do equilíbrio, possuem o **dobro** da frequência própria do mesmo. Assim, uma perturbação periódica de frequência, com o dobro da frequência própria do oscilador, fornece energia à oscilação que ocorre em sua frequência própria. Esse é o princípio do oscilador paramétrico. A denominação “paramétrico” provém do fato de que o oscilador é excitado pela variação de seus parâmetros, frequência e/ou amortecimento.

Consideremos um oscilador harmônico simples com frequência própria ω_a e amortecimento b . Seu deslocamento $x(t)$ com relação à posição de equilíbrio segue a equação diferencial

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + b\frac{d}{dt}x(t) + \omega_a^2x(t) = 0. \quad (3.1.1)$$

Suponha que a frequência própria do oscilador é modulada, de forma que $\omega_a = \omega_a(t)$. O amortecimento também poderia variar no tempo, $b = b(t)$. A mudança de variáveis

$$q(t) \equiv e^{D(t)}x(t), \quad D(t) = \frac{1}{2} \int_0^t b(t') dt', \quad (3.1.2)$$

leva à equação mais simples em que apenas a frequência Ω do oscilador é variável,

$$\frac{d^2}{dt^2}q(t) + \Omega^2(t)q(t) = 0, \quad \text{em que } \Omega^2(t) = \omega_a^2(t) - \frac{1}{2} \frac{d}{dt}b(t), \quad (3.1.3)$$

sem distinção, na equação diferencial, entre variações temporais provenientes de $\omega_a(t)$ ou $b(t)$.

A frequência efetiva variável $\Omega(t)$ pode ser decomposta em série de Fourier se for periódica. Nesse caso, pelo teorema de Floquet [Abramowitz 1965], a solução de (3.1.3) deve ser periódica ou exponencial. Vamos supor que somente uma componente de frequência de bombeio, igual a $2\omega_p$, excite o sistema,

$$\Omega^2(t) = \omega^2[1 + f \text{sen}(2\omega_p t + \phi_0)], \quad (3.1.4)$$

em que $f \ll 1$ e ϕ_0 é a fase da perturbação. A frequência efetiva ω depende de ω_a e b , como num oscilador harmônico forçado. A equação diferencial, agora escrita como

$$\frac{d^2}{dt^2}q(t) + \omega^2[1 + f \text{sen}(2\omega_p t + \phi_0)]q(t) = 0, \quad (3.1.5)$$

³Conhecido como *balancé* em algumas regiões do país.

é conhecida como **equação de Mathieu** [Abramowitz 1965], em consideração aos estudos realizados por Émile Mathieu no contexto de vibrações de membranas elípticas [Mathieu 1868]. Essa equação aparece na descrição de vários sistemas físicos [Ruby 1996, Berthet 2002]. Por exemplo, ela governa a dinâmica da posição transversa de um íon aprisionado numa armadilha de Paul, por um potencial elétrico oscilante no tempo; essa é também a forma da equação de Schrödinger para um elétron preso num potencial periódico (cristalino), suas soluções estáveis dando origem às bandas de energia permitidas.

Consideremos que a perturbação externa possua frequência parecida com o dobro da frequência efetiva do oscilador, $\omega_p \approx \omega$. Supõe-se como solução, em acordo com o teorema de Floquet, uma onda harmônica modulada em amplitude $A(t)$ e fase $\phi(t)$,

$$q(t) = A(t) \cos[\omega_p t + \phi(t)] . \quad (3.1.6)$$

Ao substituir essa expressão em (3.1.5), deparamo-nos com o produto $\text{sen}(2\omega_p t) \times q(t)$,

$$\text{sen}(2\omega_p t) \cos[\omega_p t + \phi(t)] = \frac{1}{2} [\text{sen}(\omega_p t) + \text{sen}(3\omega_p t)] , \quad (3.1.7)$$

que fornece a essência da dinâmica paramétrica. As exponenciais de frequência $\pm 2i\omega_p t$ do seno se combinam com as exponenciais em $\pm i\omega_p t$ do oscilador forçado, dando origem às componentes de frequências ω_p e $3\omega_p$: como $\omega_p \approx \omega$, a perturbação externa em $2\omega_p$ se acopla bem à frequência própria do oscilador, amplificando sua amplitude inicial; por consequência, a componente $3\omega_p$ pode ser desprezada por estar muito longe de ressonância.

Para resolver o problema, podemos nos ater aos termos de frequência positiva $\exp(i\omega_p t)$ resultantes da substituição de (3.1.6) em (3.1.5), a fim de obter duas equações diferenciais acopladas para a amplitude e a fase lentamente variáveis. Vamos supor, ainda, que a amplitude dependente do tempo possa ser escrita na forma geral

$$A(t) = A_0 e^{\alpha t} , \quad (3.1.8)$$

em que A_0 e α são constantes, de forma que as duas equações ficam

$$\frac{d^2}{dt^2} \phi + 2\alpha\omega_p + 2\alpha \frac{d}{dt} \phi - \frac{f\omega^2}{2} \text{sen}(2\phi - \phi_0) = 0 , \quad (3.1.9)$$

$$\alpha^2 - \omega_p^2 - \left(\frac{d}{dt} \phi \right)^2 - 2\omega_p \frac{d}{dt} \phi + \omega^2 + \frac{f\omega^2}{2} \cos(2\phi - \phi_0) = 0 . \quad (3.1.10)$$

Para resolver esse sistema, vamos supor que ϕ possua um valor estacionário ϕ_e , tal que $\frac{d}{dt} \phi = 0$. Encontra-se, assim, um sistema de duas equações para as constantes α e ϕ_e , cuja solução é

$$\alpha^2 = (\omega^2 + \omega_p^2) \left[\sqrt{1 + \frac{f^2 \omega^4}{4(\omega^2 + \omega_p^2)^2} - \frac{(\omega^2 - \omega_p^2)^2}{(\omega^2 + \omega_p^2)^2}} - 1 \right] , \quad (3.1.11)$$

$$\text{sen}(2\phi_e - \phi_0) = \frac{4\omega_p}{f\omega^2} \alpha . \quad (3.1.12)$$

Usando $\omega \approx \omega_p$, podemos escrever $\omega_p \equiv \omega + \Delta\omega$, com $\Delta\omega \ll \omega$, a fim de encontrar uma expressão aproximada para α ,

$$\alpha^2 = (\omega^2 + \omega_p^2) \left[\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{(\omega^2 + \omega_p^2)^2} \left(\frac{f^2\omega^2}{4} - 4\Delta\omega^2 \right)} - 1 \right]. \quad (3.1.13)$$

Tem-se que α é real sempre que $\Delta\omega < f\omega/4$, implicando numa expressão divergente para $q(t)$; soluções estáveis oscilatórias existem no caso contrário, $\Delta\omega > f\omega/4$.

As soluções divergentes representam o oscilador tomando energia continuamente da força externa em $2\omega_p$. Ao contrário do oscilador harmônico simples, o amortecimento nesse caso não impede a explosão exponencial da amplitude de oscilação. Essa limitação acaba por ocorrer como consequência das não-linearidades do próprio sistema, que modificam a frequência de ressonância ω com o aumento da amplitude. A inclusão do termo não-linear de mais baixa ordem, feita na referência [Berthet 2002], resulta em equações similares àquelas que desenvolveremos para o OPO na próxima seção. Ademais, a força externa em $2\omega_p$ não pode sustentar uma drenagem exponencial de sua energia, devendo ter sua amplitude influenciada pela conversão a partir de algum momento, tal como ocorre para o campo de bombeio nas equações do OPO. Estudamos aqui apenas um intervalo de tempo suficientemente curto para que a resposta do sistema seja linear e a força externa sustente a taxa de transferência de energia sem ser perturbada, a fim de ilustrar o efeito de oscilação paramétrica.

Consideramos, por simplicidade, ressonância paramétrica exata no que segue, $\omega = \omega_p$, ou seja, $\Delta\omega = 0$. A expressão aproximada para α pode ser tornada ainda mais simples,

$$\alpha \approx \frac{f\omega}{4}, \quad (3.1.14)$$

do que se obtém

$$\text{sen}(2\phi_e - \phi_0) \approx 1 \implies 2\phi_e \approx \phi_0 + \frac{\pi}{2}. \quad (3.1.15)$$

Devemos verificar se esse valor estacionário é estável. Para tanto, substituímos o valor de α e supomos uma pequena perturbação $2\phi = 2\phi_e + \delta\phi$ nas equações (3.1.9)–(3.1.10). Obtemos a equação diferencial

$$\frac{d}{dt}\delta\phi = -2\alpha\delta\phi, \quad (3.1.16)$$

da qual segue que ϕ tende exponencialmente ao valor estacionário ϕ_e . O oscilador paramétrico permanece **travado** na fase da perturbação externa.

Dessa forma, encontramos a solução para o problema da ressonância paramétrica exata, após o travamento de fase, no limite de pequenas amplitudes,

$$x(t) = x_0 e^{(\alpha-D)t} \cos(\omega_p t + \phi_e), \quad (3.1.17)$$

O deslocamento $x(t)$ diverge sempre que $\alpha > D$ [expressões (3.1.2) e (3.1.14)].

Notemos que não há oscilação paramétrica se a amplitude inicial x_0 é nula. Isso significa que, classicamente, é preciso haver alguma amplitude inicial, por menor que seja, para ter início a oscilação. No caso quântico, é impossível haver uma amplitude inicial estritamente nula, pois o estado de mínima energia existente é o vácuo: a oscilação paramétrica pode ser iniciada amplificando-se as flutuações do vácuo⁴.

3.2 Descrição teórica do OPO

Após a descrição do análogo clássico, podemos compreender ainda melhor o funcionamento do oscilador paramétrico ótico comparando-o à mais conhecida fonte de luz coerente, o laser. Num laser comum, é preciso criar uma inversão de população entre dois níveis de energia de determinado meio de ganho, disposto no interior de uma cavidade ótica. A inversão pode ser criada de diversas maneiras: descargas elétricas e colisões [Javan 1961], bombeamento por outro laser [Moulton 1986], criação de éxcitons em semicondutores [Hall 1962] etc. A parcela de emissão espontânea que ocorre no modo da cavidade induz emissão estimulada no mesmo, dando início à oscilação laser. Cada portador de energia excitado no meio de ganho decai fornecendo exatamente **um fóton** ao modo laser.

O OPO, por outro lado, baseia-se no acoplamento que um cristal com **suscetibilidade não-linear** $\chi^{(2)}$ produz entre três modos do campo intracavidade – bombeio, sinal e complementar –, desde que haja conservação da energia e do momento. O fluxo de energia entre os três campos é permitido pelo acordo de fase, enquanto o sentido desse fluxo, de bombeio para convertidos, pela fase relativa entre eles⁵. O cristal, desse modo, atua como um meio de ganho para os modos convertidos utilizando energia do feixe de bombeio. Por isso, ao contrário de um laser comum, é forçoso que a energia do sistema provenha de uma fonte de luz com coerência.

O efeito final é a geração de dois novos feixes coerentes, sinal e complementar, a partir do feixe de bombeio, sempre que as perdas em uma volta na cavidade forem superadas pelo ganho paramétrico. Em termos mais fundamentais, sempre que um fóton é destruído do modo bombeio, **um par de fótons** é produzido nos modos sinal e complementar. Note que, ao contrário de um laser, não há energia armazenada no cristal: o ganho cessa imediatamente sem a presença do bombeio. A cavidade realiza o mesmo papel no OPO e no laser, selecionar os modos oscilantes e realimentá-los. Características de sintonia da

⁴No caso clássico, a amplitude estritamente nula também é uma idealização, visto que sempre há algum ruído se a temperatura é maior que zero.

⁵A condição inicial do sistema determina a fase relativa entre bombeio e convertidos. Como há somente bombeio presente inicialmente, apenas os modos convertidos com a fase apropriada são amplificados; uma vez iniciado o processo, a fase relativa se mantém constante, mantendo permanentemente o sentido do fluxo de energia.

cavidade, acordo de fase etc encontram-se disponíveis nas referências [Debuisschert 1993, Martinelli 2002, Villar 2004a].

Para determinar o estado quântico em que são produzidos os feixes do OPO, notemos que o estado quântico $|\Psi_{\text{laser}}\rangle$ da luz produzida por um laser atuando muito acima do limiar é o deslocamento do vácuo no espaço de fase, matematicamente descrito como o operador deslocamento $\hat{D}(\alpha)$ agindo sobre o vácuo,

$$|\Psi_{\text{laser}}\rangle = \hat{D}(\alpha) |0\rangle = |\alpha\rangle, \quad \hat{D}(\alpha) = e^{\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}}, \quad (3.2.1)$$

em que \hat{a} é o operador de aniquilação do campo no modo laser. Esses são os **estados coerentes** do campo [Glauber 1963b], que possuem várias semelhanças com a descrição clássica da luz.

O laser, através de transições de um fóton, desloca o vácuo inicialmente presente no modo privilegiado da cavidade, usando energia da fonte que mantém a inversão de população no meio de ganho. No caso do OPO, trata-se de um processo em que a energia de uma fonte coerente externa é convertida em **pares** de fótons. Portanto, o OPO deve atuar sobre o vácuo de forma similar a um laser, porém criando não um fóton por vez, mas **dois**, como se fosse um laser de dois fótons [Yuen 1976, Brune 1987, Maia Neto 1992]. Assim, o operador que descreve esse efeito deve ser análogo a $\hat{D}(\alpha)$, porém com termos quadráticos nos operadores de criação e aniquilação,

$$\hat{S}(\xi) = e^{\xi^* \hat{a}^2 - \xi \hat{a}^{\dagger 2}}. \quad (3.2.2)$$

A ação desse operador sobre o vácuo cria um estado de incerteza mínima, o **vácuo comprimido**, um estado coerente de dois fótons com deslocamento nulo no espaço de fase [Yuen 1976]. O número complexo $\xi = r \exp(i\phi)$ fornece a quantidade de squeezing através do número real positivo r , e o ângulo ϕ da quadratura com squeezing. A média do número de fótons nesses estados é dada apenas pelo squeezing e excesso de ruído presentes em suas quadraturas, como vimos na Seção 2.1.3.

3.2.1 Hamiltoniana

O operador $\hat{S}(\xi)$ contém a essência da dinâmica do OPO, pois são estados desse tipo que se formam nas bandas laterais combinadas de sinal e complementar. Poderíamos entender esse processo de compressão de ruído como ocorrendo por determinado período de tempo, de modo que $\hat{S}(\xi)$ pudesse ser visto como um operador de evolução. A hamiltoniana correspondente pode ser escrita como

$$\hat{H}'_I = i\hbar \frac{\chi}{\tau} (\hat{a}_0^\dagger \hat{a}^2 - \hat{a}_0 \hat{a}^{\dagger 2}), \quad (3.2.3)$$

em que χ é a magnitude do acoplamento e τ é o tempo que um fóton toma para dar uma volta completa na cavidade. Para estender o tratamento ao caso não-degenerado,

substituímos essa hamiltoniana por

$$\hat{H}_I = 2i\hbar \frac{\chi}{\tau} (\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_2 - \hat{a}_0 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger). \quad (3.2.4)$$

H_I nos sugere que existe uma troca dinâmica de energia entre os campos: um fóton é aniquilado do bombeio para gerar um par de fótons em sinal e complementar, e vice-versa. Essa hamiltoniana bilinear é a maneira mais simples de acoplar os três modos do campo conservando energia e é, de fato, o modelo de hamiltoniana de interação do OPO.

A hamiltoniana completa do OPO requer ainda uma fonte de energia, fornecida pelo acoplamento entre o campo de bombeio intracavidade e o feixe laser de bombeio incidente, representado pela amplitude real α_0^{in} ,

$$\hat{H}_{\text{in}} = i\hbar \frac{\sqrt{2\gamma_0}}{\tau} \alpha_0^{\text{in}} (\hat{a}_0 - \hat{a}_0^\dagger). \quad (3.2.5)$$

A constante de acoplamento é a transmissão de amplitude do espelho da cavidade do OPO, $t_0 = \sqrt{2\gamma_0}$ (a transmissão de intensidade é $T_0 = t_0^2 = 2\gamma_0$).

As hamiltonianas dos três modos quantizados intracavidade (índices $j \in \{0, 1, 2\}$) escrevem-se, na representação de interação,

$$\hat{H}_j = \hbar \frac{2\gamma'_j}{\tau} \Delta_j \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j, \quad (3.2.6)$$

em que $\Delta_j = (\omega_j - \omega_{c_j})/\delta\omega_{c_j}$ é a dessintonia entre cavidade e modo oscilante em unidades de largura de banda da cavidade, $\delta\omega_{c_j} = 2\gamma'_j/\tau$, dada pela expressão (2.2.7). A frequência ótica de cada modo oscilante é ω_j , e a mais próxima ressonância da cavidade, ω_{c_j} . Os coeficientes γ_j são iguais às metades das transmissões dos espelhos de acoplamento para cada modo, $T_j = 2\gamma_j$. Por causa da proximidade em frequência dos feixes convertidos, $\omega_1 \approx \omega_2$, tem-se que seu espelho de acoplamento possui a mesma transmissão para ambos, $\gamma_1 = \gamma_2 \equiv \gamma$. As perdas totais intracavidade γ'_j são dadas pela soma das perdas γ_j por transmissão com as perdas espúrias μ_j , de forma que $\gamma'_j = \gamma_j + \mu_j$. Além disso, consideraremos perdas iguais em sinal e complementar ($\gamma'_1 = \gamma'_2 = \gamma'$), implicando em $\delta\omega_{c1} = \delta\omega_{c2} \equiv \delta\omega$. Essas aproximações não afetam a descrição da física de nosso sistema.

A dinâmica do OPO é então governada pela hamiltoniana total

$$\hat{H} = \sum_j \hat{H}_j + \hat{H}_I + \hat{H}_{\text{in}}. \quad (3.2.7)$$

A evolução temporal é calculada a partir da equação mestra para o operador densidade $\hat{\rho}(t)$ do sistema,

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho} = [\hat{H}, \hat{\rho}] + \sum_j \hat{\Lambda}_j \hat{\rho}, \quad (3.2.8)$$

que leva em conta o acoplamento com o reservatório, assumido em temperatura nula para frequências óticas, através dos operadores de Lindblad [Walls 1994, Gardiner 1991, Scully 1997],

$$\hat{\Lambda}_j \hat{\rho} = \frac{\gamma'_j}{\tau} (2\hat{a}_j \hat{\rho} \hat{a}_j^\dagger - \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j). \quad (3.2.9)$$

3.2.2 Equações de Langevin e linearização

A técnica que utilizamos para resolver a equação mestra (3.2.8) consiste em transformá-la numa equação de Fokker-Planck para uma das distribuições de quasi-probabilidade bem conhecidas em ótica quântica [Cahill 1969, Walls 1994, Gardiner 1991, Scully 1997]. Escolhemos a representação de Wigner [Wigner 1932] pela interpretação intuitiva, semiclássica [Reynaud 1989, Haken 1975], das equações resultantes. A equação de Fokker-Planck é equivalente a um conjunto de equações de Langevin para os argumentos da função de Wigner, as amplitudes complexas dos campos intracavidade. Os detalhes do procedimento matemático, por ser este uma operação padrão, encontram-se descritos em diversas referências [Villar 2004a, Martinelli 2002, Walls 1994, Gardiner 1991, Scully 1997].

As equações de Langevin que descrevem as amplitudes dos campos do OPO são⁶

$$\tau \frac{d}{dt} \alpha_0 = -\gamma'_0 (1 - i\Delta_0) \alpha_0 - 2\chi \alpha_1 \alpha_2 + \sqrt{2\gamma_0} \alpha_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0} \delta v_0, \quad (3.2.10)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \alpha_1 = -\gamma'(1 - i\Delta) \alpha_1 + 2\chi \alpha_0 \alpha_2^* + \sqrt{2\gamma} \delta u_1 + \sqrt{2\mu} \delta v_1, \quad (3.2.11)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \alpha_2 = -\gamma'(1 - i\Delta) \alpha_2 + 2\chi \alpha_0 \alpha_1^* + \sqrt{2\gamma} \delta u_2 + \sqrt{2\mu} \delta v_2. \quad (3.2.12)$$

Os termos δu_j e δv_j são as flutuações do vácuo acopladas aos campos intracavidade advindas, respectivamente, das transmissões dos espelhos e das perdas espúrias. No caso do bombeio, as flutuações de entrada provêm do feixe de bombeio incidente, escritas em termos de suas quadraturas amplitude e fase como

$$\delta \alpha_0^{\text{in}} = \frac{1}{2} (\delta p_0^{\text{in}} + i \delta q_0^{\text{in}}). \quad (3.2.13)$$

Nossa referência de fase é dada pelo campo de bombeio, escolhido como real.

A linearização consiste em se escrever

$$\alpha_j(t) = \alpha_j + \delta \alpha_j(t), \quad (3.2.14)$$

em que $\delta p_j(t)$ e $\delta q_j(t)$ são as flutuações das quadraturas amplitude e fase de cada campo, e ignorar termos de segunda ordem nas flutuações. Definimos

$$\alpha_j = p_j e^{i\varphi_j} \quad (3.2.15)$$

como a amplitude média de cada campo, em que $p_1 = p_2 \equiv p$ para o caso considerado de perdas totais iguais para sinal e complementar, e

$$\delta \alpha_j(t) = \frac{e^{i\varphi_j}}{2} [\delta p_j(t) + i \delta q_j(t)] \quad (3.2.16)$$

como a flutuação da amplitude complexa, medida no referencial do valor estacionário de cada campo (Seção 2.1.1).

⁶Essas equações são obtidas desprezando-se uma derivada de ordem superior na equação para a evolução da função de Wigner. Aparte isso, as únicas diferenças entre as equações de Langevin obtidas nas diversas representações de quasi-probabilidade são os termos de flutuação.

3.3 Valores estacionários

As equações para os valores estacionários dos campos são obtidas tomando-se as médias temporais das equações (3.2.10)–(3.2.12),

$$\gamma'_0(1 - i\Delta_0)p_0 e^{i\varphi_0} + 2\chi p^2 e^{i\varphi_+} - \sqrt{2\gamma_0} p_0^{\text{in}} = 0 \quad (3.3.1)$$

$$\gamma'(1 - i\Delta) - 2\chi p_0 e^{i\varphi_0} e^{-i\varphi_+} = 0 \quad (3.3.2)$$

em que $\varphi_1 + \varphi_2 \equiv \varphi_+$.

Essas equações não determinam a fase relativa entre os feixes gêmeos, $\varphi_1 - \varphi_2 \equiv \varphi_-$, indicando que não há valor estacionário para as fases individuais de sinal e complementar. Isso é consequência da **difusão de fases** [Reid 1989b, Courtois 1991], isto é, a fase relativa vagueia livremente, tal como ocorre num laser livre. Esse fenômeno nos obriga a ter cuidado ao linearizarmos as equações (3.2.10)–(3.2.12), conforme discutido mais adiante.

A equação (3.3.2) nos fornece diretamente a intensidade do campo de bombeio intracavidade,

$$p_0^2 = \frac{\gamma'^2}{4\chi^2}(1 + \Delta^2), \quad (3.3.3)$$

e também a relação

$$2\chi e^{i(\varphi_0 - \varphi_+)} = \frac{\gamma'}{p_0}(1 - i\Delta), \quad (3.3.4)$$

condição análoga ao travamento de fase encontrado no caso da oscilação paramétrica clássica. Uma vez iniciada a oscilação, a relação de fase entre os três campos permanece travada, garantindo o sentido do fluxo de energia de bombeio para convertidos. Essas duas relações resultam, por suas vezes, em

$$e^{i\varphi_0} = \frac{1 - i\Delta}{\sqrt{1 + \Delta^2}} e^{i\varphi_+}. \quad (3.3.5)$$

Substituindo (3.3.3) e (3.3.5) em (3.3.1), obtém-se

$$p^2 + \frac{\gamma'_0 \gamma'}{4\chi^2}(1 - i\Delta_0)(1 - i\Delta) = \frac{\sqrt{2\gamma_0}}{2\chi} p_0^{\text{in}} e^{-i\varphi_+}. \quad (3.3.6)$$

Essa equação fornece diretamente a fase φ_+ em função de p_0^{in} e p . A intensidade intracavidade de sinal e complementar p é determinada, por fim, pelo quadrado do módulo dessa equação,

$$p^2 = \sqrt{\frac{2\gamma_0}{4\chi^2} p_0^{\text{in}2} - \left[\frac{\gamma'_0 \gamma'}{4\chi^2} (\Delta_0 + \Delta) \right]^2} - \frac{\gamma'_0 \gamma'}{4\chi^2} (1 - \Delta_0 \Delta). \quad (3.3.7)$$

Consideramos aqui apenas a solução estável, sem considerar o fenômeno de biestabilidade que pode ocorrer para dessintonias $\Delta_0 \Delta > 1$ [Lugiato 1988, Fabre 1990], visto que nosso OPO opera próximo a dessintonias nulas.

A **potência de limiar** é definida como a potência mínima de bombeio para qual há geração de sinal e complementar,

$$I_{lim} = \frac{\gamma_0'^2 \gamma'^2}{8\gamma_0 \chi^2} (1 + \Delta_0^2)(1 + \Delta^2). \quad (3.3.8)$$

O mínimo valor de limiar ocorre em dessintonia nula,

$$P_{lim} = \frac{\gamma_0'^2 \gamma'^2}{8\gamma_0 \chi^2}. \quad (3.3.9)$$

Salvo explicitado em contrário, a denominação ‘potência de limiar’ se referirá a P_{lim} . Sua expressão nos permite eliminar a constante de acoplamento χ em favor da grandeza facilmente mensurável P_{lim} . Com isso, reescrevemos os valores estacionários:

$$p^2 = \frac{2\gamma_0}{\gamma_0' \gamma'} P_{lim} \left[\sqrt{\sigma - (\Delta_0 + \Delta)^2} - (1 - \Delta_0 \Delta) \right], \quad (3.3.10)$$

$$p_0^2 = \frac{2\gamma_0}{\gamma_0'^2} P_{lim} (1 + \Delta^2), \quad (3.3.11)$$

em que $\sigma = (p_0^{in})^2 / P_{lim}$ é a potência de bombeio incidente relativa ao limiar, um parâmetro muito importante para determinar os comportamentos dos ruídos quânticos dos campos, conforme calcularemos nas próximas seções.

O fluxo de fótons dos campos sinal e complementar medido nos fotodetetores é dado pela transmissão dos campos intracavidade através do espelho de acoplamento,

$$I = 2\gamma p^2 = 4\eta_{opo} P_{lim} \left[\sqrt{\sigma - (\Delta_0 + \Delta)^2} - (1 - \Delta_0 \Delta) \right], \quad (3.3.12)$$

em que

$$\eta_{opo} = \frac{\gamma_0 \gamma}{\gamma_0' \gamma'} \quad (3.3.13)$$

é a eficiência de conversão máxima do OPO. Note que a mesma pode atingir valor unitário considerando o processo total, apesar da baixa eficiência de conversão em uma única volta da cavidade.

3.4 Ruídos e correlações quânticas

As equações linearizadas para as flutuações das **amplitudes** são obtidas tomando-se a parte flutuante das equações (3.2.10)–(3.2.12) e desprezando termos de segunda ordem nas flutuações [Fabre 1990, Villar 2004b]:

$$\tau \frac{d}{dt} \delta\alpha_0 = -\gamma_0'(1 - i\Delta_0) \delta\alpha_0 - 2\chi p (e^{i\varphi_2} \delta\alpha_1 + e^{i\varphi_1} \delta\alpha_2) + \sqrt{2\gamma_0} \delta\alpha_0^{in} + \sqrt{2\mu_0} \delta v_0, \quad (3.4.1)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \delta\alpha_1 = -\gamma'(1 - i\Delta) \delta\alpha_1 + 2\chi (p e^{-i\varphi_2} \delta\alpha_0 + p_0 e^{i\varphi_0} \delta\alpha_2^*) + \sqrt{2\gamma} \delta u_1 + \sqrt{2\mu} \delta v_1, \quad (3.4.2)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \delta\alpha_2 = -\gamma'(1 - i\Delta) \delta\alpha_2 + 2\chi (p e^{-i\varphi_1} \delta\alpha_0 + p_0 e^{i\varphi_0} \delta\alpha_1^*) + \sqrt{2\gamma} \delta u_2 + \sqrt{2\mu} \delta v_2. \quad (3.4.3)$$

A dependência com o tempo foi omitida para simplificar a notação.

Usando as relações (3.2.16), obtemos as equações para as flutuações das **quadraturas** dos campos. Entretanto, o fato de que φ_- não possui valor estacionário, difundindo-se livremente, nos obriga a tecer algumas considerações físicas sobre o limite de validade de nosso procedimento.

3.4.1 Difusão de fases

Vimos que a diferença de fases de sinal e complementar não possui valor estacionário definido. Analogamente a uma partícula browniana, as fases dos feixes são perturbadas por diversas flutuações que as modificam, a cada passo, por um valor muito pequeno, $\delta\varphi_- \ll 2\pi$. No entanto, após um grande número de perturbações, as fases se deslocam por um valor macroscópico e, para números suficientemente grandes, podem assumir qualquer valor, já que não há um ponto de equilíbrio estacionário. Isso pode trazer problemas para nossas definições de quadraturas (tomadas com relação aos valores médios de cada campo) para tempos longos, pois então amplitude e fase misturam-se por conta da rotação dos valores médios.

Para estudar esse problema, devemos considerar que, do ponto de vista experimental, cada efeito é definido dentro de certas escalas de tempo. A pergunta que se faz é, então: na escala de tempo em que se definem os valores médios medidos, há possibilidade de variações dos mesmos causadas pela difusão de fases?

Em primeiro lugar, o tempo de tomada de médias deve ser algo maior que o tempo típico das flutuações. Em nosso caso, as flutuações quânticas são medidas em frequência de análise $\nu \sim 20$ MHz, que corresponde a uma escala temporal de ~ 50 ns. Essa frequência é definida dentro da largura de banda de um filtro lorentziano da eletrônica de detecção; o inverso dessa largura de banda, igual a 600 kHz em nosso experimento, fornece o tempo para definição das médias, da ordem de $2 \mu\text{s}$, correspondente ao tempo de integração do espectro de ruído discutido na seção 2.1.3. Resta-nos compará-lo à escala em que ocorre a difusão de fases.

A frequência Ω_d da difusão de fases de um laser livre é estimada a partir de sua largura Schawlow-Townes $\delta\omega_{st}$ e do número de fótons N emitidos: $\Omega_d \sim \delta\omega_{st}^2/N$ [Schawlow 1958]. No caso do OPO, estimamos a difusão de fases como dada pela largura de banda da cavidade ótica (tipicamente, $\delta\omega \approx 2\pi \times 40$ MHz). Sendo a potência típica de luz medida no infra-vermelho entre 1 mW e 10 mW ($N \sim 10^{16} \text{ s}^{-1}$), estima-se $\Omega_d \gtrsim 1$ rad/s, ou seja, escala temporal de segundos [Laurat 2004]. A difusão de fase do laser de bombeio também contribui para a difusão de fases de sinal e complementar, mas com efeito desprezível, uma vez que sua largura de linha é aproximadamente 1 kHz (medida em 100 ms, dado do fabricante), e sua potência, 900 mW ($\sim 10^{18}$ fótons/s). No entanto, como a largura Schawlow-Townes é um limite inferior para a difusão de fases, em que apenas a largura

de linha do laser é considerada, espera-se que outros efeitos contribuam para aumentá-la.

Em nosso caso, usamos a largura da cavidade do OPO para estimá-la, e não a largura dos feixes gêmeos, procedimento que resultou numa difusão muito mais rápida. Por termos considerado a escala mais rápida possível do sistema, acreditamos que esta seja uma estimativa pessimista do efeito. Assim, o fator de 10^6 entre essas duas escalas temporais – a difusão de fases e o tempo de integração – nos permite ignorar a variação das amplitudes médias dos campos dentro do tempo de integração do ruído quântico.

Caso estivéssemos interessados em flutuações quânticas em mais baixa frequência, ou em diminuir a largura de banda das medidas, então teríamos de buscar uma descrição mais apropriada dos observáveis flutuantes. Tal tratamento é dado nas referências [Reid 1989b, Courtois 1991], ao considerarem diretamente as flutuações de módulos e fases das amplitudes complexas, numa representação polar, em vez de fixarem, como fizemos, referenciais cartesianos. Seus tratamentos mostram que todos os observáveis do problema, exceto φ_- , tendem a valores estacionários bem definidos; a difusão de fases, entretanto, não influencia os demais ruídos por se desacoplar dos mesmos. Assim, os resultados encontrados na representação polar são idênticos aos considerados nesta tese para as frequências de análise e larguras de banda de interesse.

3.4.2 Equações linearizadas para as flutuações de amplitudes

Assim, entendemos que a linearização da flutuação é feita em torno desse valor médio ‘instantâneo’ (com relação à escala da difusão de fases) da amplitude do campo, para o qual $|\delta\alpha(t)| \ll |\alpha(t)|$. Flutuações na direção da amplitude complexa serão sempre correspondentes a δp_j , enquanto flutuações na direção ortogonal, a δq_j , ainda que essas direções variem lentamente entre diferentes realizações de medidas. Isso equivale a dizer que as fases de sinal e complementar são seguidas adiabaticamente nas definições de δp_j e δq_j .

As equações para as flutuações de quadratura são obtidas pela substituição das relações (3.2.16) nas equações linearizadas (3.4.1)–(3.4.3),

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt}(\delta p_0 + i\delta q_0) &= -\gamma'_0(1 - i\Delta_0)(\delta p_0 + i\delta q_0) + 2\sqrt{2\gamma_0} e^{-i\varphi_0} \delta\alpha_0^{\text{in}} + 2\sqrt{2\mu_0} \delta v_0 - \\ &\quad - \gamma' \beta (1 + i\Delta) (\delta p_1 + i\delta q_1 + \delta p_2 + i\delta q_2), \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt}(\delta p_1 + i\delta q_1) &= -\gamma'(1 - i\Delta)(\delta p_1 + i\delta q_1) + \gamma' \beta (1 - i\Delta)(\delta p_0 + i\delta q_0) + \\ &\quad + \gamma'(1 - i\Delta)(\delta p_2 - i\delta q_2) + 2\sqrt{2\gamma} \delta u_1 + 2\sqrt{2\mu} \delta v_1, \end{aligned} \quad (3.4.5)$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt}(\delta p_2 + i\delta q_2) &= -\gamma'(1 - i\Delta)(\delta p_2 + i\delta q_2) + \gamma' \beta (1 - i\Delta)(\delta p_0 + i\delta q_0) + \\ &\quad + \gamma'(1 - i\Delta)(\delta p_1 - i\delta q_1) + 2\sqrt{2\gamma} \delta u_2 + 2\sqrt{2\mu} \delta v_2, \end{aligned} \quad (3.4.6)$$

em que se usou a relação (3.3.4) para se eliminar χ e as fases, e definiu-se $\beta = p/p_0$.

Separando essas equações em parte real e parte imaginária, obtemos as equações para as **flutuações das quadraturas**:

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt} \delta p_0 &= -\gamma'_0 \delta p_0 - \Delta_0 \gamma'_0 \delta q_0 - \gamma' \beta \delta p_1 + \Delta \gamma' \beta \delta q_1 - \gamma' \beta \delta p_2 + \Delta \gamma' \beta \delta q_2 + \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_0} \cos \varphi_0 \delta p_0^{\text{in}} + \sqrt{2\gamma_0} \sin \varphi_0 \delta q_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0} \delta v_{p_0} , \end{aligned} \quad (3.4.7)$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt} \delta q_0 &= \Delta_0 \gamma'_0 \delta p_0 - \gamma'_0 \delta q_0 - \Delta \gamma' \beta \delta p_1 - \gamma' \beta \delta q_1 - \Delta \gamma' \beta \delta p_2 - \gamma' \beta \delta q_2 + \\ &\quad - \sqrt{2\gamma_0} \sin \varphi_0 \delta p_0^{\text{in}} + \sqrt{2\gamma_0} \cos \varphi_0 \delta q_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0} \delta v_{q_0} , \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt} \delta p_1 &= \gamma' \beta \delta p_0 + \Delta \gamma' \beta \delta q_0 - \gamma' \delta p_1 - \Delta \gamma' \delta q_1 + \gamma' \delta p_2 - \Delta \gamma' \delta q_2 + \\ &\quad + \sqrt{2\gamma} \delta u_{p_1} + \sqrt{2\mu} \delta v_{p_1} , \end{aligned} \quad (3.4.9)$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt} \delta q_1 &= -\Delta \gamma' \beta \delta p_0 + \gamma' \beta \delta q_0 + \Delta \gamma' \delta p_1 - \gamma' \delta q_1 - \Delta \gamma' \delta p_2 - \gamma' \delta q_2 + \\ &\quad + \sqrt{2\gamma} \delta u_{q_1} + \sqrt{2\mu} \delta v_{q_1} , \end{aligned} \quad (3.4.10)$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt} \delta p_2 &= \gamma' \beta \delta p_0 + \Delta \gamma' \beta \delta q_0 + \gamma' \delta p_1 - \Delta \gamma' \delta q_1 - \gamma' \delta p_2 - \Delta \gamma' \delta q_2 + \\ &\quad + \sqrt{2\gamma} \delta u_{p_2} + \sqrt{2\mu} \delta v_{p_2} , \end{aligned} \quad (3.4.11)$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt} \delta q_2 &= -\Delta \gamma' \beta \delta p_0 + \gamma' \beta \delta q_0 - \Delta \gamma' \delta p_1 - \gamma' \delta q_1 + \Delta \gamma' \delta p_2 - \gamma' \delta q_2 + \\ &\quad + \sqrt{2\gamma} \delta u_{q_2} + \sqrt{2\mu} \delta v_{q_2} . \end{aligned} \quad (3.4.12)$$

Foram utilizadas as expressões para as quadraturas dos vácuos introduzidos pelos espelhos, $\delta u_j = \exp(i\varphi_j)(\delta u_{p_j} + i\delta u_{q_j})/2$, e pelas perdas espúrias, $\delta v_j = \exp(i\varphi_j)(\delta v_{p_j} + i\delta v_{q_j})/2$.

Esse sistema de seis equações acopladas pode ser facilmente resolvido em espaço de Fourier. Antes, porém, o problema pode ser simplificado através da transformação linear

$$\delta p_{\pm} = (\delta p_1 \pm \delta p_2)/\sqrt{2} , \quad \delta q_{\pm} = (\delta q_1 \pm \delta q_2)/\sqrt{2} , \quad (3.4.13)$$

que nos leva ao seguinte sistema de equações:

$$\tau \frac{d}{dt} \delta p_- = -2\gamma' \delta p_- + \sqrt{2\gamma} \delta u_{p_-} + \sqrt{2\mu} \delta v_{p_-} , \quad (3.4.14)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \delta q_- = 2\Delta \gamma' \delta p_- + \sqrt{2\gamma} \delta u_{q_-} + \sqrt{2\mu} \delta v_{q_-} , \quad (3.4.15)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \delta p_+ = -2\Delta \gamma' \delta q_+ + \sqrt{2\gamma} \beta \delta p_0 + \sqrt{2\Delta \gamma' \beta} \delta q_0 + \sqrt{2\gamma} \delta u_{p_+} + \sqrt{2\mu} \delta v_{p_+} , \quad (3.4.16)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \delta q_+ = -2\gamma' \delta q_+ - \sqrt{2\Delta \gamma' \beta} \delta p_0 + \sqrt{2\gamma} \beta \delta q_0 + \sqrt{2\gamma} \delta u_{q_+} + \sqrt{2\mu} \delta v_{q_+} , \quad (3.4.17)$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt} \delta p_0 &= -\sqrt{2\gamma} \beta \delta p_+ + \sqrt{2\Delta \gamma' \beta} \delta q_+ - \gamma'_0 \delta p_0 - \Delta_0 \gamma'_0 \delta q_0 + \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_0} \cos \varphi_0 \delta p_0^{\text{in}} + \sqrt{2\gamma_0} \sin \varphi_0 \delta q_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0} \delta v_{p_0} , \end{aligned} \quad (3.4.18)$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt} \delta q_0 &= -\sqrt{2\Delta \gamma' \beta} \delta p_+ - \sqrt{2\gamma} \beta \delta q_+ + \Delta_0 \gamma'_0 \delta p_0 - \gamma'_0 \delta q_0 - \\ &\quad - \sqrt{2\gamma_0} \sin \varphi_0 \delta p_0^{\text{in}} + \sqrt{2\gamma_0} \cos \varphi_0 \delta q_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0} \delta v_{q_0} . \end{aligned} \quad (3.4.19)$$

Constatamos nessas equações que o subespaço da subtração de quadraturas de sinal e complementar se **desacopla** dos subespaços da soma e do feixe de bombeio, reduzindo a dimensão do problema de 6 para $2 \oplus 4$.

3.4.3 Espectros de ruído da subtração de quadraturas dos feixes gêmeos

As soluções para as flutuações são facilmente calculadas no espaço de Fourier. Usamos as definições das equações (2.1.18)–(2.1.19), de forma que $d/dt \rightarrow i\Omega$.

Busquemos a solução para o subespaço da subtração. Em espaço de frequência, tem-se

$$i\Omega\tau \delta p_-(\Omega) = -2\gamma' \delta p_-(\Omega) + \sqrt{2\gamma} \delta u_{p_-}(\Omega) + \sqrt{2\mu} \delta v_{p_-}(\Omega), \quad (3.4.20)$$

$$i\Omega\tau \delta q_-(\Omega) = 2\Delta\gamma' \delta p_-(\Omega) + \sqrt{2\gamma} \delta u_{q_-}(\Omega) + \sqrt{2\mu} \delta v_{q_-}(\Omega), \quad (3.4.21)$$

que pode ser resolvido de maneira direta,

$$\delta p_-(\Omega) = \frac{1}{2\gamma'(1+i\Omega')} \left[\sqrt{2\gamma} \delta u_{p_-}(\Omega) + \sqrt{2\mu} \delta v_{p_-}(\Omega) \right], \quad (3.4.22)$$

$$\begin{aligned} \delta q_-(\Omega) = & i \frac{1}{2\gamma'\Omega'} \left\{ \frac{\Delta}{1+i\Omega'} \left[\sqrt{2\gamma} \delta u_{p_-}(\Omega) + \sqrt{2\mu} \delta v_{p_-}(\Omega) \right] + \right. \\ & \left. + \sqrt{2\gamma} \delta u_{q_-}(\Omega) + \sqrt{2\mu} \delta v_{q_-}(\Omega) \right\}, \end{aligned} \quad (3.4.23)$$

em que $\Omega' = \Omega/\delta\omega$ é a frequência angular de análise relativa à largura de banda da cavidade do OPO para sinal e complementar, $\delta\omega = 2\gamma'/\tau$.

Os campos intracavidade estão acoplados ao mundo exterior pelo espelho parcialmente refletor. Nele, o campo intracavidade transmitido é combinado ao vácuo incidente refletido. As quadraturas do campo de saída, medidas no fotodetector, são dadas por

$$\delta p_-^{\text{out}}(\Omega) = -\delta u_{p_-}(\Omega) + \sqrt{2\gamma} \delta p_-(\Omega), \quad (3.4.24)$$

$$\delta q_-^{\text{out}}(\Omega) = -\delta u_{q_-}(\Omega) + \sqrt{2\gamma} \delta q_-(\Omega), \quad (3.4.25)$$

em que se usou a aproximação $\gamma \ll 1$.

Usando as soluções (3.4.22)–(3.4.23), as flutuações de quadratura do campo de saída ficam

$$\delta p_-^{\text{out}}(\Omega) = \left(-1 + \frac{\gamma/\gamma'}{1+i\Omega'} \right) \delta u_{p_-}(\Omega) + \frac{\sqrt{\gamma\mu}}{\gamma'(1+i\Omega')} \delta v_{p_-}(\Omega) \quad (3.4.26)$$

$$\begin{aligned} \delta q_-^{\text{out}}(\Omega) = & i \frac{\Delta}{\gamma'\Omega'(1-i\Omega')} \left[\gamma \delta u_{p_-}(\Omega) + \sqrt{\gamma\mu} \delta v_{p_-}(\Omega) \right] + \\ & + \left(-1 - i \frac{\gamma/\gamma'}{\Omega'} \right) \delta u_{q_-}(\Omega) + i \frac{\sqrt{\gamma\mu}}{\gamma'\Omega'} \delta v_{q_-}(\Omega). \end{aligned} \quad (3.4.27)$$

Por fim, determinamos os espectros de ruído $S_{\hat{p}_-}$ e $S_{\hat{q}_-}$ usando a expressão (2.1.22),

$$S_{\hat{p}_-} = 1 - \frac{\gamma/\gamma'}{1 + \Omega'^2}, \quad (3.4.28)$$

$$S_{\hat{q}_-} = 1 + \frac{\gamma/\gamma'}{\Omega'^2} \left(1 + \frac{\Delta^2}{1 + \Omega'^2} \right). \quad (3.4.29)$$

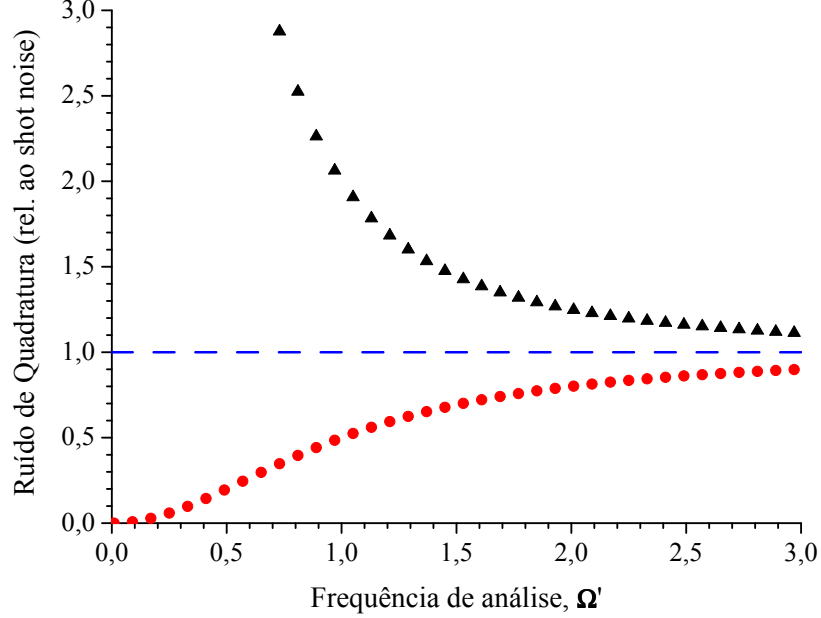


Figura 3.1: Ruídos $S_{\hat{p}_-}$ (círculos) e $S_{\hat{q}_-}$ (triângulos) como funções de Ω' . A linha tracejada marca o nível do shot noise. Consideram-se nulas as perdas espúrias ($\mu = 0$).

A subtração de amplitudes apresenta squeezing, $S_{\hat{p}_-} < 1$, uma característica bem conhecida do OPO [Reynaud 1987a, Reynaud 1987b, Heidmann 1987]. Seu valor depende apenas da fração de fótons detetados, γ/γ' , e da frequência de análise Ω' relativa à largura de banda do OPO. A dependência com Ω' surge da escala de tempo relativa à vida média de cada fóton dentro da cavidade, dada pelo inverso da largura de banda da mesma; caso se meça em tempos muito curtos, $\Omega' \gg 1$, então é provável que apenas um dos fótons tenha deixado a cavidade, enquanto o outro permanece preso, reduzindo a correlação; por outro lado, em tempos compatíveis com o tempo de vida dos fótons na cavidade, $\Omega' \lesssim 1$, há probabilidade razoável de que ambos já a tenham deixado. A razão γ/γ' influencia o ruído por um motivo semelhante, porém sem dependência temporal; o squeezing medido depende de se detetar os dois fótons de cada par produzido, de forma que perder um deles reduz a correlação.

Se todos os fótons deixassem a cavidade pelo espelho de acoplamento e possuíssemos detetores com eficiência quântica unitária, o ruído nessa quadratura tenderia a zero para baixas frequências de análise. Para respeitar o princípio de incerteza, $S_{\hat{q}_-}$ deve ser maior ou igual ao inverso de $S_{\hat{p}_-}$. Na verdade, $S_{\hat{q}_-} = 1/S_{\hat{p}_-}$ em dessintonia nula se $\gamma' = \gamma$, mostrando que o subespaço da subtração possui incerteza mínima.

Para se ver correlação estritamente perfeita, seria necessário esperar um tempo infinito ($\Omega = 0$). Aparte as limitações experimentais, devemos nos lembrar de que desprezamos a difusão de fase, o que nos impede de dizer qualquer coisa sobre o ruído em frequências muito baixas ($\Omega \sim 2\pi$ Hz) nessa aproximação. De fato, $S_{\hat{q}_-}$ apresenta, como consequência, uma divergência não-física em $\Omega = 0$.

Isso nos permite estimar de forma independente da largura Schawlow-Townes a frequência de análise mínima em que a aproximação linearizada para as equações (3.4.1)–(3.4.3) não é mais válida. Podemos usar a expressão (2.1.24), para o número médio de fótons em estados de incerteza mínima, a fim de estimar o valor de Ω' para o qual a energia presente nas bandas laterais se aproxima da energia da portadora. Estimamos livremente que uma densidade de energia desprezível na banda lateral seja um milionésimo daquela presente na portadora. Sendo o número de fótons na portadora da ordem de 10^{16} s^{-1} , encontramos, usando a expressão (2.1.24), o número de fótons 10^{10} s^{-1} na frequência normalizada $\Omega' \sim 10^{-5}$. Assumindo uma largura típica de 50 MHz para a cavidade do OPO relativamente aos feixes gêmeos, isso equivale a $\nu \sim 500$ Hz. Assim, ignorar a difusão de fase acima dessa frequência é uma ótima aproximação também do ponto de vista da distribuição espectral de energia. Em $\Omega' \sim 10^{-5}$, o ruído de amplitudes vale $S_{p_-} \sim 10^{-10}$, considerado nulo para qualquer efeito prático. Vemos mais uma vez que a difusão de fases tem efeito desprezível em nosso regime de trabalho. As medidas apresentadas nesta tese foram tipicamente obtidas na região $\Omega' \approx 0,5$.

3.4.4 Cálculo dos demais espectros de ruído em dessintonias nulas

As soluções dos demais subespaços podem ser encontradas da mesma maneira. Todavia, por se tratar de um sistema de quatro equações acopladas, resolvê-lo ‘à mão’ se torna demasiado complicado, requerendo o auxílio de um computador. Existe, porém, um caso especial em que a solução é simples de ser encontrada. Notemos que o efeito das dessintonias é acoplar entre si as quadraturas amplitude e fase. Se $\Delta = \Delta_0 = 0$, as mesmas se tornam independentes, e obtemos dois sistemas de equações de dimensão 2, factíveis de se resolver ‘à mão’. Dessintonias não nulas em nada mudam a essência do fenômeno, de modo que podemos considerar esse caso mais simples para compreender o cerne do que ocorre.

As equações a serem resolvidas são agora, no domínio temporal,

$$\begin{cases} \tau \frac{d}{dt} \delta p_+ &= \sqrt{2}\gamma' \beta \delta p_0 + \sqrt{2\gamma} \delta u_{p_+} + \sqrt{2\mu} \delta v_{p_+} , \\ \tau \frac{d}{dt} \delta p_0 &= -\sqrt{2}\gamma' \beta \delta p_+ - \gamma'_0 \delta p_0 + \sqrt{2\gamma_0} \delta p_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0} \delta v_{p_0} , \\ \tau \frac{d}{dt} \delta q_0 &= -\sqrt{2}\gamma' \beta \delta q_+ - \gamma'_0 \delta q_0 + \sqrt{2\gamma_0} \delta q_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0} \delta v_{q_0} , \\ \tau \frac{d}{dt} \delta q_+ &= -2\gamma' \delta q_+ + \sqrt{2}\gamma' \beta \delta q_0 + \sqrt{2\gamma} \delta u_{q_+} + \sqrt{2\mu} \delta v_{q_+} , \end{cases}$$

em que se usou $\varphi_0 = \varphi_+ = 0$.

Seguindo procedimento análogo ao das expressões (3.4.24)–(3.4.25), as soluções em espaço de frequência para os campos de saída são

$$\delta p_+^{\text{out}}(\Omega) = \kappa_p \delta p_0^{\text{in}} + (2\gamma\xi - 1) \delta u_{p_+} + \sqrt{\mu_0/\gamma_0} \kappa_p \delta v_{p_0} + 2\sqrt{\gamma\mu} \xi \delta v_{p_+}, \quad (3.4.30)$$

$$\delta q_+^{\text{out}}(\Omega) = \kappa_q \delta q_0^{\text{in}} + (2\gamma\zeta - 1) \delta u_{q_+} + \sqrt{\mu_0/\gamma_0} \kappa_q \delta v_{q_0} + 2\sqrt{\gamma\mu} \zeta \delta v_{q_+}, \quad (3.4.31)$$

$$\delta p_0^{\text{out}}(\Omega) = \vartheta_p \delta p_0^{\text{in}} - \kappa_p \delta u_{p_+} + \sqrt{\mu_0/\gamma_0} (\vartheta_p + 1) \delta v_{p_0} - \sqrt{\mu/\gamma} \kappa_p \delta v_{p_+}, \quad (3.4.32)$$

$$\delta q_0^{\text{out}}(\Omega) = \vartheta_q \delta q_0^{\text{in}} - \kappa_q \delta u_{q_+} + \sqrt{\mu_0/\gamma_0} (\vartheta_q + 1) \delta v_{q_0} - \sqrt{\mu/\gamma} \kappa_q \delta v_{q_+}, \quad (3.4.33)$$

em que

$$\xi = \left(2i\gamma'\Omega' + \frac{2\gamma'^2\beta^2}{\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'} \right)^{-1}, \quad (3.4.34)$$

$$\zeta = \left(2\gamma' + 2i\gamma'\Omega' + \frac{2\gamma'^2\beta^2}{\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'} \right)^{-1}, \quad (3.4.35)$$

$$\kappa_p = \frac{2\sqrt{2}\gamma'\beta\sqrt{\gamma_0\gamma}}{\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'} \xi, \quad (3.4.36)$$

$$\kappa_q = \frac{2\sqrt{2}\gamma'\beta\sqrt{\gamma_0\gamma}}{\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'} \zeta, \quad (3.4.37)$$

$$\vartheta_p = -1 + \frac{2\gamma_0}{\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'} \left(1 - \frac{2\gamma'^2\beta^2}{\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'} \xi \right), \quad (3.4.38)$$

$$\vartheta_q = -1 + \frac{2\gamma_0}{\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'} \left(1 - \frac{2\gamma'^2\beta^2}{\gamma'_0 + 2i\gamma'\Omega'} \zeta \right). \quad (3.4.39)$$

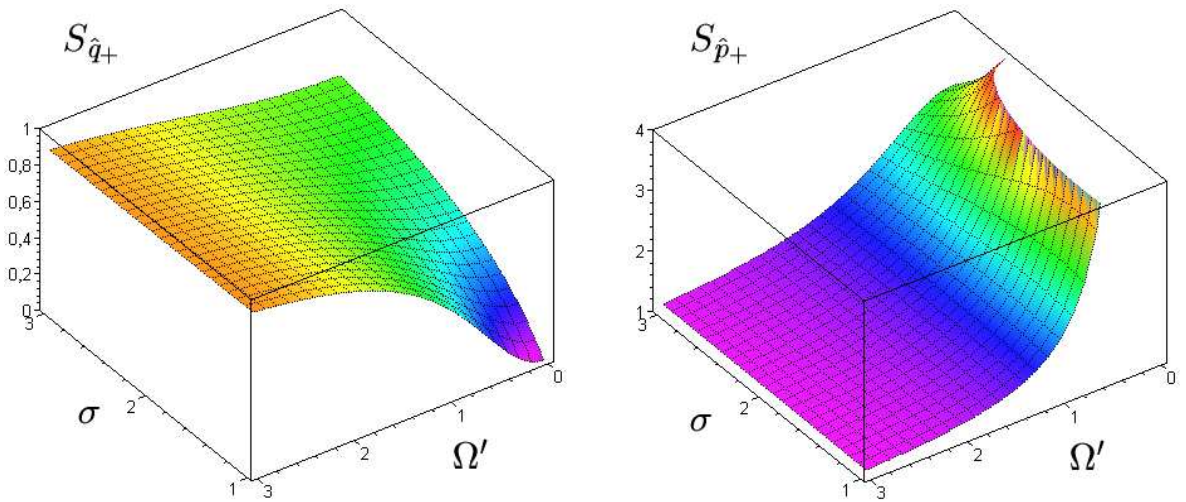


Figura 3.2: Ruídos $S_{\hat{q}_+}$ (esquerda) e $S_{\hat{p}_+}$ (direita) como funções de σ e Ω' . Foram considerados feixe de bombeio coerente $S_{\hat{p}_0} = S_{\hat{q}_0} = 1$ e perdas espúrias nulas ($\mu = \mu_0 = 0$).

Os espectros de ruído daí resultantes são

$$S_{\hat{p}_+} = |\kappa_p|^2 S_{p_0}^{\text{in}} + |2\gamma\xi - 1|^2 + \mu_0/\gamma_0 |\kappa_p|^2 + 4\gamma\mu |\xi|^2, \quad (3.4.40)$$

$$S_{\hat{q}_+} = |\kappa_q|^2 S_{q_0}^{\text{in}} + |2\gamma\zeta - 1|^2 + \mu_0/\gamma_0 |\kappa_q|^2 + 4\gamma\mu |\zeta|^2, \quad (3.4.41)$$

$$S_{\hat{p}_0} = |\vartheta_p|^2 S_{p_0}^{\text{in}} + |\kappa_p|^2 + \mu_0/\gamma_0 |\vartheta_p + 1|^2 + \mu/\gamma |\kappa_p|^2, \quad (3.4.42)$$

$$S_{\hat{q}_0} = |\vartheta_q|^2 S_{q_0}^{\text{in}} + |\kappa_q|^2 + \mu_0/\gamma_0 |\vartheta_q + 1|^2 + \mu/\gamma |\kappa_q|^2. \quad (3.4.43)$$

Analisamos nas próximas seções os comportamentos desses espectros com os parâmetros mais importantes na caracterização do OPO, a potência de bombeio σ e a frequência de análise Ω' de medida.

3.4.5 Espectros de ruído da soma de quadraturas dos feixes gêmeos

O ruído de soma de fases $S_{\hat{q}_+}$ apresenta squeezing para qualquer potência de bombeio e frequência de análise, conforme é apresentado na figura 3.2. O squeezing é perfeito apenas em $\sigma \approx 1$ e $\Omega' \approx 0$, tendendo a shot noise para $\sigma, \Omega \gg 1$. Nossas medidas são tipicamente realizadas na região $1 \lesssim \sigma \lesssim 2$. Assim como o squeezing na subtração de intensidades, o squeezing na soma das fases pode ser entendido por um argumento físico simples. A mesma conservação de energia que leva à correlação no número de fótons leva a uma anticorrelação de fases. Como as três frequências óticas dos feixes devem satisfazer $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$, segue que pequenas flutuações das frequências, que podem ser entendidas como flutuações de fases, devem satisfazer $\delta\varphi_0 = \delta\varphi_1 + \delta\varphi_2$. Assim, a soma das fases de sinal e complementar permanece fixa a uma referência comum, a fase do bombeio, indicando que pode haver alguma correlação quântica entre elas. Permanece a questão sobre o papel da fase do bombeio nas correlações quânticas, a ser respondida no Capítulo 5.

O espectro de ruído da soma de amplitudes, $S_{\hat{p}_+}$, apresenta sempre excesso de ruído como consequência do squeezing em $S_{\hat{q}_+}$. Tem-se que $S_{\hat{p}_+} \times S_{\hat{q}_+} > 1$, mostrando que esse não é um subespaço puro. Como veremos no Capítulo 5, isso ocorre por causa das correlações com o feixe de bombeio refletido, que não são levadas em conta quando se considera apenas o ruído do subespaço da soma.

As expressões (3.4.40)–(3.4.43) nos permitem estudar como os espectros de ruído de saída dependem de cada um dos espectros de entrada. Por simplicidade, podemos ignorar o efeito dos termos advindos das perdas espúrias (fazendo $\mu = \mu_0 = 0$), uma vez que sempre tenderão a levar os ruídos ao shot noise. Na figura 3.3 são mostrados os comportamentos de $|\kappa_p|^2$, $|2\gamma\xi - 1|^2$, $|\kappa_q|^2$ e $|2\gamma\zeta - 1|^2$ em função de σ para uma frequência de análise fixa $\Omega' = 0,5$. As curvas com símbolos circulares azuis retratam a influência do ruído do bombeio em $S_{\hat{q}_+}$ e $S_{\hat{p}_+}$, enquanto aquelas com símbolos triangulares verdes são as contribuições dos vácuos de entrada. A soma dessas duas contribuições fornece $S_{\hat{q}_+}$ e

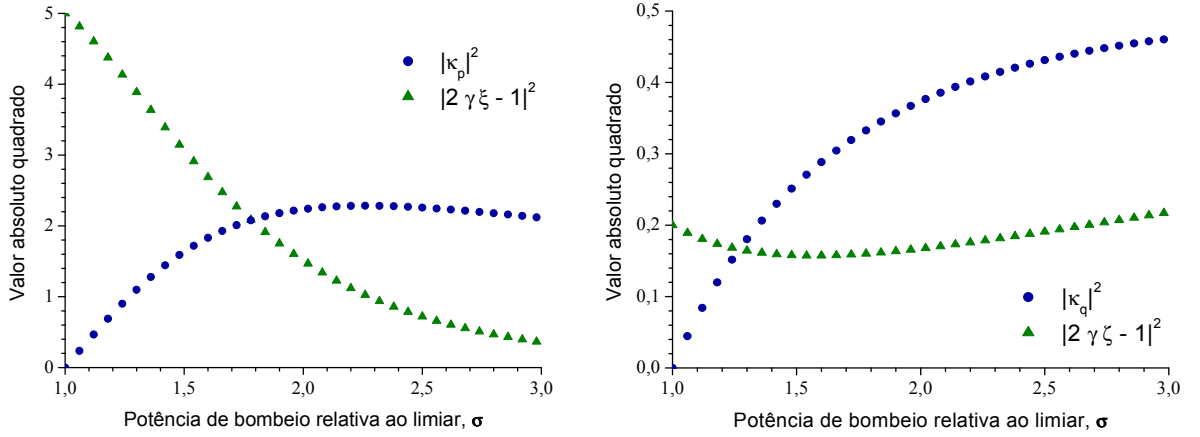


Figura 3.3: Curvas dos coeficientes $|\kappa_p|^2$, $|2\gamma\xi - 1|^2$, $|\kappa_q|^2$ e $|2\gamma\xi - 1|^2$ em função de σ , mostrando como os ruídos (3.4.40) e (3.4.41) dependem dos ruídos de entrada. Consideraram-se $\Omega' = 0,5$ e perdas espúrias nulas ($\mu = \mu_0 = 0$).

$S_{\hat{p}_+}$ para o caso de bombeio coerente. Vê-se que a soma das fases dos campos de saída (figura 3.3b) são mais suscetíveis ao ruído do feixe de bombeio para potências um tanto acima do limiar, enquanto a influência do ruído proveniente do vácuo é praticamente constante. Sobre a soma das amplitudes (figura 3.3a), o feixe de bombeio, da mesma forma, pouco influencia o ruído de saída próximo ao limiar, enquanto o oposto pode ser dito a respeito do vácuo de entrada.

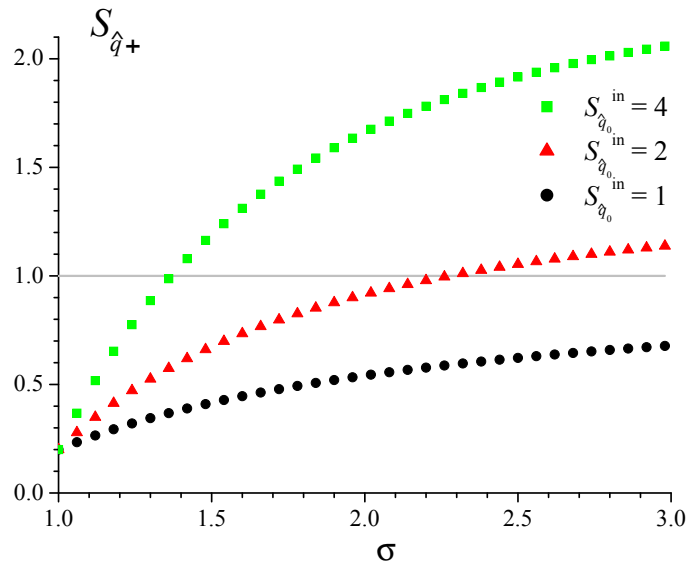


Figura 3.4: $S_{\hat{q}_+}$ como função de σ para alguns valores de ruído de bombeio incidente. Círculos pretos: $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}} = 1$; triângulos vermelhos: $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}} = 2$; quadrados verdes: $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}} = 4$. Considerou-se $\Omega' = 0,5$, $\mu = \mu_0 = 0$ e $\gamma = 0,02$.

O comportamento de $S_{\hat{q}_+}$ na condição de bombeio com excesso de ruído é mostrado na figura 3.4. Como as quadraturas se desacoplam em dessintonias nulas, excesso de

ruído de fase do bombeio é transferido apenas para $S_{\hat{q}_+}$, e de amplitude, para $S_{\hat{p}_+}$. O valor assintótico de $S_{\hat{q}_+}$ para $\sigma \gg 1$ passa a apresentar excesso de ruído proporcional ao excesso em $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}}$. Como consequência, conforme $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}}$ assume valores maiores, o ponto onde $S_{\hat{q}_+}$ cruza o nível do shot noise tende a ocorrer em valores menores de σ .

Para bombeio coerente (círculos pretos), há sempre squeezing em $S_{\hat{q}_+}$. Para excesso de ruído de 3 dB em $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}}$, $S_{\hat{q}_+}$ cruza o shot em $\sigma \approx 2,25$ (triângulos vermelhos). No caso de maior excesso de ruído apresentado na figura (quadrados verdes), de 6 dB, a soma das fases só apresenta squeezing próximo ao limiar, $\sigma \lesssim 1,3$. Os valores exatos de σ onde $S_{\hat{q}_+}$ passa a apresentar excesso de ruído dependem da transmissão γ dos espelhos para os feixes gêmeos, mas o comportamento é o mesmo para qualquer γ : $S_{\hat{q}_+}$ é pouco afetado por $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}}$ próximo ao limiar, contaminando-se com o excesso de ruído principalmente em potências de bombeio maiores, em acordo com a figura 3.3. A conclusão é que devemos evitar o excesso de ruído no feixe de bombeio se nosso objetivo é observar squeezing na soma das fases dos feixes gêmeos; porém, quando isso não é possível, devemos procurar o squeezing de fase próximo ao limiar.

3.4.6 Emaranhamento entre os feixes gêmeos

Essas correlações quânticas entre as quadraturas amplitude e fase dos feixes convertidos nos remetem ao estado proposto no paradoxo EPR, em que a posição relativa e o momento total de duas partículas estavam perfeitamente determinados. De fato, os operadores de quadratura são matematicamente equivalentes à posição e ao momento de um oscilador harmônico quântico. Portanto, é esperado que sinal e complementar estejam emaranhados.

A demonstração de emaranhamento bipartite é dada, como vimos na Seção 1.7, pela violação da desigualdade de Duan *et al.* e Simon [Duan 2000, Simon 2000], dada pela equação (1.7.9). No caso em questão, o emaranhamento é demonstrado pela escolha do par de operadores tipo EPR da equação (1.7.5) como $\hat{u} = \hat{p}_-$ e $\hat{v} = \hat{q}_+$. A figura 3.5 apresenta a soma desses ruídos prevista pela teoria, numa clara violação da desigualdade em toda a região de parâmetros. Em $\sigma = 1$ e $\Omega = 0$, a desigualdade é maximamente violada, atingindo, de fato, o valor nulo.

3.4.7 Espectro de ruído do feixe de bombeio refletido

Retornando ao estudo dos ruídos de cada feixe, analisemos o feixe de bombeio refletido pelo OPO. Seus espectros de ruído de quadratura, $S_{\hat{p}_0}$ e $S_{\hat{q}_0}$, dados pelas expressões (3.4.42)–(3.4.43), são apresentados na figura 3.6.

Há excesso de ruído em $S_{\hat{p}_0}$, em toda a região de parâmetros, como consequência do squeezing presente em $S_{\hat{q}_0}$ (observado em [Kasai 1997, Zhang K. S. 2001]). Já $S_{\hat{q}_0}$ parte de shot noise em $\sigma = 1$, tal como o bombeio incidente, e tende a 0,5 (−3 dB) para

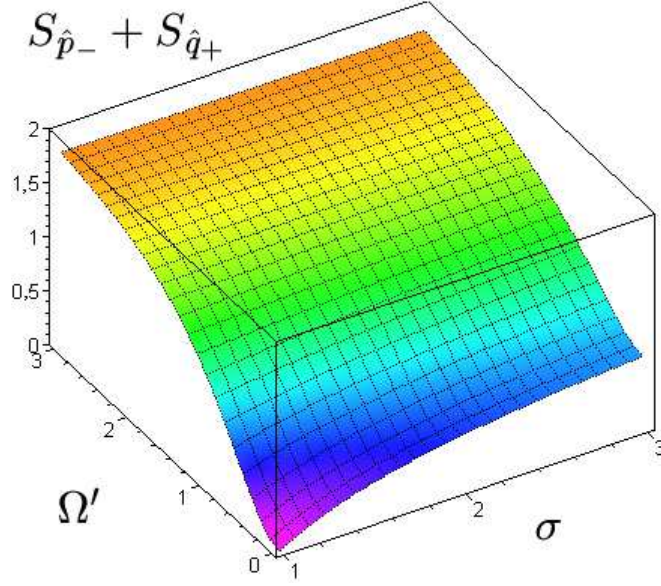


Figura 3.5: Soma de ruídos $S_{\hat{p}_-} + S_{\hat{q}_+}$ como função de σ e Ω' . A desigualdade de Duan *et al.* e Simon é violada se a soma é menor que 2, o que ocorre em toda a região de parâmetros, demonstrando o emaranhamento entre sinal e complementar.

$\sigma \gtrsim 3$, numa indicação de que, para potências de bombeio mais altas, sinal e complementar tornam-se intensos a ponto de influenciar as bandas laterais do feixe de bombeio intracavidade. O comportamento de $S_{\hat{q}_+}$ é mesmo o oposto deste (figura 3.2), pois tende a zero próximo ao limiar. Esses comportamentos nos indicam que, próximo ao limiar, considerar apenas o sistema bipartite formado por sinal e complementar é suficiente para entender o OPO; entretanto, conforme os feixes convertidos se tornam mais intensos, estes passam a influenciar o bombeio, criando correlações tripartite, isto é, entre os três feixes. Essas correlações e suas consequências são estudadas no Capítulo 5.

3.4.8 Espectro de ruído dos feixes sinal e complementar

Os espectros de ruído individuais de sinal e complementar, dados pela média dos espectros de ruído dos subespaços da soma e da subtração, são apresentados na figura 3.7. Suas expressões são iguais,

$$S_{\hat{p}_1} = S_{\hat{p}_2} = \frac{S_{\hat{p}_+} + S_{\hat{p}_-}}{2}, \quad S_{\hat{q}_1} = S_{\hat{q}_2} = \frac{S_{\hat{q}_+} + S_{\hat{q}_-}}{2}, \quad (3.4.44)$$

por causa da simetria que existe entre esses feixes. Ambos os espectros apresentam somente excesso de ruído nessa região de parâmetros, sendo a divergência mais pronunciada na fase em frequência nula devido ao efeito de difusão de fases.

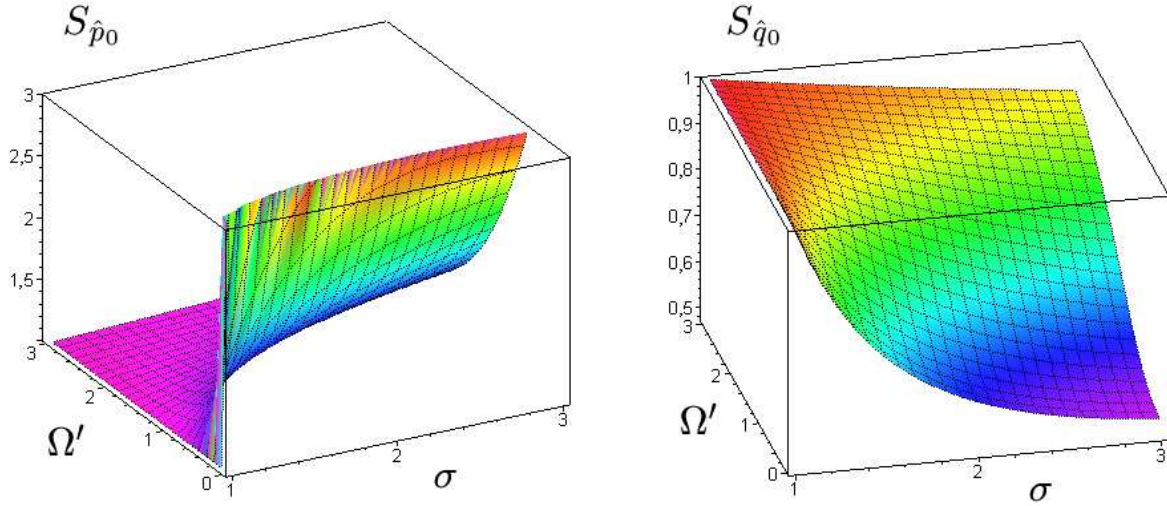


Figura 3.6: Espectros de ruído de quadratura do feixe de bombeio refletido pelo OPO, $S_{\hat{p}_0}$ e $S_{\hat{q}_0}$, como função de σ e Ω' .

3.4.9 Cálculo dos espectros de ruído em dessintonias não-nulas

Por vezes é necessário considerar o efeito das dessintonias Δ e Δ_0 sobre as curvas de ruído [Cassemiro 2007a, Villar 2004b]. Para tanto, a solução analítica completa do problema pode ser encontrada na forma matricial [Fabre 1990]. Definimos os vetores de flutuações dos campos soma e bombeio,

$$\delta\vec{p}(\Omega) = (\delta p_+(\Omega) \quad \delta q_+(\Omega) \quad \delta p_0(\Omega) \quad \delta q_0(\Omega))^T \quad (3.4.45)$$

e, respectivamente, dos campos incidentes e do vácuo acoplado pelas perdas,

$$\begin{aligned} \delta\vec{p}_{\text{in}}(\Omega) &= (\delta u_{p_+}(\Omega) \quad \delta u_{q_+}(\Omega) \quad \delta p_0^{\text{in}}(\Omega) \quad \delta q_0^{\text{in}}(\Omega))^T, \\ \delta\vec{v}(\Omega) &= (\delta v_{p_+}(\Omega) \quad \delta v_{q_+}(\Omega) \quad \delta v_{p_0}(\Omega) \quad \delta v_{q_0}(\Omega))^T. \end{aligned} \quad (3.4.46)$$

Partimos das equações (3.4.16)–(3.4.19), reescrevendo-as matricialmente,

$$\tau \frac{d}{dt} \delta\vec{p}(\Omega) = -\mathbf{A} \delta\vec{p}(\Omega) + \mathbf{T} \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{in}}} \delta\vec{p}_{\text{in}}(\Omega) + \mathbf{T}_v \delta\vec{v}(\Omega), \quad (3.4.47)$$

em que a matriz de arrasto é

$$\mathbf{A} = - \begin{pmatrix} 0 & -2\Delta\gamma' & \sqrt{2}\gamma'\beta & \sqrt{2}\Delta\gamma'\beta \\ 0 & -2\gamma' & -\sqrt{2}\Delta\gamma'\beta & \sqrt{2}\gamma'\beta \\ -\sqrt{2}\gamma'\beta & \sqrt{2}\Delta\gamma'\beta & -\gamma'_0 & -\Delta_0\gamma'_0 \\ -\sqrt{2}\Delta\gamma'\beta & -\sqrt{2}\gamma'\beta & \Delta_0\gamma'_0 & -\gamma'_0 \end{pmatrix} \quad (3.4.48)$$

e as matrizes de transmissões para as flutuações incidentes e de vácuo espúrio são diagonais,

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \text{diag}(\sqrt{2\gamma}, \sqrt{2\gamma}, \sqrt{2\gamma_0}, \sqrt{2\gamma_0}), \\ \mathbf{T}_v &= \text{diag}(\sqrt{2\mu}, \sqrt{2\mu}, \sqrt{2\mu_0}, \sqrt{2\mu_0}). \end{aligned} \quad (3.4.49)$$

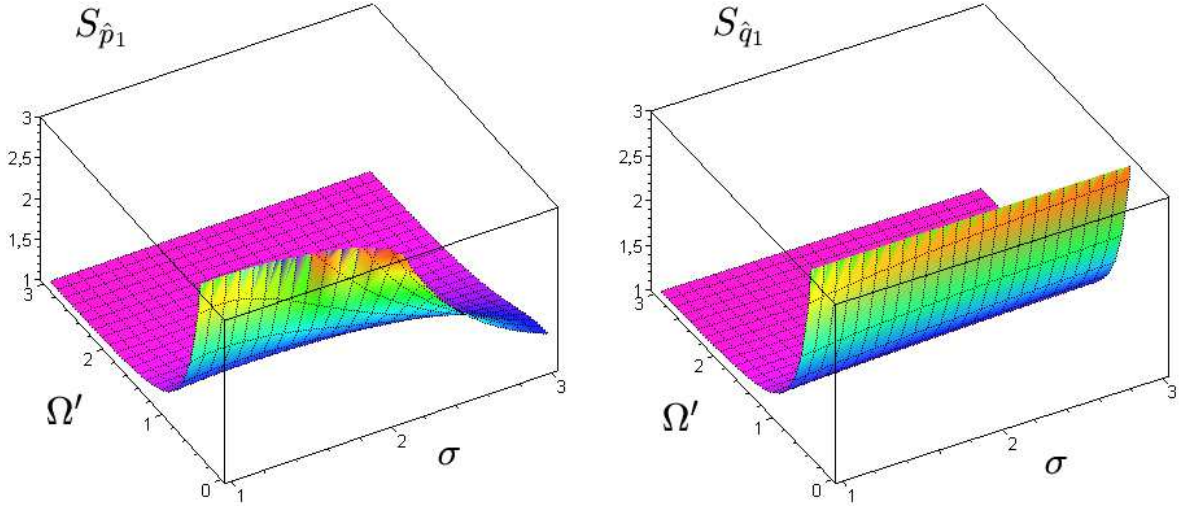


Figura 3.7: Espectros de ruído de quadratura de sinal e complementar, $S_{\hat{p}_1} = S_{\hat{p}_2}$ e $S_{\hat{q}_1} = S_{\hat{q}_2}$, como função de σ e Ω' .

A matriz de rotação $\Phi_{\varphi-\varphi_{\text{in}}}$ leva em conta a diferença de referenciais de fase entre os campos de entrada e os campos intracavidade,

$$\Phi_{\varphi-\varphi_{\text{in}}} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_+ - \varphi_+^{\text{in}}) & -\text{sen}(\varphi_+ - \varphi_+^{\text{in}}) & 0 & 0 \\ \text{sen}(\varphi_+ - \varphi_+^{\text{in}}) & \cos(\varphi_+ - \varphi_+^{\text{in}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\varphi_0 - \varphi_0^{\text{in}}) & -\text{sen}(\varphi_0 - \varphi_0^{\text{in}}) \\ 0 & 0 & \text{sen}(\varphi_0 - \varphi_0^{\text{in}}) & \cos(\varphi_0 - \varphi_0^{\text{in}}) \end{pmatrix}. \quad (3.4.50)$$

As fases φ_0 e φ_+ dos campos intracavidade são dadas pelas expressões (3.3.5) e (3.3.6). Em dessintonias nulas, tem-se $\varphi_0 = \varphi_+ = 0$. Já os campos de entrada são escolhidos com fase nula, no caso do bombeio ($\varphi_0^{\text{in}} = 0$), e, para a soma dos feixes gêmeos, com fase igual à intracavidade ($\varphi_+^{\text{in}} = \varphi_+$), por se tratar de vácuo na entrada (sua escolha de fase não modifica os resultados). O mesmo vale para o vácuo que se acopla por meio das perdas espúrias (por isso não foi necessário definir uma matriz de rotação para ajustar as quadraturas intracavidade às do vácuo).

Se incluíssemos na matriz \mathbf{A} também o subespaço da subtração, descobriríamos um autovalor nulo. Isso significa que as amplitudes complexas de sinal ou complementar não retornam ao valor inicial após uma pequena perturbação. Rigorosamente, isso nos impediria de proceder à linearização em torno de um valor estacionário, já que este não existe. Como discutimos, o autovalor nulo está relacionado a escalas de tempo muito maiores que as escalas de variação do ruído nos quais estamos interessados (de fato, os autovalores estão relacionados a um tempo infinito). Nossa linearização é feita levando em conta tempos suficientemente curtos, mas compatíveis com o tempo de tomada de medidas, para que não haja influência da lenta variação das amplitudes complexas dos campos. Um procedimento matematicamente mais formal, no qual são obtidos os mesmos

resultados, pode ser encontrado nas referências [Reid 1989b, Courtois 1991].

A solução em espaço de frequência é

$$\delta\vec{p}(\Omega) = (\mathbf{A} + i\Omega')^{-1} [\mathbf{T} \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{in}}} \delta\vec{p}_{\text{in}}(\Omega) + \mathbf{T}_v \delta\vec{v}(\Omega)] . \quad (3.4.51)$$

As flutuações das quadraturas dos campos de saída, dada pelo vetor

$$\delta\vec{p}_{\text{out}}(\Omega) = (\delta p_+^{\text{out}}(\Omega) \quad \delta q_+^{\text{out}}(\Omega) \quad \delta p_0^{\text{out}}(\Omega) \quad \delta q_0^{\text{out}}(\Omega))^T , \quad (3.4.52)$$

são calculadas de forma análoga às equações (3.4.24)–(3.4.25), porém não se esquecendo de considerar novamente as fases que as portadoras de cada campo recebem por causa das dessintonias não-nulas. As quadraturas de saída são dadas por

$$\begin{aligned} \delta\vec{p}_{\text{out}}(\Omega) &= -\Phi_{\varphi_{\text{in}}-\varphi_{\text{out}}} \delta\vec{p}_{\text{in}}(\Omega) + \mathbf{T} \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{out}}} \delta\vec{p}(\Omega) \\ &= [-\Phi_{\varphi_{\text{in}}-\varphi_{\text{out}}} + \mathbf{T} \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{out}}} (\mathbf{A} + i\Omega')^{-1} \mathbf{T} \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{in}}}] \delta\vec{p}_{\text{in}}(\Omega) + \\ &\quad + \mathbf{T} \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{out}}} (\mathbf{A} + i\Omega')^{-1} \mathbf{T}_v \delta\vec{v}(\Omega) . \end{aligned} \quad (3.4.53)$$

As matrizes $\Phi_{\varphi_{\text{in}}-\varphi_{\text{out}}}$ e $\Phi_{\varphi-\varphi_{\text{out}}}$ são definidas de forma análoga à expressão (3.4.50) substituindo-se os ângulos de acordo com os índices. Essas três matrizes são iguais à unidade em dessintonias nulas.

As matrizes Φ são um artifício da maneira como escolhemos fazer os cálculos. Mantemos sempre fixas as quadraturas amplitude e fase, e não o referencial de fase de cada feixe no que concerne às flutuações. Por isso, todo cálculo de quadratura requer olhar na direção do valor médio em nosso caso, implicando numa rotação de eixos a cada passo. Poderíamos de forma equivalente manter fixas as referências de fase e então determinar as quadraturas com relação às suas respectivas amplitudes complexas apenas no final.

A matriz de covariância \mathbf{S}_{OPO} dos feixes de saída, definida como

$$\mathbf{S}_{\text{OPO}} = \langle \delta\vec{p}_{\text{out}}(\Omega) \delta\vec{p}_{\text{out}}^T(-\Omega) \rangle , \quad (3.4.54)$$

é, por fim, dada pela expressão:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\text{OPO}} &= [-\Phi_{\varphi_{\text{in}}-\varphi_{\text{out}}} + \mathbf{T} \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{out}}} (\mathbf{A} + i\Omega')^{-1} \mathbf{T} \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{in}}}] \times \mathbf{S}_{\text{in}} \times \\ &\quad \times [-\Phi_{\varphi_{\text{in}}-\varphi_{\text{out}}}^T + \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{in}}}^T \mathbf{T} (\mathbf{A}^T - i\Omega')^{-1} \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{out}}}^T \mathbf{T}] + \\ &\quad + \mathbf{T} \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{out}}} (\mathbf{A} + i\Omega')^{-1} \mathbf{T}_v \mathbf{T}_v (\mathbf{A}^T - i\Omega')^{-1} \Phi_{\varphi-\varphi_{\text{out}}}^T \mathbf{T} , \end{aligned} \quad (3.4.55)$$

em que \mathbf{S}_{in} é a matriz de covariância dos campos de entrada,

$$\mathbf{S}_{\text{in}} = \langle \delta\vec{p}_{\text{in}}(\Omega) \delta\vec{p}_{\text{in}}^T(-\Omega) \rangle = \text{diag}(1, 1, S_{\hat{p}_0}^{\text{in}}, S_{\hat{q}_0}^{\text{in}}) . \quad (3.4.56)$$

A primeira parcela de (3.4.55) descreve a maneira como o OPO comprime o vácuo incidente nos modos sinal e complementar, enquanto a segunda inclui imperfeições causadas pelas perdas espúrias intracavidade. Os elementos $\mathbf{S}_{\text{OPO}}^{(i,j)}$ da matriz \mathbf{S}_{OPO} fornecem

todos os ruídos e correlações dos feixes de saída [expressão (3.4.54)]. Por exemplo, $S_{\hat{q}_+}$ é dado por $\mathbf{S}_{\text{OPO}}^{(2,2)}$, enquanto $C_{\hat{p}_0\hat{q}_0} = (\mathbf{S}_{\text{OPO}}^{(1,2)} + \mathbf{S}_{\text{OPO}}^{(2,1)})/2$.

Vemos que o efeito das dessintonias é acoplar as quadraturas, de forma que fase e amplitude passam a ser interdependentes. Considerando cada subespaço, isso significa que sua elipse de ruído se encontra girada no espaço de fase com relação à sua amplitude média. Assim, os valores máximos de squeezing e anti-squeezing existem numa combinação linear de amplitude e fase. Na prática, o OPO oscila com uma dessintonia muito pequena. Não possuímos controle preciso de seu valor em nossos experimentos, mas estimamos que $|\Delta|, |\Delta_0| < 0,5$, o que nos permite, para compreender o comportamento do OPO, utilizar a teoria com dessintonias nulas. No entanto, uma importante exceção ocorreu num trabalho recente de nosso grupo, no qual observamos correlações entre diferentes quadraturas dos três feixes [Cassemiro 2007a]. Portanto, é por vezes necessário conhecer o efeito das dessintonias sobre os espectros de ruído.

* * *

Vimos que o oscilador paramétrico ótico se baseia no acoplamento criado por um cristal não-linear entre três modos do campo. A hamiltoniana que descreve essa interação cria correlações quânticas entre os feixes convertidos, emaranhando-os. As subtração de intensidades e soma das fases dos feixes sinal e complementar realizam o paradoxo EPR em variáveis contínuas.

No próximo capítulo, é apresentada a primeira observação desse emaranhamento acima do limiar.

Capítulo 4

Medida de Emaranhamento no OPO Acima do Limiar

Apresentamos neste capítulo a primeira medida de emaranhamento entre os dois feixes luz coerente, sinal e complementar, produzidos pelo oscilador paramétrico ótico operando acima do limiar de oscilação [Villar 2005]. A existência do emaranhamento pode ser justificada por um argumento físico simples, a conservação de energia. Como um fóton do bombeio dá origem sempre a um par de fótons, sendo um no feixe sinal e outro no complementar, as flutuações de intensidades dos feixes gêmeos devem ser quanticamente correlacionadas. Por outro lado, a conservação de energia impõe que as frequências óticas dos três feixes devem respeitar $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$, tal que pequenas flutuações das frequências, entendidas como flutuações das fases, devem resultar na relação $\delta\phi_0 = \delta\phi_1 + \delta\phi_2$; assim, as flutuações de fases dos feixes convertidos se encontram fixadas a uma referência comum de flutuação, indicando uma possível correlação quântica entre elas.

Uma propriedade muito interessante desse sistema é o fato de que suas frequências óticas não precisam ser iguais. Feixes emaranhados com cores muito distintas permitem transferir informação quântica entre diferentes regiões do espectro eletromagnético. A grande liberdade de sintonia dos feixes coerentes produzidos pelo OPO permite acessar desde o espectro visível até o infravermelho próximo.

Uma aplicação direta disso é comunicar ‘hardwares’ quânticos baseados em sistemas físicos diferentes. Por exemplo, transferir informação de uma memória quântica de césio para um computador quântico baseado em pontos quânticos; ou enviar informação quântica por fibras óticas – no destino, dois feixes gêmeos com cores diferentes podem comunicar a fibra com qualquer sistema quântico. Emaranhamento entre duas cores remove a limitação de compatibilidade de frequência de operação entre hardwares quânticos. Como veremos no próximo capítulo, outra vantagem da operação acima do limiar é o surgimento de correlações quânticas tripartite, envolvendo também o feixe de bombeio refletido.

É importante notar que não se pode obter emaranhamento entre diferentes frequências com transformações óticas lineares. O modo mais comum de se gerar emaranhamento

entre feixes de luz atualmente é fazendo interferir em divisores de feixe campos com squeezing de quadratura [van Loock 2003, Su 2007]. O requisito da interferência, todavia, impede que os dois feixes tenham frequências diferentes, uma vez que não há interferência sem indistinguibilidade. Portanto, apenas um processo não-linear pode produzir tal tipo de estado quântico.

Por que o emaranhamento acima do limiar não foi realizado antes? Entre outros fatores, dificuldades em se medir flutuações das fases dos feixes gêmeos, pelo fato desta requerer interferência com um outro campo, com relação de fase bem definida e sintonizável. A técnica mais amplamente utilizada, a detecção homodina, enfrenta aqui fortes dificuldades práticas de implementação. De fato, um esquema desse tipo foi utilizado para medir emaranhamento no OPO não-degenerado abaixo do limiar [Schori 2002]. Para acessar a informação de quadratura, foi necessário empregar osciladores locais cujas frequências óticas eram deslocadas por moduladores acusto-óticos, restringindo a técnica a uma pequeníssima região de diferença de frequências — de, no máximo, alguns GHz, ou $\Delta\lambda \lesssim 0,01$ nm para feixes convertidos em 1064 nm —, o que limita esse sistema justamente em sua maior vantagem, a grande liberdade de sintonia de frequências.

Normalmente, sinal e complementar possuem frequências muito diferentes, possivelmente separadas desde alguns poucos a centenas de nanômetros em comprimento de onda, dependendo da temperatura e do acordo de fase do cristal não-linear¹. A medida de fase por detecção homodina requereria um oscilador local com frequência sintonizável para cada feixe. Além disso, a fase relativa entre cada feixe e seu oscilador local teria de ser travada de algum modo, por exemplo usando-os como sementes para o OPO. Por fim, o fato de sinal e complementar serem feixes intensos dificulta o uso da detecção homodina por conta da saturação dos fotodetetores na utilização de um oscilador local mais intenso. Esse esquema de medida é possível, mas tecnicamente muito complexo.

Uma alternativa é forçar os feixes convertidos a operar em mesma frequência (degenerados), sintonizando para tanto a temperatura do cristal e a frequência do laser de bombeio. Apenas um oscilador local se faz necessário nesse caso, papel que pode ser comodamente desempenhado pelo laser cujo segundo harmônico bombeia o OPO. Isso já garante que o oscilador local possui relação de fase bem definida e mesma frequência que os feixes convertidos. Embora seja também uma tarefa tecnicamente desafiadora (embora menos que a anterior), foi empreendida por ao menos dois grupos de pesquisa.

O grupo de Olivier Pfister, da Universidade de Virgínia, Estados Unidos, atingiu um alto grau de controle sobre o OPO na busca da degenerescência. Seu OPO é capaz de operar muito próximo ao limiar com grande estabilidade (condição similar também foi

¹Uma vez iniciada a oscilação paramétrica, as frequências de sinal e complementar permanecem constantes a menos de variações de temperatura do cristal. Um bom controle eletrônico de temperatura pode minimizar esse efeito. Por outro lado, caso a oscilação seja interrompida por algum motivo (em geral, perturbações externas), não é garantido que os feixes gêmeos oscilem no mesmo par de frequências uma vez reiniciada, sendo preciso buscar o par correto.

atingida recentemente por nosso OPO). A obtenção da degenerescência lhes rendeu a demonstração de um interferômetro Hong-Ou-Mandel macroscópico [Feng 2004]. Entretanto, sua demonstração experimental de emaranhamento acima do limiar esbarrou num inesperado excesso de ruído na soma das fases dos feixes gêmeos que impediu a violação do critério necessário [Comun. part. com O. Pfister]. Após nossa demonstração de emaranhamento acima do limiar, seu grupo reproduziu a essência de nossos resultados no caso especial de feixes próximos da degenerescência em frequência [Jing 2006].

Em Paris, no Laboratório Kastler-Brossel da *École Normale Supérieure*, o grupo de Claude Fabre utilizou uma técnica para degenerar o OPO mais facilmente [Mason 1998]. Um dos principais problemas para se atingir a degenerescência é a extrema limitação da região de parâmetros em que ocorre. Sua técnica consiste em inserir uma lâmina de quarto de onda na cavidade do OPO, acoplando sinal e complementar. O efeito disso é fazê-los colapsar na degenerescência sempre que a frequência de batimento for menor que determinado valor, proporcional ao ângulo entre os eixos da lâmina e os do cristal, aumentando enormemente as chances de sucesso. Apesar de a região de colapso aumentar com o acoplamento entre os feixes, o emaranhamento diminui, tornando necessária a escolha de um compromisso entre facilidade de obtenção da degenerescência e qualidade do efeito quântico a ser observado. O grupo obteve sucesso em demonstrar que a nova técnica funciona, mesmo com as perdas espúrias inevitáveis que acarreta, tendo observado emaranhamento abaixo do limiar [Laurat 2005b]. Todavia, acima do limiar havia o mesmo excesso de ruído de fase observado pelo grupo estado-unidense [Laurat 2005a], que só lhes permitiu observar recentemente o emaranhamento [Comun. part. com C. Fabre].

Mostraremos que não é necessário degenerar o OPO ou partir para um *tour de force* com deteção homodina para observar o efeito procurado. Existem técnicas para fazer o feixe a ser medido interferir ‘consigo mesmo’ (ou melhor, fazer interferir as diversas frequências presentes em seu espectro), que chamamos de técnicas ‘auto-homodinas’. A técnica que utilizamos, discutida na seção 2.2, faz uso de uma cavidade ótica para converter flutuação de fase de um feixe incidente quase ressonante em flutuação de intensidade do feixe refletido [Galatola 1991]. O ‘oscilador local’ passa a ser a região de frequências do espectro do feixe que se encontra ressonante com a cavidade. Variar a dessintonia da cavidade corresponde a variar a fase do oscilador local na deteção homodina, causando uma rotação da elipse de ruído do feixe com relação à sua amplitude média.

Uma outra técnica auto-homodina [Glöckl 2004], desenvolvida no grupo liderado por Gerd Leuchs, da Universidade de Erlangen-Nuremberg, consiste em dividir o feixe de luz em duas partes com intensidades iguais e fazê-las interferir com um atraso relativo. Isso é realizado com um interferômetro de Mach-Zehnder com caminhos óticos muito diferentes. A diferença de caminhos é escolhida de forma tal que as bandas laterais em determinada frequência de análise recebam uma fase fixa relativa à frequência central, convertendo flutuação de fase em amplitude. Ao contrário da deteção homodina e da rotação da elipse

de ruído com cavidades óticas, essa técnica não permite medir de forma prática qualquer combinação de quadraturas, mas apenas amplitude e fase. O grupo de Kunchi Peng, da Universidade de Shanxi, China, utilizou-a para reproduzir também com sucesso o emaranhamento acima do limiar [Su 2006]. Eles não observaram excesso de ruído de fase, como todos os outros grupos, incluindo o nosso, provavelmente por causa da configuração de cavidade de OPO utilizada, na qual o espelho de acoplamento para bombeio possuía grande transmissão. Conforme será discutido mais adiante, esse ruído espúrio parece estar relacionado a uma modulação do índice de refração intracavidade, caso em que o efeito deve diminuir juntamente com a finesse da cavidade.

4.1 Experimento

Nosso aparato experimental é esquematizado na figura 4.1. O laser de bombeio do OPO é um produto comercial, denominado “Diabolo”, fabricado pela empresa alemã Inno-light GmbH. Sua saída principal é o segundo harmônico (comprimento de onda igual a 532 nm, verde *chartreuse*) de um laser de Nd:YAG (cristal de ítrio e alumínio dopado com neodímio), em 1064 nm, por sua vez bombeado por dois diodos laser de alta potência. A potência de saída em 532 nm é 900 mW, com largura de linha especificada de 1 kHz. O Diabolo conta ainda com uma saída secundária em 1064 nm, com 250 mW de potência, utilizada para alinhamento, calibração de shot noise, teste de ótica etc. A compra desse laser foi uma importante melhoria de nosso aparato, que antes contava com um laser menos potente e flexível [Martinelli 2002].

O bombeio é filtrado por uma cavidade ótica [Willke 1998]. A técnica se resume a transmitir o feixe pela cavidade travada em ressonância, de forma que suas bandas laterais não ressonantes, onde se encontra o excesso de ruído indesejado, sejam refletidas pela mesma. Pode-se dizer que, nesse caso, usamos para nosso proveito a amplitude de $r(\Delta)$ [expressão 2.2.13], enquanto, na técnica de rotação da elipse de ruído, sua fase. Nosso laser se torna coerente para frequências de análise acima de 15 MHz, conforme mostrado na figura 4.2. Sem a cavidade, o mesmo possui ruído de amplitude coerente a partir de 25 MHz, porém, conforme verificado recentemente [Cassemiro 2008], excesso de ruído de fase suficiente para impossibilitar a medida de emaranhamento. Após ser filtrado pela cavidade, verificamos não haver excesso de ruído de fase acima de 21 MHz.

A cavidade de filtro, construída em geometria de anel, possui finesse $F = 110$, perímetro $L = 1,15$ m e largura de banda $\delta\nu = 2,3(2)$ MHz. O espelho altamente refletor é esférico, côncavo, com raio de curvatura de 2 m. Seu substrato foi fabricado pela empresa DF Vasconcellos S.A. e o filme refletor, depositado no IPEN². O papel de espelhos de acoplamento é desempenhado por polarizadores para altas energias da Newport Corporation (modelo 11B00HP.6), cuja transmissão pode ser ajustada pelo ângulo de incidência

²Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares.

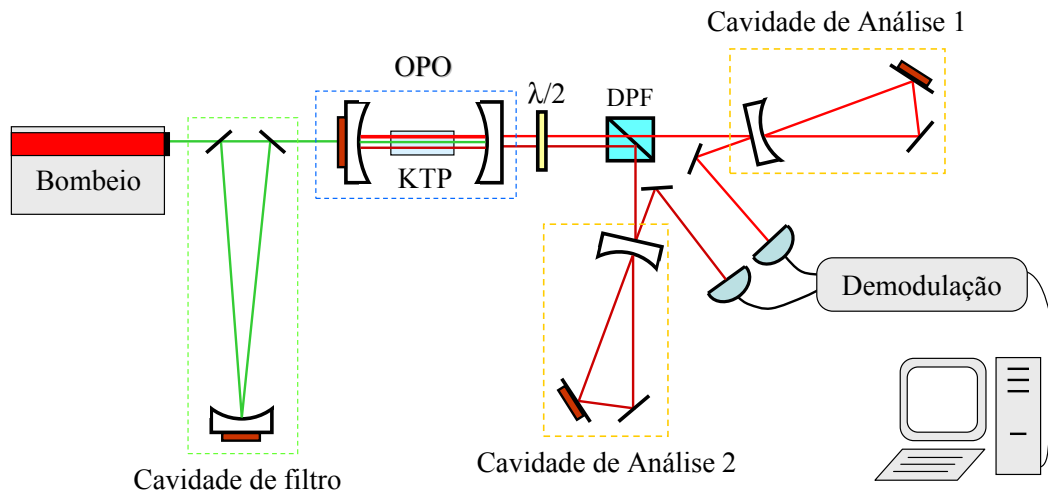


Figura 4.1: Esquema do aparato experimental utilizado na medição de emaranhamento entre os feixes sinal e complementar. O feixe de bombeio é transmitido pela cavidade de filtro antes de incidir sobre o OPO. Os feixes sinal e complementar produzidos são separados por polarização num divisor polarizante de feixe (DPF), e cada qual enviado a uma cavidade de análise. Os feixes refletidos pelas cavidades são medidos por fotodetetores, cujas fotocorrentes, após demoduladas e filtradas eletronicamente, são registradas por um computador.

para maximizar a transmissão da cavidade em ressonância. Na montagem atual, o polarizador de entrada possui $R = 98,8(3)\%$ e o de saída, $R = 95,7(3)\%$. As perdas espúrias intracavidade são $0,4(2)\%$. A transmissão em ressonância vale 55% da intensidade incidente de bombeio, suficiente para nossas demandas. Está planejada para o futuro próximo a construção de uma cavidade de filtro com maior finesse (menor largura de banda), a fim de eliminar o excesso do ruído do laser de bombeio em frequências de análise mais baixas. A montagem mecânica rígida da cavidade, ilustrada na figura 4.3, foi concebida para torná-la mais estável possível.

A cavidade de filtro é mantida em ressonância com o laser de bombeio por um sistema eletrônico de lock-in. A fase do bombeio é modulada em 200 kHz , diretamente na eletrônica de controle do laser, e o sinal de transmissão da cavidade pelo espelho altamente refletor, após ser misturado com a mesma referência eletrônica que modula o laser, fornece o sinal de erro para travamento no pico de ressonância.

Quanto ao OPO, sua configuração sofreu diversas modificações ao longo da realização deste trabalho. A primeira melhoria mais significativa foi a troca do cristal não-linear de KTP (potássio-titanil-fosfato, KTiOPO_4). Nesse tipo de cristal, o casamento de fase é do tipo II: sinal e complementar têm polarizações ortogonais. Esses feixes são produzidos em torno de 1064 nm , com uma diferença de comprimento de onda de alguns nm, dependente da temperatura do cristal. Inicialmente dispúnhamos de um cristal fabricado pela empresa Cristal Laser S.A.. Era notável a rapidez com que o fenômeno de *gray track-*

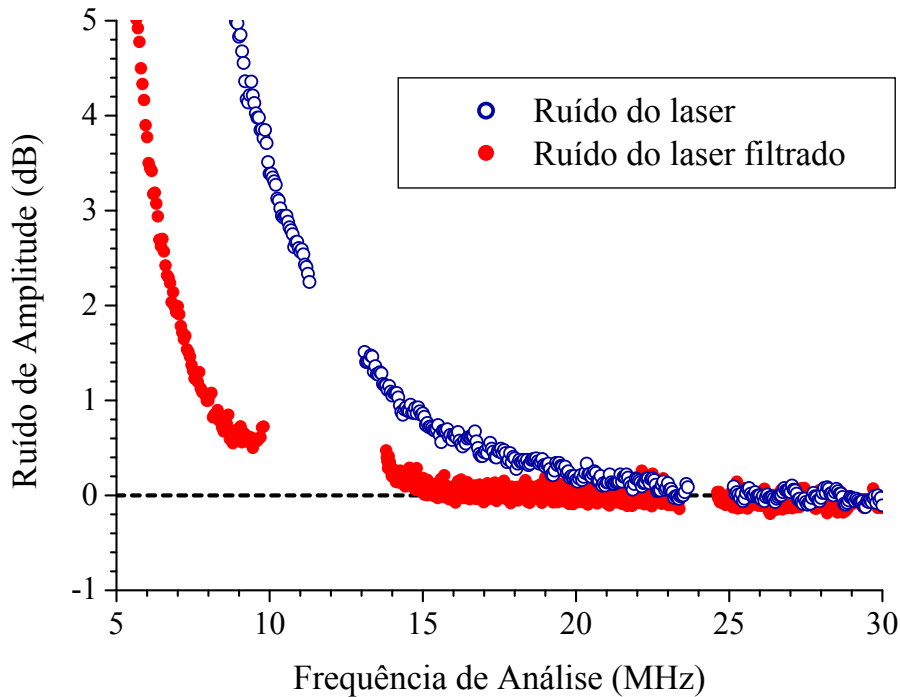


Figura 4.2: Ruído de amplitude do laser de bombeio, antes (círculos azuis vazios) e após (círculos vermelhos cheios) transmissão pela cavidade de filtro, em função da frequência de análise. As regiões de frequência em torno de 12 MHz e 24 MHz foram excluídas das curvas a fim de omitir os picos de ruído provenientes da modulação do laser. Potência de bombeio igual a 100 mW.

ing [Boulanger 1994] ocorria no cristal, aumentando as perdas espúrias intracavidade e, conseqüentemente, diminuindo o squeezing gerado e aumentando o limiar. Efetuamos a compra de dois novos cristais da empresa Raicol Crystals Ltd., muito mais resistentes ao *gray tracking* e com melhor coating anti-refletor ($R \sim 0,5\%$ em 1064 nm e $R \sim 0,7\%$ em 532 nm, por face, medidos). O comprimento do cristal é 12 mm. As primeiras medidas demonstrando o emaranhamento foram realizadas com esses cristais.

Empregamos posteriormente um cristal da Litton Industries, emprestado pelo grupo de Claude Fabre, com o qual obtivemos curvas similares. Seu comprimento é 10 mm. Numa de suas superfícies está depositado o espelho de acoplamento para 532 nm, com $R = 97\%$; a outra superfície possui filme anti-refletor para 532 nm, $R < 3\%$, e 1064 nm, $R < 0,25\%$.

A segunda melhoria relativa ao cristal foi seu sistema de controle de temperatura. A peça de cobre que o sustenta e aquece era inicialmente muito maior que o cristal (a idéia era possuir um reservatório térmico que impediria mudanças de temperatura no cristal), mantida a uma temperatura fixa por um circuito eletrônico comercial com precisão de $0,1^\circ\text{C}$, que funcionava ligando ou desligando um resistor de aquecimento. No desenho atual, usamos uma peça de cobre com o menor tamanho possível, da ordem

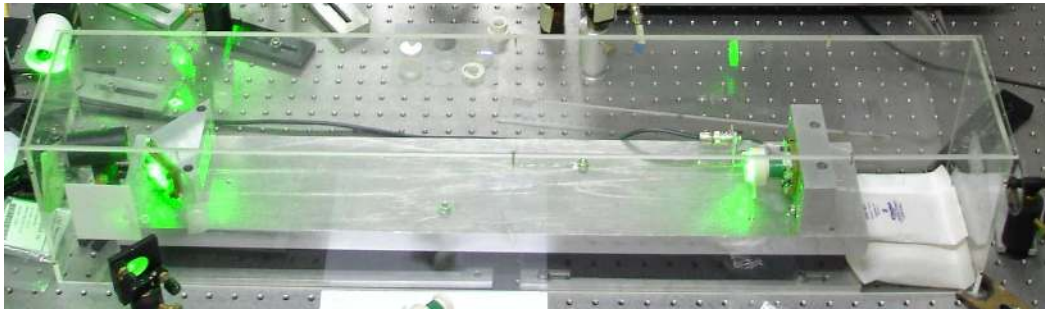


Figura 4.3: Fotografia da cavidade de filtro. Os espelhos de acoplamento se encontram na estrutura triangular de alumínio localizada à esquerda, enquanto o espelho altamente refletor, disposto sobre um elemento piezoelétrico, encontra-se à direita. Uma base de borracha isola a estrutura de alumínio de vibrações acústicas provenientes da mesa ótica.

de algumas poucas vezes o tamanho do cristal, mantida ativamente numa temperatura constante (tipicamente, em torno de 24°C , mas com liberdade de escolha entre 15°C e 80°C) pela ação de um elemento peltier. A eletrônica de controle foi desenvolvida pelo grupo de Paris. Essas modificações proporcionaram muito mais rapidez no controle da temperatura. O tempo de resposta do sistema é atualmente da ordem de um segundo, comparado a dezenas de segundos anteriormente. A precisão do circuito é de algumas dezenas de mK, o que é satisfatório, mas um pouco menor que o desejado, implicando numa incerteza em comprimento de onda para os feixes convertidos em torno de $0,01\text{ nm}$.

Os espelhos de cavidade do OPO foram alterados diversas vezes. A dificuldade é obter o melhor compromisso entre baixo limiar de oscilação e bom squeezing (valor e largura de banda), já que ambos crescem com o aumento da transmissão do espelho de acoplamento para o infravermelho [ver equações (3.3.9) e (3.4.28)]. Para tanto, é essencial que as perdas espúrias intracavidade sejam muito pequenas, o que deve ser melhorado num futuro próximo com um maior investimento financeiro. O detalhamento da configuração exata de espelhos de cavidade do OPO e cristal será esclarecido junto à apresentação de cada medida.

À semelhança da cavidade de filtro, a montagem mecânica da cavidade do OPO também requereu um desenho robusto. A cavidade do OPO foi concebida numa peça inteiriça, mostrada na figura 4.4. Vários problemas de instabilidades na oscilação paramétrica causados por ressonâncias acústicas dos suportes comerciais empregados anteriormente (tipicamente de 100 Hz a 600 Hz) foram assim eliminados. As primeiras ressonâncias mecânicas dessa peça ocorrem para frequências de alguns kHz, bem acima da maior parte das perturbações sonoras. No caso do OPO montado com cristal da empresa Litton, foi necessário desenhar uma nova montagem rígida, com diversos graus de liberdade disponíveis para alinhamento, já que o espelho de entrada da cavidade se encontra numa das superfícies do cristal. A foto dessa montagem é mostrada na figura 4.5.

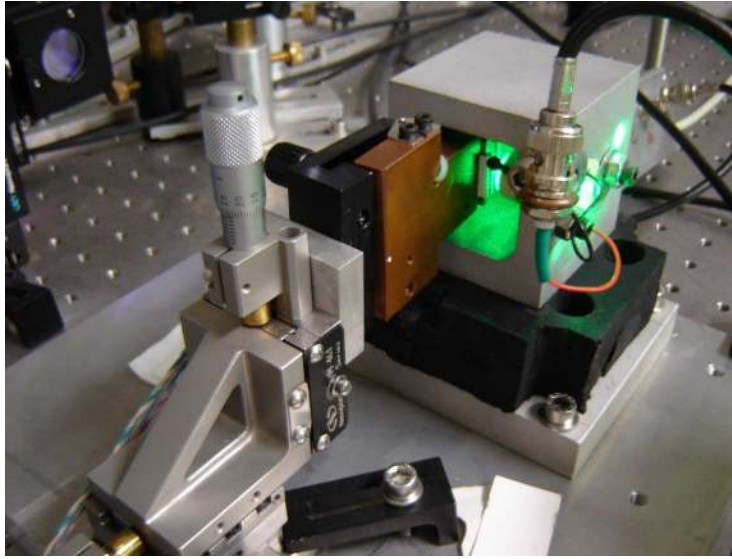


Figura 4.4: Montagem mecânica do OPO com cristal Raicol. Os espelhos são montados sobre uma estrutura inteiriça de alumínio. O cristal não-linear é sustentado por uma estrutura em cobre que serve como reservatório térmico para o Peltier; neste se encontra fixado o suporte do cristal, também em cobre.

Além disso, a região da cavidade do OPO foi isolada acusticamente por uma caixa construída com material especial, composto por uma espessa camada de madeira ($\sim 3,5$ cm) envolta por uma camada fina de papelão e cimento. A ligação entre as paredes da caixa foi revestida com borracha especial e pressionada usando parafusos. Para evitar desprendimento de partículas de papel e cimento, suas paredes foram pintadas. A montagem com caixa para isolamento acústico é apresentada na figura 4.6.

Os feixes sinal e complementar produzidos pelo OPO são separados por polarização, e cada qual segue para sua detecção. Cada detecção consiste de uma cavidade ótica, responsável pela conversão de ruído de fase em amplitude (Seção 2.2), e um fotodetector. As cavidades de análise devem ter larguras de banda muito parecidas para que as elipses de ruído dos dois feixes girem da mesma maneira em função da dessintonia (Seção 2.2.5). Por isso, foram montadas com espelhos de mesma especificação. Os espelhos altamente refletivos são espelhos para altas energias da Newport (modelo 10QM20HM.15), planos, com $R > 99,8\%$. Os espelhos de acoplamento são esféricos, originalmente projetados para cavidade de OPO, comprados juntamente com o laser Diabolo ($R = 95\%$ em 1064 nm), com raios de curvatura de 10 cm. O resultado é que as cavidades possuem larguras de banda idênticas dentro da incerteza experimental, iguais a $\delta\nu_c = 14(1)$ MHz. Portanto, a menor frequência de análise em que a elipse de ruído dos feixes pode ser completamente girada é 21 MHz.

As cavidades de análise também possuem montagem mecânica robusta. Não apenas instabilidades acústicas devem ser consideradas, mas também o longo tempo necessário

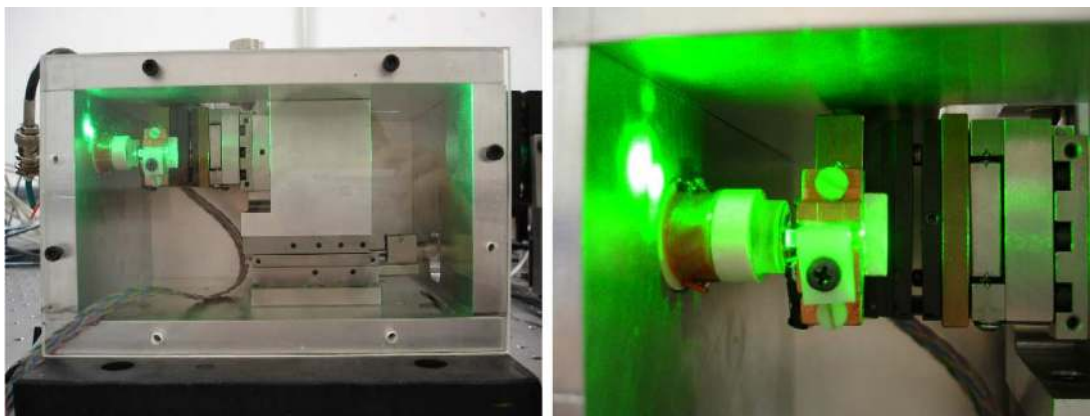


Figura 4.5: Montagem mecânica do OPO com cristal Litton. Um espelho é montado sobre uma estrutura de alumínio, enquanto o cristal é sustentado por um bloco contendo várias partes móveis para alinhamento do espelho de entrada (depositado sobre uma das superfícies do cristal). À esquerda é mostrado de forma ampliada o OPO em si.

para a aquisição de cada medida (cada curva de dados toma tipicamente 750 ms). Por isso as cavidades de análise foram desenhadas quase inteiriças. Para evitar deriva térmica, a montagem mecânica é mantida aquecida a uma temperatura constante, com precisão da ordem de $0,1^{\circ}\text{C}$, pouco acima da temperatura ambiente.

Os fotodiodos são da marca Epitaxx ETX300, com eficiência quântica de $95(2)\%$ após remoção da janela protetora. O circuito de amplificação da fotocorrente, desenvolvido em Paris, possui boa resposta para frequências até 30 MHz. A saturação do fotodetector (fotodiodo e eletrônica de amplificação) ocorre para potência luminosa por volta de 10 mW. Levando em conta todas as perdas no caminho dos feixes, a eficiência total de detecção é $87(3)\%$.

A fotocorrente registrada por cada fotodiodo é convertida em sinal de voltagem pelo circuito de amplificação e separada em duas componentes de frequência: **componente DC**, ou intensidade média, composta por frequências abaixo de algumas centenas de kHz, e **componente HF**, acima de centenas de kHz, na qual estão as flutuações quânticas de intensidade. A componente HF passa por um filtro ativo com largura de banda de 200 kHz e atenuação de 40 dB a fim de se rejeitar a componente de frequência em 12 MHz proveniente de modulação de fase do laser de bombeio (usada pela eletrônica do Diabolo para travar a geração do segundo harmônico em 532 nm). A modulação em 12 MHz é tão intensa que seu segundo harmônico, em 24MHz, também precisa ser filtrado para evitar saturação da eletrônica. Por isso, nossas medidas não podem ser realizadas próximo de 12 MHz e 24 MHz.

Cada componente HF resultante é misturada pela eletrônica de demodulação (desenvolvida em Paris) a uma referência comum senoidal, que determina a frequência de

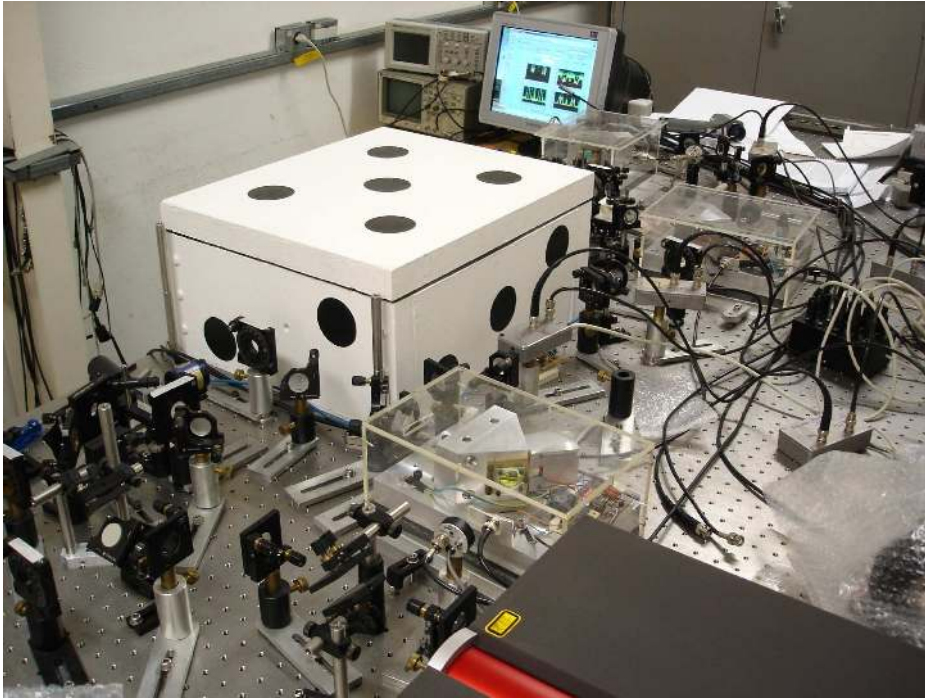


Figura 4.6: Montagem do aparato de medida mostrando a caixa de isolamento acústico que envolve a cavidade do OPO. A pintura em forma de dado remete ao fato de que o OPO é uma espécie de “dado de Deus”, tal como abominado por Albert Einstein, pois as quadraturas dos feixes sinal e complementar possuem correlação tipo EPR (demonstrada experimentalmente neste capítulo). Ao contrário de um dado comum, a soma de lados opostos não é sete, mas está relacionada ao fenômeno de conversão paramétrica: a parede de entrada possui metade do número de círculos da saída.

análise ν . O batimento resultante em baixa frequência (menor que 300 kHz)³ é enviado a uma placa da National Instruments Co. (modelo BNC-6110) conectada a uma placa conversora A/D (analógico/digital) da mesma empresa (modelo PCI-2110), que permite a aquisição de dados pelo computador através do programa LabView. A leitura desse sinal eletrônico é feita a uma taxa de 600 kHz. As componentes DC são adquiridas concomitantemente na mesma taxa. As componentes DC e HF dos dois feixes perfazem, portanto, 4 canais de aquisição.

O resultado final de todas essas operações eletrônicas é a obtenção direta das **flutuações quânticas de intensidade** dos feixes sinal e complementar refletidos pelas cavidades de análise. Normalizando-as pela raiz quadrada das intensidades médias desses feixes, obtêm-se suas flutuações de quadratura amplitude [equação (2.1.15)].

Cada medida consiste em se varrer sincronamente as ressonâncias das duas cavidades de análise em torno das frequências de sinal e complementar, de modo que uma quadratura

³Essa largura de banda é equivalente a uma largura de banda de resolução (RBW) de 600 kHz num analisador de espectros.

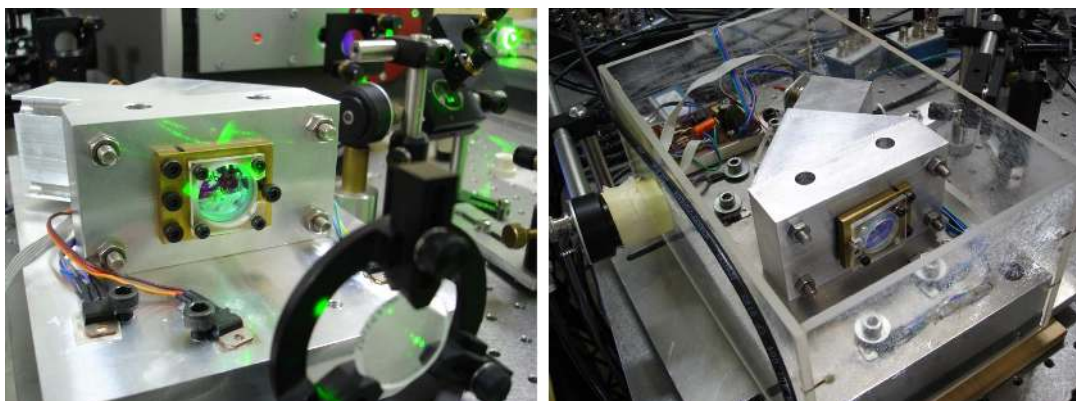


Figura 4.7: Cavidades de análise. Os espelhos são montados sobre peças de latão com apenas um grau de liberdade para alinhamento. O corpo da cavidade é formado por uma peça quase inteira de alumínio. Tudo repousa sobre uma base de alumínio cuja temperatura é mantida fixa. A estrutura é isolada da mesa ótica por uma base de borracha. Uma caixa de acrílico envolve a montagem.

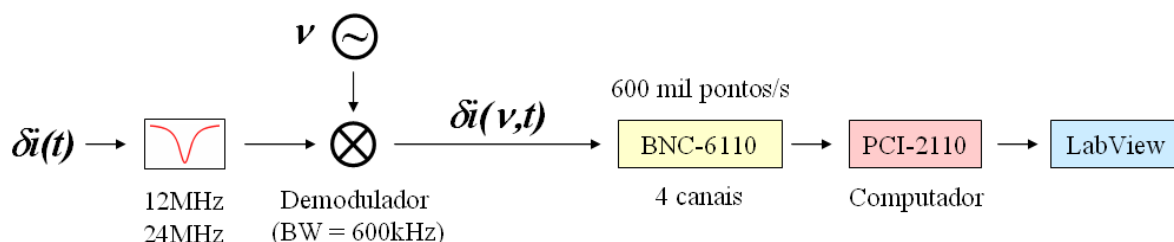


Figura 4.8: A flutuação de fotocorrente de alta frequência registrada por cada fotodetector é filtrada e misturada a uma referência na frequência de análise ν . O resultado é enviado a uma placa de aquisição da National Instruments Co. (BNC-6110) e digitalizado por uma placa da mesma empresa (PCI-2110) para ser adquirido por um computador e tratado com o programa Labview.

diferente de cada feixe incidente é convertida em amplitude do feixe refletido a cada instante. Com um tempo de varredura típico em torno de 750 ms, obtemos arquivos de dados com 450 mil pontos por canal adquirido. Analisamos então as correlações existentes entre as duas fotocorrentes; calculamos as variâncias individuais das amplitudes de sinal e complementar refletidos, e também a variância da soma e da subtração, tipicamente usando 1000 pontos de aquisição⁴. Com isso, cada varredura fornece curvas com 450 pontos de variância em que as quadraturas fase e amplitude dos feixes incidentes se alternam em sincronia. Os valores numéricos das variâncias são normalizados ao shot noise.

O shot noise é medido tomando-se o ruído de subtração dos dois canais de uma detecção balanceada. Podemos utilizar o feixe acessório em 1064 nm proveniente do Diabolo, ou

⁴Equivalente a uma largura de video (VBW) de 6 kHz num analisador de espectros.

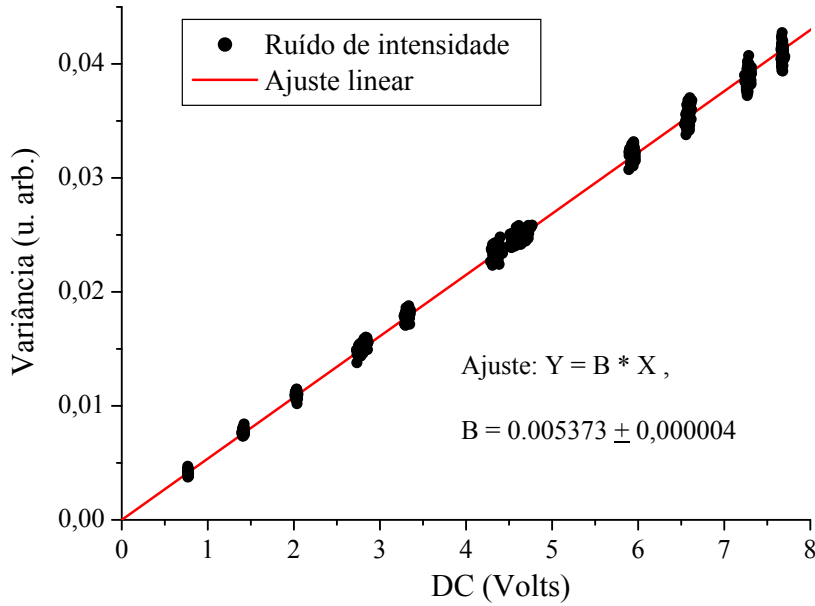


Figura 4.9: Exemplo de curva de calibração de shot noise. Os círculos são variâncias, tomadas em 10 mil pontos, de flutuação da subtração de dois canais de uma detecção balanceada. A reta é o ajuste linear realizado pelo programa Origin. O fato de que uma reta passando pela origem ajusta-se perfeitamente aos dados mostra que a medida de shot noise é confiável. A incerteza estatística no coeficiente angular, usado como referência para todas as outras medidas de ruído, é desprezível.

misturar sinal e complementar em partes iguais. As duas formas de se medir concordam perfeitamente dentro da incerteza experimental. Fazemos aquisições dessas fotocorrentes, com 600 mil pontos, para diversos valores de intensidade. De cada aquisição, calculamos a variância em grupos de 10 mil pontos. As variâncias fornecem uma reta como função da intensidade do laser, cujo coeficiente angular tomamos como nossa calibração de shot noise. Um exemplo de curva de calibração de shot noise é mostrado na figura 4.9. Dado o grande número de pontos adquiridos, a incerteza estatística em uma calibração do shot noise é desprezível. Consideramos, entretanto, um erro de 0,5% no valor calibrado, proveniente do erro de reprodutibilidade do shot noise em sucessivas calibrações.

4.2 Demonstração experimental do emaranhamento

Vimos na Seção 3.4.6 que, de acordo com a teoria, sinal e complementar devem estar emaranhados também acima do limiar. Para verificar tal fato experimentalmente, é suficiente mostrar que determinadas combinações de quadraturas dos dois campos violam uma desigualdade necessariamente respeitada por todos os estados separáveis (Seção 1.7). O critério de Duan *et al.* e Simon [Duan 2000, Simon 2000] se escreve, em nosso caso,

$$\Delta^2 \hat{p}_- + \Delta^2 \hat{q}_+ \geq 2, \quad (4.2.1)$$

em que $\hat{p}_- = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2)/\sqrt{2}$ e $\hat{q}_+ = (\hat{q}_1 + \hat{q}_2)/\sqrt{2}$ são operadores de quadratura dos campos análogos aos operadores de posição e momento considerados no enunciado original do paradoxo EPR [Einstein 1935].

A correlação quântica de intensidades que dá nome aos feixes gêmeos já sendo conhecida desde 1987 [Heidmann 1987], restava-nos demonstrar que \hat{q}_+ não possui excesso de ruído suficiente para impedir a violação da desigualdade (4.2.1). De fato, vimos que a teoria prevê squeezing também em \hat{q}_+ .

A configuração de OPO utilizada foi a seguinte: espelho de acoplamento em 532 nm, com reflexão $R = 94\%$ nesse comprimento de onda e $R > 99,8\%$ em 1064 nm, esférico com raio de curvatura 20 mm, emprestado pelo grupo de Claude Fabre; e espelho de acoplamento em 1064 nm com $R = 95\%$ nesse comprimento de onda e $R > 98\%$ em 532 nm, esférico com raio de curvatura 25 mm, proveniente da empresa Innolight GmbH. O limiar de oscilação era aproximadamente 60 mW. Squeezing de 41% em \hat{p}_- era medido pelos fotodetetores na frequência de análise $\nu = 27$ MHz, ou seja, $\Delta^2\hat{p}_- = 0,59(1)$ relativo ao shot noise, ou ainda -2,30(5) dB. A largura de banda dessa cavidade para os feixes convertidos (e para o squeezing) era $\delta\nu_{\text{OPO}} = 34(2)$ MHz. O ruído inferido de \hat{p}_- em frequência nula, corrigido por perdas da detecção, é $\Delta^2\hat{p}'_-(\nu = 0) = 0,19(3)$, ou -7,2(7) dB.

Utilizamos o cristal da empresa Raicol. Sua temperatura era mantida em torno de 24°C, implicando numa diferença de comprimentos de onda entre os feixes gêmeos de 0,8 a 0,9 nm. A potência de bombeio utilizada correspondia a $\sigma = 1,04$.

Na figura 4.10 são mostradas as primeiras medidas a demonstrar o emaranhamento acima do limiar [Villar 2005]. Ruídos da soma (círculos vermelhos cheios) e subtração (círculos azuis vazios) das fotocorrentes de sinal e complementar são mostrados como função da dessintonia Δ das cavidades de análise. A alternância entre quadraturas amplitude e fase, discutida na Seção 2.2.3, é claramente visualizada: cada curva alterna entre squeezing e excesso de ruído, como consequência do princípio de incerteza. Em $\Delta = 0$ e para $|\Delta| > 3$, mede-se quadratura amplitude; em $|\Delta| = 0,5$ e $|\Delta| = 1,8$, quadratura fase. Em outras dessintonias, observa-se uma combinação linear dessas quadraturas.

Na figura 4.10a, a varredura ampla das cavidades em dessintonia permite medir o valor de squeezing em \hat{p}_- . É possível visualizar o squeezing em \hat{q}_+ em $|\Delta| = 0,5$, porém é difícil precisar seu valor exato. A figura 4.10b remove essa dificuldade apresentando uma varredura local em torno da ressonância. Vemos então $\Delta^2\hat{q}_+ = 0,82(2)$, ou -0,86(10) dB, demonstrando que sinal e complementar se encontram num estado emaranhado comprimido (squeezing em ambos os operadores tipo EPR).

As curvas sólidas são ajustes da curva teórica de rotação da elipse de ruído aos dados experimentais. A forma como ocorre o giro da elipse em função da dessintonia, dada pela equação (2.2.21), foi apresentada nas figuras 2.7 e 2.8. Os coeficientes g da equação (2.2.21) são tomados na aproximação de alta finesse, válida em nosso caso, das expressões (2.2.29)–(2.2.32). Dessas expressões se vê que os parâmetros relevantes são

o valor mínimo da reflexão das cavidades em ressonância, R_{min} , que é, para ambas, $R_{min} = 0,65(3)$, e a frequência de análise relativa à largura de banda das cavidades, cujo valor é $\nu' = 1,93(14)$ para as duas.

Só resta então ajustar os valores das variâncias medidas, que aparecem como ruídos ideais S_p e S_q na expressão (2.2.21). Ajustamos esses dois parâmetros para cada curva de ruído, se subtração ou soma, para obtermos os seguintes valores das variâncias medidas:

$$\Delta^2\hat{p}_- = 0,59(1) , \quad \Delta^2\hat{q}_+ = 0,82(2) , \quad \Delta^2\hat{p}_+ = 2,12(2) , \quad \Delta^2\hat{q}_- = 1,83(2) . \quad (4.2.2)$$

Na verdade, $\Delta^2\hat{p}_-$ é obtido com grande precisão em medidas independentes, por ser robusto a perturbações nas condições de oscilação do OPO. Isso já não é possível para os demais ruídos de amplitude por causa de suas dependências com as intensidades dos feixes, que flutuavam entre medidas diferentes. Para os ruídos de fase, a impossibilidade residiu no fato de não se conseguir travar as duas cavidades de análise na meia-altura da ressonância; assim, apenas medidas em varredura foram possíveis.

Os valores de $\Delta^2\hat{p}_-$ e $\Delta^2\hat{q}_-$ medidos são compatíveis com um estado de incerteza mínima, conforme prevê a teoria [equações (3.4.28)–(3.4.29)]. É preciso corrigir os ruídos medidos pela eficiência de detecção para se averiguar esse fato. Denotando os ruídos corrigidos por uma linha ao lado do símbolo original, a relação entre estes e os ruídos medidos é, tomando como exemplo $\Delta^2\hat{p}_-$,

$$\Delta^2\hat{p}_- = 1 + \eta(\Delta^2\hat{p}'_- - 1) . \quad (4.2.3)$$

Relações análogas valem para as demais variâncias. Usando a eficiência $\eta = 0,87\%$, obtém-se $\Delta^2\hat{p}'_- = 0,53(2)$ e $\Delta^2\hat{q}'_- = 1,95(2)$, que resulta, dentro da incerteza experimental, num estado de incerteza mínima, pois $\Delta^2\hat{p}'_- \times \Delta^2\hat{q}'_- = 1,03(4)$.

Nossas curvas experimentais demonstram squeezing nos dois operadores tipo EPR, $\Delta^2\hat{p}_-$ e $\Delta^2\hat{q}_+$, resultando na violação da desigualdade de Duan *et al.* e Simon,

$$\Delta^2\hat{p}_- + \Delta^2\hat{q}_+ = 1,41(2) < 2 . \quad (4.2.4)$$

Outro critério de emaranhamento, inspirado no argumento EPR [Einstein 1935], pode ser usado para determinar inseparabilidade. Trata-se de inferir o valor das quadraturas conjugadas de um campo a partir do conhecimento das quadraturas do outro campo. O critério de variâncias inferidas [Reid 1988] indica emaranhamento se há violação da desigualdade

$$\Delta^2\hat{p}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} \Delta^2\hat{q}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} \geq 1 , \quad (4.2.5)$$

em que se definem as variâncias inferidas das quadraturas⁵,

$$\Delta^2\hat{p}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} = \Delta^2\hat{p}_1 \left(1 - \frac{\langle \delta\hat{p}_1 \delta\hat{p}_2 \rangle^2}{\Delta^2\hat{p}_1 \Delta^2\hat{p}_2} \right) , \quad \Delta^2\hat{q}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} = \Delta^2\hat{q}_1 \left(1 - \frac{\langle \delta\hat{q}_1 \delta\hat{q}_2 \rangle^2}{\Delta^2\hat{q}_1 \Delta^2\hat{q}_2} \right) . \quad (4.2.6)$$

⁵É muito simples deduzir o critério acima: basta considerar o mínimo de $\Delta^2(\hat{p}_1 - \alpha\hat{p}_2)$, em que α é um parâmetro usado para minimizar a variância. Encontra-se que $\alpha = \langle \delta\hat{p}_1 \delta\hat{p}_2 \rangle / \Delta^2\hat{p}_2$ é o valor desejado, o que fornece a expressão (4.2.6) da variância inferida $\Delta^2\hat{p}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}}$.

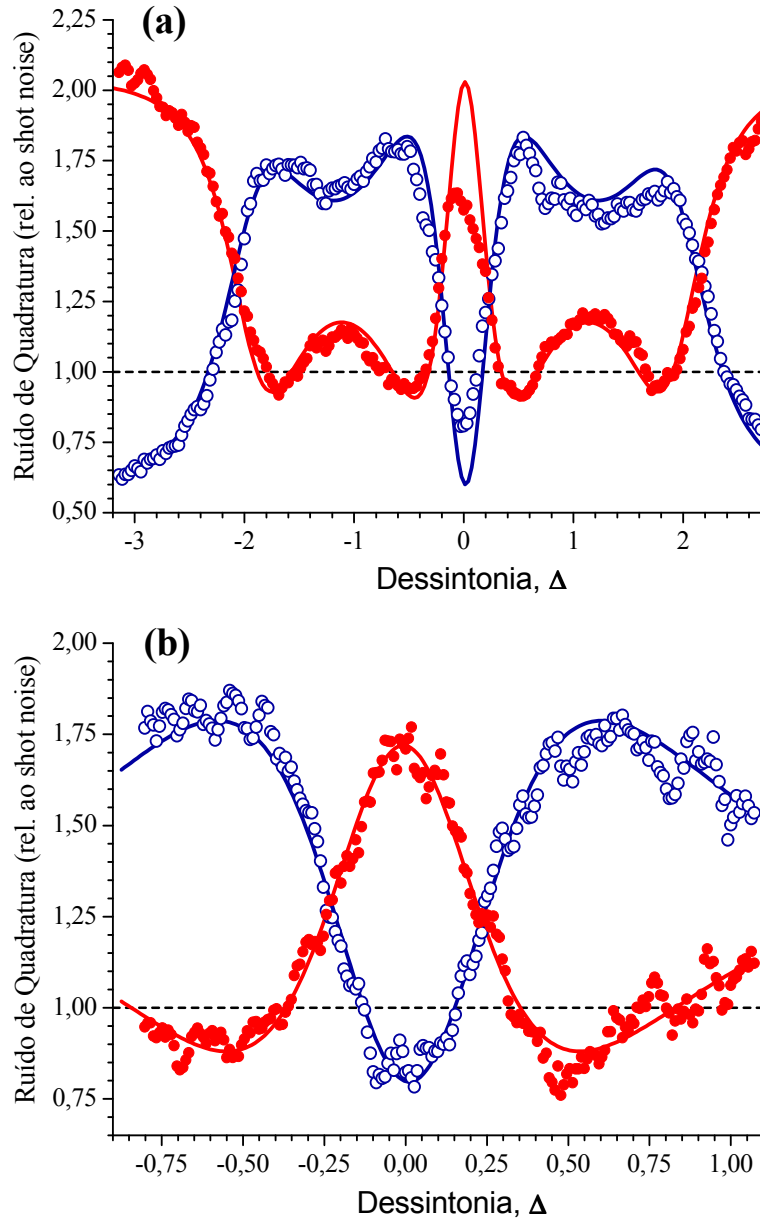


Figura 4.10: Medidas dos ruídos da subtração (círculos azuis vazios) e da soma (círculos vermelhos cheios) das quadraturas de sinal e complementar, normalizadas ao shot noise, como função da dessintonia Δ das cavidades de análise, relativa à largura de banda. A frequência de análise é $\nu = 27$ MHz. O comportamento de alternância entre quadratura amplitude $\Delta^2 \hat{p}_{\pm}$ ($|\Delta| > 3$ e $\Delta = 0$) e fase $\Delta^2 \hat{q}_{\pm}$ ($\Delta = \pm 0,5$ e $\Delta = \pm 1,8$) é claramente observado. Na figura superior, mede-se $\Delta^2 \hat{p}_{-} = 0,59(1)$ longe de ressonância. A figura inferior é uma medida em varredura local, que permite observar com maior resolução a região $\Delta = 0,5$ na qual se mede o ruído de fase $\Delta^2 \hat{q}_{+} = 0,82(2)$, comprovando o emaranhamento. As curvas contínuas representam ajustes aos dados usando a expressão teórica para rotação da elipse de ruído da equação (2.2.21). O shot noise é apresentado na curva tracejada. Publicado em [Villar 2005].

$\Delta^2 \hat{p}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}}$ e $\Delta^2 \hat{q}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}}$ são as variâncias de quadratura do feixe 1 corrigidas pela informação disponível sobre o feixe 2. Definem-se também $\Delta^2 \hat{p}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}}$ e $\Delta^2 \hat{q}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}}$ de forma análoga, simplesmente trocando entre si os índices 1 e 2. Nos casos em que $\Delta^2 \hat{p}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} \neq \Delta^2 \hat{p}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}}$ ou $\Delta^2 \hat{q}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} \neq \Delta^2 \hat{q}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}}$, tanto a violação individual de $\Delta^2 \hat{p}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} \Delta^2 \hat{q}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} \geq 1$ quanto de $\Delta^2 \hat{p}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}} \Delta^2 \hat{q}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}} \geq 1$ comprova o emaranhamento. Analogamente ao critério de Duan *et al.* e Simon, nada pode ser dito acerca do estado caso não haja violação. Isso significa que existem estados emaranhados que não violam essas desigualdades.

De fato, é possível mostrar que o critério EPR é mais restritivo que o critério de Duan *et al.* e Simon, por ser muito sensível a excesso de ruído nos feixes individuais [note os denominadores nas equações (4.2.6)] e às perdas de detecção. Enquanto a desigualdade de Duan *et al.* e Simon é violada independentemente das perdas no feixe, o critério de variâncias inferidas não é mais satisfeito para perdas acima de certo valor [Laurat 2004]. Vejamos o que nossos feixes fornecem para as variâncias inferidas.

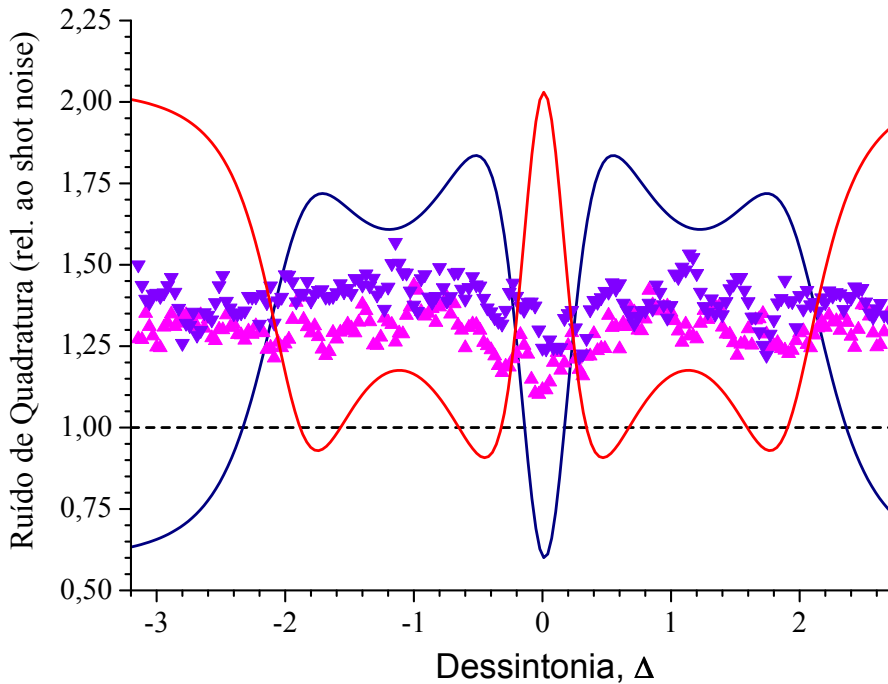


Figura 4.11: Medidas dos ruídos individuais de sinal (triângulos com ponta para baixo) e complementar (triângulos com ponta para cima), em função da dessintonia, correspondentes às curvas de ruído da figura 4.10a. Os ajustes de 4.10a foram adicionados para facilitar a identificação das quadraturas como função de Δ . A linha tracejada é o shot noise. Medidas realizadas em $\nu = 27$ MHz.

Os parâmetros restantes necessários para o cálculo das variâncias inferidas estão disponíveis na figura 4.11. As curvas de ruído de sinal e complementar nos fornecem:

$$\Delta^2 \hat{p}_1 = 1,38(2) , \quad \Delta^2 \hat{p}_2 = 1,29(2) , \quad \Delta^2 \hat{q}_1 = 1,39(2) , \quad \Delta^2 \hat{q}_2 = 1,28(2) . \quad (4.2.7)$$

Usando os valores dos ajustes (4.2.2), e o fato de que as correlações entre os feixes são

dadas pela expressão $C_{\hat{p}_1\hat{p}_2} \equiv \langle \delta\hat{p}_1 \delta\hat{p}_2 \rangle = (\Delta^2\hat{p}_+ - \Delta^2\hat{p}_-)/2$ (expressões análogas fornecem $C_{\hat{q}_1\hat{q}_2}$), obtemos os seguintes valores para as variâncias inferidas:

$$\Delta^2\hat{p}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} = 0,93(5) , \quad \Delta^2\hat{q}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} = 1,19(2) , \quad \Delta^2\hat{p}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}} = 0,87(5) , \quad \Delta^2\hat{q}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}} = 1,10(1) . \quad (4.2.8)$$

Isso nos dá, para esse critério de emaranhamento,

$$\Delta^2\hat{p}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} \Delta^2\hat{q}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} = 1,10(7) , \quad \Delta^2\hat{p}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}} \Delta^2\hat{q}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}} = 0,95(6) . \quad (4.2.9)$$

Apenas o produto $\Delta^2\hat{p}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}} \Delta^2\hat{q}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}}$ é compatível com a violação também desse critério dentro da incerteza experimental.

Podemos verificar o que mediríamos com eficiência perfeita em nossa detecção, de modo a obter os ruídos verdadeiros dos feixes saídos do OPO. Usamos novamente o valor $\eta = 0,87$ para corrigir os ruídos medidos segundo a expressão (4.2.2). Obtemos para o critério de variâncias inferidas:

$$\Delta^2\hat{p}'_{1\leftarrow 2} \Delta^2\hat{q}'_{1\leftarrow 2} = 1,02(10) , \quad \Delta^2\hat{p}'_{2\leftarrow 1} \Delta^2\hat{q}'_{2\leftarrow 1} = 0,87(8) < 1 . \quad (4.2.10)$$

Nesse caso, $\Delta^2\hat{p}'_{2\leftarrow 1} \Delta^2\hat{q}'_{2\leftarrow 1}$ viola o critério, atestando mais uma vez o emaranhamento. A desigualdade de Duan *et al.* e Simon corrigida pelas perdas de detecção nos fornece

$$\Delta^2\hat{p}'_- + \Delta^2\hat{q}'_+ = 1,32(4) < 2 . \quad (4.2.11)$$

A primeira medida de emaranhamento foi uma prova de princípio, resultado de um esforço de alguns anos de trabalho, no qual a maior parte do tempo foi utilizada para descobrir empiricamente em que sentido seguir, e quais partes do aparato experimental precisavam ser melhoradas a fim de adequá-las à estabilidade necessária. Atualmente, nosso OPO é uma fonte estável de feixes EPR com maiores níveis de squeezing, facilmente reprodutíveis, como será mostrado mais adiante.

4.3 Discrepâncias entre teoria e experimento

A obtenção do emaranhamento acima do limiar foi uma tarefa que demandou um intenso trabalho de caracterização do comportamento dos ruídos dos feixes gêmeos. Este trabalho resultou primeiramente num conhecimento empírico que culminou na medida de emaranhamento, e posteriormente no desenvolvimento de um modelo *ad hoc* que descreve bem os resultados experimentais.

Conforme já mencionado, alguns grupos de pesquisa tentaram obter anteriormente, sem sucesso, o emaranhamento acima do limiar, insucesso este ligado ao aparecimento de um inesperado excesso de ruído em $\Delta^2\hat{q}_+$ [Laurat 2005a]. Nós enfrentamos o mesmo problema; porém, em sucessivas baterias de medidas, percebemos empiricamente que o excesso de ruído em $\Delta^2\hat{q}_+$ diminuía conforme operávamos o OPO mais próximo ao

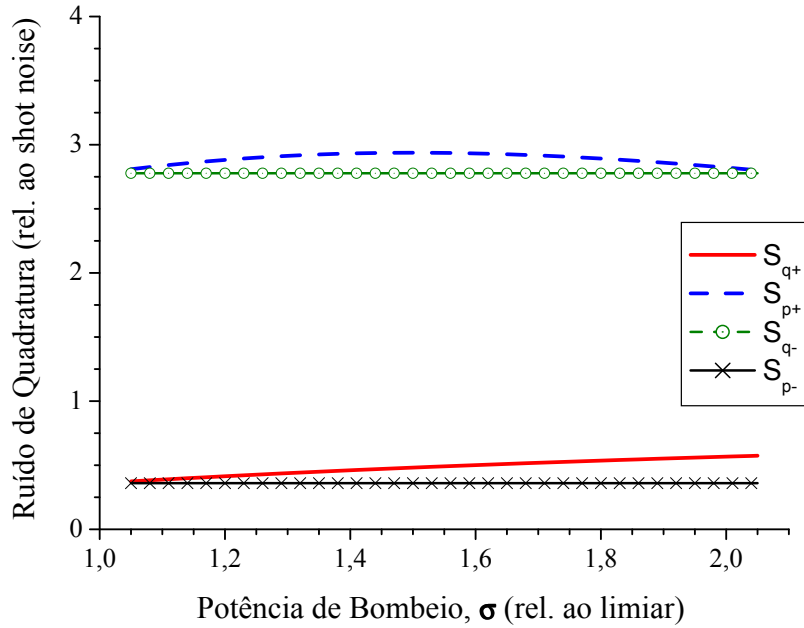


Figura 4.12: Previsão teórica das combinações de ruídos de sinal e complementar, como função da potência de bombeio relativa ao limiar, σ . Se o feixe de bombeio é coerente, a teoria prediz squeezing na soma das fases, $S_{q_+} < 1$, para todo σ . Foram usados $\Omega' = 0,5$ e $\mu = \mu_0 = 0$.

limiar de oscilação. O desafio técnico, causado pelas instabilidades do sistema, passou a ser aproximar-se suficientemente do limiar a ponto de se observar o emaranhamento. Melhoramos ao longo do tempo o squeezing produzido e a estabilidade de nosso OPO, até que, finalmente, em meados de 2005, fomos capazes de observar o efeito [Villar 2005]. Na configuração de OPO usada na figura 4.10, observamos que o squeezing em $\Delta^2 \hat{q}_+$ revelava-se apenas em $\sigma \lesssim 1,07$. Bons resultados, como as curvas experimentais da figura 4.10, foram obtidos apenas 4% acima do limiar, o mínimo que conseguimos atingir.

As previsões teóricas para feixe de bombeio coerente são apresentadas na figura 4.12. A verificação de que o bombeio é coerente nas frequências de análise de medida são mostradas na figura 4.2. Segundo a teoria, a soma das fases deveria sempre apresentar squeezing, tendendo a shot noise para potências σ de bombeio maiores (figura 3.2), jamais devendo apresentar o excesso de ruído observado por nós e por outros grupos. Todos os outros ruídos deveriam se manter aproximadamente constantes.

Como o fator determinante à observação do emaranhamento era a potência de bombeio, partimos para o estudo experimental do comportamento de todos os ruídos de saída do OPO como função desta [Villar 2007]. A configuração de OPO utilizada foi a seguinte: cristal da empresa Litton e espelho de acoplamento para 1064 nm com $R = 96\%$ e raio de curvatura 50 mm, tomado emprestado do grupo de Niterói, fabricado no campus de São Carlos da USP. O limiar de oscilação era $P_{lim} \approx 12$ mW.

Os resultados experimentais desse estudo são apresentados na figura 4.13a. Vemos

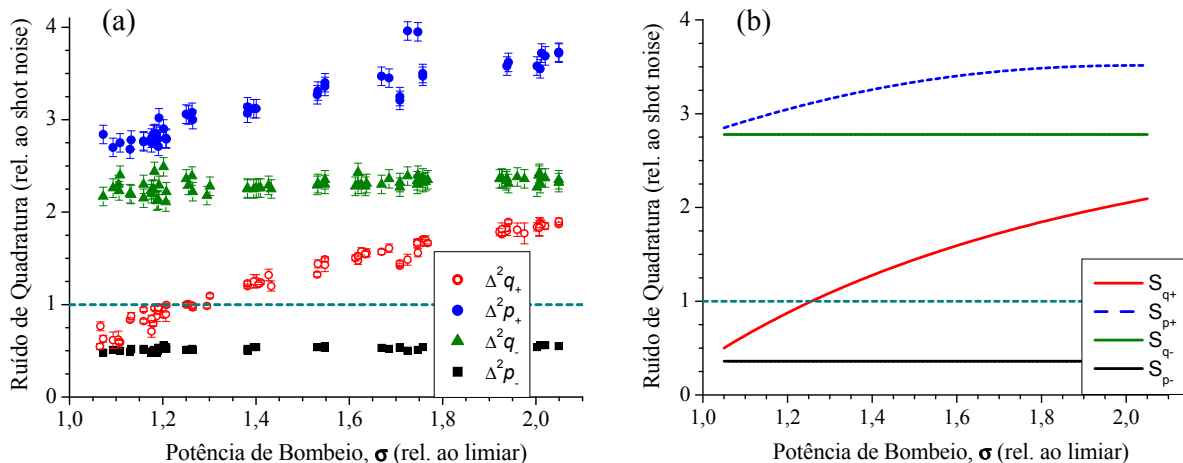


Figura 4.13: Ruídos de soma e subtração de quadraturas de sinal e complementar como função de σ . (a) Experimento. (b) Teoria com excesso de ruído *ad hoc* incluído no bombeio, $S_{\hat{p}_0}^{\text{in}} = 1,5$ e $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}} = 5,5$.

na curva com círculos vermelhos vazios que o squeezing em $\Delta^2\hat{q}_+$ só aparece próximo ao limiar, cruzando a linha de shot noise em $\sigma \sim 1,25$ para apresentar excesso de ruído em potências de bombeio mais altas. O ruído $\Delta^2\hat{p}_+$, dado pela curva com círculos azuis preenchidos, também apresenta comportamento diferente do previsto na figura 4.12, aumentando sensivelmente com σ . Apenas o subespaço de subtração das quadraturas, curvas com triângulos verdes e quadrados pretos, permanece insensível à variação de σ , mais uma vez demonstrando sua robustez com respeito a todas as perturbações sobre o OPO.

Buscando descobrir a fonte do excesso de ruído, fizemos medidas no feixe de bombeio refletido pelo OPO, conforme apresentado na figura 4.14. Observamos então excesso de ruído de amplitude numa potência compatível com o limiar de oscilação. Repetimos a medida polarizando o feixe de bombeio na direção ortogonal àquela em que oscila o OPO, para a qual não há acordo de fase e, portanto, oscilação. O excesso de ruído não foi afetado. Por fim, retiramos o cristal da cavidade e observamos que o bombeio se tornava shot noise, como esperado para uma cavidade vazia. Concluimos a partir disso que o excesso de ruído é gerado no interior da cavidade pelo cristal não-linear, sendo um fenômeno independente da conversão paramétrica.

Qualquer que seja sua origem física, a observação experimental desse ruído produzido intracavidade nos permite realizar uma modelagem *ad hoc* baseada nos fatos experimentais. A idéia é introduzir no modelo teórico excesso de ruído no feixe de bombeio incidente, ainda que este seja medido independentemente como shot noise, a fim de simular o efeito do ruído que sabemos ser criado intracavidade. O valor *ad hoc* de ruído incidente deve ser escolhido de forma que o ruído no bombeio refletido previsto pela teoria seja igual ao medido (levando em conta perdas de detecção). Como esse ruído de entrada, consistente apenas com o ruído de saída de bombeio, se transfere para a soma de fases de sinal e

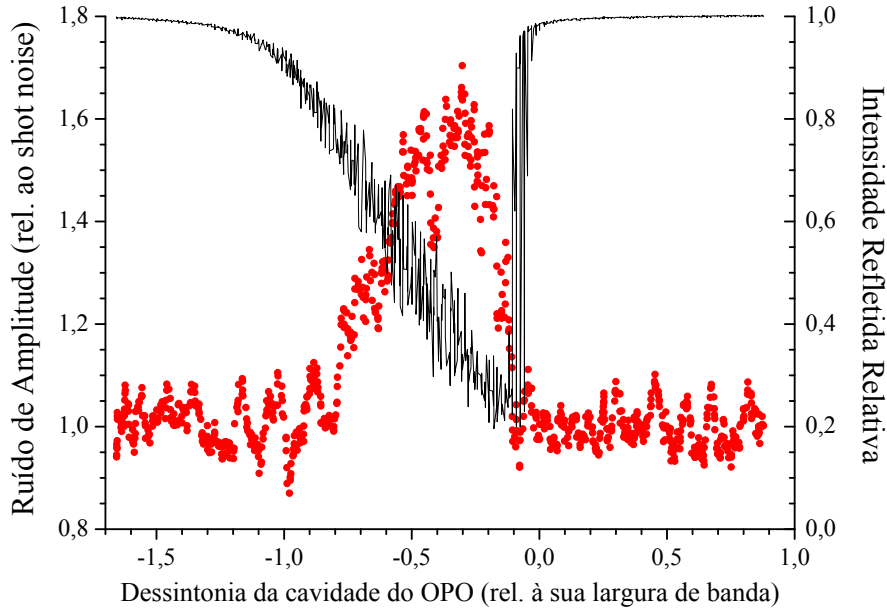


Figura 4.14: Ruído de amplitude do feixe de bombeio refletido como função da dessintonia da cavidade do OPO, relativa à sua largura de banda (círculos vermelhos). A frequência de análise é $\nu = 27$ MHz. Na intensidade de bombeio refletida pela cavidade do OPO (curva contínua), vê-se o efeito de biestabilidade térmica do cristal. Nessa condição não há oscilação paramétrica. O bombeio refletido apresenta excesso de ruído de amplitude conforme a cavidade do OPO se torna ressonante com ele. Provavelmente, o ruído de fase gerado intracavidade é convertido em ruído de amplitude para dessintonias não-nulas. Fora de ressonância, o ruído do bombeio é coerente, conforme esperado a partir da figura 4.2.

complementar?

Ainda que essas considerações fossem as mais apropriadas, ainda não possuíamos informação, durante essas medidas, sobre o ruído de fase do feixe de bombeio refletido, e por isso não pudemos verificar se o excesso de ruído medido em $\Delta^2 \hat{q}_+$ correspondia quantitativamente, pela teoria, ao excesso de ruído medido em $\Delta^2 \hat{q}_0$. Na verdade, utilizamos $\Delta^2 \hat{q}_0$ como parâmetro de ajuste diretamente na curva de $\Delta^2 \hat{q}_+$ [Villar 2007]. O valor de excesso de ruído incluído *ad hoc* no bombeio incidente para o qual encontramos bom acordo com a curva de círculos vermelhos da figura 4.13a foi $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}} = 5,5$. O resultado teórico é apresentado na figura 4.13b. O bom acordo qualitativo indica que, de fato, o ruído de fase inserido pelo cristal no bombeio intracavidade é matematicamente compatível com um excesso de ruído presente já no feixe de bombeio incidente. Acreditamos que o cristal insere somente ruído de fase, o mesmo podendo ser convertido para ruído de amplitude se o OPO estiver oscilando com dessintonia não-nula, num efeito análogo à rotação da elipse de ruído por cavidades óticas. Isso explicaria o comportamento da curva com círculos azuis da figura 4.13a, que indica excesso de ruído também em $S_{\hat{p}_0}^{\text{in}}$, ainda que pequeno

(utilizou-se $S_{p_0}^{\text{in}} = 1,5$ para o ajuste qualitativo). Medidas posteriores de ruído de fase do bombeio refletido, parte integrante do trabalho de doutorado de outra estudante do grupo, Katiúscia N. Cassemiro, revelaram que o acordo quantitativo é de fato bastante satisfatório [Cassemiro 2008]. A apresentação mais detalhada da maneira como o excesso de ruído no bombeio incidente afeta os demais espectros de ruído do OPO se encontra na figura 3.4 da Seção 3.4.5.

Uma possível causa direta do ruído de fase seria uma flutuação rápida do índice de refração do cristal. Essa flutuação implicaria efetivamente em flutuações das dessintonias da cavidade do OPO com relação aos três feixes. Numa tentativa de modelagem teórica um pouco mais detalhada, incluímos esse ruído de dessintonia no OPO, de forma que Δ_0 e Δ são substituídas por $\Delta_0(t) = \bar{\Delta}_0 + \delta\Delta_0(t)$ e $\Delta(t) = \bar{\Delta} + \delta\Delta(t)$ ao se proceder a linearização das equações (3.2.10)–(3.2.12). As causas físicas últimas desse ruído poderiam estar ligadas a fônons óticos criados pela interação com os feixes intracavidade, que resultariam em modulação do índice de refração; entretanto, isso ainda precisa ser estudado. É possível mostrar que as equações (3.4.9)–(3.4.12) para os feixes gêmeos não se alteram com a inclusão dessas flutuações, assim como a equação (3.4.18) para a amplitude do bombeio refletido. Apenas a equação (3.4.19) para a fase do bombeio refletido ganha os dois novos termos abaixo sublinhados,

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt} \delta q_0 = & -\sqrt{2}\bar{\Delta}\gamma'\beta \delta p_+ - \sqrt{2}\gamma'\beta \delta q_+ + \bar{\Delta}_0\gamma'_0 \delta p_0 - \gamma'_0 \delta q_0 + \underline{\gamma'_0 p_0 \delta \Delta_0} - \underline{\gamma' p_0 \beta^2 \delta \Delta} + \\ & -\sqrt{2\gamma_0} \sin \varphi_0 \delta p_0^{\text{in}} + \sqrt{2\gamma_0} \cos \varphi_0 \delta q_0^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_0} \delta v_{q_0} . \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

As flutuações de dessintonia implicam em espectros de ruído de dessintonia S_{Δ_0} e S_{Δ} ,

$$2\pi\delta(\Omega - \Omega') S_{\Delta_0}(\Omega) = \langle \delta\Delta_0(\Omega) \delta\Delta_0(-\Omega) \rangle , \quad (4.3.2)$$

$$2\pi\delta(\Omega - \Omega') S_{\Delta}(\Omega) = \langle \delta\Delta(\Omega) \delta\Delta(-\Omega) \rangle , \quad (4.3.3)$$

em que $\delta\Delta_0(\Omega) = \int \delta\Delta_0(t)e^{i\Omega t}$ é a transformada de Fourier de $\delta\Delta_0(t)$ [analogamente para $\delta\Delta(\Omega)$].

O efeito sobre $S_{\hat{q}_+}$ é apresentado na figura 4.15 como função de σ . A curva com círculos pretos representa $S_{\hat{q}_+}$ sem qualquer ruído de dessintonia ($S_{\Delta_0} = S_{\Delta} = 0$), sendo nossa referência para comparação. A curva formada por círculos vermelhos mostra que o ruído S_{Δ} não-nulo causa uma rápida divergência do ruído de fase com a potência de bombeio, o que não é observado experimentalmente. Por outro lado, na curva com triângulos azuis, o ruído S_{Δ_0} produz efeito idêntico ao causado por um excesso de ruído de fase do bombeio incidente, posto que resulta igual à curva apresentada na figura 3.4 com $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}} = 2$. De fato, para uma potência de limiar fixa, podemos sempre definir um S_{Δ_0} que causa efeito idêntico a um excesso de ruído presente em $S_{\hat{q}_0}^{\text{in}}$. A necessidade de potência de limiar fixa vem do fato de que o termo $\gamma'_0 p_0 \delta\Delta_0$ da equação (4.3.1) pode ser escrito como $\sqrt{2\gamma_0} P_{\text{lim}}(1 + \bar{\Delta}^2) \delta\Delta_0$, o qual indica uma dependência de S_{Δ_0} com o limiar.

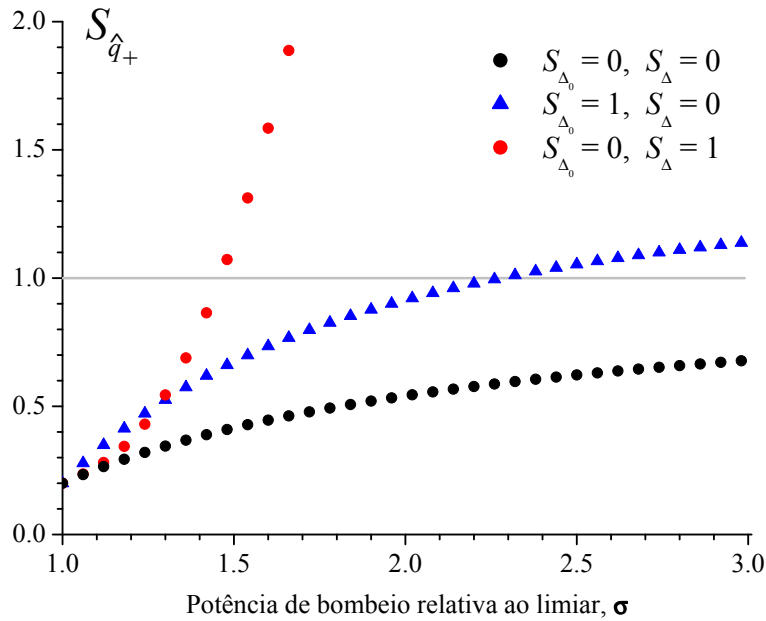


Figura 4.15: Espectro de ruído $S_{\hat{q}_+}$, como função de σ , para diversos valores de ruídos de dessintonia. Círculos pretos: $S_{\Delta_0} = S_{\Delta} = 0$; triângulos azuis: $S_{\Delta_0} = 1$; círculos vermelhos: $S_{\Delta} = 1$. Foram tomados os valores $\bar{\Delta}_0 = \bar{\Delta} = 0$, $\mu_0 = \mu = 0$ e $\Omega' = 0,5$.

Por se tratar de um fenômeno causado por flutuação no índice de refração do bombeio, é compatível com a diminuição do excesso de ruído conforme se aumenta a transmissão do espelho de acoplamento, pois o feixe permaneceria menos tempo na cavidade e, portanto, seria menos suscetível a variações em seu comprimento ótico. Isso explicaria porque o grupo de Kunchi Peng não encontrou esse excesso de ruído em sua medida de emaranhamento [Su 2006], uma vez que seu espelho possuía transmissão de aproximadamente 40% (em nosso caso, esse valor foi 8%). Nos experimentos sendo realizados atualmente em nosso grupo, utiliza-se um espelho com transmissão de 30%, para o qual pôde-se notar uma diminuição do excesso de ruído de fase além de estabilidade muito maior de oscilação. Essas evidências experimentais indicam que o modelo de ruído de dessintonia parece avançar no caminho certo. Um estudo sistemático do comportamento de $S_{\hat{q}_0}$ com diversos parâmetros do sistema permitiria esclarecer melhor a relação entre o excesso de ruído observado e um ruído de dessintonia.

Por fim, além dessa modelagem, estudamos se a aproximação de linearização das equações do OPO poderia ser responsável por esses efeitos [Villar 2007]. Em colaboração com Antônio Z. Khoury e Kaled Dechoum da Universidade Federal Fluminense (UFF), em Niterói, foram simuladas numericamente as equações completas do OPO, sem aproximação de linearização, na representação P -positiva [Villar 2007]. O programa de computador utilizado, desenvolvido na Universidade de Queensland, Austrália, realiza várias trajetórias estocásticas possíveis do sistema, simulando as forças de Langevin das equações (3.4.14)–(3.4.19). Da estatística de todas as trajetórias são calculados os espec-

tros de ruído das várias combinações de quadraturas. Khoury e Dechoum não encontraram diferença entre os ruídos previstos pela simulação numérica e a teoria linearizada, concluindo que a aproximação de linearização não é responsável pelas discrepâncias com o experimento.

Ao que tudo indica, é preciso incluir nova física no modelo teórico para explicar o excesso de ruído introduzido pelo cristal no bombeio intracavidade. Especulamos sobre diversas causas físicas possíveis: modulação do índice de refração do cristal, acoplamento Raman com fônons óticos, efeitos residuais de não-linearidade $\chi^{(3)}$. A caracterização desse ruído (em andamento [Cassemiro 2008]) e aprofundamento da investigação teórica devem fornecer melhor compreensão sobre sua origem física e, com sorte, algum modo de controlá-lo.

4.4 Melhores resultados

Desde a realização da primeira medida de emaranhamento acima do limiar da figura 4.10, modificamos a configuração de cavidade do OPO com o objetivo de utilizá-lo em outras experiências. Tornamos a cavidade mais acoplada ao feixe de bombeio, com $R = 70\%$ em 532 nm no espelho de entrada, resultando num aumento do limiar, mas também em maior estabilidade da oscilação. Somos agora capazes de manter o OPO oscilando, próximo ao limiar, travado por sistema eletrônico de lock-in, por tempos da ordem de uma dezena de minutos. Utilizamos como espelho de acoplamento para 1064 nm ótica emprestada do grupo de Niterói, com $R = 96\%$ nesse comprimento de onda e alta refletividade em 532 nm, e raio de curvatura de 50 mm, procedente da empresa Laser Optik, cuja qualidade acreditamos ser melhor que da ótica usada previamente. Por fim, aproximamos os espelhos da cavidade de modo a aumentar a largura de banda do OPO e, com isso, o squeezing medido em frequências de análise acessíveis. A temperatura do cristal foi mantida em torno de 40°C, para a qual a diferença de comprimentos de onda entre sinal e complementar era $\Delta\lambda \sim 2,5$ nm.

Essas mudanças resultaram num melhor valor de emaranhamento bipartite, estável e facilmente reproduzível, apresentado na figura 4.16. Essas curvas seguem o mesmo padrão de cores e símbolos da figura 4.10. Na figura 4.16a, vemos o squeezing em \hat{p}_- longe de ressonância, medido como $\Delta^2\hat{p}_- = 0,49(1)$, ou -3,10(9) dB. O squeezing medido em \hat{q}_+ é mostrado na figura 4.16b, com $\Delta^2\hat{q}_+ = 0,65(1)$, ou -1,87(7) dB. As variáveis conjugadas a essas possuem ruídos $\Delta^2\hat{p}_+ = 3,43(2)$ e $\Delta^2\hat{q}_- = 3,23(2)$. Em resumo,

$$\Delta^2\hat{p}_- = 0,49(1) , \quad \Delta^2\hat{q}_+ = 0,65(1) , \quad \Delta^2\hat{p}_+ = 3,43(2) , \quad \Delta^2\hat{q}_- = 3,23(2) . \quad (4.4.1)$$

A violação do critério de Duan *et al.* e Simon fica:

$$\Delta^2\hat{p}_- + \Delta^2\hat{q}_+ = 1,14(2) < 2 . \quad (4.4.2)$$

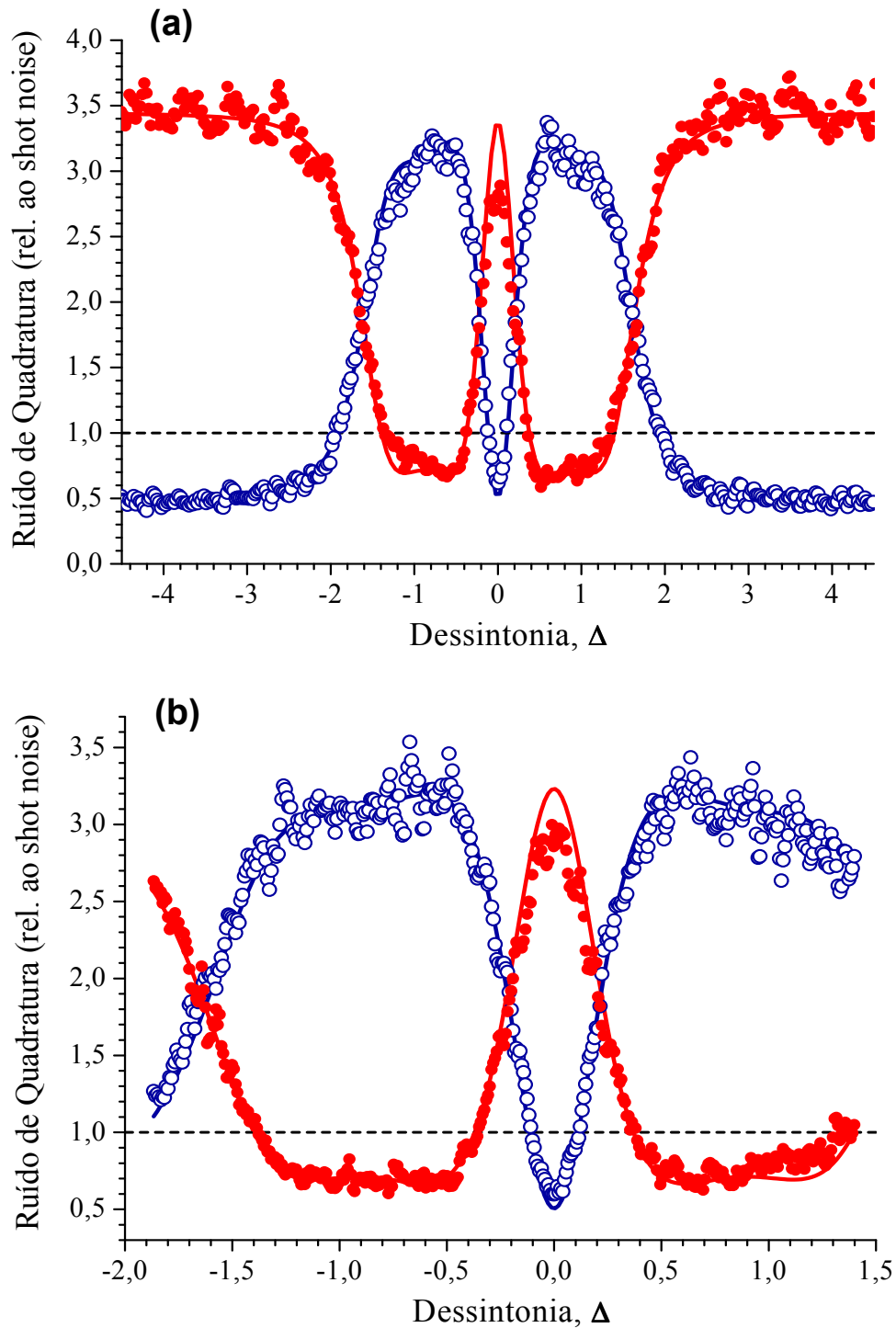


Figura 4.16: Melhores medidas de emaranhamento entre sinal e complementar obtidas em nosso laboratório. Cores e padrões das curvas seguem a figura 4.10. (a) Varredura estendida, da qual se obtém $\Delta^2 \hat{p}_- = 0,49(1)$. (b) Varredura local, fornecendo $\Delta^2 \hat{q}_+ = 0,65(1)$. Medidas realizadas em $\nu = 21$ MHz.

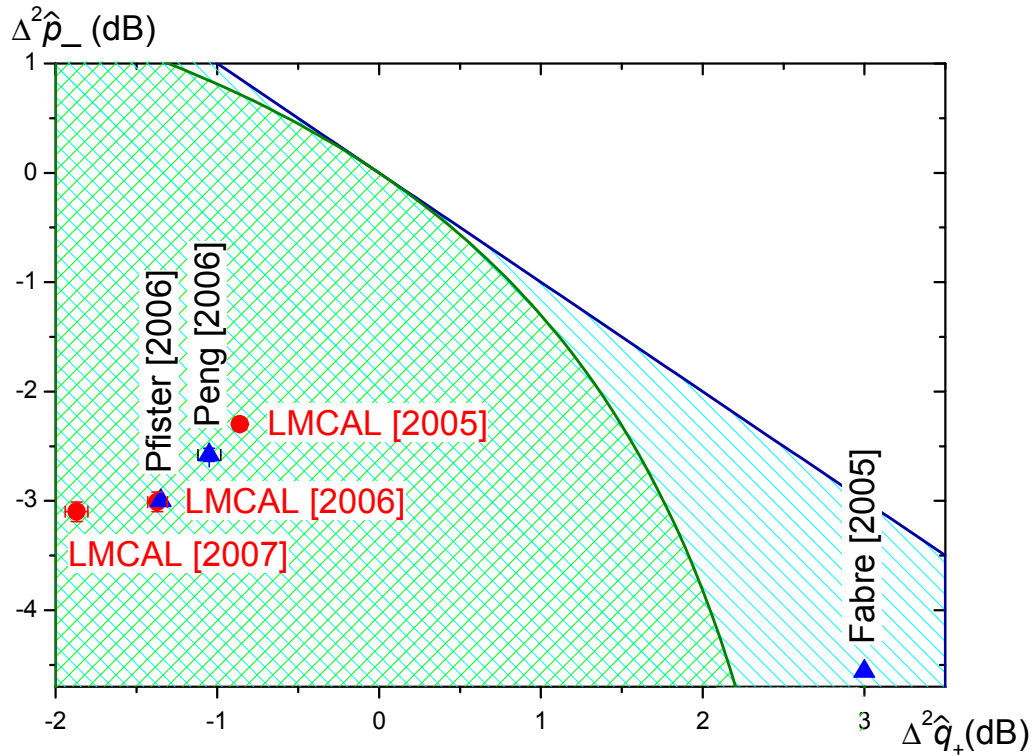


Figura 4.17: Panorama das medidas publicadas de emaranhamento acima do limiar. Medidas realizadas por nosso grupo, indicadas por círculos vermelhos, são designadas pelas iniciais ‘LMCAL’. As referências correspondentes são: ‘LMCAL [2005]’, Ref. [Villar 2005]; ‘LMCAL [2006]’, Ref. [Villar 2007]; ‘LMCAL [2007]’, apresentada nesta seção. As referências correspondentes a medidas de outros grupos, indicadas por círculos azuis, são: ‘Fabre [2005]’, Ref. [Laurat 2005a]; ‘Peng [2006]’, Ref. [Su 2006]; ‘Pfister [2006]’, Ref. [Jing 2006]. A região hachurada abaixo da curva verde viola o critério de Duan *et al.* e Simon [Duan 2000, Simon 2000], enquanto a região sob a curva azul possui negatividade logarítmica, uma medida quantificadora de emaranhamento usada no Capítulo 5 [equação (5.4.1)], não-nula [Vidal 2002].

Até o momento em que a presente tese é escrita, essa é a maior violação do critério de Duan *et al.* e Simon já obtida no OPO acima do limiar (figura 4.17).

Para o critério EPR, usamos os ruídos individuais de cada feixe apresentados na figura 4.18⁶. Têm-se:

$$\Delta^2 \hat{p}_1 = 2,03(2) , \quad \Delta^2 \hat{q}_1 = 1,83(2) , \quad \Delta^2 \hat{p}_2 = 1,89(2) , \quad \Delta^2 \hat{q}_2 = 1,80(2) . \quad (4.4.3)$$

⁶A pequena assimetria entre as curvas de sinal e complementar existente em torno de $\Delta = 0$ é possivelmente causada por uma dessintonia não-nula na condição de operação da cavidade do OPO, fazendo com que as elipses de ruído dos feixes gêmeos se encontrem ligeiramente desalinhadas com seus valores médios (comparar com figura 2.8).

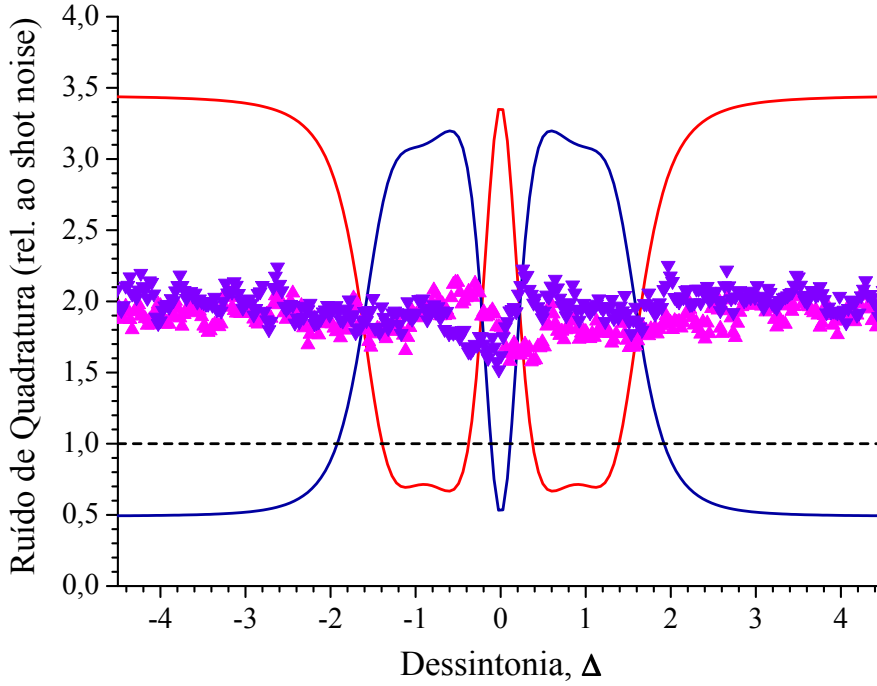


Figura 4.18: Ruídos individuais de sinal (triângulos com ponta para baixo) e complementar (triângulos com ponta para cima) correspondentes às curvas da figura 4.16a. Ajustes de rotação da elipse de ruído de 4.16a foram acrescentados para facilitar a identificação das quadraturas. A linha tracejada é o shot noise. Medidas realizadas em $\nu = 21$ MHz.

As variâncias inferidas assumem os valores

$$\Delta^2 \hat{p}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} = 0,89(7) , \quad \Delta^2 \hat{q}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} = 0,91(1) , \quad \Delta^2 \hat{p}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}} = 0,83(6) , \quad \Delta^2 \hat{q}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}} = 0,89(1) , \quad (4.4.4)$$

evidenciando squeezing em todas as correções de variância possíveis. O critério EPR é então claramente violado pelos dois pares de variâncias inferidas,

$$\Delta^2 \hat{p}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} \Delta^2 \hat{q}_{1\leftarrow 2}^{\text{inf}} = 0,80(6) < 1 , \quad \Delta^2 \hat{p}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}} \Delta^2 \hat{q}_{2\leftarrow 1}^{\text{inf}} = 0,74(6) < 1 . \quad (4.4.5)$$

Com isso, nosso OPO acima do limiar tornou-se uma fonte estável de feixes intensos emaranhados, e com comprimentos de onda diferentes. Nosso nível atual de squeezing nos dois operadores EPR permitiria realizar teletransporte do estado da luz entre frequências diferentes com fidelidade⁷ de aproximadamente 63% [van Loock 2000]. O valor de squeezing atingido pode ser aumentado com investimento na melhoria dos componentes óticos, principalmente do filme anti-refletor do cristal. Adquirir outro cristal com filme de melhor qualidade e espelhos com perdas menores poderia levar o grupo de São Paulo a ultrapassar a desafiadora linha limite de -10 dB de squeezing, quase alcançada pelo grupo de Paris [Laurat 2005a], detentor do recorde atual de -9,7 dB. Esse nível de squeezing nas

⁷Existem diversos limites inferiores de fidelidade para que o teletransporte seja considerado quântico, dependendo de quanta informação se assume possuir sobre o estado [Braunstein 2000b].

duas quadraturas correlacionadas permitiria atingir fidelidade de quase 90% no teletransporte de um estado quântico, além da realização de outras aplicações em informação quântica com variáveis contínuas, tal como codificação densa [Li 2002], bem acima do limite clássico.

★ ★ ★

Neste capítulo, apresentamos a primeira observação de emaranhamento entre os feixes gêmeos produzidos por um OPO acima do limiar. Realizamos a medida com o auxílio de uma técnica auto-homodina, que tira proveito do fato de lidarmos com feixes intensos ao mesmo tempo em que remove várias dificuldades associadas a isso e à não-degenerescência em frequência dos mesmos. Observamos squeezing nos dois observáveis tipo EPR, a subtração de intensidades e a soma das fases de sinal e complementar, cujos melhores valores foram $\Delta^2 \hat{p}_- = 0,49(1)$ e $\Delta^2 \hat{q}_+ = 0,65(1)$, violando a desigualdade de Duan *et al.* e Simon pelo valor $\Delta^2 \hat{p}_- + \Delta^2 \hat{q}_+ = 1,14(2) < 2$.

Modelamos o inesperado excesso de ruído de fases dos feixes gêmeos usando a teoria conhecida, através da introdução de excesso de ruído *ad hoc* no bombeio incidente. O acordo qualitativo com o experimento é bastante satisfatório.

Capítulo 5

Emaranhamento Multicolor no OPO

Vimos ao longo desta tese que os feixes gêmeos produzidos pelo OPO estão fortemente correlacionados, tanto em intensidade quanto em fase, tal como enunciado nos raciocínios de EPR [Einstein 1935]. Abaixo do limiar, o OPO produz campos emaranhados de vácuo comprimido, o que retira um número muito pequeno de fótons do bombeio; por esse motivo, o bombeio pode ser considerado como um campo clássico nesse regime de operação, inafetado pela conversão paramétrica¹. Acima do limiar, entretanto, há intensa troca de energia entre os três campos, uma vez que fração importante do feixe de bombeio é convertida em sinal e complementar. Isso faz com que o efeito oposto – sinal e complementar fornecendo energia às bandas laterais do bombeio – passe a ser importante. O povoamento das bandas laterais dos três feixes com fótons correlacionados acaba por culminar, como demonstraremos teoricamente, no **emaranhamento tripartite**.

Assim, o emaranhamento no OPO acima do limiar envolve **três feixes** de luz coerente com **cores diferentes**. Sinal e complementar podem diferir em comprimento de onda por várias centenas de nm, enquanto o feixe de bombeio possui metade do comprimento de onda médio dos convertidos. Isso abre novas possibilidades, dentro das já criadas pelo emaranhamento bipartite acima do limiar, para a distribuição de informação quântica entre regiões muito distantes do espectro. Por exemplo, o feixe de bombeio, proveniente de um laser de Ti:Safira, poderia ser sintonizado na transição atômica do rubídio (~ 780 nm), para posterior distribuição da informação quântica armazenada nos átomos, através de fibras óticas (~ 1550 nm), usando feixes convertidos degenerados.

Apesar de ser um dos sistemas mais utilizados em ótica quântica, essa importante correlação havia sido até então ignorada. Vimos que vários trabalhos se dedicaram a observar propriedades quânticas de bombeio e convertidos, porém separadamente, desde a década de 80: squeezing na subtração de intensidades dos feixes gêmeos [Heidmann 1987], emaranhamento abaixo do limiar [Ou 1992] e presença de squeezing no feixe de bombeio refletido [Kasai 1997, Zhang K. S. 2001]. Até mesmo um estudo da difusão de fases de

¹Mais precisamente, as correlações quânticas entre sinal, complementar e bombeio abaixo do limiar existem, porém em ordem superior nas flutuações, tornando a estatística não gaussiana [Dechoum 2004].

sinal e complementar, realizado em 1991 por J. Y. Courtois *et al.* [Courtois 1991], mostrou que a mesma diminui caso se considere também a fase do feixe de bombeio. Entretanto, as propriedades quânticas conjuntas dos três feixes não haviam sido investigadas.

Como vimos no análogo clássico do OPO (Seção 3.1), a fase do oscilador paramétrico **trava-se** naturalmente à fase do bombeio externo [equação (3.1.16)], em acordo com a equação (3.3.4) para os valores estacionários do OPO. Esse efeito puramente clássico nos leva a pensar se o travamento de fase poderia ser ainda mais forte no caso quântico, correlacionando fortemente as fases dos três feixes.

De fato, do ponto de vista do fenômeno ótico de conversão paramétrica, a imposição de que os três campos tenham relação de fase bem definida no interior do cristal é o efeito análogo ao travamento clássico descrito na Seção 3.1. O acordo de fase criado pelo cristal permite um acoplamento eficiente entre os três campos, mas o **sentido do fluxo de energia** depende tão-somente da relação de fase entre os feixes. Como apenas o bombeio se faz presente no início do processo, somente os modos de vácuo intracavidade com fase apropriada são amplificados, produzindo sinal e complementar; uma vez iniciada a oscilação, a fase relativa permanece constante, garantindo o sentido único do fluxo de energia. Essa seleção das fases relativas corretas impõe como constante a fase de $\alpha_0^* \alpha_1 \alpha_2$, indicando que também as flutuações das fases dos três feixes poderiam se encontrar quanticamente correlacionadas, da forma $\delta\varphi_1 + \delta\varphi_2 - \delta\varphi_0 = 0$.

A própria **conservação de energia**, que indica o emaranhamento entre sinal e complementar, proporciona uma maneira simples de entender a correlação quântica das três fases. As frequências óticas dos feixes devem respeitar $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$. Se interpretarmos uma frequência rapidamente flutuante no tempo como uma fase flutuante, o diferencial dessa equação nos fornece diretamente $\delta\varphi_0(t) = \delta\varphi_1(t) + \delta\varphi_2(t)$, indicando que uma flutuação quântica da fase do bombeio leva à mesma flutuação na soma das fases de sinal e complementar.

Portanto, a física do sistema nos leva a buscar uma correlação quântica entre $\delta\varphi_0$ e $\delta\varphi_+$ nas equações (3.4.14)–(3.4.19) do OPO.

5.1 Pureza

Uma grandeza que nos permite estudar a independência dos subespaços é a **pureza**, aqui denotada \wp . Ela é definida em termos do operador densidade como

$$\wp = \text{Tr}\{\hat{\rho}^2\} \quad (5.1.1)$$

Um estado é puro se $\text{Tr}\{\hat{\rho}^2\} = 1$, situação na qual pode ser descrito por um vetor no espaço de Hilbert. Caso a pureza seja menor que 1, então a descrição conveniente se faz pelo operador densidade, pois o estado pode ser escrito como uma mistura estatística de estados puros.

O interesse na pureza está em separar o operador densidade do sistema total em operadores densidade parciais de cada sub-sistema, e verificar se a pureza de cada um destes se torna menor que a pureza do sistema total, numa indicação de que informação é perdida ao se considerar cada parte separadamente. Por exemplo, no caso do estado singleto da expressão (1.2.1), o operador densidade total é puro, mas o operador parcial de cada partícula se encontra numa mistura estatística dos estados $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$ com a mesma probabilidade (maximamente misturado), significando que cada observador local veria um valor aleatório de spin sem coerência.

Nesta tese, lidamos com estados gaussianos, isto é, cujas distribuições de probabilidade são gaussianas; nesse caso, a matriz de covariância possui toda a informação sobre o sistema. A pureza \wp de uma matriz de covariância \mathbf{S} é calculada a partir da expressão [Adesso 2006]

$$\wp = \frac{1}{\sqrt{|\mathbf{S}|}}, \quad (5.1.2)$$

em que $|\mathbf{S}|$ é o determinante de \mathbf{S} . Suponhamos como exemplo uma matriz 2×2 diagonal, $\mathbf{S}' = \text{diag}(S_{\hat{x}}, S_{\hat{y}})$, representando o ruído de quadratura de um único feixe. O determinante dessa matriz resulta na expressão do princípio de incerteza, $|\mathbf{S}'| = S_{\hat{x}} S_{\hat{y}} \geq 1$. Como qualquer matriz pode ser trazida a essa forma por uma rotação de quadraturas (basta escolher quadraturas correspondentes aos eixos da elipse de ruído), a pureza, sendo o inverso da raiz quadrada disso, é apenas igual a 1 para feixes com incerteza mínima.

Vimos na Seção 3.4.2 que, em ressonância exata ($\Delta = \Delta_0 = 0$), as quadraturas amplitude e fase dos campos produzidos pelo OPO se desacoplam, de modo que a matriz de covariância do sistema [expressão (3.4.55)] possui a forma

$$\mathbf{S}_{\text{OPO}} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} S_{\hat{p}_-} & 0 \\ 0 & S_{\hat{q}_-} \end{matrix}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{\begin{matrix} S_{\hat{p}_+} & 0 \\ 0 & S_{\hat{q}_+} \end{matrix}} & C_{\hat{p}_0\hat{p}_+} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{\hat{p}_0\hat{p}_+} & 0 & \boxed{\begin{matrix} S_{\hat{p}_0} & 0 \\ 0 & S_{\hat{q}_0} \end{matrix}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{\hat{q}_0\hat{q}_+} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.1.3)$$

Estão destacados os subespaços individuais da **subtração** (retângulo rosa) e da **soma** (azul) de quadraturas dos feixes convertidos e do feixe de **bombeio refletido** (verde). O subespaço **soma + bombeio** é contornado pelo retângulo vermelho. Conforme vimos na Seção 3.4.6, os subespaços da soma e da subtração demonstram o emaranhamento entre sinal e complementar, pois ambos apresentam squeezing. Mas como o bombeio refletido participa dessas correlações?

A figura 5.1 ilustra a pureza dos três subespaços considerados independentemente, subtração, soma e bombeio, bem como da matriz total da expressão (5.1.3), para o OPO

livre de perdas espúrias ($\mu = \mu_0 = 0$), e numa frequência de análise (relativa à largura de banda do OPO para os feixes gêmeos) fixa $\Omega' = 0,1$. Dentre os subespaços, apenas o da subtração é puro [expressões (3.4.28)–(3.4.29)]. Os subespaços do bombeio refletido e da soma dos convertidos possuem purezas idênticas (linha vermelha contínua), tornando-se puros em apenas duas regiões, em $\sigma \approx 1$ e em $\sigma \gg 1$. Por outro lado, como não há perdas espúrias, o sistema de três feixes é puro (linha azul tracejada). A perda de pureza dos subespaços individuais da soma e do bombeio indica que há mais informação no sistema formado por esses dois feixes do que em cada um deles. De fato, a aplicação da definição (5.1.2) a esse sistema de dois feixes, realçado pelo retângulo vermelho da expressão (5.1.3), mostra que ele é puro. Em última análise, a perda de pureza está ligada ao aumento da entropia, ou seja, perda de informação [Nielsen 2000]. Essa informação deve estar nas correlações entre os subespaços.

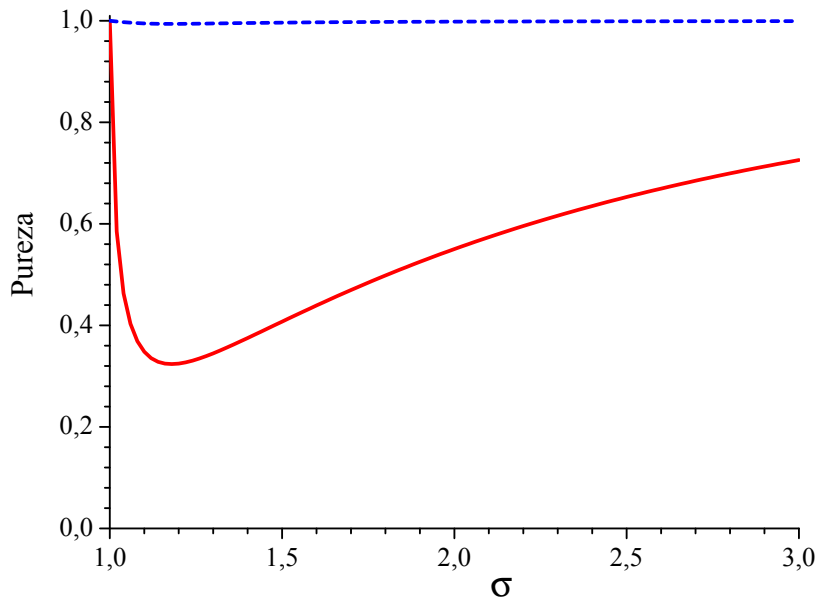


Figura 5.1: As purezas dos subespaços individuais da soma e do bombeio refletido são iguais (linha vermelha contínua). A pureza do subespaço soma + bombeio, assim como da matriz total (5.1.3) e do subespaço da subtração, é unitária (linha azul tracejada). σ é a potência de bombeio relativa ao limiar de oscilação do OPO. Considerou-se $\Omega' = 0,1$, bombeio coerente ($S_{\hat{p}_0}^{\text{in}} = S_{\hat{q}_0}^{\text{in}} = 1$) e perdas espúrias nulas ($\mu = \mu_0 = 0$).

Diagonalizar uma matriz de covariância de um único feixe (matriz 2×2), a fim de determinar as quadraturas com maior squeezing e anti-squeezing, envolve apenas uma rotação de eixos de quadraturas. Para matrizes com mais dimensões, é preciso, em geral, combinar quadraturas de feixes diferentes. De fato, seguimos esse procedimento quando descrevemos sinal e complementar, feixes fortemente correlacionados, em dois subespaços separáveis, a soma e a subtração de suas quadraturas. O mesmo pode ser feito para diagonalizar \mathbf{S}_{OPO} .

5.2 Ruídos de combinações de quadraturas

A fim de diagonalizar \mathbf{S}_{OPO} , definem-se os ruídos de soma e subtração dos feixes soma e bombeio,

$$S_{\hat{p}_0\hat{p}_+}^{\pm} = \frac{S_{\hat{p}_+} + S_{\hat{p}_0}}{2} \pm C_{\hat{p}_0\hat{p}_+}, \quad (5.2.1)$$

$$S_{\hat{q}_0\hat{q}_+}^{\pm} = \frac{S_{\hat{q}_+} + S_{\hat{q}_0}}{2} \pm C_{\hat{q}_0\hat{q}_+}. \quad (5.2.2)$$

Os sinais das correlações determinam quais dos ruídos acima são favorecidos, isto é, quais diminuem por conta das correlações. Expressões analíticas para as correlações entre quadraturas dos subespaços soma e bombeio, definidas como

$$C_{\hat{p}_0\hat{p}_+} \equiv \frac{\langle \delta\hat{p}_0 \delta\hat{p}_+^* + \delta\hat{p}_0^* \delta\hat{p}_+ \rangle}{2}, \quad C_{\hat{q}_0\hat{q}_+} \equiv \frac{\langle \delta\hat{q}_0 \delta\hat{q}_+^* + \delta\hat{q}_0^* \delta\hat{q}_+ \rangle}{2}, \quad (5.2.3)$$

são determinadas a partir das expressões (3.4.30)–(3.4.33), fornecendo

$$C_{\hat{p}_0\hat{p}_+} = \text{Re}\{\kappa_p \vartheta_p^* S_{\hat{p}_0}^{\text{in}} - (2\gamma\xi - 1)\kappa_p^* + \mu_0 \kappa_p (\vartheta_p^* + 1)/\gamma_0 - 2\mu \xi \kappa_p^*\}, \quad (5.2.4)$$

$$C_{\hat{q}_0\hat{q}_+} = \text{Re}\{\kappa_q \vartheta_q^* S_{\hat{q}_0}^{\text{in}} - (2\gamma\zeta - 1)\kappa_q^* + \mu_0 \kappa_q (\vartheta_q^* + 1)/\gamma_0 - 2\mu \zeta \kappa_q^*\}, \quad (5.2.5)$$

em que os números complexos ξ , ζ , $\kappa_{p,q}$ e $\vartheta_{p,q}$, dependentes dos parâmetros do OPO, são definidos nas expressões (3.4.34)–(3.4.39).

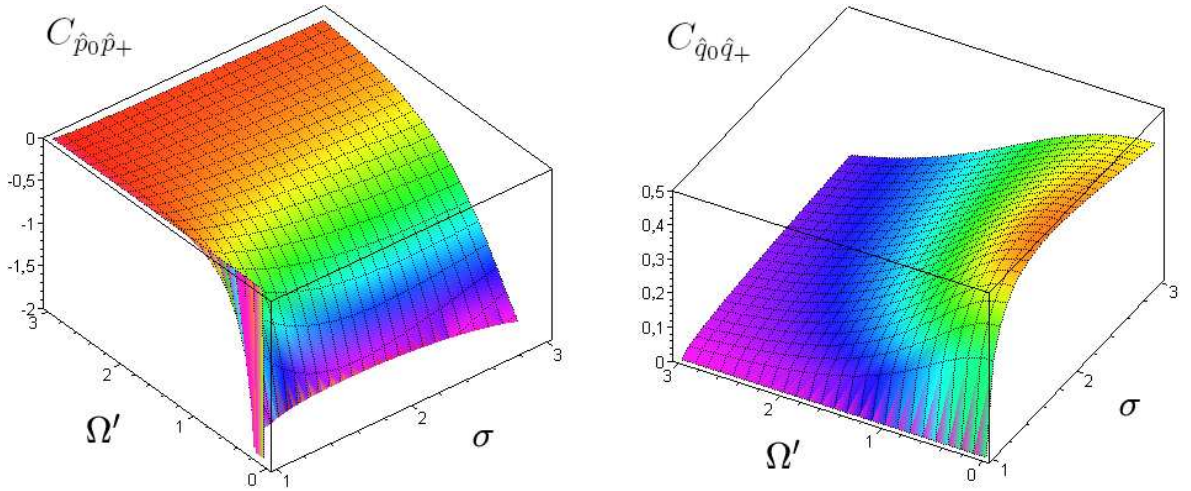


Figura 5.2: Correlações entre as quadraturas \hat{p}_+ e \hat{q}_+ dos feixes convertidos e \hat{p}_0 e \hat{q}_0 do bombeio refletido, em função de σ e Ω' .

A figura 5.2 apresenta as curvas das correlações em função de potência de bombeio relativa ao limiar, σ , e frequência de análise relativa à largura de banda do OPO, Ω' . Em toda a região de parâmetros, tem-se **anticorrelação de amplitudes**, $C_{\hat{p}_0\hat{p}_+} < 0$, e **correlação de fases**, $C_{\hat{q}_0\hat{q}_+} > 0$. Ambas tendem a zero conforme a frequência de análise

ultrapassa a largura de banda do OPO, conforme esperado. Assim, as combinações de quadraturas favorecidas pelas correlações são a soma de amplitudes, $S_{\hat{p}_0\hat{p}_+}^+$, e a subtração das fases, $S_{\hat{q}_0\hat{q}_+}^-$, dos subespaços do bombeio e da soma. Em particular, vimos nas seções 3.4.5 e 3.4.7 que $S_{\hat{q}_+}$ e $S_{\hat{q}_0}$ possuem squeezing individualmente. Por isso, a correlação de fases deve ser quântica, pois cria uma combinação de fases com ruído ainda menor que os ruídos individuais, ou seja, com mais squeezing. Como \hat{q}_+ possui squeezing perfeito em $\sigma \approx 1$ e $\Omega' \approx 0$, deve-se ter $C_{\hat{q}_0\hat{q}_+} \rightarrow 0$ nessa região. A correlação de fases tem um máximo em torno de $\sigma \approx 1,8$, decaindo lentamente para potências maiores.

A figura 5.3 apresenta os espectros de ruído favorecidos pelas correlações. Vê-se que $S_{\hat{p}_0\hat{p}_+}^+$ assume valores próximos ao shot noise em toda a região de σ e Ω' , exceto em $\sigma \lesssim 1,5$ e $\Omega' \lesssim 1$. Assim, a anticorrelação de amplitude é suficiente para levar esse subespaço ao shot noise (mas não abaixo disso), numa ampla região de σ e Ω' .

Já $S_{\hat{q}_0\hat{q}_+}^-$ apresenta squeezing em toda a região de parâmetros, com valor mínimo $S_{\hat{q}_0\hat{q}_+}^- \approx 0,07$ em $\sigma \approx 1,6$. Conforme indicado pelos diversos argumentos físicos apresentados no início deste capítulo, a soma das flutuações de fases de bombeio e convertidos são quanticamente correlacionadas. A medida de flutuação de fase do bombeio refletido poderia ser utilizada para modular as fases dos feixes gêmeos, de maneira a aumentar o emaranhamento bipartite. Desse modo, apesar de serem perfeitamente emaranhados apenas em $\sigma \approx 1$ e $\Omega \approx 0$, uma região de difícil acesso a medidas, sinal e complementar podem se tornar mais emaranhados em outras regiões de parâmetros através da concentração nesses dois feixes das correlações tripartite [Bennett 1996].

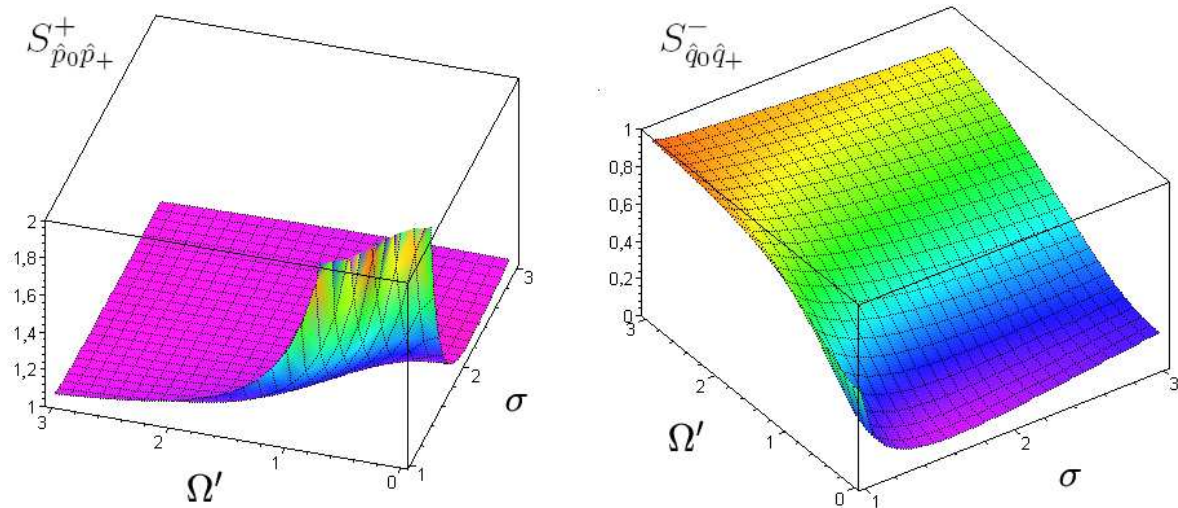


Figura 5.3: Espectros de ruído $S_{\hat{p}_0\hat{p}_+}^+$ e $S_{\hat{q}_0\hat{q}_+}^-$ em função de σ e Ω' .

5.3 Inseparabilidade

A fim de determinar se as correlações quânticas existentes são suficientes para demonstrar o emaranhamento entre esses dois subespaços, podemos empregar a desigualdade de Duan *et al.* e Simon [Duan 2000, Simon 2000]. Se a soma dos espectros de ruído de operadores tipo EPR, $S_{\hat{p}_0\hat{p}_+}^+$ e $S_{\hat{q}_0\hat{q}_+}^-$, resulta menor que 2, a desigualdade é violada, demonstrando o emaranhamento. A figura 5.4 apresenta a previsão teórica para a soma desses espectros de ruído. A violação da desigualdade ocorre numa ampla região de parâmetros, mostrando que a existência de emaranhamento só não pode ser afirmada na região $\sigma \lesssim 1,5$ e $\Omega' \lesssim 0,5$, na qual $S_{\hat{p}_0\hat{p}_+}^+$ diverge. Assim, as quadraturas do bombeio refletido estão **emaranhadas** às quadraturas resultantes da soma de sinal e complementar. O emaranhamento nesse caso é menor que o existente entre os feixes gêmeos, uma vez que não há squeezing em $S_{\hat{p}_0\hat{p}_+}^+$. O valor mínimo da desigualdade, $S_{\hat{p}_0\hat{p}_+}^+ + S_{\hat{q}_0\hat{q}_+}^- \approx 1,1$, ocorre em $\sigma \approx 2$.

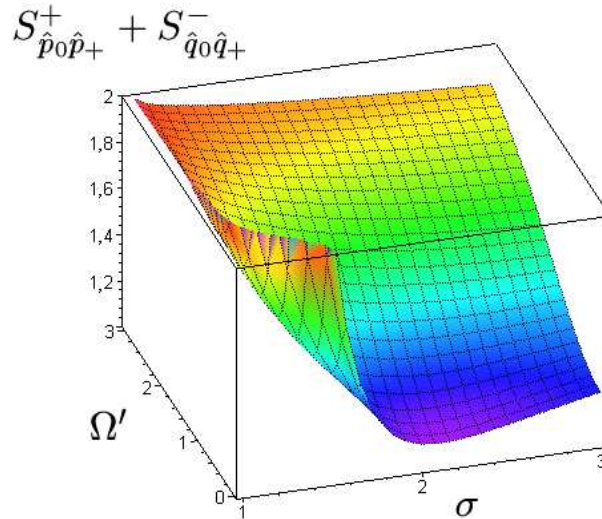


Figura 5.4: Critério de Duan *et al.* e Simon relacionando os subespaços do bombeio refletido e da soma dos convertidos, através de $S_{\hat{p}_0\hat{p}_+}^+$ e $S_{\hat{q}_0\hat{q}_+}^-$, em função de σ e Ω' .

A inseparabilidade de sinal e complementar unida à inseparabilidade entre bombeio e uma combinação dos feixes gêmeos parece indicar a inseparabilidade **global** entre os três feixes. Isso pode ser confirmado utilizando um critério suficiente que envolva os três feixes. Conforme apresentado na Seção 1.7, Peter van Loock e Akira Furusawa [van Loock 2003] generalizaram o critério de Duan para o caso de N sub-sistemas de variáveis contínuas. Para os três feixes produzidos pelo OPO, o conjunto de desigualdades mais promissor é

$$V_0 = \Delta^2 \left(\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{2}} \right) + \Delta^2 \left(\frac{\hat{q}_1 + \hat{q}_2 - \alpha_0 \hat{q}_0}{\sqrt{2}} \right) \geq 2, \quad (5.3.1)$$

$$V_1 = \Delta^2 \left(\frac{\hat{p}_0 + \hat{p}_2}{\sqrt{2}} \right) + \Delta^2 \left(\frac{\alpha_1 \hat{q}_1 + \hat{q}_2 - \hat{q}_0}{\sqrt{2}} \right) \geq 2, \quad (5.3.2)$$

$$V_2 = \Delta^2 \left(\frac{\hat{p}_0 + \hat{p}_1}{\sqrt{2}} \right) + \Delta^2 \left(\frac{\hat{q}_1 + \alpha_2 \hat{q}_2 - \hat{q}_0}{\sqrt{2}} \right) \geq 2. \quad (5.3.3)$$

Cada desigualdade V_j elimina a possibilidade de se escrever o operador densidade do sistema total como um produto do operador densidade do sistema j com os demais. A violação de duas dessas desigualdades é condição suficiente para demonstrar o emaranhamento.

Os parâmetros livres α_j nos permitem minimizar as somas V_j . Seus valores ótimos são obtidos diferenciando-se as expressões V_j com respeito a α_j e impondo a nulidade da expressão. A idéia é análoga à utilizada no critério de variâncias inferidas. Obtemos

$$\alpha_0 = \frac{C_{\hat{q}_0\hat{q}_1} + C_{\hat{q}_0\hat{q}_2}}{\Delta^2\hat{q}_0}, \quad \alpha_1 = \frac{C_{\hat{q}_0\hat{q}_1} - C_{\hat{q}_1\hat{q}_2}}{\Delta^2\hat{q}_1}, \quad \alpha_2 = \frac{C_{\hat{q}_0\hat{q}_2} - C_{\hat{q}_1\hat{q}_2}}{\Delta^2\hat{q}_2}. \quad (5.3.4)$$

Substituindo esses valores nas equações (5.3.1)–(5.3.3), obtemos

$$V_0 = \Delta^2\hat{p}_{12}^- + \Delta^2\hat{q}_{12}^+ - \beta_0 \geq 2, \quad (5.3.5)$$

$$V_1 = \Delta^2\hat{p}_{02}^+ + \Delta^2\hat{q}_{02}^- - \beta_1 \geq 2, \quad (5.3.6)$$

$$V_2 = \Delta^2\hat{p}_{01}^+ + \Delta^2\hat{q}_{01}^- - \beta_2 \geq 2, \quad (5.3.7)$$

em que foram definidos

$$\hat{p}_{jk}^\pm = \frac{\hat{p}_j \pm \hat{p}_k}{\sqrt{2}}, \quad \hat{q}_{jk}^\pm = \frac{\hat{q}_j \pm \hat{q}_k}{\sqrt{2}}, \quad \text{com } j, k \in \{0, 1, 2\}, j < k. \quad (5.3.8)$$

As desigualdades assim escritas aparecem mais claramente como três desigualdades de Duan *et al.* e Simon, uma para cada par de feixes, corrigidas pela informação, incluída no termo β_j , advinda do terceiro feixe. Violar duas delas implica que dois pares de feixes são emaranhados, ou seja, todos os três são inseparáveis entre si.

As correções β_j são calculadas substituindo as expressões (5.3.4) em (5.3.1)–(5.3.3),

$$\beta_0 = \frac{(C_{\hat{q}_0\hat{q}_1} + C_{\hat{q}_0\hat{q}_2})^2}{\Delta^2\hat{q}_0}, \quad \beta_1 = \frac{(C_{\hat{q}_0\hat{q}_1} - C_{\hat{q}_1\hat{q}_2})^2}{\Delta^2\hat{q}_1}, \quad \beta_2 = \frac{(C_{\hat{q}_0\hat{q}_2} - C_{\hat{q}_1\hat{q}_2})^2}{\Delta^2\hat{q}_2}. \quad (5.3.9)$$

Os termos β_j dependem diretamente das correlações e assumem valores estritamente positivos. Por causa dos sinais das correlações, as contribuições delas advindas em cada β_j se somam, aumentando seu valor, pois as fases de bombeio e convertidos são correlacionadas ($C_{\hat{q}_0\hat{q}_1} = C_{\hat{q}_0\hat{q}_2} > 0$), enquanto as fases dos convertidos estão anticorrelacionadas entre si ($C_{\hat{q}_1\hat{q}_2} < 0$).

A primeira desigualdade, conforme calculado na Seção 3.4.6, é maximamente violada, mesmo sem correção proveniente do bombeio, na região $\sigma \approx 1$ e $\Omega' \approx 0$ (figura 3.5). A violação, sem correção do bombeio refletido, foi demonstrada também experimentalmente nas figuras 4.10 e 4.16. Entretanto, a figura 5.5 mostra que a violação torna-se maior nas demais regiões de parâmetros ao se incluir informação de fase desse feixe, como pode ser visto comparando-se V_0 à figura 3.5. Tem-se, com correção do bombeio, que $V_0 \approx 0,14$ mesmo na potência relativamente alta $\sigma = 2$ (squeezing maior que 90%, ou -10 dB) e $\Omega' \approx 0$, enquanto, sem correção do bombeio, obtém-se $S_{\hat{p}_-} + S_{\hat{q}_+} = 0,5$ nas mesmas condições (squeezing de 75%, ou -6 dB).

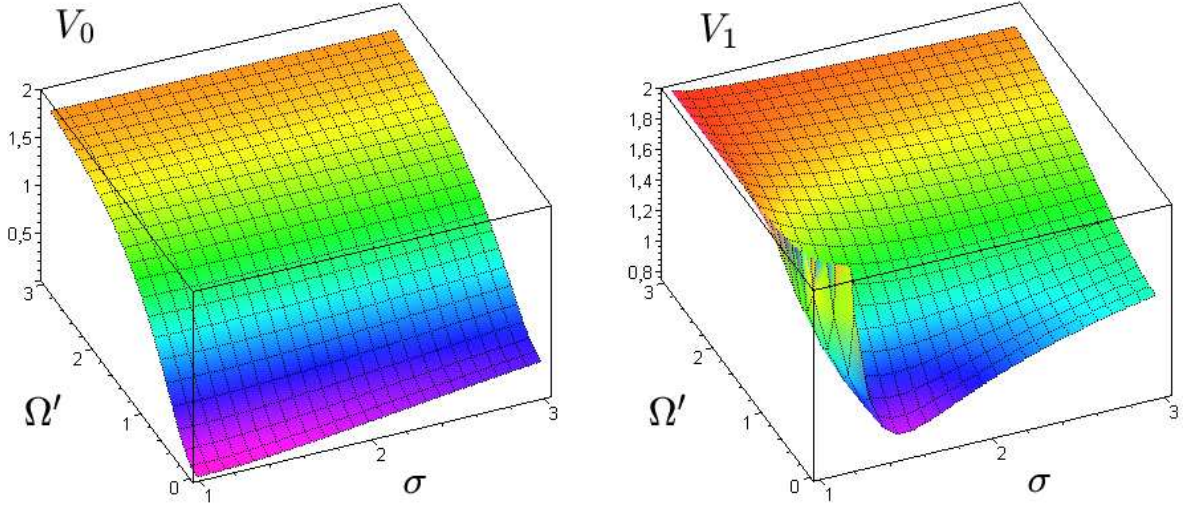


Figura 5.5: Somas V_0 e $V_1 = V_2$ de variâncias em função de σ e Ω' . Emaranhamento é demonstrado para $V_0 < 2$ e $V_1 < 2$. Considerou-se feixe de bombeio coerente $S_{\hat{p}_0}^{\text{in}} = S_{q_0}^{\text{in}} = 1$, assim como perdas espúrias nulas $\mu = \mu_0 = 0$. Publicado em [Villar 2006].

Por questão de simetria entre sinal e complementar nos cálculos, a segunda e a terceira desigualdades resultam idênticas, $V_1 = V_2$. O resultado é apresentado na figura 5.5. Essas desigualdades são mais influenciadas pelas correlações existentes entre bombeio e cada um dos feixes gêmeos. Conforme já apontado pela figura 5.3, os termos $\Delta^2 \hat{p}_{0k}^+$ aproximam-se de shot noise, enquanto $\Delta^2 \hat{q}_{0k}^-$ apresenta squeezing. A correção proveniente do terceiro feixe contribui para diminuir um pouco o valor de V_1 . Ainda assim, a violação dessas desigualdades é menor que a violação de V_0 . O valor mínimo de V_1 ocorre em $\sigma \approx 1,5$ para baixas frequências de análise, sendo $V_1^{\text{min}} \approx 0,8$, ou 60% de squeezing (-4 dB). É simples mostrar que nessa situação os três campos de saída possuem fluxos médios similares de fótons, o que é geralmente favorável ao aumento de correlação.

5.4 Quantidade de emaranhamento tripartite

Uma forma de se estimar a importância do bombeio no emaranhamento total entre os três feixes é comparar uma grandeza quantificadora de emaranhamento nas situações em que bombeio é ou não incluído no cálculo. A **negatividade logarítmica** E_N , quantificadora de emaranhamento bipartite, é nula para sistemas separáveis e aumenta monotonicamente com a quantidade de emaranhamento [Vidal 2002]. Seu valor máximo para dado sistema é dado pela expressão

$$E_N = \max[-\log_2(\lambda_1 \lambda_2)/2, 0], \quad (5.4.1)$$

em que λ_1 e λ_2 são os dois menores autovalores da matriz de covariância do sistema considerado. Como vimos, estes fornecem as combinações de quadratura que resultam nas maiores quantidades de squeezing. Portanto, a negatividade assume valores positivos

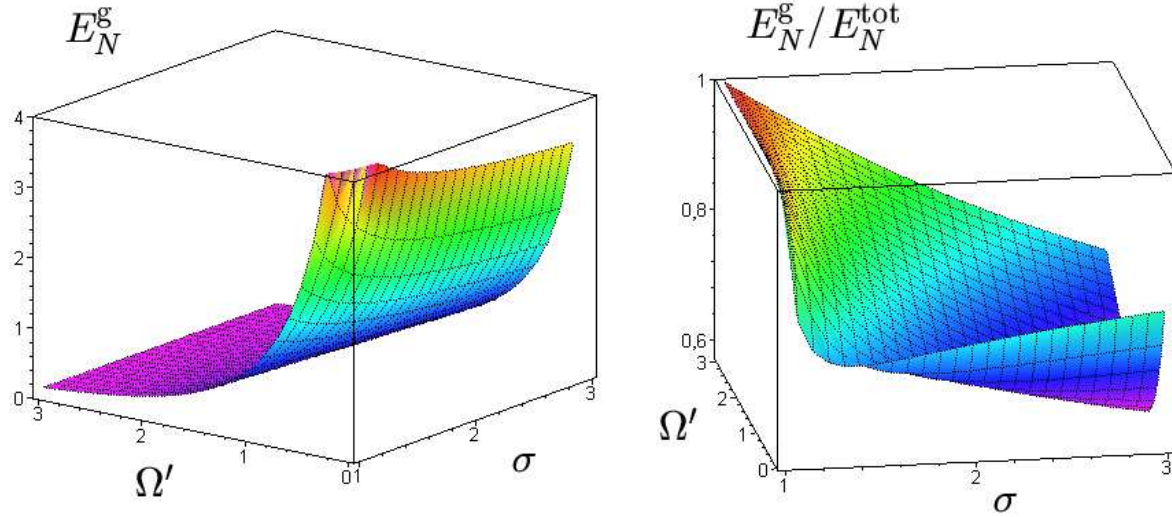


Figura 5.6: A negatividade logarítmica E_N^g quantifica o emaranhamento existente entre os feixes gêmeos. A razão E_N^g/E_N^{tot} mostra a fração do emaranhamento total de três feixes contida apenas no emaranhamento entre sinal e complementar.

somente se um dos autovalores é menor que 1, ou seja, apresenta squeezing.

Notemos que o critério de Duan *et al.* e Simon é mais restritivo para indicar o emaranhamento do que a negatividade logarítmica, uma vez que o primeiro se baseia numa soma de variâncias, enquanto esta última, num produto. Por exemplo, um estado cujas quadraturas conjugadas possuíssem variâncias iguais a 0,1 e 9, relativas ao shot noise, não violaria a desigualdade de Duan *et al.* e Simon, mas possuiria valor não-nulo de negatividade logarítmica.

Para o sistema formado apenas pelos feixes gêmeos, os dois menores autovalores da matriz de covariância são os próprios espectros de ruído $S_{\hat{p}_-}$ e $S_{\hat{q}_+}$. A inclusão do feixe de bombeio no sistema dá origem a uma nova quadratura ótima, formada pela soma das fases dos convertidos corrigida pela informação de fase do bombeio, $S'_{\hat{q}_+}$, igual ao autovalor da matriz delimitada pelo retângulo vermelho da expressão (5.1.3),

$$S'_{\hat{q}_+} = \frac{S_{\hat{q}_+} + S_{\hat{q}_0}}{2} - \sqrt{\left(\frac{S_{\hat{q}_+} + S_{\hat{q}_0}}{2}\right)^2 - S_{\hat{q}_+}S_{\hat{q}_0} + C_{\hat{q}_0\hat{q}_+}C_{\hat{q}_0\hat{q}_+}}. \quad (5.4.2)$$

Na figura 5.6 são apresentados E_N^g , que quantifica o emaranhamento apenas entre os feixes gêmeos,

$$E_N^g = -\frac{1}{2} \log_2(S_{\hat{p}_-}S_{\hat{q}_+}), \quad (5.4.3)$$

e a razão entre esta negatividade e E_N^{tot} , que inclui a correção proveniente do bombeio,

$$E_N^{\text{tot}} = -\frac{1}{2} \log_2(S_{\hat{p}_-}S'_{\hat{q}_+}). \quad (5.4.4)$$

A razão E_N^g/E_N^{tot} entre a negatividade logarítmica dos feixes gêmeos e do sistema de três feixes, apresentada na figura 5.6, fornece a fração do emaranhamento total que se

encontra presente em sinal e complementar apenas, ou, de forma contrária, a quantidade de emaranhamento desprezada ao se ignorar o feixe de bombeio.

Vê-se que, muito próximo ao limiar, todo o emaranhamento disponível está nos feixes sinal e complementar. Nesse caso, ganha-se pouco ao se incluir o bombeio no tratamento. Isso está de acordo com a interpretação física de que o bombeio passa a ser mais influenciado pela conversão paramétrica na medida em que uma fração maior de sua potência é convertida, uma vez que no limiar exato (e abaixo do limiar) o bombeio é muito pouco afetado pelos feixes gêmeos. Essa situação muda rapidamente com a potência de bombeio: para $\sigma > 1,2$, parte importante do emaranhamento se encontra unicamente no sistema de três feixes. Para potências de bombeio típicas usadas em nosso laboratório, $1 \leq \sigma \leq 2$, aproximadamente um terço da negatividade logarítmica seria acessível unicamente incluindo o bombeio refletido.

5.5 Proposta de medida

O emaranhamento tripartite pode ser medido com a mesma técnica utilizada no emaranhamento bipartite. Basta estender a montagem experimental para incluir uma cavidade de análise para o comprimento de onda do bombeio refletido. O aparato experimental é esquematizado na figura 5.7.

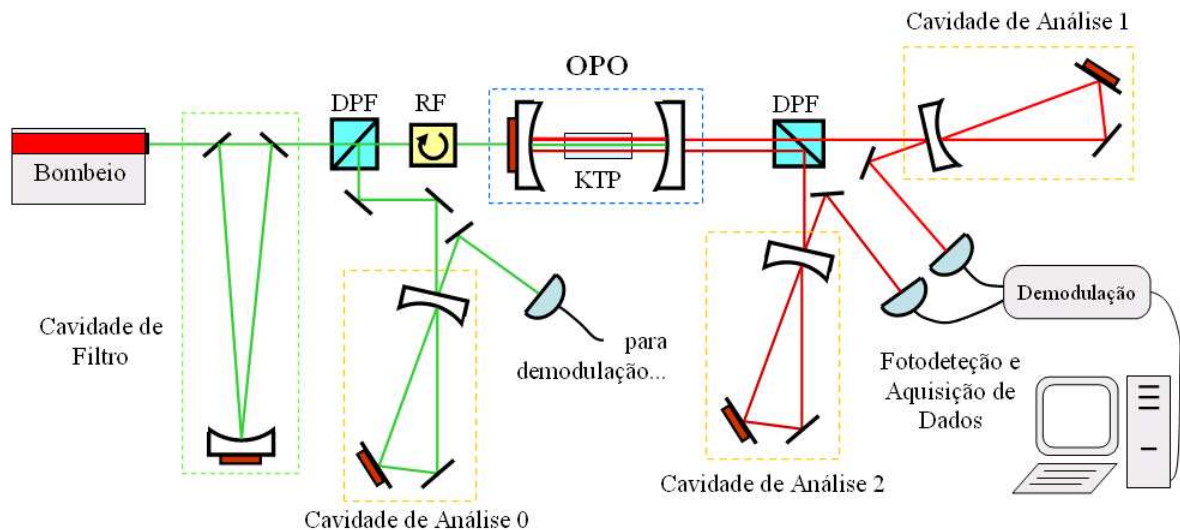


Figura 5.7: Esquema do aparato experimental proposto para a medida de emaranhamento tripartite. RF: rotator de Faraday; DPF: divisor polarizante de feixe.

A medida dos feixes convertidos segue o mesmo procedimento exposto na Seção 4.1. Quanto ao feixe de bombeio refletido, um rotator de Faraday (RF) e um divisor polarizante de feixe (DPF) separam-no do bombeio incidente: enquanto este é transmitido pelo DPF, aquele é refletido.

A quadratura fase é acessada com o uso de uma cavidade ótica para converter quadratura fase do feixe incidente em quadratura amplitude do feixe refletido (Seção 2.2). A medida de correlação tripartite de fases requer uma varredura síncrona das três cavidades de análise, de forma que todas meçam a mesma quadratura ao mesmo tempo. Como sincronizar três cavidades tende a ser mais crítico do que a sincronização de duas, o ideal seria realizar medidas com as três cavidades de análise travadas na mesma dessintonia apropriada. Alternativamente, a medida do ruído de quadratura do feixe de bombeio refletido poderia ser realizada com detecção homodina, uma vez que o oscilador local nesse comprimento de onda poderia provir de parte do feixe usado como bombeio do OPO.

Já existem resultados preliminares de nosso grupo mostrando a correlação quântica entre os três feixes [Cassemiro 2007a, Cassemiro 2007b], embora ainda insuficiente para caracterizar emaranhamento. Detalhes constarão na tese de doutorado de Katiúscia Nadyne Cassemiro [Cassemiro 2008].

* * *

A operação acima do limiar do OPO traz consigo correlações quânticas entre os três feixes macroscópicos envolvidos na conversão paramétrica, bombeio refletido e feixes gêmeos, tornando-os inseparáveis. O emaranhamento se concentra apenas em sinal e complementar muito próximo ao limiar, distribuindo-se entre os três feixes conforme se aumenta a potência de bombeio incidente.

Conclusão e Perspectivas

Nesta tese, mostramos que o oscilador paramétrico ótico, um dos sistemas mais conhecidos e utilizados para aplicações em informação quântica com variáveis contínuas, ainda apresenta algumas surpresas. Realizamos a primeira medida que comprova o emaranhamento entre os feixes gêmeos produzidos por um OPO acima do limiar, obtendo squeezing nos dois operadores tipo EPR: a subtração de intensidades, com o valor $\Delta^2\hat{p}_- = 0,49(1)$, e a soma das fases, com valor $\Delta^2\hat{q}_+ = 0,65(1)$. A soma dessas variâncias viola a desigualdade de Duan *et al.* e Simon, condição suficiente para demonstração de emaranhamento, com o valor $\Delta^2\hat{p}_- + \Delta^2\hat{q}_+ = 1,14(2) < 2$.

A demonstração experimental de emaranhamento no OPO acima do limiar inclui esse sistema no ferramental da área de informação quântica. Além do fato de serem feixes intensos, que prescindem de osciladores locais para se acessar sua informação de quadratura, uma importante característica desse sistema é a diferença de frequência ótica entre os campos emaranhados.

Além disso, mostramos teoricamente que esse emaranhamento se estende, na verdade, aos três feixes envolvidos no processo paramétrico, abrindo ampla possibilidade de distribuição de informação quântica entre regiões muito distantes do espectro.

Encontramos no caminho alguns comportamentos inesperados de nosso sistema, os quais explicamos qualitativamente através de uma modelagem *ad hoc* baseada nos fatos experimentais. Fez parte desse mesmo caminho a implementação de inúmeros aperfeiçoamentos no sistema, tornando nosso OPO uma fonte estável de feixes intensos emaranhados. Futuras melhorias incluem melhor estabilização da temperatura do cristal e melhor controle sobre as dessintonias do OPO.

Resta caracterizar melhor o inesperado excesso de ruído presente nas fases de sinal e complementar, em função de diversos parâmetros do experimento (frequência de análise, temperatura do cristal, potência de bombeio etc), a fim de determinar sua origem última. A modelagem física precisa desse ruído poderia permitir contorná-lo ou até, com um pouco de sorte, extingui-lo.

Divisamos uma série de aplicações no curto e longo prazos. Dentre as mais imediatas está, em primeiro lugar, a observação experimental do emaranhamento tripartite, seguida pela implementação, usando os feixes gêmeos, do protocolo de Silberhorn *et al.* [Silberhorn 2002] para distribuição de chaves quânticas com variáveis contínuas, porém

sem necessidade de osciladores locais. Esse protocolo de criptografia pode ser ainda modificado para incluir as correlações disponíveis com o feixe de bombeio, de forma a fazer uso do emaranhamento tripartite. Está sendo atualmente investigado pelo nosso grupo se isso traria ganho de segurança.

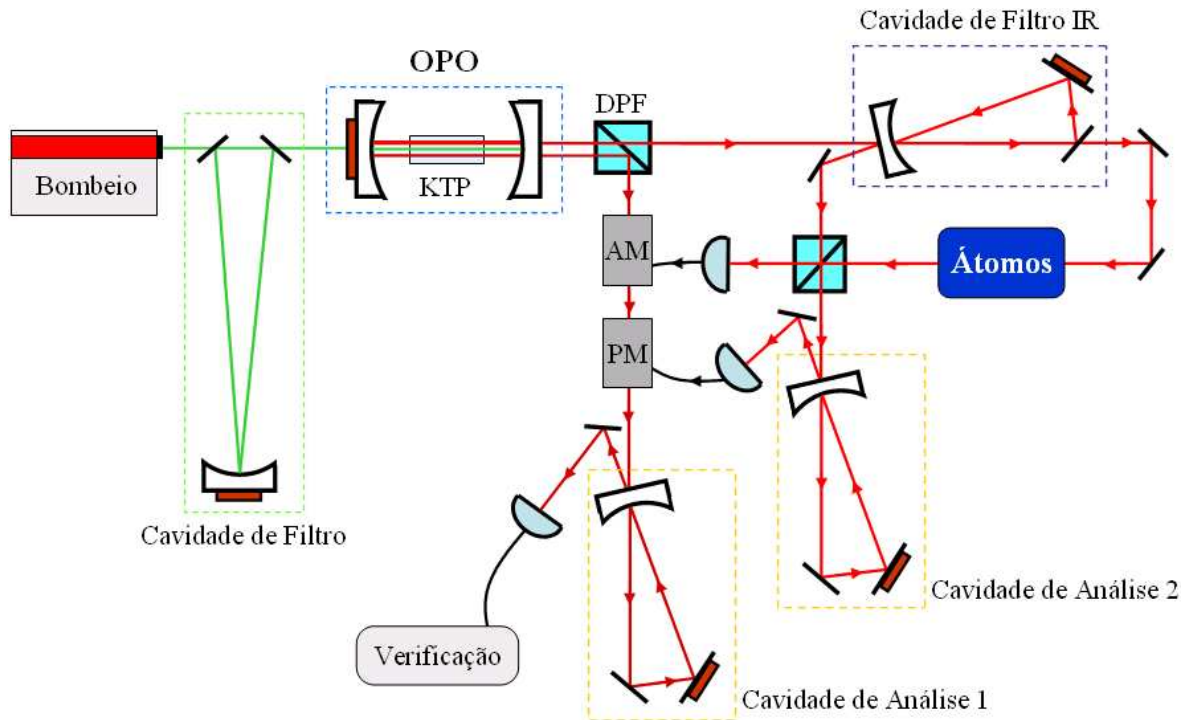


Figura 5.8: Esquema do aparato experimental necessário para a realização de teletransporte. Nesse exemplo, o estado quântico $|\Psi\rangle$ é criado pela interação do feixe filtrado $|\alpha\rangle$ com um vapor de átomos. AM: modulação de amplitude; PM: modulação de fase; DPF: divisor polarizante de feixes.

O teletransporte entre cores diferentes, cujo aparato de medida é esquematizado na figura 5.8, pode ser realizado em médio prazo. Uma cavidade ótica (‘Cavidade de Filtro IR’ da figura) é incluída na montagem com a finalidade de separar uma fração da portadora central de um dos feixes convertidos, transmitindo um estado coerente e refletindo as bandas laterais que carregam o emaranhamento com o outro feixe convertido. Com isso, obteríamos dois feixes quânticos emaranhados e um terceiro feixe, coerente e sintonizado na frequência de um dos feixes emaranhados, cujo estado seria manipulado, criando o estado $|\Psi\rangle$, e teletransportado. A manipulação poderia ser modulá-lo em fase e amplitude, deslocando-o no espaço de fase, ou fazendo-o interagir com algum outro sistema, tal como o vapor de átomos mostrado na figura, que lhe torne um campo com squeezing. O teletransporte em si seria realizado pela interferência desse feixe com o feixe convertido do qual foi retirado. Os resultados de medidas simultâneas de intensidade e fase dos feixes resultantes da interferência seriam usados para modular o segundo feixe convertido em amplitude e fase, respectivamente, a fim de nele reconstruir o estado $|\Psi\rangle$.

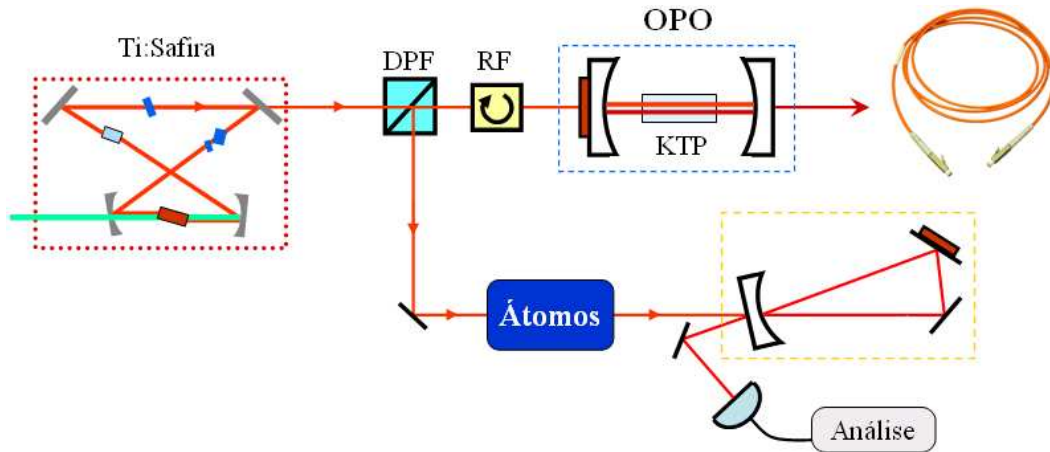


Figura 5.9: Esquema do aparato experimental que permitiria o acoplamento de informação quântica entre átomos e luz enviada por uma fibra ótica.

No longo prazo, o emaranhamento entre três feixes de luz com cores diferentes, após ser demonstrado experimentalmente, abre perspectivas muito interessantes no que concerne a redes de informação quântica. O uso dessa propriedade permite transferir informação entre modos diferentes do campo, desta maneira possibilitando a comunicação quântica entre diversos sistemas físicos. Uma aplicação de longo prazo é descrita a seguir. O emaranhamento tripartite poderia ser usado para transferir informação entre uma célula de vapor atômico e fibras óticas, tal como esquematizado na figura 5.9. Para tanto, seria necessária a construção de um OPO compatível com bombeio no comprimento de onda dos átomos, em torno de 780 nm. O feixe de bombeio refletido pelo OPO, emaranhado aos feixes convertidos, seria posto para interagir com os átomos, transferindo a esses o emaranhamento. Com isso, os feixes gêmeos, com comprimentos de onda em torno de 1550 nm, ficariam emaranhados aos átomos, podendo ser enviados por fibras óticas. Esse sistema escalável permite a comunicação entre a nuvem de vapor atômico (usada, por exemplo, como memória quântica) e outro sistema físico com o qual se realizasse o mesmo esquema de transferência de emaranhamento. Uma demonstração de princípio desse experimentos poderia, numa segunda etapa, dar origem à primeira realização de comunicação quântica entre espécies atômicas diferentes.

Esse mesmo experimento poderia ser realizado considerando somente os dois feixes convertidos. Um deles interagiria com uma espécie atômica, de forma que o emaranhamento entre átomos e campo pudesse ser transferido para o outro feixe convertido. Essa experiência requereria a construção de um OPO com bombeio de cor azul. Embora pareça mais simples que o anterior, as dificuldades em se travar um dos feixes convertidos na linha atômica são muito maiores que travar o bombeio, pois este seria um laser de Ti:Safira, relativamente fácil de sintonizar com grande precisão.

Em conclusão, a demonstração experimental de emaranhamento no OPO acima do

limiar, passando pela compreensão e domínio de diversas dificuldades encontradas, permitiu vencer um antigo desafio, pendente desde 1988 [Reid 1988]. Juntamente com a previsão teórica de emaranhamento tripartite, tornaram-se factíveis diversas aplicações desse sistema na promissora área de informação quântica.

Referências

- [Abramowitz 1965] M. Abramowitz e I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions* (Dover, 1965).
- [Adesso 2006] G. Adesso, “Entanglement of Gaussian States”, Tese de Doutorado (Università degli Studi di Salerno, 2006).
- [Aharonov 1981] Y. Aharonov e D. Z. Albert, “Can we make sense out of the measurement process in relativistic quantum mechanics?”, *Phys. Rev. D* **24**, 359 (1981).
- [Almeida 2007] M. P. Almeida, J. A. O. Huguenin, P. H. Souto Ribeiro e A. Z. Khoury, “Theoretical investigation of Moiré patterns in quantum images”, *J. Mod. Opt.* **53**, 777 (2007).
- [Andersen 2005] U. L. Andersen, V. Jossee e G. Leuchs, “Unconditional Quantum Cloning of Coherent States with Linear Optics”, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 240503 (2005).
- [Aspect 1981] A. Aspect, P. Grangier e G. Roger, “Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell’s Theorem”, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460 (1981).
- [Aspect 1982] A. Aspect, J. Dalibard e G. Roger, “Experimental Test of Bell’s Inequalities Using Time-Varying Analyzers”, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982).
- [Aspect 1999] A. Aspect, “Bell’s inequality test: more ideal than ever”, *Nature* **398**, 189 (1999).
- [Aspect 2007] A. Aspect, “Quantum mechanics: To be or not to be local”, *Nature* **446**, 866 (2007).
- [Bachor 1998] H. A. Bachor, *A Guide to Experiments in Quantum Optics* (Wiley-CVH, 1998).
- [Barrett 2004] M. D. Barrett, J. Chiaverini, T. Schaetz, J. Britton, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, D. Leibfried, R. Ozeri e D. J. Wineland, “Deterministic quantum teleportation of atomic qubits”, *Nature* **429**, 737 (2004).

- [Bartlett 2002] S. D. Bartlett, B. C. Sanders, S. L. Braunstein e K. Nemoto, “Efficient Classical Simulation of Continuous Variable Quantum Information Processes”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 097904 (2002).
- [Bass 1962] M. Bass, P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters e G. Weinreich, “Optical mixing”, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 18 (1962).
- [Bell 1964] J. S. Bell, “On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox”, *Physics* **1**, 195 (1964).
- [Bell 1966] J. S. Bell, “On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics”, *Rev. Mod. Phys.* **38**, 447 (1966).
- [Bell 1981] J. S. Bell, *J. Phys. (Paris), Colloq., Suppl. 3*, **C2**, 41 (1981), reimpresso em *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics* (Cambridge University Press, 1987), pág. 139.
- [Bennett 1984] C. H. Bennett e G. Brassard, “Quantum Cryptography: Public Key Distribution and Coin Tossing”. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing* (IEEE, New York, 1984), pág. 175.
- [Bennett 1992] C. H. Bennett e S. J. Wiesner, “Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states”, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2881 (1992).
- [Bennett 1993] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres e W. K. Wootters, “Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
- [Bennett 1996] C. H. Bennett, H. J. Bernstein, S. Popescu e B. Schumacher, “Concentrating partial entanglement by local operations”, *Phys. Rev. A* **53**, 2046 (1996).
- [Bennett 2000] C. H. Bennett e D. P. DiVincenzo, “Quantum information and computation”, *Nature* **404**, 247 (2000).
- [Berthet 2002] R. Berthet, A. Petrosyan e B. Roman, “An analog experiment of the parametric instability”, *Am. J. Phys.* **70**, 744 (2002).
- [Bohm 1951] D. Bohm, *Quantum Theory* (Prentice-Hall Inc., 1951), pág. 614.
- [Bohm 1952a] D. Bohm, “A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of ‘Hidden’ Variables. I”, *Phys. Rev.* **85**, 166 (1952).
- [Bohm 1952b] D. Bohm, “A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of ‘Hidden’ Variables. II”, *Phys. Rev.* **85**, 180 (1952).
- [Bohm 1957] D. Bohm e Y. Aharonov, “Discussion of experimental proof for the paradox of Einstein, Rosen, and Podolsky”, *Phys. Rev.* **108**, 1070 (1957).

- [Bohr 1949] N. Bohr, “Discussion with Einstein on epistemological problems in atomic physics”. In *Quantum Theory and Measurement*, J. A. Wheeler e H. Zurek, eds., (Princeton University Press, 1983), pág. 9.
- [Bohr 1935] N. Bohr, “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?”, *Phys. Rev.* **48**, 696 (1935).
- [Boulanger 1994] B. Boulanger, M. M. Fejer, R. Blachman e P. F. Bordui, “Study of KTiOPO4 gray-tracking at 1064, 532, and 355 nm”, *Appl. Phys. Lett.* **65**, 2401 (1994).
- [Brassard 2005] B. Brassard, “Is information the key?”, *Nat. Phys.* **1**, 2 (2005).
- [Braunstein 1998] S. L. Braunstein e H. J. Kimble, “Teleportation of Continuous Quantum Variables” *Phys. Rev. Lett.* **80**, 869 (1998)
- [Braunstein 2000a] S. L. Braunstein e H. J. Kimble, “Dense coding for continuous variables”, *Phys. Rev. A* **61**, 042302 (2000).
- [Braunstein 2000b] S. L. Braunstein, C. A. Fuchs e H. J. Kimble, “Criteria for continuous-variable quantum teleportation”, *J. Mod. Opt.* **47**, 267 (2000).
- [Braunstein 2005] S. L. Braunstein e P. van Loock, “Quantum information with continuous variables”, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 513 (2005).
- [Brune 1987] M. Brune, J. M. Raimond, P. Goy, L. Davidovich e S. Haroche, “Realization of a two-photon maser oscillator”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1899 (1987).
- [Brune 1992] M. Brune, S. Haroche, J. M. Raimond, L. Davidovich e N. Zagury, “Manipulation of photons in a cavity by dispersive atom-field coupling: Quantum-nondemolition measurements and generation of ‘Schrödinger cat’ states”, *Phys. Rev. A* **45**, 5193 (1992).
- [Burnham 1970] D. C. Burnham e D. L. Weinberg, “Observation of Simultaneity in Parametric Production of Optical Photon Pairs”, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 84 (1970).
- [Bužek 1996] V. Bužek e M. Hillery, “Quantum copying: Beyond the no-cloning theorem”, *Phys. Rev. A* **54**, 1844 (1996).
- [Cahill 1969] K. E. Cahill e R. J. Glauber, “Density Operators and Quasiprobability Distributions”, *Phys. Rev.* **177**, 1882 (1969).
- [Cassemiro 2007a] K. N. Cassemiro, A. S. Villar, P. Valente, M. Martinelli e P. Nussenzveig, “Experimental observation of three-color optical quantum correlations”, *Opt. Lett.* **32**, 695 (2007).

- [Cassemiro 2007b] K. N. Cassemiro, A. S. Villar, M. Martinelli, e P. Nussenzveig, “The quest for three-color entanglement: experimental investigation of new multipartite quantum correlations,” *Opt. Express* **15**, 18236 (2007).
- [Cassemiro 2008] K. N. Cassemiro, “Correlações Quânticas Multicolores no Oscilador Paramétrico Ótico”, Tese de Doutorado (Universidade de São Paulo, 2008).
- [Cerf 2000] N. J. Cerf, A. Ipe e X. Rottenberg, “Cloning of Continuous Quantum Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1754 (2000).
- [Cerletti 2005] V. Cerletti, W. A. Coish, O. Gywat e D. Loss, “Recipes for spin-based quantum computing”, *Nanotechnology* **16**, R27 (2005).
- [Cirac 1997] J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble e H. Mabuchi, “Quantum State Transfer and Entanglement Distribution among Distant Nodes in a Quantum Network”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3221 (1997).
- [Cirac 1995] J. I. Cirac e P. Zoller, “Quantum Computations with Cold Trapped Ions”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4091 (1995).
- [Clauser 1969] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony e R. A. Holt, “Proposed experiment to test local hidden-variable theories”, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880 (1969).
- [Clauser 1978] J. F. Clauser e A. Shimony, “Bell’s theorem: experimental tests and implications”, *Rep. Prog. Phys.* **41**, 1881 (1978).
- [Cohen-Tannoudji 1977] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu e F. Laloë, *Quantum Mechanics*, Vol. 1 (Wiley Interscience, 1977).
- [Cohen-Tannoudji 2004] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc e G. Grynberg, *Photons & Atoms* (Wiley-VCH, 2004).
- [Collins 1960] R. J. Collins, D. F. Nelson, A. L. Schawlow, W. Bond, C. G. B. Garrett e W. Kaiser, “Coherence, Narrowing, Directionality, and Relaxation Oscillations in the Light Emission from Ruby”, *Phys. Rev. Lett.* **5**, 303 (1960).
- [Comun. part. com C. Fabre] Comunicação particular com Claude Fabre.
- [Comun. part. com O. Pfister] Comunicação particular com Olivier Pfister.
- [Courtois 1991] J. Y. Courtois, A. Smith, C. Fabre e S. Reynaud, “Phase Diffusion and Quantum Noise in the Optical Parametric Oscillator: A Semiclassical Approach”, *J. Mod. Opt.* **38**, 177 (1991).

- [Debuisschert 1993] T. Debuisschert, A. Sizmann, E. Giacobino e C. Fabre, “Type-II continuous-wave optical parametric oscillators: oscillation and frequency-tuning characteristics”, *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 1668 (1993).
- [Dechoum 2004] K. Dechoum, P. D. Drummond, S. Chaturvedi e M. D. Reid, “Critical fluctuations and entanglement in the nondegenerate parametric oscillator”, *Phys. Rev. A* **70**, 053807 (2004).
- [Dehlinger 2002] D. Dehlinger e M. W. Mitchell, “Entangled photons, nonlocality, and Bell inequalities in the undergraduate laboratory”, *Am. J. Phys.* **70**, 903 (2002).
- [Delaubert 2006] V. Delaubert, N. Treps, M. Lassen, C. C. Harb, C. Fabre, P. K. Lam e H. A. Bachor, “TEM10 homodyne detection as an optimal small-displacement and tilt-measurement scheme”, *Phys. Rev. A* **74**, 053823 (2006).
- [DiVincenzo 1995] D. P. DiVincenzo, “Quantum Computation”, *Science* **270**, 255 (1995).
- [DiVincenzo 2000] D. P. DiVincenzo, “The physical implementation of quantum computation”, *Fortschr. Phys.* **48**, 771 (2000).
- [Drummond 1990] P. D. Drummond e M. D. Reid, “Correlations in nondegenerate parametric oscillation. II. Below threshold results”, *Phys. Rev. A* **41**, 3930 (1990).
- [Duan 2000] L. M. Duan, G. Giedke, J. I. Cirac e P. Zoller, “Inseparability Criterion for Continuous Variable Systems”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2722 (2000).
- [Einstein 1905] A. Einstein, “Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt”, *Ann. d. Physik* **322**, 132 (1905).
- [Einstein 1935] A. Einstein, B. Podolsky e N. Rosen, “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?”, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
- [Ekert 1991] A. K. Ekert, “Quantum cryptography based on Bell’s theorem”, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 661 (1991).
- [Englert 1999] B. G. Englert, M. O. Scully e H. Walther, “Quantum erasure in double-slit interferometers with which-way detectors”, *Am. J. Phys.* **67**, 325 (1999).
- [Fabre 1990] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, L. Lugiato, S. Reynaud, M. Vadamchino e W. Kaige “Squeezing in detuned degenerate optical parametric oscillators”, *Quantum Opt.* **2**, 159 (1990).
- [Feng 2004] S. Feng e O. Pfister, “Quantum Interference of Ultrastable Twin Optical Beams”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 203601 (2004).

- [Feynman 1982] R. Feynman, *Int. J. Theor. Phys.* **21**, 467 (1982).
- [Forcer 2003] T. M. Forcer, A. J. G. Hey, D. A. Ross e P. G. R. Smith, “Superposition, entanglement and quantum computation”, *Quantum Inform. Compu.* **3**, 55 (2003).
- [Franken 1961] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters e G. Weinreich, “Generation of optical harmonics”, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 118 (1961).
- [Freedman 1972] S. J. Freedman e J. F. Clauser, “Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories”, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 938 (1972).
- [Friberg 1985] S. Friberg, C. K. Hong e L. Mandel, “Measurement of Time Delays in the Parametric Production of Photon Pairs”, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2011 (1985).
- [Fry 1976] E. S. Fry e R. C. Thompson, “Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories”, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 465 (1976).
- [Furusawa 1998] A. Furusawa, J. L. Sørensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble e E. S. Polzik, “Unconditional Quantum Teleportation”, *Science* **282**, 706 (1998).
- [Galatola 1991] P. Galatola, L. A. Lugiato, M. G. Porreca, P. Tombesi e G. Leuchs, “System control by variation of the squeezing phase”, *Opt. Commun.* **85**, 95 (1991).
- [García-Patrón 2004] R. García-Patrón, J. Fiurásek, N. J. Cerf, J. Wenger, R. Tualle-Brouri e P. Grangier, “Proposal for a Loophole-Free Bell Test Using Homodyne Detection”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 130409 (2004).
- [Gardiner 1991] C. W. Gardiner, *Quantum Noise* (Springer Verlag, 1991).
- [Gerlach 1922] W. Gerlach e O. Stern, “Der Experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld”, *Z. Phys.* **9**, 349 (1922); *ibid.*, “Der Experimentelle Nachweis des Magnetischen Moments des Silberatoms”, *Z. Phys.* **8**, 110 (1921).
- [Gershenfeld 1997] N. A. Gershenfeld e I. L. Chuang, “Bulk Spin-Resonance Quantum Computation”, *Science* **275**, 350 (1997).
- [Giordmaine 1965] J. A. Giordmaine e R. C. Miller, “Tunable coherent parametric oscillation in LiNbO₃ at optical frequencies”, *Phys. Rev. Lett.* **14**, 973 (1965).
- [Glauber 1963a] R. Glauber, “The Quantum Theory of Optical Coherence”, *Phys. Rev.* **130**, 2529 (1963).
- [Glauber 1963b] R. J. Glauber, “Coherent and Incoherent States of the Radiation Field”, *Phys. Rev.* **131**, 2766 (1963).

- [Gleason 1957] A. M. Gleason, “Measures on the closed subspaces of a Hilbert space”, *J. Math. Mech.* **6**, 885 (1957).
- [Glöckl 2004] O. Glöckl, U. L. Andersen, S. Lorenz, Ch. Silberhorn, N. Korolkova e G. Leuchs, “Sub-shot-noise phase quadrature measurement of intense light beams”, *Opt. Lett.* **29**, 1936 (2004).
- [Glöckl 2006] O. Glöckl, U. L. Andersen e G. Leuchs, “Verifying continuous-variable entanglement of intense light pulses”, *Phys. Rev. A* **73**, 012306 (2006).
- [Greenberger 1989] D. M. Greenberger, M. Horne e A. Zeilinger, “Going beyond Bell’s theorem”, in *Bell’s Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe*, M. Kafatos, ed., (Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands, 1989), pág. 73-76.
- [Greenberger 1990] D. M. Greenberger, M. A. Horne, A. Shimony e A. Zeilinger, “Bell’s theorem without inequalities”, *Am. J. Phys.* **58**, 1131 (1990).
- [Gröblacher 2007] S. Gröblacher, T. Paterek, R. Kaltenbaek, Č. Brukner, M. Żukowski, M. Aspelmeyer e A. Zeilinger, “An experimental test of non-local realism”, *Nature* **446**, 871 (2007).
- [Grosshans 2003] F. Grosshans, G. Van Assche, J. Wenger, R. Brouri, N. J. Cerf e P. Grangier, “Quantum key distribution using gaussian-modulated coherent states”, *Nature* **421**, 238 (2003).
- [Grynberg 1997] G. Grynberg, A. Aspect e C. Fabre, *Introduction aux Lasers et à L’Optique Quantique* (Ellipses, 1997).
- [Häffner 2006] H. Häffner, W. Hänsel, C. F. Roos, J. Benhelm, D. Chek-al-kar, M. Chwalla, T. Körber, U. D. Rapol, M. Riebe, P. O. Schmidt, C. Becher, O. Gühne, W. Dür e R. Blatt, “Scalable multiparticle entanglement of trapped ions”, *Nature* **438**, 643 (2006).
- [Haken 1975] H. Haken, “Cooperative phenomena in systems far from thermal equilibrium and in nonphysical systems”, *Rev. Mod. Phys.* **47**, 67 (1975).
- [Hall 1962] R. N. Hall, G. E. Fenner, J. D. Kingsley, T. J. Soltys e R. O. Carlson, “Coherent Light Emission From GaAs Junctions”, *Phys. Rev. Lett.* **9**, **366** (1962); M. I. Nathan, W. P. Dumke, G. Burns, F. H. Dill e G. Lasher, “Stimulated emission of radiation from GaAs p-n junctions”, *Appl. Phys. Lett.* **1**, 62 (1962).
- [Haroche 2006] S. Haroche e J. M. Raimond, *Exploring the Quantum: Atoms, Cavities, and Photons* (Oxford University Press, 2006).

- [Hasegawa 2003] Y. Hasegawa, R. Loidl, G. Badurek, M. Baron e H. Rauch, “Violation of a Bell-like inequality in single-neutron interferometry”, *Nature* **425**, 45 (2003).
- [Hasegawa 2006] Y. Hasegawa, R. Loidl, G. Badurek, M. Baron e H. Rauch, “Quantum Contextuality in a Single-Neutron Optical Experiment”, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 230401 (2006).
- [Heidmann 1987] A. Heidmann, R. J. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, C. Fabre e G. Camy, “Observation of Quantum Noise Reduction on Twin Laser Beams”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2555 (1987).
- [Heisenberg 1927] W. Heisenberg, “Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik”, *Z. Phys.* **43**, 172 (1927). Tradução para o inglês: In *Quantum Theory and Measurement*, J. A. Wheeler e H. Zurek, eds., (Princeton University Press, 1983), pág. 62.
- [Hennesy 2007] K. Hennessy, A. Badolato, M. Winger, D. Gerace, M. Atatüre, S. Gulde, S. Fält, E. L. Hu e A. Imamoglu, “Quantum nature of a strongly coupled single quantum dot-cavity system”, *Nature* **445**, 896 (2007).
- [Hertz 1887] H. Hertz, “Über einen Einfluss des ultravioletten Lichtes auf die elektrische Entladung”, *Ann. d. Physik* **267**, 983 (1887).
- [Herzog 1995] T. J. Herzog, P. G. Kwiat, H. Weinfurter e A. Zeilinger, “Complementarity and the Quantum Eraser”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3034 (1995).
- [Hillery 1999] M. Hillery, V. Bužek e A. Berthiaume, “Quantum secret sharing”, *Phys. Rev. A* **59**, 1829 (1999).
- [Howell 2004] J. C. Howell, R. S. Bennink, S. J. Bentley e R. W. Boyd, “Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox Using Momentum and Position-Entangled Photons from Spontaneous Parametric Down Conversion”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 210403 (2004).
- [Huang 1992] J. Huang e P. Kumar, “Observation of quantum frequency conversion”, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2153 (1992).
- [Hyllus 2006] P. Hyllus e J. Eisert, “Optimal entanglement witnesses for continuous-variable systems”, *New J. Phys.* **8**, 51 (2006).
- [Jacques 2007] V. Jacques, E. Wu, F. Grosshans, F. Treussart, P. Grangier, A. Aspect e J. F. Roch, “Experimental Realization of Wheeler’s Delayed-Choice Gedanken Experiment”, *Science* **315**, 966 (2007).

- [Javan 1961] A. Javan, W. R. Bennett e D. R. Herriott, “Population Inversion and Continuous Optical Maser Oscillation in a Gas Discharge Containing a He-Ne Mixture”, *Phys. Rev. Lett.* **6**, 106 (1961).
- [Jia 2004] X. Jia, X. Su, Q. Pan, J. Gao, C. Xie e K. Peng, “Experimental Demonstration of Unconditional Entanglement for Continuous Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 250503 (2004).
- [Jing 2002] J. Jing, J. Zhang, Y. Yan, F. Zhao, C. Xie e K. Peng, “Experimental Demonstration of Tripartite Entanglement and Controlled Dense Coding for Continuous Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 167903 (2002).
- [Jing 2006] J. Jing, S. Feng, R. Bloomer e O. Pfister, “Experimental continuous-variable entanglement from a phase-difference-locked optical parametric oscillator”, *Phys. Rev. A* **74**, 041804(R) (2006).
- [Jozsa 2003] R. Jozsa e N. Linden, “On the role of entanglement in quantum-computational speed-up”, *Proc. R. Soc. A* **459**, 2011 (2003).
- [Julsgaard 2001] B. Julsgaard, A. Kozhekin e E. S. Polzik, “Experimental long-lived entanglement of two macroscopic objects”, *Nature* **413**, 400 (2001).
- [Kane 1998] B. E. Kane, “A silicon-based nuclear spin quantum computer”, *Nature* **393**, 133 (1998).
- [Kasai 1997] K. Kasai, J. R. Gao e C. Fabre, “Observation of squeezing using cascaded nonlinearity”, *Europhys. Lett.* **40**, 25 (1997).
- [Kielpinski 2002] D. Kielpinski, C. Monroe e D. J. Wineland, “Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer”, *Nature* **417**, 709 (2002).
- [Knill 2001] E. Knill, R. Laflamme e G. J. Milburn, “A scheme for efficient quantum computation with linear optics”, *Nature* **409**, 46 (2001).
- [Kochen 1967] S. Kochen e E. P. Specker, “The problem of hidden variables in quantum mechanics”, *J. Math. Mech.* **17**, 59 (1967).
- [Kocher 1967] C. A. Kocher e E. D. Commins, “Polarization Correlation of Photons Emitted in an Atomic Cascade”, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 575 (1967).
- [Koppens 2006] F. H. L. Koppens, C. Buizert, K. J. Tielrooij, I. T. Vink, K. C. Nowack, T. Meunier, L. P. Kouwenhoven e L. M. K. Vandersypen, “Driven coherent oscillations of a single electron spin in a quantum dot”, *Nature* **422**, 766 (2006).

- [Kroll 1962] N. M. Kroll, “Parametric Amplification in Spatially Extended Media and Application to the Design of Tuneable Oscillators at Optical Frequencies”, *Phys. Rev.* **127**, 1207 (1962).
- [Kumar 1990] P. Kumar, “Quantum frequency conversion”, *Opt. Lett.* **15**, 1476 (1990).
- [Lamehi-Rachti 1976] M. Lamehi-Rachti e W. Mittig, “Quantum mechanics and hidden variables: A test of Bell’s inequality by the measurement of the spin correlation in low-energy proton-proton scattering”, *Phys. Rev. D* **14**, 2543 (1976).
- [Lance 2004] A. M. Lance, T. Symul, W. P. Bowen, B. C. Sanders e P. K. Lam, “Tripartite Quantum State Sharing”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 177903 (2004).
- [Laurat 2004] J. Laurat, “États non-classiques et intrication en variables continues à l’aide d’un oscillateur paramétrique optique”, Tese de Doutorado (Université Paris VI, 2004).
- [Laurat 2005a] J. Laurat, L. Longchambon, C. Fabre e T. Coudreau, “Experimental investigation of amplitude and phase quantum correlations in a type II optical parametric oscillator above threshold: from nondegenerate to degenerate operation”, *Opt. Lett.* **30**, 1177 (2005).
- [Laurat 2005b] J. Laurat, T. Coudreau, G. Keller, N. Treps e C. Fabre, “Effects of mode coupling on the generation of quadrature Einstein-Podolsky-Rosen entanglement in a type-II optical parametric oscillator below threshold”, *Phys. Rev. A* **71**, 022313 (2005).
- [Levenson 1985] M. D. Levenson, R. M. Shelby, A. Aspect, M. Reid e D. F. Walls, “Generation and detection of squeezed states of light by nondegenerate four-wave mixing in an optical fiber”, *Phys. Rev. A* **32**, 1550 (1985).
- [Li 2002] X. Li, Q. Pan, J. Jing, J. Zhang, C. Xie e K. Peng, “Quantum Dense Coding Exploiting a Bright Einstein-Podolsky-Rosen Beam”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 047904 (2002).
- [Lloyd 1999] S. Lloyd e S. L. Braunstein, “Quantum Computation over Continuous Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1784 (1999).
- [Lodahl 2003] P. Lodahl, “Einstein-Podolsky-Rosen correlations in second-harmonic generation”, *Phys. Rev. A* **68**, 023806 (2003).
- [Loss 1998] D. Loss e D. P. DiVincenzo, “Quantum computation with quantum dots”, *Phys. Rev. A* **57**, 120 (1998).

- [Lugiato 1988] L. A. Lugiato, C. Oldano, C. Fabre, E. Giacobino e R. J. Horowicz, “Bistability, self-pulsing and chaos in optical parametric oscillators”, *Nuovo Cimento D* **10**, 959 (1988).
- [Lugiato 1993] L. A. Lugiato e A. Gatti, “Spatial structure of a squeezed vacuum”, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3868 (1993).
- [MagiQ, IdQuantique] <http://www.magiqtech.com> e <http://www.idquantique.com/>.
- [Maia Neto 1992] P. A. Maia Neto e L. Davidovich, “Quantum noise reduction in two-photon oscillators”, *Phys. Rev. A* **45**, 3139 (1992).
- [Maiman 1960] T. H. Maiman, “Stimulated optical radiation in Ruby”, *Nature* **187**, 493 (1960).
- [Mandel 1995] L. Mandel e E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, 1995).
- [Marcikic 2003] I. Marcikic, H. de Riedmatten, W. Tittel, H. Zbinden e N. Gisin, “Long-distance teleportation of qubits at telecommunication wavelengths”, *Nature* **421**, 209 (2003).
- [Martinelli 2002] M. Martinelli, “Compressão de Ruído Quântico e Efeitos Transversos em Osciladores Paramétricos Óticos”, Tese de Doutorado (Universidade de São Paulo, 2002). [Disponível em: <http://fep.if.usp.br/~lmca1>]
- [Martinelli 2003] M. Martinelli, N. Treps, S. Ducci, S. Gigan, A. Maître e C. Fabre, “Experimental study of the spatial distribution of quantum correlations in a confocal optical parametric oscillator”, *Phys. Rev. A* **67**, 023808 (2003).
- [Martinelli 2004] M. Martinelli, J. A. O. Huguenin, P. Nussenzeig e A. Z. Khoury, “Orbital angular momentum exchange in an optical parametric oscillator”, *Phys. Rev. A* **70**, 013812 (2004).
- [Mason 1998] E. J. Mason e N. C. Wong, “Observation of two distinct phase states in a self-phase-locked type II phase-matched opticalparametric oscillator”, *Opt. Lett.* **23**, 1733 (1998).
- [Mathieu 1868] E. Mathieu, “Mémoire sur le mouvement vibratoire d’une membrane de forme elliptique”, *J. Math. Pure Appl.* **13**, 137 (1868).
- [Mehring 2007] M. Mehring, K. Müller, I. Sh. Averbukh, W. Merkel e W. P. Schleich, “NMR Experiment Factors Numbers with Gauss Sums”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 120502 (2007).

- [Melde 1860] F. Melde, “Über die Erregung stehender Wellen eines fadenförmigen Körpers” *Ann. Phys. Chem.* **187**, 513 (1860).
- [Menicucci 2006] N. C. Menicucci, P. van Loock, M. Gu, C. Weedbrook, T. C. Ralph e M. A. Nielsen, “Universal Quantum Computation with Continuous-Variable Cluster States”, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 110501 (2006).
- [Mermin 1981] N. D. Mermin, “Bringing home the atomic world: Quantum mysteries for anybody”, *Am. J. Phys.* **49**, 940 (1981).
- [Mermin 1990a] N. D. Mermin, “Quantum mysteries revisited”, *Am. J. Phys.* **58**, 731 (1990).
- [Mermin 1990b] N. D. Mermin, “Extreme quantum entanglement in a superposition of macroscopically distinct states”, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1838 (1990).
- [Mermin 1990c] N. D. Mermin, “Simple unified form for the major no-hidden-variables theorems”, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3373 (1990).
- [Mermin 1993] N. D. Mermin, “Hidden variables and the two theorems of John Bell”, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 803 (1993).
- [Michler 2000] M. Michler, H. Weinfurter e M. Żukowski, “Experiments towards Falsification of Noncontextual Hidden Variable Theories”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5457 (2000).
- [Mooij 1999] J. E. Mooij, T. P. Orlando, L. Levitov, L. Tian, C. H. van der Wal e S. Lloyd, “Josephson Persistent-Current Qubit”, *Science* **285**, 1036 (1999).
- [Moulton 1986] P. F. Moulton, “Spectroscopic and laser characteristics of Ti:Al₂O₃”, *J. Opt. Soc. Am. B* **3**, 125 (1986).
- [Neves 2005] L. Neves, G. Lima, J. G. Aguirre Gómez, C. H. Monken, C. Saavedra e S. Pádua, “Generation of Entangled States of Qudits using Twin Photons”, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 100501 (2005).
- [Nielsen 2000] M. A. Nielsen e I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, 2000).
- [Niskanen 2007] A. O. Niskanen, K. Harrabi, F. Yoshihara, Y. Nakamura, S. Lloyd e J. S. Tsai, “Quantum Coherent Tunable Coupling of Superconducting Qubits”, *Science* **316**, 723 (2007).
- [Ou 1988] Z. Y. Ou e L. Mandel, “Violation of Bell’s Inequality and Classical Probability in a Two-Photon Correlation Experiment”, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 50 (1988).

- [Ou 1992] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble e K. C. Peng, “Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables”, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3663 (1992).
- [Ourjoumteev 2006] A. Ourjoumteev, R. Tualle-Brouri, J. Laurat, P. Grangier, “Generating optical Schrodinger kittens for quantum information processing”, *Science* **312**, 83 (2006).
- [Ourjoumteev 2007] A. Ourjoumteev, A. Dantan, R. Tualle-Brouri e P. Grangier, “Increasing Entanglement between Gaussian States by Coherent Photon Subtraction”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 030502 (2007).
- [Pan 2000] J. W. Pan, D. Bouwmeester, M. Daniell, H. Weinfurter e A. Zeilinger, “Experimental test of quantum nonlocality in three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement”, *Nature* **403**, 515 (2000).
- [Parker 2000] S. Parker, S. Bose e M. B. Plenio, “Entanglement quantification and purification in continuous-variable systems”, *Phys. Rev. A* **61**, 032305 (2000).
- [Paternostro 2004] M. Paternostro, G. Falci, M. Kim e G. M. Palma, “Entanglement between two superconducting qubits via interaction with nonclassical radiation”, *Phys. Rev. B* **69**, 214502 (2004).
- [Pearle 1970] P. M. Pearle, “Hidden-Variable Example Based upon Data Rejection”, *Phys. Rev. D* **2**, 1418 (1970).
- [Peres 1978] A. Peres, “Unperformed experiments have no results”, *Am. J. Phys.* **46**, 745 (1978).
- [Peres 1990] A. Peres, “Incompatible results of quantum measurements”, *Phys. Lett. A* **151**, 107 (1990).
- [Peres 1991] A. Peres, “Two simple proofs of the Kochen-Specker theorem”, *J. Phys. A* **24**, L175 (1991).
- [Porter 2003] J. Porter, R. F. Pettifer e D. R. Leadley, “Direct demonstration of the transverse Stern-Gerlach effect”, *Am. J. Phys.* **71**, 1103 (2003).
- [Raussendorf 2001] R. Raussendorf e H. J. Briegel, “A One-Way Quantum Computer”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5188 (2001).
- [Rayleigh 1883] Lord Rayleigh (J. W. Strutt), “On Maintained Vibrations”, *Phil. Mag.* **15**, 229 (1883); *ibid.*, “On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with periodic structure”, *Phil. Mag.* **24**, 145 (1887).

- [Regelman 2001] D. V. Regelman, U. Mizrahi, D. Gershoni, E. Ehrenfreund, W. V. Schoenfeld e P. M. Petroff, “Semiconductor Quantum Dot: A Quantum Light Source of Multicolor Photons with Tunable Statistics”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 257401 (2001).
- [Reid 1988] M. D. Reid e P. D. Drummond, “Quantum correlations of phase in nondegenerate parametric oscillation”, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2731 (1988).
- [Reid 1989a] M. D. Reid, “Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using nondegenerate parametric amplification”, *Phys. Rev. A* **40**, 913 (1989).
- [Reid 1989b] M. D. Reid e P. D. Drummond, “Correlations in nondegenerate parametric oscillation: Squeezing in the presence of phase diffusion”, *Phys. Rev. A* **40**, 4493 (1989).
- [Reynaud 1987a] S. Reynaud, C. Fabre e E. Giacobino, “Quantum fluctuations in a two-mode parametric oscillator”, *J. Opt. Soc. Am. B*, **4**, 1520 (1987).
- [Reynaud 1987b] S. Reynaud, “Generation of twin photon beams by a nondegenerate optical parametric oscillator”, *Europhys. Lett.* **4**, 427 (1987).
- [Reynaud 1989] S. Reynaud e A. Heidmann, “A semiclassical linear input output transformation for quantum fluctuations”, *Opt. Commun.* **71**, 209 (1989).
- [Riebe 2004] M. Riebe, H. Häffner, C. F. Roos, W. Hänsel, J. Benhelm, G. P. T. Lancaster, T. W. Köber, C. Becher, F. Schmidt-Kaler, D. F. V. James e R. Blatt, “Deterministic quantum teleportation with atoms”, *Nature* **429**, 734 (2004).
- [Rowe 2001] M. A. Rowe, D. Kielpinski, V. Meyer, C. A. Sackett, W. M. Itano, C. Monroe e D. J. Wineland, “Experimental violation of a Bell’s inequality with efficient detection”, *Nature* **409**, 791 (2001).
- [Ruby 1996] L. Ruby, “Applications of the Mathieu equation”, *Am. J. Phys.* **64**, 39 (1996).
- [Sackett 2000] C. A. Sackett, D. Kielpinski, B. E. King, C. Langer, V. Meyer, C. J. Myatt, M. Rowe, Q. A. Turchette, W. M. Itano, D. J. Wineland e C. Monroe, “Experimental entanglement of four particles”, *Nature* **404**, 256 (2000).
- [Santos 2003] I. F. Santos, M. A. Sagiuro, C. H. Monken e S. Pádua, “Resolution and apodization in images generated by twin photons”, *Phys. Rev. A* **67**, 033812 (2003).
- [Schawlow 1958] A. L. Schawlow e C. H. Townes, “Infrared and Optical Masers”, *Phys. Rev.* **112**, 1940 (1958).

- [Schleich 1987] W. Schleich e J. A. Wheeler, “Oscillations in photon distribution of squeezed states and interference in phase space”, *Nature* **326**, 574 (1987).
- [Schmidt-Kaler 2003] F. Schmidt-Kaler, H. Häffner, M. Riebe, S. Gulde, G. P. T. Lancaster, T. Deuschle, C. Becher, C. F. Roos, J. Eschner e R. Blatt, “Realization of the Cirac-Zoller controlled-NOT quantum gate”, *Nature* **422**, 408 (2003).
- [Schori 2002] C. Schori, J. L. Sørensen e E. S. Polzik, “Narrow-band frequency tunable light source of continuous quadrature entanglement”, *Phys. Rev. A* **66**, 033802 (2002).
- [Scully 1982] M. O. Scully e K. Drühl, “Quantum eraser: A proposed photon correlation experiment concerning observation and ‘delayed choice’ in quantum mechanics”, *Phys. Rev. A* **25**, 2208 (1982).
- [Scully 1991] M. O. Scully, B. G. Englert e H. Walther, “Quantum optical tests of complementarity”, *Nature* **351**, 111 (1991).
- [Scully 1997] M. O. Scully e M. S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, 1997).
- [Shannon 1948] C. E. Shannon, “A mathematical theory of communication”, *Bell Syst. Tech. J.* **27**, 379 (1948).
- [Sherson 2006] J. F. Sherson, H. Krauter, R. K. Olsson, B. Julsgaard, K. Hammerer, I. Cirac e E. S. Polzik, “Quantum teleportation between light and matter”, *Nature* **443**, 557 (2006).
- [Shor 1984] P. Shor, “Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring”. In *Proc. 35th Annu. Symp. on the Foundations of Computer Science*, S. Goldwasser (org.) (IEEE Computer Society Press, 1994), pág. 124.
- [Silberhorn 2002] Ch. Silberhorn, N. Korolkova e G. Leuchs, “Quantum Key Distribution with Bright Entangled Beams”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 167902 (2002).
- [Simon 2000] R. Simon, “Peres-Horodecki Separability Criterion for Continuous Variable Systems”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2726 (2000).
- [Sizmann 1990] A. Sizmann, R. J. Horowicz, G. Wagner e G. Leuchs, “Observation of amplitude squeezing of the up-converted mode in second harmonic generation”, *Opt. Commun.* **80**, 138 (1990).
- [Slusher 1985] R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz e J. F. Valley, “Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2409 (1985).

- [Stick 2006] D. Stick, W. K. Hensinger, S. Olmschenk, M. J. Madsen, K. Schwab e C. Monroe, “Ion trap in a semiconductor chip”, *Nat. Phys.* **2**, 36 (2006).
- [Su 2006] X. L. Su, A. Tan, X. J. Jia, Q. Pan, C. D. Xie e K. C. Peng, “Experimental demonstration of quantum entanglement between frequency-nondegenerate optical twin beams”, *Opt. Lett.* **31**, 1133 (2006).
- [Su 2007] X. Su, A. Tan, X. Jia, J. Zhang, C. Xie e K. Peng, “Experimental Preparation of Quadripartite Cluster and Greenberger-Horne-Zeilinger Entangled States for Continuous Variables”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 070502 (2007).
- [Tittel 2001] W. Tittel, H. Zbinden e N. Gisin, “Experimental demonstration of quantum secret sharing”, *Phys. Rev. A* **63**, 042301 (2001).
- [Trapani 1998] P. D. Trapani, A. Beržanskis, S. Minardi, S. Sapone e W. Chinaglia, “Observation of Optical Vortices and J₀ Bessel-Like Beams in Quantum-Noise Parametric Amplification”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5133 (1998).
- [Valcárcel 2006] G. J. de Valcárcel, G. Patera, N. Treps e C. Fabre, “Multimode squeezing of frequency combs”, *Phys. Rev. A* **74**, 061801(R) (2006).
- [van Loock 2000] P. van Loock e S. L. Braunstein, “Multipartite Entanglement for Continuous Variables: A Quantum Teleportation Network”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3482 (2000).
- [van Loock 2003] P. van Loock e A. Furusawa, “Detecting genuine multipartite continuous-variable entanglement”, *Phys. Rev. A* **67**, 052315 (2003).
- [VanDalen 2003] G. J. VanDalen, “The driven pendulum at arbitrary drive angles”, *Am. J. Phys.* **72**, 484 (2003).
- [Vandersypen 2001] L. M. K. Vandersypen, M. Steffen, G. Breyta, C. S. Yannoni, M. H. Sherwood e I. L. Chuang, “Experimental realization of Shor’s quantum factoring algorithm using nuclear magnetic resonance”, *Nature* **414**, 883 (2001).
- [Vaupel 1999] M. Vaupel, A. Maître e C. Fabre, “Observation of Pattern Formation in Optical Parametric Oscillators”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5278 (1999).
- [Vedral 2006] V. Vedral, “A better than perfect match”, *Nature* **439**, 397 (2006).
- [Vidal 2002] G. Vidal e R. F. Werner, “Computable measure of entanglement”, *Phys. Rev. A* **65**, 032314 (2002).
- [Villar 2004a] A. S. Villar, “Estudo de Emaranhamento no Oscilador Paramétrico Ótico Não-degenerado Acima do Limiar”, Dissertação de Mestrado, (Universidade de São Paulo, 2004). [Disponível em: <http://fep.if.usp.br/~lmcal>]

- [Villar 2004b] A. S. Villar, M. Martinelli e P. Nussenzveig, “Testing the entanglement of intense beams produced by a non-degenerate Optical Parametric Oscillator”, *Opt. Commun.* **242**, 551 (2004).
- [Villar 2005] A. S. Villar, L. S. Cruz, K. N. Cassemiro, M. Martinelli e P. Nussenzveig, “Generation of Bright Two-Color Continuous Variable Entanglement”, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 243603 (2005).
- [Villar 2006] A. S. Villar, M. Martinelli, C. Fabre e P. Nussenzveig, “Direct Production of Tripartite Pump-Signal-Idler Entanglement in the Above-Threshold Optical Parametric Oscillator”, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 140504 (2006).
- [Villar 2007] A. S. Villar, K. N. Cassemiro, K. Dechoum, A. Z. Khoury, M. Martinelli e P. Nussenzveig, “Entanglement in the above-threshold optical parametric oscillator”, *J. Opt. Soc. Am. B* **24**, 249 (2007).
- [Villar 2008] A. S. Villar, enviado para revisão por revista especializada.
- [von Neumann 1955] J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton University Press, 1955).
- [Walls 1994] D. F. Walls e G. J. Milburn, *Quantum Optics* (Springer-Verlag, 1994).
- [Walther 2005] P. Walther, K. J. Resch, T. Rudolph, E. Schenck, H. Weinfurter, V. Vedral, M. Aspelmeyer e A. Zeilinger, “Experimental one-way quantum computing”, *Nature* **434**, 169 (2005).
- [Weihs 1998] G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter e A. Zeilinger, “Violation of Bell’s Inequality under Strict Einstein Locality Conditions”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5039 (1998).
- [Weihs 2007] G. Weihs, “The truth about reality”, *Nature* **445**, 723 (2007).
- [Wheeler 1983] J. A. Wheeler, “Law without law”. In *Quantum Theory and Measurement*, J. A. Wheeler e W. H. Zurek, eds., (Princeton University Press, 1983), pág. 182.
- [Wigner 1932] E. Wigner, “On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium”, *Phys. Rev.* **40**, 749 (1932).
- [Willke 1998] B. Willke, N. Uehara, E. K. Gustafson, R. L. Byer, P. J. King, S. U. Seel e R. L. Savage, “Spatial and temporal filtering of a 10-W Nd:YAG laser with a Fabry-Perot ring-cavity premode cleaner”, *Opt. Lett.* **23** 1704 (1998).
- [Wootters 1982] W. K. Wootters e W. H. Zurek, “A single quantum cannot be cloned”, *Nature* **299**, 802 (1982).

- [Wu 1986] L.A. Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall e Huifa Wu, “Generation of Squeezed States by Parametric Down Conversion”, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2520 (1986).
- [Yonezawa 2004] H. Yonezawa, T. Aoki e A. Furusawa, “Demonstration of a quantum teleportation network for continuous variables”, *Nature* **431**, 430 (2004).
- [Yuen 1976] H. P. Yuen, “Two-photon coherent states of the radiation field”, *Phys. Rev. A* **13**, 2226 (1976).
- [Zavatta 2002] A. Zavatta, F. Marin e G. Giacomelli, “Quantum-state reconstruction of a squeezed laser field by self-homodyne tomography”, *Phys. Rev. A* **66**, 043805 (2002).
- [Zhang J. 2000] J. Zhang, T. Zhang, K. Zhang, C. Xie e K. Peng, “Quantum self-homodyne tomography with an empty cavity”, *J. Opt. Soc. Am. B* **17**, 1920 (2000).
- [Zhang K. S. 2001] K. S. Zhang, T. Coudreau, M. Martinelli, A. Maître e C. Fabre, “Generation of bright squeezed light at 1.06 μm using cascaded nonlinearities in a triply resonant cw periodically-poled lithium niobate optical parametric oscillator”, *Phys. Rev. A* **64**, 033815 (2001).