

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Рубаков, Фантом без патологий в ультрафиолетовой области, *ТМФ*, 2006, том 149, номер 3, 409–426

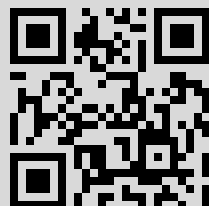
DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf5532>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 106.51.226.7

21 августа 2022 г., 12:03:46



© 2006 г.

В. А. Рубаков*

ФАНТОМ БЕЗ ПАТОЛОГИЙ В УЛЬТРАФИОЛЕТОВОЙ ОБЛАСТИ

Представлена простая модель, в которой условие светоподобной доминантности нарушается для пространственно однородных медленно эволюционирующих полей. Флуктуации в пространстве Минковского во внешнем поле с нарушенной лоренц-инвариантностью не содержат духов, тахионов или сверхсветовых мод при пространственных импульсах, изменяющихся в диапазоне от некоторого малого масштаба ϵ до масштаба ультрафиолетового обрезания, в то время как тахионы и, возможно, духи существуют при трехмерных импульсах, меньших ϵ . Показано, что в отсутствие другой материи возможен космологический режим медленного качения; в этом режиме нарушается условие светоподобной энергодоминантности, но однородность и изотропность еще не полностью разрушены (за счет тонкой настройки), поскольку для фиксированного конформного импульса тахионная мода растет лишь на достаточно коротком временном интервале.

Ключевые слова: лоренц-инвариантность, векторное поле, космологическое расширение, условие светоподобной энергодоминантности.

1. ВВЕДЕНИЕ

Наблюдаемый рост интереса к возможным экзотическим гравитационным явлениям на космологических расстояниях вызван частично наблюдением ускоряющегося расширения Вселенной, частично – развитием теории. Имеющиеся в этой области подходы включают в себя изменение гравитации на сверхбольших масштабах [1], [2] и введение новых легких полей. Среди последних фантомная энергия с уравнением состояния $p + \rho < 0$, нарушающая таким образом условие светоподобной доминантности, представляет особый интерес как с чисто теоретической точки зрения, так, возможно, и для космологии [3]. Если бы фантом доминировал в течение поздней космологической эволюции, потенциально наблюдаемым свойством было бы ускоряющееся ускорение Вселенной¹⁾; если бы фантом отвечал за инфляцию, спектр реликтовых гравитационных волн был бы голубым, что также потенциально возможно

¹⁾Этот эффект можно имитировать в скалярно-тензорных теориях гравитации [4] с материей, удовлетворяющей неравенству $p + \rho > 0$, см., однако, [5].

*Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия. E-mail: rubakov@ms2.inr.ac.ru

наблюдать. Однако большинство построенных к настоящему моменту теорий поля, нарушающих условие светоподобной энергодоминантности, страдают патологиями в ультрафиолетовой (УФ) области (здесь и далее под УФ-областью мы будем понимать энергии достаточно высокие, но не превосходящие масштаб УФ-обрезания в эффективной теории поля): они содержат либо духи, либо тахионы, либо распространяющиеся со сверхсветовой скоростью моды, либо комбинации всего этого. Более того, существуют аргументы общего характера, из которых следует, что в размерности четыре любая²⁾ такая теория содержит УФ-нестабильности [6], [7]. Тем не менее чисто феноменологический анализ [8] показывает, что подобная ситуация не обязательно реализуется в общем случае. Кроме того, модель Двали–Габададзе–Поррати мира на бране [2], которая может обладать хорошим поведением в УФ-области [9], допускает период ускоренного космологического расширения, когда эффективно уравнение состояния соответствует $p + \rho < 0$ [10]. Таким образом, имеют смысл попытки построения примера четырехмерного теоретико-полевого фантома с непатологическим УФ-поведением.

Согласно аргументам работы [6] весьма маловероятно, что существуют вообще не имеющие патологий теории поля, в которых $p + \rho < 0$. В качестве умеренного подхода мы можем начать с рассмотрения теории поля в пространстве Минковского, являющейся самосогласованной на всех энергетических масштабах от нуля до масштаба УФ-обрезания M в эффективной теории. Затем мы деформируем эту теорию в инфракрасной (ИК) области так, чтобы ее поведение при высоких энергиях не ухудшилось, однако при этом условие светоподобной энергодоминантности нарушалось бы для пространственно однородных конфигураций, а патологические состояния появлялись бы только при энергиях ниже некоторого малого масштаба ϵ ³⁾. Если следовать этому подходу, необходимо принять во внимание, что возможны сверхсветовые моды, которые могут возникать для больших значений импульсов после модификации теории в ИК-области: этот эффект, даже при небольшой его величине, указывал бы на несамосогласованность всей теории [12].

В космологическом контексте теория такого типа может быть приемлемой, если энергетический масштаб ϵ находится ниже или по крайней мере достаточно близко к хаббловскому масштабу. Следует ожидать, что последнее свойство требует тонкой настройки параметров помимо и сверх других настроек, необходимых для того, чтобы сделать теорию не противоречащей наблюдениям.

Один из путей осуществления такого подхода состоит в том, чтобы начать с более или менее обычной теории с двумя производными и правильным поведением ниже масштаба M , по крайней мере для некоторых внешних полей, а затем добавить к лагранжиану член с одной производной, умноженный на малый параметр ϵ . Такое

²⁾Возможное исключение относится к (спонтанному) нарушению трехмерной вращательной инвариантности [6].

³⁾В теориях с духами и ненарушенной лоренцевой симметрией, такой подход не работает, поскольку для всех пространственных импульсов и частот будут возникать нестабильности. Однако коль скоро лоренцева инвариантность нарушена, это рассуждение более неприменимо, и содержащая духи теория может оказаться жизнеспособной даже для достаточно больших ИК масштабов [11].

построение сложно реализовать в скалярных теориях, и это естественным образом приводит к рассмотрению теорий, содержащих векторное поле (поля). К настоящему времени стало понятно, что можно избежать связанных с УФ-областью проблем, присущих векторным теориям без калибровочной инвариантности [13], и что члены с одной производной действительно порождают интересную ИК-динамику [14].

В настоящей работе на основании приведенных выше соображений мы построили простую модель. Эта модель описывается в разделе 2. Предполагается, что фоновые поля нарушают лоренцеву инвариантность, а трехмерная вращательная инвариантность остается ненарушенной. В разделе 3 мы проверяем, что в плоском пространстве-времени при значениях трехмерных импульсов q выше критического импульса $q_c \sim \epsilon$ не имеется духов, тахионов или сверхсветовых мод. При $q < q_c$ имеются тахионы и, возможно, духи.

Обращаясь в разделе 4 к космологической эволюции, мы показываем, что в отсутствие другой материи при подходящем выборе потенциала возможен режим медленного качения, коль скоро однородные поля, заполняющие Вселенную, принимают подходящие значения. В таком режиме уравнение состояния отвечает случаю $p + \rho < 0$, причем $|p + \rho| \ll \rho$, и, действительно, поля медленно закатываются *вверх* по потенциалу. В рассматриваемой нами модели режим подобного медленного качения возникает при $H \ll \epsilon$, так что в течение некоторого периода времени тахионная мода является подгоризонтной.

Затем мы исследуем неоднородные возмущения полей около медленно катящегося фона (раздел 5). Мы показываем, что для фиксированного конформного импульса k опасная тахионная мода растет в течение конечного промежутка времени, до тех пор пока не станет надгоризонтной. Надгоризонтные моды не растут; некоторые из них, в том числе бывшие тахионные моды, заморожены (как в случае минимального скалярного поля в ускоряющейся Вселенной), некоторые уменьшаются по амплитуде. Для бывшей тахионной моды это свойство не вполне тривиально и связано с тем, что эта мода является бесщелевой в пространстве Минковского. С помощью тонкой настройки время роста тахионной моды можно сделать достаточно малым, и это приведет к тому, что модель станет жизнеспособной. В разделе 6 мы подводим итоги.

2. МОДЕЛЬ

Модель, которую мы хотели бы представить, имеет кинетические члены с двумя производными, аналогичные таковым из работы [13], член с одной производной, напоминающий выражение из работы [14], а также потенциальный член. В модели имеется одно векторное поле B_μ и одно скалярное поле Φ . Лагранжиан имеет вид⁴⁾

$$L = L^{(2)} + L^{(1)} + L^{(0)}, \tag{1}$$

где верхними индексами обозначено число производных, и мы выбираем

$$L^{(2)} = -\frac{1}{2}\alpha(\xi)g^{\nu\lambda}D_\mu B_\nu D^\mu B_\lambda + \frac{1}{2}\beta(\xi)D_\mu B_\nu D^\mu B_\lambda \cdot \frac{B^\nu B^\lambda}{\mathcal{M}^2} + \frac{1}{2}\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi, \tag{2}$$

⁴⁾Пространственно-временная сигнатура имеет вид $(+, -, -, -)$.

$$L^{(1)} = \epsilon \partial_\mu \Phi B^\mu, \quad (3)$$

$$L^{(0)} = -V(B, \Phi), \quad (4)$$

где $D_\mu B_\nu = \partial_\mu B_\nu - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda B_\lambda$ – ковариантная производная, $\xi = B_\mu B^\mu / \mathcal{M}^2$. Здесь α и β – функции порядка единицы, а ϵ – свободный положительный параметр (ИК-масштаб); \mathcal{M} можно рассматривать как масштаб УФ-обрезания в эффективной теории, так что $\mathcal{M} \gg \epsilon$. Мы будем рассматривать фон с нарушением лоренцевой инвариантности, для которого $\xi \neq 0$.

Лагранжиан является лоренц-инвариантным, если V зависит от $X = \sqrt{B_\mu B^\mu}$. Для простоты мы главным образом будем рассматривать потенциалы вида

$$V = U(X) + W(\phi). \quad (5)$$

Начнем с пространства Минковского и рассмотрим статический однородный фон

$$B_0 = X = \text{const}, \quad B_i = 0, \quad \Phi = \phi = \text{const}, \quad (6)$$

где B_0 и B_i – временная и пространственная компоненты B_μ . Мы будем рассматривать малые неоднородные возмущения b_0, b_i, φ такие, что

$$B_0 = X + b_0, \quad B_i = b_i, \quad \Phi = \phi + \varphi. \quad (7)$$

Их массовые члены имеют вид

$$-\frac{m_0^2}{2} b_0^2 - \frac{m_1^2}{2} b_i^2 - \frac{m_\varphi^2}{2} \varphi^2, \quad (8)$$

где

$$m_0^2 = U_{XX}, \quad (9)$$

$$m_1^2 = -\frac{1}{X} U_X, \quad (10)$$

$$m_\varphi^2 = W_{\phi\phi}. \quad (11)$$

Здесь мы ввели удобные обозначения для производных:

$$\frac{\partial U}{\partial X} \equiv U_X, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \equiv U_{XX} \quad \text{и т.д.}$$

Сделаем замечание относительно тензора энергии–импульса. Для конфигурации поля в случае $B_i = 0$ нётеровский тензор энергии–импульса имеет вид

$$T_{\mu\nu} = \kappa \partial_\mu B_0 \partial_\nu B_0 + \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi + \delta_{\mu 0} \epsilon \partial_\nu \Phi B_0 - \eta_{\mu\nu} L,$$

где

$$\kappa(X) = \frac{X^2}{\mathcal{M}^2} \beta(X) - \alpha(X). \quad (12)$$

Ниже мы полагаем, что $\kappa > 0$. Если B_0 и Φ пространственно однородны, $B_0 = X(t)$, $\Phi = \phi(t)$, то плотность энергии и давление имеют вид

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{\kappa}{2}\dot{X}^2 + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V, \\ p &= \frac{\kappa}{2}\dot{X}^2 + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \epsilon\dot{\phi}X - V.\end{aligned}$$

Соотношение $p + \rho < 0$ выполнено, если временные производные полей малы и

$$\dot{\phi}X < 0. \tag{13}$$

В космологическом контексте временные производные действительно будут малы, если поля медленно катятся вверх по потенциалу; далее мы увидим, как это требование вместе с соотношением (13) может выполняться.

3. СПЕКТР В ПРОСТРАНСТВЕ МИНКОВСКОГО

3.1. Безмассовый случай. Временно не будем принимать во внимание эффекты, связанные с гравитацией, и рассмотрим спектр нашей модели в пространстве Минковского в случае фона (6). Начнем с того, что пренебрежем массовыми членами и запишем квадратичный лагранжиан для возмущений:

$$L_{b_i, b_0, \varphi} = \frac{\alpha}{2}\partial_\mu b_i \partial^\mu b_i + \frac{\kappa}{2}\partial_\mu b_0 \partial^\mu b_0 + \frac{1}{2}\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi + \epsilon \partial_0 \varphi b_0 - \epsilon \partial_i \varphi b_i. \tag{14}$$

Из этого лагранжиана можно сразу же найти спектр. Поперечные компоненты b_i отщепляются и удовлетворяют стандартному безмассовому дисперсионному соотношению $\omega^2 = q^2$. Возмущение b_L , определяющее продольную часть вектора b_i в соответствии с $b_i = (q_i/q)b_L$, смешивается с b_0 и φ . Среди трех мод – линейных комбинаций b_L , b_0 и φ – существует одна мода, для которой $\varphi = 0$, $b_0 = b_L$, с таким же дисперсионным соотношением $\omega^2 = q^2$ и две моды с дисперсионными соотношениями

$$\omega^2 = q^2 + \frac{\epsilon^2}{2\kappa} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\kappa}\right)\epsilon^2 q^2 + \frac{\epsilon^4}{4\kappa^2}}. \tag{15}$$

Эти моды не являются духами ни при каких q . Рассмотрим их свойства для двух различных областей значений импульсов.

Начнем с больших значений импульсов, полагая, что $q^2 \gg (\alpha^{-1} + \kappa^{-1})\epsilon^2$. Разлагая по обратному импульсу, получаем

$$\omega = q \pm \frac{1}{2}\epsilon \sqrt{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\kappa}} + \frac{1}{8}\frac{\epsilon^2}{q} \left(\frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\alpha}\right). \tag{16}$$

Мы видим, что моды имеют групповую скорость $\partial\omega/\partial q$, меньшую, чем скорость света, если

$$\alpha > \kappa. \tag{17}$$

В дальнейшем мы будем рассматривать именно этот случай.

Теперь обратимся к области малых импульсов. Существует критический импульс

$$q_c^2 = \frac{\epsilon^2}{\alpha}. \quad (18)$$

Выше этого значения импульса тахионных мод нет. При $q^2 < q_c^2$ одна из мод (которой соответствует знак минус в выражении (15)) является тахионной. Наибольшее возможное тахионное значение $|\omega^2|$ достигается при

$$q^2 = \frac{\epsilon^2}{4\alpha} \frac{2\alpha + \kappa}{\alpha + \kappa},$$

и для такого импульса мы имеем

$$\omega_{\min}^2 = -\frac{\kappa}{4(\alpha + \kappa)} \frac{\epsilon^2}{\alpha}. \quad (19)$$

Стоит отметить, что это значение намного меньше, чем квадрат максимального тахионного импульса (18), если

$$\alpha \gg \kappa, \quad (20)$$

что, конечно же, требует настройки параметров.

Таким образом, безмассовая модель на фоне пространства Минковского в области больших импульсов не имеет сверхсветовых, духовых или тахионных мод, а в области малых импульсов имеет тахионные моды.

3.2. Ненулевые массы. Теперь “включим” массы рассматриваемых возмущений, т.е. добавим члены (8) в лагранжиан (14). Ниже мы будем рассматривать случаи

$$m_\varphi^2 = 0, \quad m_0^2 \sim m_1^2, \quad \epsilon^2 \gg m_0^2, m_1^2. \quad (21)$$

Более того, для простоты мы предположим, что выполнено соотношение (20).

Поперечные моды b_i снова отщепляются; дисперсионное соотношение для них имеет вид

$$\omega_{\text{transv}}^2 = q^2 + \frac{m_1^2}{\alpha}. \quad (22)$$

Уравнения для b_0 , φ и b_L таковы:

$$\begin{aligned} \left(\omega^2 - q^2 - \frac{m_0^2}{\kappa} \right) b_0 + i \frac{\epsilon}{\kappa} \omega \varphi &= 0, \\ \left(\omega^2 - q^2 - \frac{m_1^2}{\alpha} \right) b_L - i \frac{\epsilon}{\alpha} q \varphi &= 0, \\ (\omega^2 - q^2) \varphi - i \epsilon \omega b_0 + i \epsilon q b_L &= 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Анализ мод для случая больших импульсов аналогичен проведенному выше. Разлагая ω по обратному импульсу, получаем в рамках наших допущений, что две моды (16) остаются такими же (с точностью до малых поправок), а третья мода изменяется следующим образом:

$$\omega = q + \frac{m_0^2 + m_1^2}{\alpha + \kappa} \frac{1}{2p}. \quad (24)$$

При положительных m_0^2 и m_1^2 эта мода также является субсветовой. Все моды при больших импульсах содержат кинетические члены правильного знака, поэтому в УФ-области духов нет.

Теперь рассмотрим моды, соответствующие малым импульсам, и предположим, что $m_0^2 > 0$, $m_1^2 > 0$ (на случае $m_0^2 < 0$, $m_1^2 > 0$ мы остановимся в конце данного раздела). Сразу видно, что тахионная мода снова существует при $q^2 < q_c^2$, а наименьшее значение величины ω^2 для тахионной моды по-прежнему определяется выражением (19). Поучительно исследовать дисперсионные соотношения при очень малых значениях импульсов, а именно при $q^2 \ll m_1^2/\alpha$. Анализируя уравнения (23), находим, что одна мода содержит главным образом поле b_L и имеет дисперсионное соотношение

$$\omega_{b_L}^2 = \frac{m_1^2}{\alpha}. \quad (25)$$

Имеются еще две моды: одна нетахионная мода с дисперсионным соотношением

$$\omega^2 = \frac{\epsilon^2}{\kappa} \quad (26)$$

и одна тахионная мода с дисперсионным соотношением

$$\omega_{\text{tach}}^2 = -\frac{m_0^2}{m_1^2} q^2. \quad (27)$$

Ни одна из мод с положительными ω^2 не является духом. Важно, что ω^2 для тахионной моды стремится к нулю при $q^2 \rightarrow 0$; действительно, хотя формула (27) буквально справедлива только при $\epsilon^2 \gg m_0^2, m_1^2$, отсутствие щели в тахионной моде, т.е. свойство $\omega_{\text{tach}}^2 \propto -q^2$ при $q^2 \rightarrow 0$, справедливо в общем случае.

В завершение этого раздела остановимся на случае

$$m_0^2 < 0, \quad m_1^2 > 0,$$

по-прежнему полагая, что соотношения (21) выполнены для абсолютных значений. Из (16) и (24) следует, что в этом случае при больших импульсах все моды по-прежнему являются субсветовыми, если

$$|m_0^2| < m_1^2.$$

Тахионная мода снова появляется при $q^2 = q_c^2$. Особое свойство, характерное для данного случая, состоит в том, что при малых импульсах, точнее, при $q^2 < |m_0^2|/\kappa$, эта мода снова становится нетахионной, и возникает состояние с отрицательной энергией – дух в спектре. Рассмотрим, например, специальный случай

$$m_0^2 = -m_1^2 < 0. \quad (28)$$

В этом случае тахион существует в конечном интервале импульсов⁵⁾, а именно при $m_1^2/\kappa < q^2 < (\epsilon^2 - m_1^2)/\alpha$. При всех значениях импульсов существует мода с безмассовым дисперсионным соотношением

$$\omega^2 = q^2, \quad (29)$$

а также моды (16), которые являются субсветовыми при больших импульсах. При больших q^2 мода (29) имеет положительную энергию, в то время как точно при том же значении импульса, при котором тахион исчезает, т.е. при $q^2 = m_1^2/\kappa$, эта мода становится духом. Она остается духом при всех значениях $q^2 < m_1^2/\kappa$.

4. КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИЯ

4.1. Полевые уравнения. В случае пространственно однородных полей с $B_i = 0$ в пространственно-плоской метрике Фрийдмана–Робертсона–Уокера

$$ds^2 = N^2(t) dt^2 - a^2(t) dx^2$$

лагранжиан (1) задается формулой

$$\sqrt{g} L = \frac{\kappa a^3}{2N} \dot{X}^2 - \frac{3\alpha \dot{a}^2 a}{2N} X^2 + \frac{1}{2} \frac{a^3}{N} \dot{\phi}^2 + \epsilon a^3 \dot{\phi} X - a^3 NV(X, \phi), \quad (30)$$

где $X = N^{-1}B_0$. Стоит отметить, что с точностью до зависящего от X множителя второе слагаемое в этом выражении пропорционально гравитационному лагранжиану $\sqrt{-g} R \propto (\dot{a}^2 a)/N$ по модулю полной производной. Поэтому эффективная “космологическая” масса Планка, входящая в уравнение Фрийдмана, модифицируется следующим образом (ср. [15]):

$$M_{\text{Pl}}^2 \rightarrow M_{\text{Pl}}^2 + \frac{\alpha}{4\pi} X^2. \quad (31)$$

Нам надо будет в дальнейшем удостовериться, что это изменение мало⁶⁾.

Из лагранжиана (30) получаем выражения для плотности энергии и давления:

$$\begin{aligned} \rho &= -\frac{1}{a^3} \left[\frac{\delta S_{X,\phi}}{\delta N} \right]_{N=1} = \frac{\kappa}{2} \dot{X}^2 - \frac{3\alpha}{2} H^2 X^2 + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V, \\ p &= \frac{1}{3a^2} \left[\frac{\delta S_{X,\phi}}{\delta a} \right]_{N=1} = \frac{\kappa}{2} \dot{X}^2 + \frac{3\alpha}{2} H^2 X^2 + \alpha \dot{H} X^2 + 2\alpha H \dot{X} X + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \epsilon \dot{\phi} X - V, \end{aligned}$$

где $H = \dot{a}/a$ – параметр Хаббла, и мы полагаем $N = 1$ всюду далее в этом разделе. Интересующая нас величина имеет вид

$$\rho + p = \epsilon \dot{\phi} X + \alpha \dot{H} X^2 + 2\alpha H \dot{X} X + \kappa \dot{X}^2 + \dot{\phi}^2. \quad (32)$$

⁵⁾Наличия тахионной моды можно полностью избежать за счет тонкой настройки параметров $m_1^2/\kappa = (\epsilon^2 - m_1^2)/\alpha$. В этом случае единственной потенциально опасной особенностью модели является наличие духа в ИК-области, т.е. при $q < q_c$. Этот дух феноменологически приемлем даже при относительно больших q_c , сильно превышающих параметр Хаббла [11].

⁶⁾Другая возможность состоит в том, что X изменяется во времени достаточно медленно. Нам не потребуется прибегать к этой возможности.

Наиболее важным для наших целей является первый член в этом выражении.

Уравнения движения для однородных полей имеют вид

$$-\kappa(\ddot{X} + 3H\dot{X}) - \frac{1}{2}\kappa_X\dot{X}^2 - \frac{3}{2}\alpha_X H^2 X^2 - 3\alpha H^2 X + \epsilon\dot{\phi} = V_X, \quad (33)$$

$$-(\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi}) - \epsilon(\dot{X} + 3HX) = V_\phi. \quad (34)$$

Ниже мы полагаем, что $\alpha(X)$ и $\kappa(X)$ не являются быстро меняющимися функциями, так что

$$|\alpha_X| \lesssim \frac{\alpha}{X}, \quad (35)$$

$$|\kappa_X| \lesssim \frac{\kappa}{X}. \quad (36)$$

Перейдем теперь к обсуждению режима медленного качения.

4.2. Медленное качение. Помимо обычного требования, заключающегося в том, что поля и параметр Хаббла изменяются медленно, определим особый режим медленного качения, представляющий интерес для наших целей. Будем рассматривать режим, при котором в левых частях полевых уравнений (33), (34) преобладают члены, пропорциональные ϵ . В связи с этим в данном случае условия медленного качения не являются точно такими же, как в случае инфляции, управляемой скалярным инфлатоном (или в случае ускорения, управляемого скалярной квинтэссенцией). Одним из главных моментов является то, что в полевых уравнениях (33) имеются члены, не содержащие временных производных. Эти члены нежелательны, так что одним из наших условий является

$$\alpha H^2 X \ll \epsilon\dot{\phi}. \quad (37)$$

В силу соотношения (35) из этого условия следует, что оба члена в уравнении (33), не содержащие производных, малы. Здесь и далее при записи неравенства мы всегда будем иметь в виду абсолютные значения величин в левой и правой частях.

Еще одно нетривиальное условие медленного качения, обеспечивающее малость $\dot{\phi}$ -члена в уравнении (34), имеет вид

$$\dot{\phi} \ll \epsilon X. \quad (38)$$

Другие условия очевидны:

$$\dot{X} \ll HX, \quad (39)$$

$$\ddot{\phi} \ll H\dot{\phi}, \quad (40)$$

$$\dot{H} \ll H^2. \quad (41)$$

Заметим, что в силу соотношений (35) и (36) член $\epsilon\dot{\phi}$ действительно доминирует над всеми другими членами в левой части уравнения (33), если выполняются условия (37) и (39). Наконец, потенциальный член доминирует при космологической эволюции, если

$$V \gg \epsilon\dot{\phi}X. \quad (42)$$

Коль скоро эти условия медленного качения выполнены, полевые уравнения принимают простой вид

$$\epsilon \dot{\phi} = V_X, \quad (43)$$

$$3H\epsilon X = -V_\phi. \quad (44)$$

В режиме медленного качения первый член в правой части равенства (32) доминирует и имеет место соотношение

$$\rho + p = XV_X.$$

Величина $\rho + p$ отрицательна при

$$V_X < 0 \quad (45)$$

(без потери общности мы полагаем, что $X > 0$).

Уравнение (44) является алгебраическим, так что вся система уравнений медленного качения может показаться необычной. Чтобы лучше ее понять, поучительно взять потенциалы вида (5) и рассмотреть уравнение (43) как уравнение относительно X , решение которого имеет вид

$$X = F(\dot{\phi}).$$

Оставляя в уравнении (34) только члены, пропорциональные ϵ , запишем это уравнение следующим образом:

$$\epsilon [F'(\dot{\phi})\ddot{\phi} + 3HF(\dot{\phi})] = -W_\phi. \quad (46)$$

Это уравнение можно понимать как полевое уравнение в скалярной теории поля с действием

$$\int d^4x \sqrt{g} [K(\dot{\phi}) - W(\phi)], \quad (47)$$

где

$$K(z) = \epsilon \int F(z) dz.$$

Тогда усеченное уравнение (44) является уравнением медленного качения для данной теории. Например, при

$$U(X) = -\frac{M^2}{2} X^2 \quad (48)$$

из уравнения (43) имеем

$$X = -\frac{\epsilon}{M^2} \dot{\phi},$$

и уравнение (46) принимает вид

$$\frac{\epsilon^2}{M^2} (\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi}) = +W_\phi.$$

Это уравнение является обычным уравнением скалярного поля, но с перевернутым потенциалом. Другими словами, кинетический член в эффективном лагранжиане (47) имеет отрицательный знак. Это объясняет, почему в режиме медленного качения $\rho + p < 0$.

Вернемся к общему случаю. Используя уравнения (43) и (44), можно переписать условия медленного качения в терминах потенциала $V(X, \phi)$ и его производных или, в специальном случае (5), в терминах $U(X)$, $W(\phi)$ и их производных. Например, предполагая, что выполнено условие (41), из условия (39) находим, что

$$\frac{1}{H\epsilon} W_{\phi\phi} U_X \ll W_\phi. \quad (49)$$

Для потенциалов, удовлетворяющих соотношениям

$$U_X \sim \frac{U}{X}, \quad W_\phi \sim \frac{W}{\phi}, \quad W_{\phi\phi} \sim \frac{W}{\phi^2} \quad (50)$$

(например, для потенциалов, изменяющихся по степенному закону), снова воспользуемся уравнением (43) и из последнего неравенства получим, что

$$W \gg U.$$

Таким образом, в уравнении Фридмана доминирует потенциал $W(\phi)$, так что

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_{\text{Pl}}^2} W.$$

Теперь ясно, что в режиме медленного качения плотность энергии действительно возрастает со временем. Предполагая без потери общности, что $X > 0$, находим из уравнения (44), что $W_\phi < 0$, в то время как из (43) и (45) следует, что $\dot{\phi} < 0$. Это означает, что поле ϕ закатывается вверх по потенциалу; значение $W(\phi)$, а потому и энергия, возрастают.

Условие (40) дает

$$\frac{1}{(\epsilon H)^2} U_{XX} W_{\phi\phi} \ll 1, \quad (51)$$

$$\frac{\dot{H}}{H^2} \frac{1}{H\epsilon} U_{XX} W_\phi \ll U_X. \quad (52)$$

Для потенциалов, удовлетворяющих соотношениям (50), воспользуемся уравнением (44) и получим, что соотношение (52) эквивалентно соотношению (41). Соотношения (49) и (51) говорят о том, что потенциалы являются достаточно плоскими.

Условие (37) дает соотношение несколько другого вида:

$$W_\phi \ll \frac{\epsilon}{\alpha H} U_X. \quad (53)$$

Аналогичным образом из условия (38) находим, что

$$U_X \ll \frac{\epsilon}{H} W_\phi. \quad (54)$$

Эти условия могут одновременно удовлетворяться только при

$$\frac{\epsilon^2}{\alpha H^2} \gg 1. \quad (55)$$

Наконец, из условия (41) находим, что

$$\frac{M_{\text{Pl}}}{\epsilon W^{3/2}} W_\phi U_X \ll 1.$$

Чтобы показать, что все записанные выше условия действительно могут иметь место, сначала рассмотрим пример, когда $U(X)$ задается выражением (48). В этом случае эволюция поля ϕ и масштабного фактора соответствуют действию (47), причем

$$K = -\frac{\epsilon^2}{2M^2} \dot{\phi}^2.$$

Таким образом, условия медленного качения (39)–(41), записанные в терминах поля

$$\sigma = \frac{\epsilon}{M} \phi,$$

являются такими же, как и в теории инфляции; для потенциалов W , изменяющихся по степенному закону, они дают $\sigma \gg M_{\text{Pl}}$, т.е.

$$\phi \gg \frac{MM_{\text{Pl}}}{\epsilon}. \quad (56)$$

Это, однако, не гарантирует выполнения условий (37) и (38), так что они должны быть наложены дополнительно к (56). Из условия (38) получаем, что

$$M^2 \ll \epsilon^2, \quad (57)$$

в то время как (37) дает

$$\frac{M^2}{\alpha} \gg H^2. \quad (58)$$

В общем случае соотношения (56) и (58) удовлетворяются одновременно только на конечном интервале значений ϕ ; например, для $W = (1/2)\mu^2\phi^2$ этот интервал записывается как

$$\frac{MM_{\text{Pl}}}{\epsilon} \ll |\phi| \ll \frac{MM_{\text{Pl}}}{\sqrt{\alpha}\mu}$$

(заметим, что в силу (44) динамика медленного качения имеет место при $\phi < 0$ для положительных X), что требует выполнения условия

$$\mu^2 \ll \frac{\epsilon^2}{\alpha}.$$

Чтобы закончить с этим примером, заметим, что условие (42) эквивалентно стандартным условиям медленного качения

$$\dot{\sigma}^2 \ll W, \quad (59)$$

и что мы действительно имеем

$$\alpha X^2 \ll M_{\text{Pl}}^2$$

(см. обсуждение после соотношения (31)) в силу неравенств (58) и (59). Таким образом, данный пример действительно представляет собой случай, в котором выполняются все наши требования.

В приведенном выше примере $U_{XX} < 0$, так что масса (9) является отрицательной. В действительности в этом примере массы удовлетворяют соотношению (28), поэтому при больших импульсах не существует сверхсветовых мод и/или духов. Существование духов (29) при малых импульсах согласуется со знаком минус у величины $K(\dot{\phi})$ в выражении (47). Если добавить дополнительные члены в потенциал (48), при больших значениях пространственных импульсов мода (29) станет или субсветовой, или сверхсветовой.

Рассмотрим пример, для которого не обязательно выполняется условие $U_{XX} < 0$: зададим потенциалы как

$$\begin{aligned} U(X) &= \zeta^2 X_0^4 u\left(\frac{X}{X_0}\right), \\ W(\phi) &= \tau^2 \phi^4, \end{aligned} \tag{60}$$

где X_0 – некоторое типичное значение поля X , u – гладкая функция порядка единицы, производные которой также являются функциями порядка единицы, а ζ и τ – константы взаимодействия (в этом примере, переопределив поля, мы положили $\alpha = 1$). Потенциал (60) выбран как функция четвертого порядка только для конкретности. Из уравнения (44) видно, что медленное качение возникает при $X \sim X_0$, если

$$\phi \sim \frac{\epsilon X_0}{\tau M_{\text{Pl}}}.$$

Непосредственно проверяется, что все условия медленного качения выполняются, если параметры удовлетворяют соотношению

$$\frac{M_{\text{Pl}}^4 \tau^2 \zeta^2}{\epsilon^4} \ll 1,$$

а значение поля X удовлетворяет условиям

$$\begin{aligned} X_0^2 &\ll M_{\text{Pl}}^2 \frac{M_{\text{Pl}}^4 \tau^2 \zeta^2}{\epsilon^4}, \\ X_0^2 &\ll \frac{\epsilon^2}{\zeta^2}. \end{aligned}$$

Ясно, что такой выбор действительно можно осуществить.

5. ВОЗМУЩЕНИЯ ВОКРУГ МЕДЛЕННО МЕНЯЮЩЕГОСЯ ФОНА

Рассмотрим возмущения полей V_μ и Φ в режиме медленного качения. Предполагая, что все массы малы по сравнению с M_{Pl} , мы пренебрежем смешиванием

возмущений B_μ и Φ с возмущениями гравитационного поля⁷⁾. Для упрощения формул положим α и β не зависящими от X ; наши основные выводы остаются в силе и в общем случае.

Прежде чем продолжить, сделаем несколько замечаний относительно соотношений между массовыми членами, значением ϵ и параметром Хаббла. Во-первых, заметим, что неравенство (45), т.е. условие $XV_X < 0$, обеспечивает положительность массового члена для векторных возмущений b_i , см. формулу (10). Во-вторых, из соотношений (53) и (54) и уравнения движения медленного качения (44) следует, что

$$\epsilon^2 \gg m_1^2 \gg \alpha H^2, \quad (61)$$

где, как и ранее, $m_1^2 = -U_X/X$. Аналогично из неравенства (51) следует, что $m_\varphi^2 \equiv W_{\phi\phi}$ мало. Предполагая, что $U_{XX} \sim X^{-1}U_X$, мы, таким образом, приходим к рассмотрению случая, исследованного в п. 3.2 на фоне пространства Минковского.

В силу условий (55) и (61) параметр Хаббла мал по сравнению с $\epsilon/\sqrt{\alpha}$, $\epsilon/\sqrt{\kappa}$ и $m_1/\sqrt{\alpha}$. Поэтому расширение Вселенной не влияет на поперечные моды, которые имеют щель в спектре (22), а также на еще две моды со щелями (25) и (26). При заданном конформном импульсе k одна мода становится тахионной, когда физический импульс сдвигается в красную область к значению q_c , которое задается соотношением (18) и которое значительно больше, чем H . При дальнейшем сдвиге физического импульса в красную область эта мода входит в режим надгоризонта. Таким образом, нам надо изучить поведение этой моды в таком режиме⁸⁾.

Удобно работать с конформной метрикой

$$ds^2 = a^2(\eta)(d\eta^2 - d\mathbf{x}^2).$$

В этой метрике поля с возмущениями имеют вид

$$B_0 = aX + b_0, \quad B_i = b_i, \quad \Phi = \phi + \frac{1}{a}\chi,$$

где X и ϕ – фоновые поля. Уравнения для продольных компонент $b_i = (k_i/k)b_L$, b_0 и χ в конформном времени имеют вид⁹⁾

$$-\kappa \left(b_0'' - \frac{a''}{a} b_0 + k^2 b_0 \right) - 3\alpha \frac{a'^2}{a^2} b_0 - a^2 m_0^2 b_0 + 2ik\alpha \frac{a'}{a} b_L + \epsilon a \left(\chi' - \frac{a'}{a} \chi \right) = 0, \quad (62)$$

$$-\alpha \left(b_L'' - \frac{a''}{a} b_L - \frac{a'^2}{a^2} b_L + k^2 b_L \right) - a^2 m_1^2 b_L - 2ik\alpha \frac{a'}{a} b_0 - i\epsilon k a \chi = 0, \quad (63)$$

⁷⁾ Смешивание с возмущениями гравитационного поля на фоне пространства Минковского приводит к новым эффектам при малых по сравнению с рассмотренными здесь импульсах [13], [14]. Эти импульсы в нашем контексте лежат ниже хаббловского масштаба, так что в настоящей работе они не будут нас интересовать.

⁸⁾ В случае $m_0^2 = -m_1^2$, рассмотренном в конце п. 3.2, при $q^2 < m_1^2/\kappa$ не существует тахионных мод. Приведенный ниже анализ применим к духовой моде, соответствующей малому значению импульса и удовлетворяющей соотношению $\omega^2 = q^2$ в пространстве-времени Минковского.

⁹⁾ Мы не записываем здесь члены, пропорциональные X' . Можно показать, что в режиме медленного качения эти члены являются малыми как для над-, так и для подгоризонтных мод. По той же причине мы пренебрегаем и зависимостью масс от времени.

$$-\chi'' + \frac{a''}{a}\chi - k^2\chi - a^2 m_\varphi^2 \chi - \epsilon a \left(b'_0 + 2\frac{a'}{a}b_0 \right) + i\epsilon kab_L = 0, \quad (64)$$

где k – конформный импульс, а штрих обозначает $\partial/\partial\eta$. Мы интересуемся медленными модами с малыми физическими импульсами,

$$k/a \ll m_{0,1}/\sqrt{\alpha}, \quad (65)$$

и малыми по сравнению с $m_{0,1}/\sqrt{\alpha}$ производными по времени. Вспоминая, что $m_{0,1}^2 \gg \alpha H^2$, пренебрежем первыми двумя членами в уравнении (62) и первым членом в уравнении (63). Тогда эти два уравнения становятся алгебраическими уравнениями относительно b_0 и b_L , что дает

$$b_0 = \frac{\epsilon}{m_0^2} \left[\frac{1}{a}\chi' - H\chi - \frac{2\alpha H}{m_1^2} \left(\frac{k}{a} \right)^2 \chi \right], \quad (66)$$

$$b_L = \frac{\epsilon}{m_1^2} \left[-i\frac{k}{a}\chi + \frac{2i\alpha H}{m_0^2} \frac{k}{a} \left(\frac{1}{a}\chi' - H\chi \right) \right], \quad (67)$$

где $H = a'/a^2$ – параметр Хаббла. Для вывода этих соотношений мы воспользовались условиями (61) и (65). Подставляя эти выражения в уравнение (64), получаем уравнение для χ :

$$-\chi'' + \frac{a''}{a}\chi - k^2\chi + \frac{\epsilon^2}{m_0^2} \left[-\chi'' + \frac{a''}{a}\chi + \frac{m_0^2}{m_1^2} k^2 \chi - a^2 \frac{m_0^2 m_\varphi^2}{\epsilon^2} \chi + 2\alpha \frac{k^2}{m_1^2} \left(H^2 - \frac{1}{a} H' \right) \chi \right] = 0.$$

Снова вспомнив соотношения (61), получим окончательное уравнение для мягкой моды:

$$-\chi'' + \frac{a''}{a}\chi + \frac{m_0^2}{m_1^2} k^2 \chi - a^2 \frac{m_0^2 m_\varphi^2}{\epsilon^2} \chi = 0. \quad (68)$$

Мы видим, что при $m_\varphi = 0$ поле χ удовлетворяет уравнению для скалярного поля с тахионным дисперсионным соотношением (27), но теперь в расширяющейся Вселенной. Для не обращающихся в нуль m_φ из соотношения (51) следует, что слагаемое с m_φ^2 мало по сравнению со вторым слагаемым (последнее имеет порядок $H^2 a^2 \chi$). Таким образом, решения уравнения (68) демонстрируют тахионное поведение при $k/a \gg H$ с дисперсионным соотношением (27).

С другой стороны, в режиме надгоризонта $k/a \ll H$ имеется обычная “постоянная” мода $\chi \propto a$ и убывающая мода (при не зависящем от времени H последняя мода $\chi \propto a^{-2}$). Более точно, в пространстве-времени де Ситтера, где

$$a = -\frac{1}{H\eta},$$

“постоянная” мода имеет вид

$$\chi = -\frac{c}{H\eta^{1-\delta}},$$

где c – малая амплитуда, а

$$\delta = \frac{m_\varphi^2 m_0^2}{3\epsilon^2 H^2} \ll 1.$$

Поэтому возмущение поля Φ почти не зависит от времени:

$$\varphi \equiv \frac{1}{a}\chi = c\eta^\delta. \quad (69)$$

Из соотношения (66) следует, что для “постоянной” моды

$$b_0 = \frac{\epsilon H}{m_0^2} \delta\chi.$$

Это означает, что физическая временная компонента возмущения векторного поля также медленно изменяется со временем:

$$\frac{b_0}{a} \sim c \frac{m_\phi^2}{\epsilon H} \eta^\delta. \quad (70)$$

С другой стороны, из соотношения (67) следует, что b_L не зависит от времени для “постоянной” моды, так что физическая пространственная компонента векторного поля B_i/a убывает как a^{-1} .

Таким образом, можно сделать вывод, что в режиме надгоризонта тахионная мода больше не представляет проблемы, поскольку она становится практически замороженной. Эта мода имеет конечное время для развития в расширяющейся Вселенной.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нет необходимости говорить, что для того чтобы наша модель стала жизнеспособным кандидатом на описание инфляции или современной космологической эволюции, ей требуется немалая тонкая настройка. В частности, отношение $\epsilon^2/(\alpha H^2)$ в режиме медленного качения должно быть достаточно, но не чрезмерно большим. Действительно, начиная с того момента времени, когда одна из мод становится тахионной (это происходит при $k/a = \epsilon/\sqrt{\alpha}$), и до того момента времени, когда эта мода выходит за горизонт (при $k/a \sim H$), фактор, определяющий рост этой моды, имеет вид

$$\exp(N_{\text{growth}}) \sim \exp\left(\frac{1}{H} \int_H^{\sqrt{\epsilon^2/\alpha}} \omega(q) \frac{dq}{q}\right).$$

Интеграл в этом выражении насыщается при $q \sim q_c$ и, используя соотношение (19), мы можем сделать оценку

$$N_{\text{growth}} = \text{const} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{\alpha}} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon^2}{\alpha H^2}}.$$

Для того чтобы фактор, определяющий рост, не был огромным, следует провести или тонкую настройку величины κ , так чтобы она была много меньше α , или тонкую настройку величины $\epsilon^2/(\alpha H^2)$, так чтобы его значение не было слишком большим, или и то, и другое¹⁰⁾. Грубо говоря, плотность энергии, соответствующая неоднородным модам, составляет малую долю от плотности энергии фона, только если

$$\frac{\sqrt{\kappa}}{\alpha} \frac{\epsilon}{H} \ll \ln \frac{M_{\text{Pl}}}{\epsilon}.$$

¹⁰⁾Как было отмечено выше, другая возможность заключается в тонкой настройке параметров $m_1^2/\kappa = (\epsilon^2 - m_1^2)/\alpha$. В этом случае тахион вообще не существует.

Было бы интересно понять, могут ли эта, а также много других тонких настроек возникать автоматически.

Представленная в настоящей работе модель является почти наверняка не самой привлекательной фантомной теорией, безопасной в УФ-диапазоне. Мы скорее пытались показать, что такая теория вообще возможна. Поэтому мы не делали попыток исследовать целый ряд важных проблем: может ли режим медленного качения быть космологическим аттрактором, имеется ли в инфляционном контексте естественный способ выхода из такого режима, может ли в контексте современной Вселенной тахионная неустойчивость на длинных волнах иметь интересные следствия и т.д. Еще до того, как поставить эти вопросы, было бы желательно понять, какие свойства нашей модели являются общими, а какие зависят от модели. В частности, было бы интересно выяснить, можно ли избежать тахионов, которые существуют в нашей модели для довольно широкого диапазона значений пространственных импульсов выше H , оставив при этом менее опасные ИК-духи.

Благодарности. Автор признателен Д. Горбунову, Д. Левкову, М. Либанову, С. Сибирякову и П. Тинякову за ценные обсуждения, а также С. Дубовскому за полезную переписку. Настоящая работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-17363-а).

Список литературы

- [1] А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили, *Релятивистская теория гравитации*, Наука, М., 1989; А. А. Логунов, *Теория гравитационного поля*, Наука, М., 2001; [gr-qc/0210005](#); С. С. Герштейн, А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили, Н. П. Ткаченко, *ЭЧАЯ*, **36** (2005), 1003; С. Charmousis, R. Gregory, V. A. Rubakov, *Phys. Rev. D*, **62** (2000), 067505; [hep-th/9912160](#); R. Gregory, V. A. Rubakov, S. M. Sibiryakov, *Phys. Rev. Lett.*, **84** (2000), 5928; [hep-th/0002072](#); I. I. Kogan, S. Mouslopoulos, A. Papanaglou, G. G. Ross, J. Santiago, *Nucl. Phys. B*, **584** (2000), 313; [hep-ph/9912552](#); I. I. Kogan, G. G. Ross, *Phys. Lett. B*, **485** (2000), 255; [hep-th/0003074](#); D. J. H. Chung, K. Freese, *Phys. Rev. D*, **61** (2000), 023511; [hep-ph/9906542](#); K. Freese, M. Lewis, *Phys. Lett. B*, **540** (2002), 1; [astro-ph/0201229](#); I. T. Drummond, *Phys. Rev. D*, **63** (2001), 043503; [astro-ph/0008234](#); N. Arkani-Hamed, H. C. Cheng, M. A. Luty, S. Mukohyama, *JHEP*, **05** (2004), 074; [hep-th/0312099](#); J. W. Moffat, *Modified gravitational theory as an alternative to dark energy and dark matter*, [astro-ph/0403266](#); V. A. Rubakov, *Lorentz-violating graviton masses: Getting around ghosts, low strong coupling scale and VDVZ discontinuity*, [hep-th/0407104](#); S. L. Dubovsky, *JHEP*, **10** (2004), 076; [hep-th/0409124](#); S. L. Dubovsky, P. G. Tinyakov, I. I. Tkachev, *Phys. Rev. D*, **72** (2005), 084011; [hep-th/0504067](#); J. D. Bekenstein, *Modified gravity vs dark matter: Relativistic theory for MOND*, *PoS, JHW2004* (2005), 012; [astro-ph/0412652](#).
- [2] G. R. Dvali, G. Gabadadze, M. Porrati, *Phys. Lett. B*, **485** (2000), 208; [hep-th/0005016](#).
- [3] R. R. Caldwell, *Phys. Lett. B*, **545** (2002), 23; [astro-ph/9908168](#); A. E. Schulz, M. J. White, *Phys. Rev. D*, **64** (2001), 043514; [astro-ph/0104112](#); R. R. Caldwell, M. Kamionkowski, N. N. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **91** (2003), 071301; [astro-ph/0302506](#); J. G. Hao, X. Z. Li, *Phys. Rev. D*, **67** (2003), 107303; [gr-qc/0302100](#); G. W. Gibbons, *Phantom matter and the cosmological constant*, [hep-th/0302199](#); S. Nojiri, S. D. Odintsov, *Phys. Lett. B*, **562** (2003), 147; [hep-th/0303117](#); P. Singh, M. Sami,

- N. Dadhich, *Phys. Rev. D*, **68** (2003), 023522; [hep-th/0305110](#); M. P. Dabrowski, T. Stachowiak, M. Szydlowski, *Phys. Rev. D*, **68** (2003), 103519; [hep-th/0307128](#); J. G. Hao, X. Z. Li, *Phys. Rev. D*, **70** (2004), 043529; [astro-ph/0309746](#); V. B. Johri, *Phys. Rev. D*, **70** (2004), 041303; [astro-ph/0311293](#); U. Alam, V. Sahni, T. D. Saini, A. A. Starobinsky, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **354** (2004), 275; [astro-ph/0311364](#); M. Sami, A. Toporensky, *Mod. Phys. Lett. A*, **19** (2004), 1509; [gr-qc/0312009](#); B. Feng, X. L. Wang, X. M. Zhang, *Phys. Lett. B*, **607** (2005), 35; [astro-ph/0404224](#); Z. K. Guo, Y. S. Piao, X. M. Zhang, Y. Z. Zhang, *Phys. Lett. B*, **608** (2005), 177; [astro-ph/0410654](#); G. B. Zhao, J. Q. Xia, B. Feng, X. Zhang, *Probing dynamics of dark energy with supernova, galaxy clustering and the three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations*, [astro-ph/0603621](#).
- [4] B. Boisseau, G. Esposito-Farese, D. Polarski, A. A. Starobinsky, *Phys. Rev. Lett.*, **85** (2000), 2236; [gr-qc/0001066](#); A. Riazuelo, J.-P. Uzan, *Phys. Rev. D*, **66** (2002), 023525; [astro-ph/0107386](#); D. F. Torres, *Phys. Rev. D*, **66** (2002), 043522; [astro-ph/0204504](#); L. Perivolaropoulos, *JCAP*, **0510** (2005), 001; [astro-ph/0504582](#); M. X. Luo, Q. P. Su, *Phys. Lett. B*, **626** (2005), 7; [astro-ph/0506093](#); J. Martin, C. Schmid, J.-P. Uzan, *Phys. Rev. Lett.*, **96** (2006), 061303; [astro-ph/0510208](#).
- [5] S. M. Carroll, A. De Felice, M. Trodden, *Phys. Rev. D*, **71** (2005), 023525; [astro-ph/0408081](#).
- [6] S. Dubovsky, T. Gregoire, A. Nicolis, R. Rattazzi, *JHEP*, **03** (2006), 025; [hep-th/0512260](#).
- [7] A. Vikman, *Phys. Rev. D*, **71** (2005), 023515; [astro-ph/0407107](#); R. V. Buniy, S. D. H. Hsu, *Phys. Lett. B*, **632** (2006), 543; [hep-th/0502203](#).
- [8] W. Hu, *Phys. Rev. D*, **71** (2005), 047301; [astro-ph/0410680](#).
- [9] A. Nicolis, R. Rattazzi, *JHEP*, **06** (2004), 059; [hep-th/0404159](#).
- [10] V. Sahni, Y. Shtanov, *JCAP*, **0311** (2003), 014; [astro-ph/0202346](#); A. Lue, G. D. Starkman, *Phys. Rev. D*, **70** (2004), 101501; [astro-ph/0408246](#).
- [11] J. M. Cline, S. Jeon, G. D. Moore, *Phys. Rev. D*, **70** (2004), 043543; [hep-ph/0311312](#).
- [12] A. Adams, N. Arkani-Hamed, S. Dubovsky, A. Nicolis, R. Rattazzi, *Causality, analyticity and an IR obstruction to UV completion*, [hep-th/0602178](#).
- [13] B. M. Gripaios, *JHEP*, **10** (2004), 069; [hep-th/0408127](#).
- [14] M. V. Libanov, V. A. Rubakov, *JHEP*, **08** (2005), 001; [hep-th/0505231](#).
- [15] S. M. Carroll, E. A. Lim, *Phys. Rev. D*, **70** (2004), 123525; [hep-th/0407149](#).

Поступила в редакцию 10.05.2006