

# **Finite Element Method Magnetics**

Versiunea 3.1

Manual de utilizare

13 Ianuarie 2002

David Meeker  
dmeeker@ieee.org  
<http://femm.berlios.de>  
©2002

Traducere și adaptare:  
Mihai Priboianu  
pribboy@hotmail.com

## Mulțumiri

Mulțumesc următoarelor persoane pentru importante contribuții pe care le-au adus programului FEMM.

- Si Hang, pentru scrierea rutinelor de localizare rapidă a nodurilor, rutine care măresc considerabil viteza de evaluare a integralelor liniare.
- Robin Cornelius, pentru că a realizat suportul pentru extensiile Lua pentru FEMM în vederea posibilității execuției de scripturi.
- Keith Gregory, pentru comentariile sale care au fost de un mare ajutor.
- Stefan Engstrom, pentru că a putut să ruleze FEMM pe Linux cu ajutorul emulatorului wine.
- Ian Stokes-Rees, pentru că a redactat un tutorial excelent.
- Peter Krc și Frank Lenning pentru contribuția adusă la scrierea de cod pentru suportul adus în vederea rulării de fișiere batch.
- Celor care s-au înscris pe lista de mail a paginii de Internet dedicate FEMM-ului pentru sugestiile, comentariile și sfaturile aduse.
- Victor Petoukhov, pentru întrebările sale foarte bune.
- Martin Furlan, pentru că a găsit câteva bug-uri și pentru contribuția adusă în vederea calculului exact al forțelor și cuplului.
- Anders Dahlberg, pentru că a găsit câteva bug-uri și pentru numărul mare de sugestii despre unele facilități care să îmbunătățească atât capabilitățile de calcul ale FEMM-ului cât și ușurința în folosirea acestuia.
- Jonathan Shewchuk, pentru crearea aplicației *triangle* pe care FEMM-ul o folosește în vederea generării meșei.
- Eric Maslen, pentru că m-a sfătuit să distribui FEMM-ul gratis.

# Cuprins

1. Introducere	5
2. Vedere de ansamblu.....	6
2.1. Ecuatiile lui Maxwell.....	6
2.1.1. Probleme de magnetostatică .....	6
2.1.2. Probleme armonice .....	7
2.2. Condițiile de frontieră.....	9
2.3. Analiza prin metoda elementului finit .....	10
3. Preprocesorul	11
3.1. Modurile de desenare ale preprocesorului .....	11
3.2. Comenzile de la tastatură și mouse.....	11
3.3. Modalități de vizualizare.....	13
3.4. Folosirea gridului .....	14
3.5. Meniul Edit .....	15
3.6. Definirea problemei .....	16
3.7. Definirea proprietăților .....	16
3.7.1. Proprietățile punctului.....	17
3.7.2. Proprietățile frontierei.....	18
3.7.3. Proprietățile materialelor .....	21
3.7.4. Librăria de materiale .....	24
3.7.5. Proprietățile circuitului .....	25
3.8. Legăturile cu programele de calcul.....	25
3.9. Importul și exportul de fișiere Autocad în format <i>dxf</i> .....	26
4. Postprocesorul	27
4.1. Moduri de operare .....	27
4.2. Folosirea modurilor de vizualizare și a gridului .....	27
4.3. Comenzi de la tastatură.....	28
4.4. Comenzi de la mouse.....	28
4.5. Linii de câmp .....	28
4.6. Inducții magnetice.....	29
4.7. Grafice liniare .....	30
4.8. Integrale liniare .....	31
4.9. Integrale de volum .....	32
4.10. Calculul forței și a cuplului.....	35
4.11. Exportul graficelor .....	38
4.12. Rezultatele calculului circuitului .....	39
4.13. Alte comenzi folositoare de vizualizare.....	39
5. Limbajul Lua	40
5.1. Ce este Lua ? .....	40
5.2. Setul de comenzi al preprocesorului Lua .....	40
5.2.1. Comenzi de adăugare/ștergere a obiectelor .....	40
5.2.2. Comenzi de selecție a elementelor geometrice.....	41

5.2.3. Comenzi pentru individualizarea obiectelor .....	42
5.2.4. Comenzi pentru definirea și rezolvarea problemelor .....	43
5.2.5. Comenzi de operare cu fișierele .....	44
5.2.6. Comenzi pentru controlul meșei .....	44
5.2.7. Comenzi de editare .....	44
5.2.8. Comenzi pentru zoom .....	45
5.2.9. Definirea proprietăților obiectelor .....	46
5.2.10. Diverse .....	49
5.3. Setul de comenzi al postprocesorului Lua .....	49
5.3.1. Comenzi pentru extragerea datelor .....	50
5.3.2. Comenzi pentru selecție .....	52
5.3.3. Comenzi pentru zoom .....	53
5.3.4. Comenzi pentru vizualizare .....	53
5.3.5. Diverse .....	55
6. Metode numerice	
6.1. Descrierea metodei elementului finit .....	55
6.2. Rezolvatori de probleme liniare .....	55
6.3. Îmbunătățirea acurateții calculului de câmp .....	56
A. Modelarea magneților permanenți	59
B. Modelarea efectului prezenței direcției de înbinare în bobine	61
C. Probleme cu frontieră deschisă	64
C.1. Trunchierea frontierelor externe .....	64
C.2. Condiții asimptotice de frontieră .....	64
C.3. Transformarea Kelvin .....	66
C.3.1. Introducere .....	66
C.3.2. Derivarea .....	67
C.3.3. Exemplu de aplicare a transformatei Kelvin – <b>open1.fem</b> .....	68

# 1. Introducere

FEMM este o suită de programe ce rezolvă probleme magnetostatice de frecvență joasă. Programele rezolvă în mod curent probleme bidimensionale în domenii plane și axisimetrice. FEMM este divizat în trei părți:

1. Preprocesorul (**femme.exe**). Acesta este un program de tip CAD pentru realizarea geometriei modelului, pentru definirea proprietăților materialelor și pentru definirea condițiilor de frontieră. Pot fi importate și fișiere Autocad cu extensia *dxf* pentru a facilita analiza geometriilor existente în acest format.
2. Rezolvatorul (**fkern.exe**). Rezolvatorul citește un set de date ce descriu problema și rezolvă ecuațiile lui Maxwell în vederea obținerii valorilor mărimilor ce descriu câmpul magnetic în domeniul ales.
3. Postprocesorul (**femmview.exe**). Acesta este un program care afișează câmpul magnetic rezultat în urma calculului sub forma unor linii de câmp sau sub formă de densități de flux magnetic. Deasemenea, programul permite utilizatorului atât să observe care sunt valorile diferitelor mărimi magnetice în puncte arbitrar alese cât și să evalueze diferite integrale și grafice ale mărimilor de interes pe un anumit contur predefinit.

Mai sunt folosite și alte două programe dedicate afișării corecte a rezultatelor:

•**triangle.exe**. *Triangle* împarte toată geometria modelului într-un număr mare de triunghiuri, o etapă vitală a metodei elementului finit. Această aplicație a fost creată de Jonathan Shewchuk, ea putând fi găsită și pe pagina de Internet a universității Carnegie-Mellon sau pe Netlib.

•**femmplot.exe**. Acest mic program este folosit pentru a afișa grafice bidimensionale. Este posibilă deasemenea salvarea și vizualizarea oricăror fișiere în formatul Extended Metafile (*emf*).

## 2. Vedere de ansamblu

Scopul acestui capitol este să-i ofere utilizatorului o scurtă descriere a problemelor pe care le rezolvă FEMM. Aceste informații nu sunt importante dacă nu interesează în mod deosebit modul în care FEMM își formulează problemele. Se poate trece peste aproape tot capitolul, mai puțin paragraful 2.2. Acest paragraf conține câteva informații importante despre desemnarea suficientă a unor condiții de frontieră în vederea obținerii unor rezultate corecte.

Se presupune că utilizatorul este familiarizat atât cu noțiunile fundamentale ale magnetismului cât și cu ecuațiile lui Maxwell; de aceea se face doar o scurtă trecere în revistă a acestor noțiuni. Totuși autorul a găsit câteva materiale care s-au dovedit folositoare în înțelegerea derivării și rezolvării ecuațiilor lui Maxwell în diferite situații. Pentru începători se recomandă consultarea lucrării lui Plonus: *Applied electromagnetics* [1]. Pentru un nivel mediu, foarte bună este lucrarea lui Hoole: *Computer-aided analysis and design of electromagnetic devices* [2] în care se face atât o detaliată descriere a ecuațiilor lui Maxwell cât și o descriere a aplicațiilor magnetismului în alte discipline. Pentru cei care au studii avansate se recomandă lucrarea lui Jackson: *Classical electrodynamics* [3].

### 2.1. Ecuațiile lui Maxwell

În cazul problemelor de joasă frecvență rezolvabile cu FEMM este necesară doar o parte din ecuațiile lui Maxwell. Prin definiție, problemele de joasă frecvență sunt acele probleme în care se pot ignora curenții de deplasare. Acești curenți sunt semnificativi doar la frecvențe radio.

#### 2.1.1. Probleme de magnetostatică

Problemele de magnetostatică sunt acele probleme în care mărimile caracteristice câmpurilor magnetice nu variază în timp. În acest caz, *intensitatea câmpului magnetic* ( $H$ ) și *inducția magnetică* ( $B$ ) trebuie să respecte următoarele relații:

$$\nabla \times H = J \quad (1)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2)$$

cu condiția ca să existe următoarea relație între  $B$  și  $H$  pentru fiecare material în parte:

$$B = \mu H \quad (3)$$

În realitate, dacă un material este neliniar (de exemplu, fierul saturat sau magnetii AlNiCo), permeabilitatea  $\mu$  se exprimă în funcție de inducția magnetică  $B$  astfel:

$$\mu = \frac{B}{H(B)} \quad (4)$$

FEMM calculează câmpuri magnetice care satisfac relațiile (1)-(3); se ia în calcul și *potențialul magnetic vector*. Astfel, se poate scrie o relație de calcul a inducției magnetice în care să intervină și potențialul magnetic vector,  $A$ :

$$B = \nabla \times A \quad (5)$$

Acum, analizând relația (5), observăm că inducția magnetică  $B$  satisface întradevăr relația (2). Deci, putem rescrie relația (1) astfel:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu(B)} \nabla \times A \right) = J \quad (6)$$

Pentru un material liniar și izotrop, ecuația (6) se reduce la:

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 A = J \quad (7)$$

În calculele pe care le face, FEMM folosește relația (6), putând astfel rezolva probleme magnetostatice în care intervine relația neliniară dintre  $B$  și  $H$ .

În cazul tridimensional,  $A$  este un vector cu trei componente. Cu toate acestea, în cazurile bidimensionale și axisimetrice, două dintre aceste trei componente sunt zero, rămânând doar componenta “care iese din pagină”.

Avantajul metodei potențialului magnetic vector este că toate condițiile ce trebuie satisfăcute sunt conținute într-o singură ecuație. Dacă prin rezolvarea acestei ecuații se poate afla  $A$  atunci, prin derivare, se pot afla și  $B$ , și  $H$ . În plus, ecuația (6), care este o ecuația eliptică cu derivate parțiale, este folosită în descrierea mai multor fenomene specifice ingineriei. În acest sens, s-au dezvoltat multe metode de-a lungul anilor pentru a rezolva această ecuație.

### 2.1.2. Probleme armonice

Dacă mărimile caracteristice câmpului magnetic variază în timp, în materialele conductoare se pot induce curenți turbionari. Mai există alte câteva ecuații ale lui Maxwell care evidențiază distribuția câmpului electric și care trebuie luate în considerare. Notând cu  $E$  intensitatea câmpului electric și cu  $J$  densitatea de curent, aceste două mărimi respectă următoarea relație:

$$J = \sigma \cdot E \quad (8)$$

Atunci intensitatea câmpului electric respectă relația:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (9)$$

Dacă înlocuim relația (5) în relația (9), obținem:

$$\nabla \times E = -\nabla \times \dot{A} \quad (10)$$

Pentru o descriere corectă a problemelor bidimensionale se poate integra relația (10), rezultând:

$$E = -\dot{A} - \nabla V \quad (11)$$

și astfel, relația (8) devine:

$$J = -\sigma \cdot \dot{A} - \sigma \cdot \nabla V \quad (12)$$

Înlocuind acum în relația (7), rezultă următoarea ecuație cu derivate parțiale:

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 A = -\sigma \cdot \dot{A} - J_{src} + \sigma \cdot \nabla V \quad (13)$$

unde  $J_{src}$  reprezintă densitatea de curent sursă. Termenul  $\nabla V$  este un gradient de tensiune, care este constant (în problemele bidimensionale) într-un corp conductor. FEMM folosește acest gradient de tensiune în câteva probleme armonice pentru a impune limitări curentului ce circulă prin regiunile conductoare.

FEMM ia în calcul relația (13) în cazul în care câmpul este oscilant la o frecvență constantă. În acest caz, printr-o transformare fazorială [2] se ajunge la o ecuație de stare stabilă care se rezolvă pentru amplitudinea și faza vectorului  $A$ . Această transformare este:

$$A = \text{Re}[a(\cos \omega t + j \sin \omega t)] = \text{Re}[ae^{j\omega t}] \quad (14)$$

în care  $a$  este un număr complex. Înlocuind în ecuația (13) și descompunând termenul complex exponențial rezultă ecuația pe care FEMM o rezolvă pentru a putea rezolva problemele magnetice armonice:

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 a = j\omega \sigma a - \hat{J}_{src} + \sigma \cdot \nabla V \quad (15)$$

în care  $\hat{J}_{src}$  reprezintă rezultatul transformării fazoriale aplicate densității de curent sursă.

În mod obișnuit, permeabilitatea  $\mu$  este constantă în cazul problemelor armonice. În orice caz, FEMM permite folosirea unei permeabilități complexe care depinde de frecvență, lucru care este folositor în modelarea materialelor cu îmbinări fine și care prezintă histerezis pronunțat.



## 2.2. Condițiile de frontieră

Este necesară o discuție despre condițiile de frontieră pentru ca utilizatorul să fie capabil să definească un număr adecvat de astfel de condiții pentru a obține o soluție atât corectă cât și unică. În cazul FEMM, condițiile de frontieră sunt de trei tipuri:

- *Dirichlet*. În cazul acestui tip de condiție de frontieră valoarea lui  $A$  este definită în mod explicit pe frontieră, de exemplu  $A=0$ . Acest tip de condiție de frontieră este cel mai des folosită când se dorește definirea lui  $A=0$  cu scopul de a nu permite fluxului magnetic să treacă de frontieră.
- *Neumann*. Această condiție de frontieră permite specificarea derivatei pe direcția normalei a vectorului  $A$  de-a lungul frontierei. În mod obișnuit, de-a lungul frontierei se folosește  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$  pentru a forța fluxul să treacă de frontieră la exact  $90^\circ$  față de frontieră. Se folosește cu succes când problema impune interfețe realizate din metale de înaltă permeabilitate.
- *Robin*. Condiția de frontieră de tip Robin este, de fapt, o îmbinare între cea de tip Dirichlet și cea de tip Neumann, apărând, deci, o relație între valoarea lui  $A$  și derivata sa pe direcția normalei la frontieră. Un exemplu de astfel de condiție de frontieră este următorul:

$$\frac{\partial A}{\partial n} + cA = 0$$

Acest tip de condiție de frontieră este cel mai des folosită de FEMM în problemele în care intervin curenții turbionari la interfețele cu corpuri care permit trecerea acestor curenți la adâncime mică.

În cazul în care nu se specifică nici o condiție de frontieră fiecare frontieră este setată implicit la cea de tip Neumann. Totuși, se impune definirea unei alte condiții de frontieră pentru a obține o soluție unică.

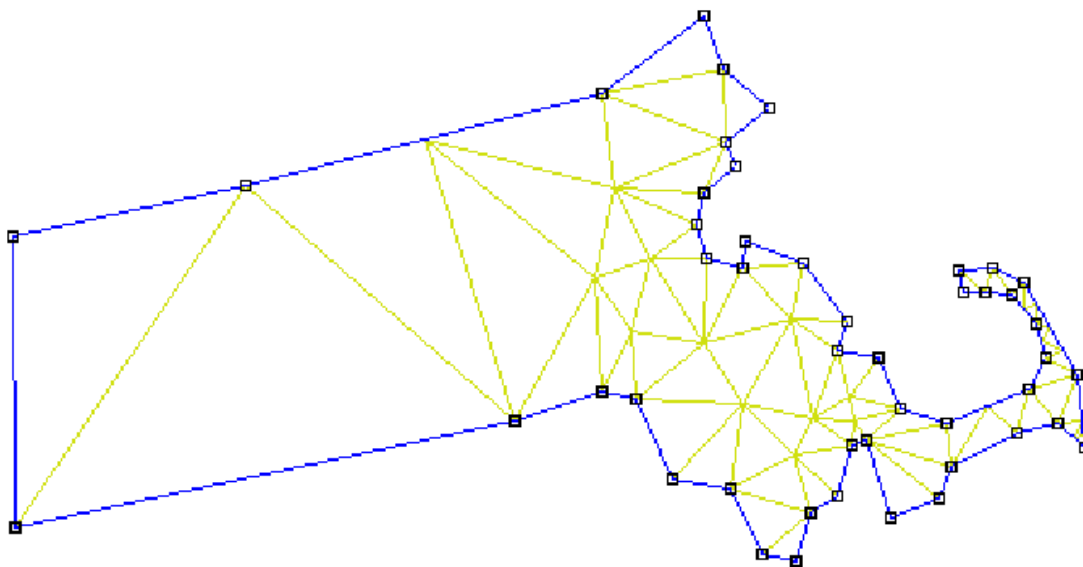


Figura 1: Exemplu de discretizare a unui domeniu (statul Massachusetts)

Pentru problemele axisimetrice, este impusă valoarea  $A=0$  pe o linie pe care  $r=0$ . În acest caz, se poate obține o soluție corectă fără o definiție explicită a vreunei condiții de frontieră, atâta timp cât o parte a frontierei se întinde de-a lungul liniei pe care  $r=0$ .

### 2.3. Analiza prin metoda elementului finit

Deși ecuațiile diferențiale care îl descriu pe  $A$  sunt aparent compacte, este foarte dificil a se obține soluții viabile chiar și în cazul geometriilor simple. Aici intervine metoda elementului finit. Ideea de bază a acestei metode este împărțirea domeniului într-un număr mare de zone, fiecare zonă având cea mai simplă geometrie posibil (de exemplu, triunghiuri). De exemplu, Figura 1 evidențiază harta statului Massachusetts împărțită în mici triunghiuri. În zonele delimitate de fiecare triunghi se aproximează corect valoarea lui  $A$  printr-o funcție foarte simplă. Dacă se folosește un număr suficient de mic de astfel de zone, valoarea aproximată a lui  $A$  se apropie foarte mult de cea reală.

Avantajul discretizării domeniului într-un număr de mici elemente este acela că problemele de magnetism sunt transformate din unele ușor de enunțat dar greu de rezolvat în unele relativ simple însă cu un volum mare de calcul

În mod special, discretizarea problemei derivă în rezolvarea unei probleme de algebră liniară cu zeci sau chiar sute de necunoscute. Există totuși algoritmi care permit calculatorului să rezolve aceste sisteme de ecuații în câteva secunde.

FEMM folosește triunghiuri la discretizarea domeniului. Pentru fiecare element al domeniului astfel discretizat, soluția este aproximată printr-o interpolare liniară a valorilor lui  $A$  pe cele trei drepte ale triunghiului. Problema de algebră liniară este formulată prin alegerea lui  $A$  pe principiul efortului minim de calcul.

### 3. Preprocesorul

Preprocesorul este folosit pentru desenarea geometriei problemelor, definirea materialelor și pentru definirea condițiilor de frontieră.

De obicei, desenarea unei geometrii cât mai exacte constă în parcurgerea a patru pași, care nu trebuie urmați neapărat consecutiv:

- Desenarea punctelor care delimitează diferitele linii și arce de cerc ce intervin.
- Conectarea punctelor definite prin linii sau prin arce de cerc.
- Adăugarea unei etichete pentru fiecare regiune a modelului în vederea definirii proprietăților materialelor și a dimensiunii meșei.
- Specificarea condițiilor de frontieră la marginile geometriei definite.

Acest capitol își propune să discute despre parcurgerea acestor patru pași pentru a crea o problemă ce poate fi rezolvată.

#### 3.1. Modurile de desenare ale preprocesorului

Preprocesorul este întotdeauna reprezentat de cele cinci moduri de operare ale sale: modul *Point*, modul *Line*, modul *Arc*, modul *Block* sau modul *Group*. Primele patru moduri corespund celor patru tipuri de entități care definesc geometria unei probleme: nodurile, care definesc toate colțurile geometriei, liniile și arcele, care conectează nodurile între ele pentru a forma frontiere și interfețe, etichetele de bloc care permit setarea proprietăților unui material și a mărimii meșei pentru o anumită regiune.

Când este activat un anumit mod, trebuie știut că operațiile de editare se referă doar la modul respectiv. Al cincilea mod și anume modul *Group* este menit să grupeze mai multe obiecte în entități care pot fi manipulate mai ușor.

Pentru schimbarea modurilor de operare cu preprocesorul se apasă unul dintre butoanele care sunt evidențiate în Figura 2.



Figura 2 : Butoanele necesare schimbării modului de desenare

Butoanele corespund, în ordine, modurilor *Point*, *Line*, *Arc*, *Block* și, respectiv, *Group*. Modul implicit de operare este *Point*.

#### 3.2. Comenzile de la tastatură și mouse

Deși majoritatea sarcinilor care trebuie întreprinse există și pe toolbar, există câteva funcții importante care sunt activate doar prin folosirea anumitor combinații de taste. Aceste combinații sunt evidențiate în Tabelul 1.

Tabelul 1.

<b>Operarea cu modul <i>Point</i></b>	
Tasta	Funcția
Space	Editare a proprietăților punctelor selectate
Tab	Apare o căsuță de dialog care cere coordonatele unui punct ce se dorește a fi introdus
Escape	Deselectează toate punctele anterior selectate
Delete	Șterge punctele selectate

<b>Operarea cu modul <i>Line/Arc</i></b>	
Tasta	Funcția
Space	Editare a proprietăților liniilor selectate
Escape	Deselectează toate liniile anterior selectate precum și punctele care le delimitează
Delete	Șterge liniile selectate

<b>Operarea cu modul <i>Block</i></b>	
Tasta	Funcția
Space	Editare a proprietăților etichetelor de bloc selectate
Tab	Apare o căsuță de dialog care cere coordonatele etichetei ce se dorește a fi introdusă
Escape	Deselectează toate etichetele anterior selectate
Delete	Șterge etichetele selectate

<b>Operarea cu modul <i>Group</i></b>	
Tasta	Funcția
Space	Editare a proprietăților obiectelor grupate (se aplică tuturor blocurilor)
Escape	Deselectează toate obiectele din grup
Delete	Șterge obiectele grupate

Taste pentru vizualizare	
Tasta	Funcția
Săgeată stânga	Defilare stânga
Săgeată dreapta	Defilare dreapta
Săgeată sus	Defilare sus
Săgeată jos	Defilare jos
Page Up	Mărire
Page Down	Micșorare
Home	Mărire naturală

Analog, există și funcții care se activează cu ajutorul mouse-ului. Se pot crea obiecte sau se pot modifica proprietățile obiectelor deja existente. Acțiunile care se pot întreprinde cu mouse-ul apar în Tabelul 2.

Tabelul 2.

<b>Modul <i>Point</i></b>	
Acțiune	Funcție
Click stânga	Creează un punct în locul unde se află cursorul mouse-ului
Click dreapta	Selectează cel mai apropiat punct
Dublu click dreapta	Afișează coordonatele celui mai apropiat punct

<b>Modul <i>Line/Arc</i></b>	
Acțiune	Funcție
Click stânga	Creează un punct de plecare/sosire pentru o linie/arc
Click dreapta	Selectează cel mai apropiat segment:linie/arc
Dublu click dreapta	Afișează lungimea celui mai apropiat segment:linie/arc

<b>Modul <i>Block</i></b>	
Acțiune	Funcție
Click stânga	Creează o etichetă în locul unde se află cursorul mouse-ului
Click dreapta	Selectează cea mai apropiată etichetă
Dublu click dreapta	Afișează coordonatele celei mai apropiate etichete

<b>Modul <i>Group</i></b>	
Acțiune	Funcție
Click dreapta	Selectează grupul asociat celui mai apropiat obiect

### 3.3. Modalități de vizualizare

De obicei, utilizatorul trebuie să miște sau să vadă mai bine geometria pe ecranul monitorului. Majoritatea comenzilor pentru vizualizare sunt prezente pe toolbarul preprocesorului. De asemenea, aceste funcții pot fi accesate de la tastatură, combinațiile de taste putând fi văzute în Tabelul 1. Toolbarul pentru vizualizare arată ca în Figura 3.



Figura 3 : Toolbarul cu comenzi de vizualizare

Butoanele de pe toolbarul din Figura 3 au următoarele semnificații:

- Săgețile corespund mișcării în direcția dorită la aproximativ jumătate din lățimea ecranului.
- Butonul “pagină goală” permite vizualizarea întregii geometrii
- Butoanele “+” și “-” măresc sau micșorează geometria

- Butonul “pagina cu lupă” permite utilizatorului să mărească o anumită regiune de pe ecran. Pentru utilizarea acestei funcții se va apăsa pe buton și apoi se va încadra regiunea care se dorește a fi mărită cu ajutorul butonului din stânga a mouse-ului.

Există și câteva comenzi pentru vizualizare care nu sunt utilizate frecvent. Acestea se află la opțiunea *Zoom* din meniul principal. Această opțiune conține atât comenzile ce se află și pe toolbar cât și altele precum *Keyboard*, *Status Bar* și *Toolbar*. Opțiunea *Keyboard* îi permite utilizatorului să mărească o regiune într-un dreptunghi ale cărui vârfuri trebuie specificate de acesta. Se specifică coordonatele acestora și se apasă “OK”. Regiunea încadrată se va mări.

Opțiunea *Status Bar* poate fi folosită pentru a ascunde sau nu bara de stare din partea de jos a ferestrei FEMM. În mod obișnuit, este de dorit ca bara de stare să fie afișată, având în vedere că, implicit, la pornirea FEMM, cursorul mouse-ului este poziționat pe aceasta. Dacă se dorește spațiu mai mare pe ecran, se poate ascunde bara de stare. Totodată, trebuie știut că bara de stare poate fi deplasată oriunde pe ecran prin simpla tragere către locația dorită.

### 3.4. Folosirea gridului

Pentru a veni în ajutorul celor care desenează geometrii complicate, există o unealtă foarte folositoare și anume gridul. Când este activat, o rețea de pixeli bleu apar pe ecran. Spațiul dintre doi pixeli poate fi specificat de utilizator iar cursorul mouse-ului poate fi setat să “prindă” cel mai apropiat pixel când este apăsat butonul stânga.

Cel mai ușor mod de a manipula gridul este acela de a folosi butoanele de pe toolbar care sunt evidențiate de Figura 4. Cel mai din stânga buton din Figura 4 ascunde sau nu gridul. Implicit, acest buton este apăsat, dezvăluind gridul.



Figura 4 : Butoanele pentru folosirea gridului

Al doilea buton, cu o iconiță cu o săgeată arătând spre un punct al gridului, este cel “*snap to grid*”; când acest buton este apăsat, cursorul mouse-ului este “captat” către cel mai apropiat pixel al gridului. Implicit, și acest buton este apăsat la pornirea FEMM. Cel mai din dreapta buton este acela prin care se setează proprietățile gridului prin intermediul unei ferestre-dialog precum cea din Figura 5.

Această fereastră are o opțiune de editare a mărimii gridului. Când apare, fereastra arată mărimea curentă a gridului. Fereastra mai conține și o opțiune pentru selectarea tipului de coordonate folosit: cartezian sau polar. Dacă este selectat sistemul cartezian de coordonate punctele se specifică prin coordonatele  $(x,y)$  pentru o problemă plană sau prin coordonatele  $(r,z)$  pentru o problemă axisimetrică. Dacă este selectat sistemul polar de coordonate punctele se indică prin precizarea unghiului și vectorului lor de poziție. Implicit, este setat sistemul cartezian de coordonate.

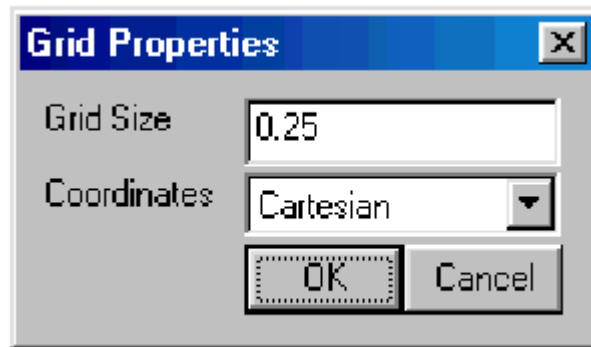


Figura 5 : Fereastra de setare a proprietăților gridului

### 3.5. Meniul *Edit*

Prin intermediul meniului *Edit* se pot executa câteva sarcini foarte importante. Probabil, cea mai importantă este comanda *Undo*. Aceasta va trece la ultima schimbare pe care utilizatorul a făcut-o geometriei modelului. Pentru selectarea rapidă a mai multor obiecte se folosește comanda *Select Group*. Aceasta permite utilizatorului să selecteze obiecte de un anumit tip localizate într-un anumit perimetru. Obiectele selectate pot fi șterse, copiate sau mișcate. Pentru mișcarea sau copierea lor se apelează la meniul *Edit* și va apărea o fereastră dialog care va cere cât de mare să fie unghiul de rotire sau deplasare.

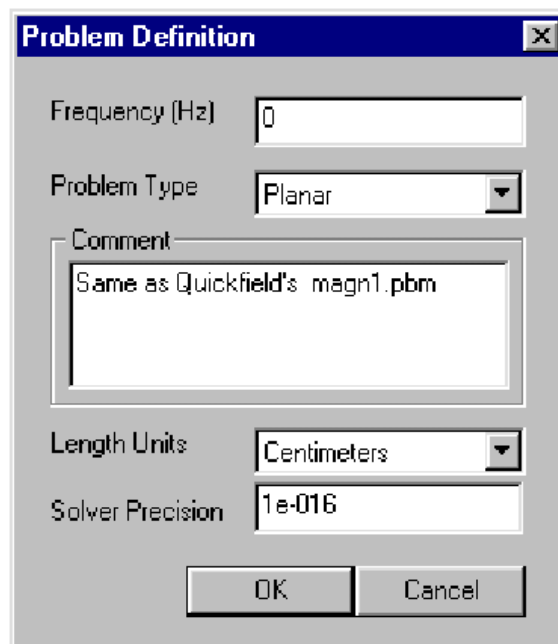


Figura 6 : Fereastra necesară definirii problemei

### 3.6. Definirea problemei

Definirea tipului de problemă se face selectând opțiunea *Problem* din meniul principal. Astfel, va apărea dialogul “*Problem Definition*” precum în Figura 6.

Prima opțiune în această fereastră este cea în care se cere frecvența, în hertzi. Pentru o problemă de magnetostatică, utilizatorul trebuie să seteze frecvența pe 0 Hz. Dacă frecvența este nenulă, FEMM va efectua o analiză armonică, considerând că toate mărimile caracteristice câmpului magnetic vor oscila la acea frecvență. Implicit, frecvența este setată pe zero.

A doua opțiune este “*Problem Type*”. Această opțiune permite utilizatorului să aleagă dintre o problemă plană bidimensională (opțiunea *Planar*) și o problemă axisimetrică (opțiunea *Axisymmetric*).

A treia opțiune este fereastra de editare *Comment*. Aceasta este opțională, utilizatorul putând să insereze câteva linii de text care să descrie problema ce trebuie rezolvată. Acest lucru este folositor dacă se fac schimbări secvențiale la geometria modelului. Comentariul poate fi deci folosit pentru identificarea particularităților impuse de fiecare modificare a geometriei.

Urmează opțiunea *Length Units*. Aceasta specifică ce unitate de măsură este asociată dimensiunilor geometriei. FEMM suportă țolii, milimetrii, centimetri, metri, milele și micronii.

În cele din urmă avem opțiunea *Solver Precision*. Numărul din această fereastră specifică pasul de eșantionare pentru rezolvatorul liniar. Problema de algebră liniară ar putea fi specificată prin următoarea ecuație matriceală:

$$Mx = b$$

unde  $M$  este o matrice pătratică,  $b$  este vectorul ce conține termeni liberi iar  $x$  este vectorul ce conține necunoscutele. Valoarea pasului de eșantionare determină valoarea maximă admisibilă pentru  $\frac{\|b - Mx\|}{\|b\|}$ . Valoarea implicită este  $10^{-8}$ .

### 3.7. Definirea proprietăților

Pentru a defini corect o problemă, utilizatorul trebuie să știe care sunt condițiile de frontieră, proprietățile materialelor etc. Aceste specificații pot fi definite selectând opțiunea *Properties* din meniul principal. Aceasta are patru subopțiuni: *Materials*, *Boundary*, *Point* și *Circuits*. Când se selectează oricare dintre cele patru opțiuni, apare o fereastră precum cea din Figura 7. Această fereastră permite definirea mai multor tipuri de proprietăți. În partea de sus a ferestrei sunt afișate toate proprietățile definite implicit. La începerea definirii unui nou model, această fereastră este goală. Butonul *Add Property* permite definirea unei noi proprietăți. Butonul *Delete Property* șterge proprietatea care este selectată în secțiunea *Property Name*. Butonul *Modify Property* îi permite utilizatorului să editeze proprietatea curent selectată. În continuare se cere specificarea proprietăților punctelor, segmentelor și ale blocurilor.



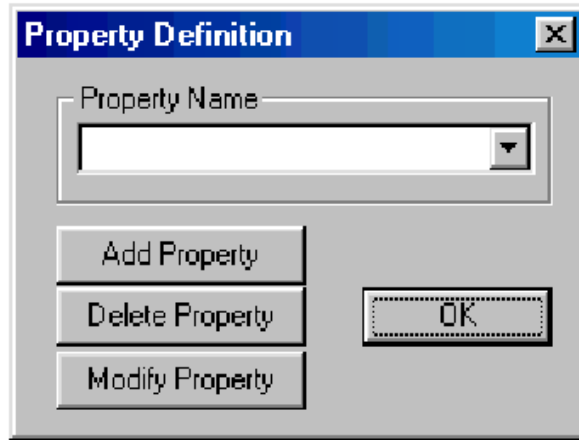


Figura 7: Fereastra pentru definirea proprietăților

În general, se cer atât părțile reale cât și părțile imaginare ale valorilor introduse. Dacă problema este de magnetostatică (frecvența este nulă), trebuie introdusă doar partea reală a mărimilor iar cea imaginară se pune zero. Motivul pentru care FEMM folosește acest formalism este obținerea unei tranziții relativ line dintre o problemă statică și una variabilă în timp. Trebuie să ne aducem aminte de transformarea fazorială din ecuația (14). Această transformare consideră că toate mărimile oscilează în timp la o frecvență anumită  $f$  deci la o pulsație  $\omega$ . Transformarea fazorială ia în calcul partea cosinusoidală a câmpului și o reprezintă ca partea reală a unui număr complex. Partea imaginară reprezintă partea sinusoidală a intensității câmpului magnetic, defazată cu  $90^\circ$ . Observăm ce se întâmplă dacă frecvența tinde la zero:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} (a_{re} \cos \omega t - a_{im} \sin \omega t) = a_{re}. \quad (16)$$

Din acest motiv valorile magnetostatice ( $\omega = 0$ ) sunt descrise doar de partea reală a numărului complex ce trebuie specificat.

### 3.7.1. Proprietățile punctului

Dacă este adăugată o nouă proprietate unui punct sau dacă se dorește modificarea proprietății unui punct existent, apare fereastra *Nodal Property* precum în Figura 8.

Prima selecție este *Name*. Numele implicit este “*New Point Property*” dar acesta se poate modifica în vederea unei descrieri mai bune a proprietății ce se definește.

Urmează definirea potențialului magnetic vector,  $A$ , pentru un anumit punct, și definirea densității de curent,  $J$ . Cele două mărimi se exclud reciproc. De aceea, dacă sunt introduse valori nenule pentru  $J$ , FEMM presupune că prin acel punct circulă un curent. În celălalt caz se presupune că s-a definit un potențial magnetic vector. Există două poziții pentru definirea părților reale și imaginare ale lui  $A$ . FEMM consideră că unitatea de măsură a lui  $A$  este  $\text{Wb/m}$ . În mod obișnuit,  $A$  trebuie să fie definit în câteva puncte ale domeniului cu valori particulare (de obicei, zero) în cazul problemelor cu condiții de frontieră puse pe toate părțile domeniului. Astfel se definește potențialul magnetic vector al unui punct.

În cele din urmă, există două poziții și pentru definirea curentului într-un punct prin definirea densității de curent,  $J$ . Se consideră că unitatea de măsură este amperul.

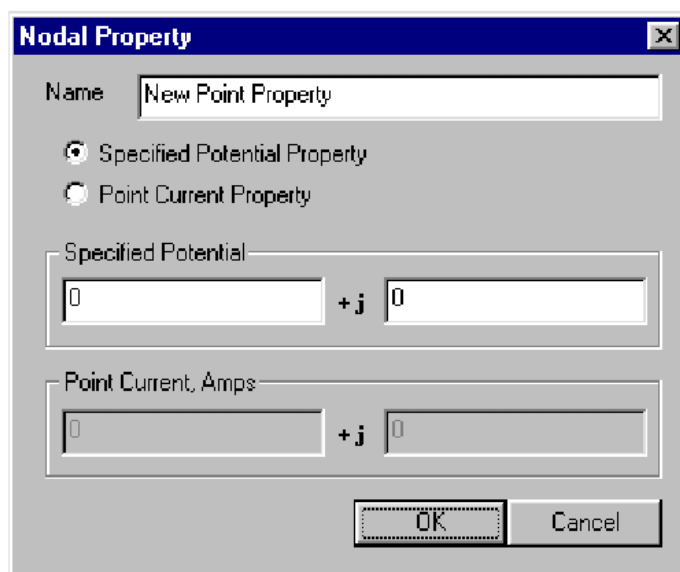


Figura 8 : Fereastra de definire a proprietăților unui punct

### 3.7.2. Proprietățile frontierei

Fereastra *Boundary Property* este folosită pentru a specifica proprietățile liniilor și arcelor care sunt frontiere pentru domeniul soluțiilor. Această fereastră arată precum în Figura 9.

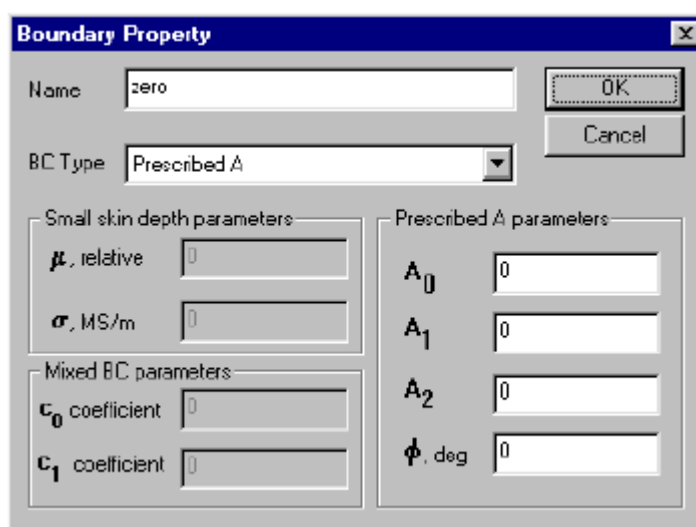


Figura 9 : Fereastra pentru definirea proprietăților frontierelor

Prima opțiune din această fereastră este cea în care se cere numele proprietății. Implicit, numele este “*New Boundary*” dar se recomandă un nume mai evident pentru frontiera ce se definește.

Următoarea opțiune este *BC Type*. Aceasta ne permite să setăm tipul condiției de frontieră. FEMM suportă următoarele tipuri de frontieră:

• *Prescribed A*. Cu această condiție de frontieră, potențialul magnetic vector,  $A$ , este definibil de-a lungul unei frontiere date. Această condiție poate fi folosită pentru a defini fluxul magnetic care să circule normal pe o frontieră, având în vedere că fluxul normal este egal cu derivata componente tangențiale a lui  $A$  de-a lungul frontierei.  $A$  este definit prin specificarea parametrilor  $A_0, A_1, A_2$  și  $\Phi$  în fereastra *Prescribed A parameters*. Dacă problema este plană, parametri corespund formulei:

$$A = (A_0 + A_1x + A_2y)e^{j\Phi} \quad (17)$$

Dacă problema este axisimetrică, parametri corespund următoarei relații:

$$A = (A_0 + A_1r + A_2z)e^{j\Phi} \quad (18)$$

• *Small Skin Depth*. Această condiție de frontieră denotă prezența unui material parcurs de curenți turbionari la frecvențe suficient de mari astfel încât adâncimea suprafeței parcurse de acești curenți să fie foarte mică. O detaliere substanțială acestui subiect se găsește în lucrarea [2]. Rezultatul este o condiție de frontieră de tip Robin cu coeficienți complecși de forma:

$$\frac{\partial A}{\partial n} + \left( \frac{1+j}{\delta} \right) A = 0 \quad (19)$$

unde  $n$  reprezintă direcția normalei externe pe frontieră iar  $\delta$  reprezintă adâncimea materialului la frecvența de interes. Adâncimea se definește astfel:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_r\mu_0\sigma}} \quad (20)$$

unde  $\mu_r$  și  $\sigma$  sunt permeabilitatea relativă și conductivitatea materialului parcurs de curenți turbionari. Acești parametri sunt definiți prin specificarea lui  $\mu$  și a lui  $\sigma$  în fereastra *Small skin depth parameters*. La frecvență nulă, condiția de frontieră degenerază la  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$  (din cauză că adâncimea tinde la infinit).

• *Mixed*. Această opțiune denotă o condiție de frontieră de forma:

$$\left( \frac{1}{\mu_r\mu_0} \right) \frac{\partial A}{\partial n} + c_0 A + c_1 = 0 \quad (21)$$

În acest caz parametri sunt specificați în fereastra *Mixed BC parameters*. Din punctul de vedere al alegerii coeficienților, această condiție de frontieră poate fi ori de tip Robin ori de tip Neumann. Există două posibilități pentru folosirea acestei condiții de frontieră:

1. Prin alegerea corectă a coeficientului  $c_0$  și prin selectarea lui  $c_1 = 0$ , această condiție poate fi aplicată frontierei externe a geometriei în vederea unei aproximări a domeniului de soluții. Pentru informații mai detaliate despre probleme cu frontiere deschise, se va consulta *Anexa C*.
2. Condiția *Mixed* poate fi folosită pentru a specifica intensitatea câmpului,  $H$ , care circulă în paralel cu frontiera. Acest lucru se face prin definirea lui  $c_0$  cu 0 iar  $c_1$  se setează la valoarea dorită a lui  $H$  în A/m. Trebuie spus că acest tip de condiție poate deasemenea să fie folosită pentru a prescrie pe frontieră condiția  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ . Totuși, această metodă nu se folosește deoarece, implicit, elementele finite de primul ordin (triunghiuri) pun condiția  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ .

• *Strategic Dual Image*. Acest tip de condiție de frontieră este, de fapt, un prototip, care se dovedește a fi folositoare din când în când. Aceasta “imită” o frontieră “deschisă” prin dubla rezolvare a frontierei: odată, prin intermediul unei condiții omogene de frontieră de tip Dirichlet pe o frontieră SDI și, a doua oară, cu ajutorul unei condiții omogene de tip Neumann tot pe o frontieră SDI. Ambele rezultate se mediază pentru a obține rezultatul unei probleme descrisă de o frontieră deschisă. Această condiție ar trebui să fie aplicată doar frontierelor externe ale problemelor plane bidimensionale cu domenii circulare. Printr-o abordare ce se folosește de metoda imaginilor se poate dovedi că aceasta determină un rezultat corect pentru probleme cu frontieră deschisă care nu presupun existența fierului (de exemplu, doar curenți sau magneți liniari cu o permeabilitate unitară în domeniul soluțiilor).

• *Periodic*. Această condiție se aplică ori asupra a două segmente sau asupra a două arce pentru a forța potențialul magnetic vector să fie identic de-a lungul fiecărei frontiere. Acest tip de condiție este folositoare în manevrarea simetriilor inerente în anumite probleme în vederea reducerii domeniului care trebuie modelat. Domeniul trebuie doar să fie periodic, în contradicție cu respectarea mult mai restrictivelor condiții liniare  $A = 0$  sau  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ . O altă aplicație a acestui tip de condiție este modelarea problemelor cu frontieră deschisă, ce vor fi discutate în *Anexa C.3*. Adesea, o frontieră periodică este realizată din câteva linii sau arce. Pentru fiecare secțiune a frontierei trebuie definită câte o condiție, având în vedere că fiecare condiție periodică în parte poate aparține doar unei linii sau unui arc de pe frontieră.

• *Antiperiodic*. Condiția de frontieră antiperiodică se aplică într-un mod similar cu cea periodică, dar efectul ei este diferit: forțarea a două frontiere de a se exclude una pe cealaltă. Acest tip de condiție este deasemenea adesea folosită pentru reducerea domeniului în care se modelează, de exemplu, modelarea unei mașini electrice prin interpretarea fenomenelor ce se întâmplă doar într-un pol al acesteia și apoi extinderea interpretărilor la întreaga mașină.

### 3.7.3. Proprietățile materialelor

Fereastra *Block Property* este folosită pentru definirea proprietăților asociate etichetelor de bloc. Aceste proprietăți desemnează atât materialul din care este alcătuit blocul cât și modul de îmbinare a materialelor. Această fereastră arată precum cea din Figura 10.

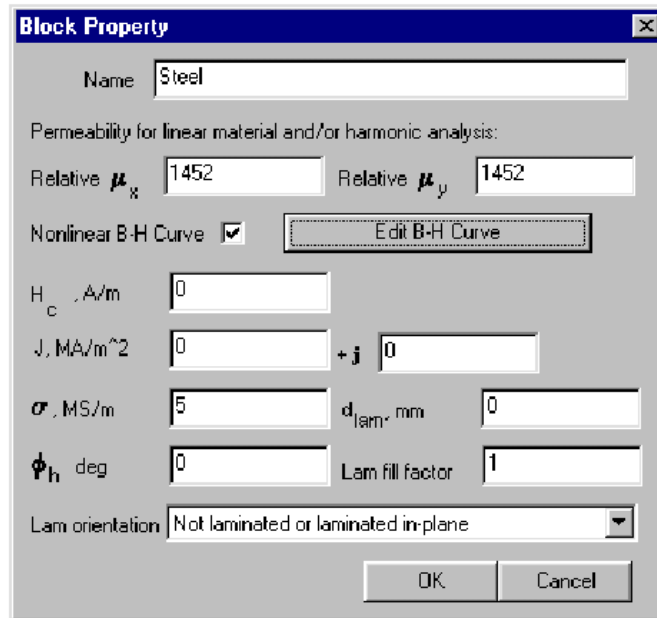


Figura 10 : Fereastra pentru definirea proprietăților etichetelor de bloc

Primul pas este să denumim materialul pe care îl definim. Acest nume se introduce în locul expresiei “*New Material*” din secțiunea *Name*. Primul set de definiții este pentru materialele cu permeabilitate magnetică mare. FEMM permite specificarea a două permeabilități relative diferite:  $\mu_x$  pe direcția orizontală și  $\mu_y$  pe direcția verticală. Chiar dacă se definește un material cunoscut a fi neliniar, ar trebui să știm care sunt componentele pe axe ale permeabilității. Pentru probleme armonice (care sunt liniare), chiar dacă se definește o curbă de magnetizare neliniară, permeabilitatea trebuie dată. Chiar și pentru probleme neliniare, permeabilitatea este folosită pentru iterația inițială a soluției neliniare. În cazul unui material neliniar, se va aproxima porțiunea liniară a curbei *B-H* cu o dreaptă și în calcul se va folosi panta acestei drepte.

Dacă se definește un material neliniar, trebuie să activăm opțiunea *Nonlinear B-H Curve* care este, implicit, dezactivată. Pentru a vedea cum se definește o curbă de magnetizare va trebui să apăsăm pe butonul *Edit B-H Curve*. Va apărea o fereastră care permite introducerea datelor necesare trasării curbei (vezi Figura 11). Aceste date se iau, de obicei, din catalog, pentru materialul corespunzător. Bineînțeles că numărul de valori pentru *B* trebuie să fie egal cu numărul de valori pentru *H*. Pentru a defini un material neliniar este nevoie de cel puțin trei puncte în planul *B-H* dar ar trebui introduse, pentru o mai corectă vizualizare a curbei, zece sau cincisprezece puncte.

După ce s-au introdus punctele, pentru a vedea care este curba se apasă butonul *Plot B-H Curve*. Ar trebui să arate precum curba pe care o vedem în Figura 12. Pătrățelele care se văd reprezintă punctele introduse iar linia reprezintă o curbă pe care FEMM o trasează prin interpolare cubică. Având în vedere acest fapt, e posibil să nu fi introdus suficiente puncte iar curba să nu arate precum cea din catalog. Însă FEMM are grijă de datele introduse printr-o repetată aranjare a punctelor folosind un filtru special care face media între trei puncte și o adaugă la cele existente pentru o reprezentare mai exactă. Această metodă este robustă în sensul că va duce sigur la o curbă unică, dar rezultatul ar putea să nu fie întotdeauna conform așteptărilor. Adăugând mai multe puncte mai ales pe porțiunile în care curbarea este importantă ajută la eliminarea erorilor.

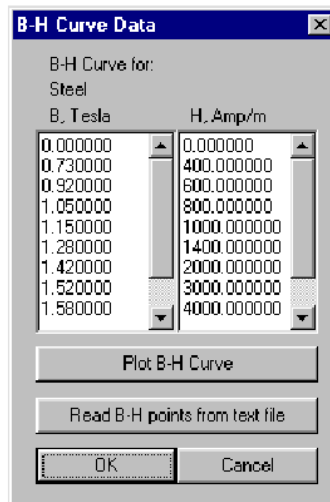


Figura 11: Fereastra de editare a curbei de magnetizare

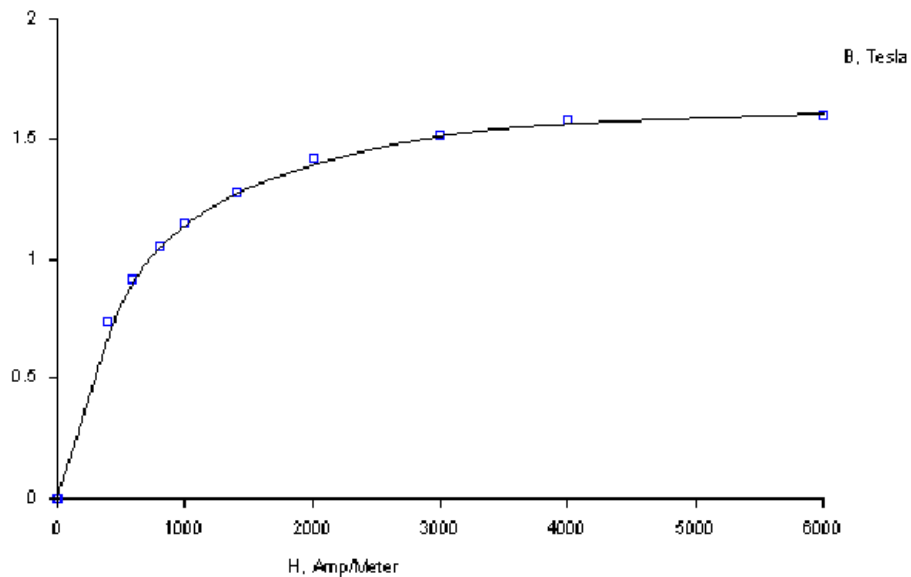


Figura 12 : Curbă de magnetizare trasată de FEMM

Ar mai trebui spus că, dacă FEMM întâlnește puncte de pe curba de magnetizare în care  $B$  sau  $H$  au valori ce le depășesc pe cele introduse, acesta face o extrapolare liniară pentru a “reașeza” curba. Această extrapolare ar face însă ca materialul să fie mai permeabil decât este în realitate la valori mari ale inducțiilor magnetice. Din acest motiv trebuie acordată o mare atenție numărului de puncte introduse pentru a determina o soluție corectă, mai ales pentru structurile care se saturează foarte repede (este mai bine dacă FEMM interpolează decât să extrapoleze).

Următorul pas este cel al setării lui  $H_c$ . Dacă materialul este un magnet permanent, trebuie să introducem coercivitatea magnetului, aici cerută în A/m. Există totuși câteva subtilități în definirea proprietăților magneților permanenți (mai ales cei neliniari). A se consulta în acest sens Anexa A pentru o discuție mai detaliată cu privire la modelarea magneților permanenți în FEMM.

Apoi se cer părțile reală și imaginară ale densității de curent  $J$  în blocul respectiv.

Se cere în continuare care este conductivitatea electrică a materialului,  $\sigma$ . Această mărime se definește, de obicei, doar în problemele armonice (cu curenți turbionari). Unitatea de măsură pentru conductivitate este MS/m adică  $10^6$  S/m. De exemplu, cuprul are, la temperatura camerei, o conductivitate de 58 MS/m; un oțel siliconic bun pentru îmbinările ce intervin într-un motor poate avea o conductivitate maximă de 2 MS/m. Îmbinările prezente în transformatoarele obiectelor casnice au o conductivitate de 9 MS/m. Trebuie știut că există o puternică dependență între conductivitate și temperatură, deci valorile pentru conductivitate trebuie alese cu grijă. În cele din urmă anumite părți ale unei bobine ar trebui să aibă conductivitatea nulă, mai ales în cazul problemelor cu curenți turbionari. Spirele slab conductoare împiedică formarea curenților turbionari interni până la anumite frecvențe înalte. Dacă se folosește o conductivitate nenulă pentru spirele bobinelor se vor înregistra rezultate false.

O altă opțiune este cea în care se cere, doar pentru probleme armonice,  $\Phi_h$ . Acesta desemnează defazajul de histerezis. Un model simplu dar surprinzător de eficace este să presupunem că histerezisul creează un defazaj constant între  $B$  și  $H$ , defazaj care este independent de frecvență. Acest lucru este exact ca și când ciclul de histerezis ar avea o formă eliptică. În realitate însă, ciclul de histerezis nu este chiar eliptic, asta însemnând că defazajul variază în funcție de nivelul excitației. În general, defazajul de histerezis nu apare în cataloage; acesta trebuie identificat de către utilizator la trecerea unei anumite frecvențe prin bobina toroidală ale cărei spire să fie compuse din materialul de interes. Pentru majoritatea oțelurilor îmbinate, defazajul este cuprins între  $0^0$  și  $20^0$ . Pentru informații mai detaliate cu privire la defazajul de histerezis se recomandă consultarea lucrării [4].

Opțiunea  $d_{lam}$  reprezintă grosimea îmbinărilor pentru un anumit material. Dacă materialul nu prezintă îmbinări, se va trece 0. Altfel, se va introduce doar grosimea părții metalice în mm.

Asociată cu opțiunea de mai sus, următoarea opțiune este *Lam fill factor*. Această opțiune desemnează fracțiunea metalică a bobinei. De exemplu, dacă am avea o îmbinare pentru care metalul ar avea o adâncime de 12,8 mile și izolația dintre îmbinări ar avea 1,2 mile adâncime, factorul de umplere ar fi:

$$\text{Fill Factor} = \frac{12,8}{12,8 + 1,2} = 0,914$$

Ultima opțiune este *Lam orientation*. Această informație este folosită pentru a desemna direcția de îmbinare a materialului. Opțiunile acesteia sunt evidențiate în Figura 13.

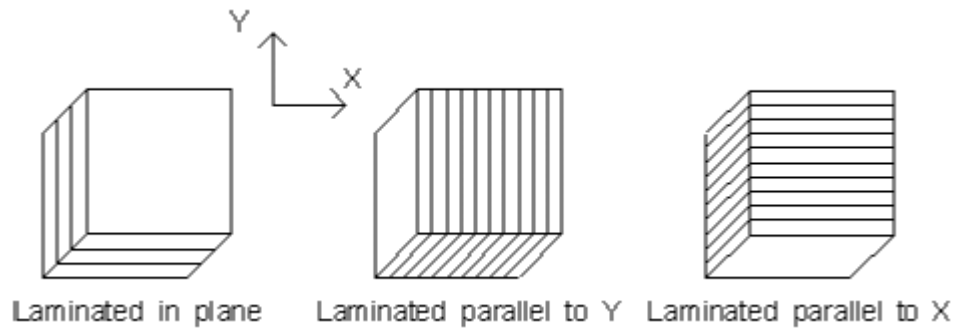


Figura 13 : Opțiunile pentru direcția de îmbinare

Se observă că îmbinările sunt forțate să circule de-a lungul unei anumite axe.

Adâncimea de îmbinare, factorul de umplere și direcția de îmbinare sunt folosite pentru a implementa un model al materialului laminat. Rezultatul acestui model se aplică la problemele armonice unde îmbinările sunt parcurse de curenți turbionari și prezintă histerezis. În cazul problemelor magnetostatice, acest model poate aproxima efectele îmbinărilor neliniare, fără a mai trebui să se modeleze efectul fiecărui tip de îmbinare în parte. Acest model este discutat mai pe larg în Anexa B.

### 3.7.4 Librăria de materiale

Știind că e posibil ca un singur material să fie folosit în diferite modele, FEMM are o librărie de materiale pe care utilizatorul o poate accesa și menține selectând opțiunea *Properties | Materials Library* din meniul principal. Va apărea o fereastră precum cea din Figura 14.

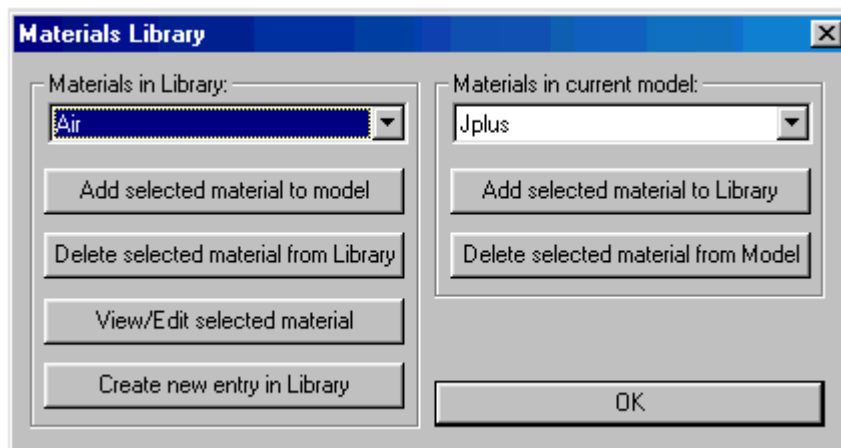


Figura 14 : Librăria de materiale



Fișierul ce desemnează librăria de materiale trebuie să fie localizat în același director în care se află fișierele executabile ale FEMM sub numele *mlibrary.dat*. Dacă se modifică locația acestui fișier, FEMM nu va fi capabil să acceseze librăria de materiale.

### 3.7.5. Proprietățile circuitului

Definirea proprietăților circuitului este o nouă facilitate introdusă odată cu versiunea 3 a programului. Scopul proprietăților circuitului este, în principal, să-i permită utilizatorului să limiteze trecerea curentului în anumite porțiuni ale domeniului.

Pentru problemele de magnetostatică, se poate aplica o sursă de densitate de curent într-un conductor de interes, obținându-se același rezultat ca și când nu s-ar fi setat nici o proprietate de circuit. Totuși, în cazul problemelor descrise de curenții turbionari, proprietățile circuitului sunt mult mai folositoare, acestea permițând utilizatorului să aplice limitări curentului total (de exemplu, suma dintre sursa de curent și curenții turbionari), având în vedere că densitățile de curent sunt doar o componentă a curenților.

Prin aplicarea proprietăților circuitului, se poate forța conectivitatea în problemele cu curenți turbionari. Implicit, în cazul problemelor cu curenți turbionari, toate obiectele sunt “scurtate la infinit”, neexistând nimic care să împiedice întoarcerea curenților induși în alte regiuni decât cele conectate din punct de vedere fizic. Prin aplicarea unui curent nul, conectivitatea fiecărei părți este forțată și astfel, toate mărimile sunt forțate să se conserve în interiorul domeniului de interes.

Fereastra de configurare a proprietăților unui circuit este precum cea din Figura 15. În loc să se limiteze curentul, proprietățile circuitului pot deasemenea să fie folosite în definirea unui gradient de tensiune.

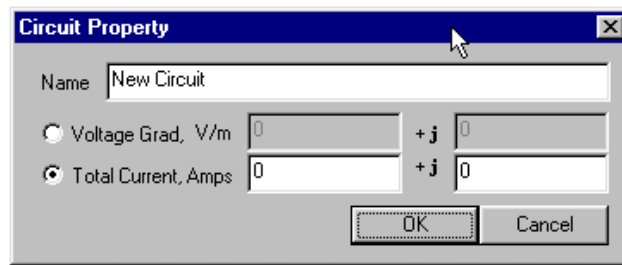


Figura 15 : Fereastra de configurare a proprietăților unui circuit

### 3.8. Legăturile cu programele de calcul

Pentru a discretiza modelul, a-l analiza și a obține rezultatele FEMM trebuie să apeleze programe adiacente. Aceste sarcini sunt relativ ușor de îndeplinit prin intermediul butoanelor din Figura 16.



Figura 16 : Butoanele de pornire a programelor externe

Primul buton, cu o iconiță cu o meșă galbenă, pornește generatorul de meșă. De fapt, rezolvatorul “cheamă” automat generatorul extern de meșă pentru a fi sigur că meșa este actualizată, astfel încât utilizatorul să nu trebuiască să pornească generatorul. Totuși

este necesar ca , din când în când, să observăm cum arată meșa pentru a ne asigura că are o dimensiune satisfăcătoare. Cât timp generatorul de meșă lucrează, pe taskbarul Windows-ului apare o fereastră numită “*triangle*”. Aceasta este de fapt o aplicație care lucrează în background. După ce geometria este discretizată, meșa de elemente finite este încărcată în memorie și afișată sub forma unor mulțimi de linii galbene.

Dacă modelul are o geometrie de dimensiuni mari, calcularea și afișarea meșei va ocupa o cantitate mare de memorie. Dacă se analizează o problemă de dimensiuni considerabile, ar fi o idee bună să alegem din meniul principal opțiunea *Mesh | Purge Mesh*. Astfel memoria este eliberată.

Al doilea buton, cel cu o manetă, pornește rezolvatorul, *fkern.exe*. Înainte ca acesta să ruleze însă, intervine aplicația *triangle* pentru a actualiza meșa. Apoi este rulat *fkern*. În acest moment se va deschide o fereastră care va prezenta utilizatorului stadiul în care se află calculul, nefiind necesară intervenția utilizatorului. Când se termină analiza problemei fereastra va dispărea, iar *fkern* va executa calculele care, în funcție de complexitatea problemei, pot dura de la o secundă la câteva ore.

În general, problemele liniare de magnetostatică sunt rezolvabile cel mai repede. Problemele armonice se rezolvă într-un timp relativ mai lung, deoarece rezultatele sunt exprimate sub forma unor numere complexe. Numerele complexe practic dublează numărul de necunoscute față de o problemă normală de magnetostatică. Problemele ale căror rezolvare durează cel mai mult sunt cele magnetostatice neliniare pentru că trebuie executate mai multe iterații pentru a ajunge la soluția finală. În orice caz, problemele neliniare, în marea lor majoritate, nu necesită prezența a mai mult de 10 iterații. De fapt, primele iterații durează mai mult iar cele din urmă durează mai puțin pentru că acestea au în spate o soluție deja existentă care este foarte apropiată de cea “actuală”.

Pentru cei care sunt interesați de tipul calculelor pe care le execută *fkern*, aceștia pot găsi detalii în anexe (Capitolul 6).

Iconița cu o lupă mare este folosită pentru a rula postprocesorul, odată ce s-au făcut calculele. Despre postprocesor se va vorbi în Capitolul 4.

### 3.9. Importul și exportul de fișiere Autocad, în format *dxg*

Pentru a interacționa cu programe CAD și alte programe de element finit, FEMM suportă importul și exportul de fișiere Autocad în format *dxg*. Interpretorul recunoaște fișiere *dxg* editate în standardul R13 a Autocad-ului. Pot fi importate doar fișiere *dxg* 2D.

Pentru a importa un fișier *dxg*, se selectează din meniul *File* opțiunea *Import DXF*. Un dialog va apărea după ce se selectează fișierul cerând introducerea toleranței. Aceasta reprezintă distanța dintre două puncte. Valoarea implicită este de obicei suficientă, pentru unele fișiere însă, toleranța trebuind să fie crescută pentru un import corect. FEMM nu înțelege întotdeauna toate elementele incluse într-un fișier *dxg*, astfel încât acesta le va aproxima cu puncte, linii sau arce. Această opțiune permite utilizatorului să-și deseneze geometria în pachetul CAD preferat. Odată desenată, geometria poate fi importată în FEMM și detaliată în sensul definirii condițiilor de frontieră și proprietăților de material.

Nu trebuie să vă îngrijorați dacă FEMM-ului îi ia ceva timp să importe un fișier *dxg* (mai ales cele de dimensiuni importante). Motivul este că trebuie executate verificări

de compatibilitate cu o geometrie FEMM validă. De exemplu, s-a constatat că fișerele mari se importă în două-trei minute.

Deasemenea, o geometrie din FEMM poate fi exportată în format *dxf* cu ajutorul opțiunii *Export DXF* din meniul *File*. Fișerele *dxf* generate de FEMM pot fi apoi importate în programe CAD pentru o detaliere a modelului magnetic final.

## 4. Postprocesorul

Executabilul *femmview.exe* reprezintă postprocesorul care este folosit pentru a vizualiza soluțiile. Acest program poate fi fie rulat de sine stătător, din meniul *Start* al Windows, pentru a vedea o soluție deja calculată, fie din FEMM pentru a vedea o nouă soluție. Fișerele ce pot fi deschise în *femmview* au extensia *ans*.

### 4.1. Moduri de operare

Ca și în cazul preprocesorului, postprocesorul operează întotdeauna în trei moduri, depinzând de sarcina ce se dorește a fi îndeplinită. Aceste moduri sunt:

- *Point Values*. În acest caz, utilizatorul poate selecta unul din punctele ce aparțin domeniului soluțiilor. Valorile locale ale marimilor ce caracterizează câmpul magnetic vor fi afișate în fereastra *Femmview Output*.
- *Contour*. Acest mod de operare permite utilizatorului să definească contururi arbitrare în domeniul soluțiilor în vederea observării variației diferitelor mărimi de-a lungul conturului.
- *Block*. Acest mod de operare permite definirea unui subdomeniu în interiorul domeniului soluțiilor asupra căruia se pot face integrale de volum în vederea calculului energiei stocate (deci și a inductivității), a diferitelor tipuri de pierderi și a curentului total din acel subdomeniu.

Operarea cu postprocesorul se poate face cu ajutorul toolbarului *Analysis Mode* evidențiat în Figura 17.

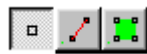


Figura 17 : Butoane pentru operarea cu postprocesorul

Butonul care este apăsat este cel activ. Butoanele descriu, în ordine, modurile de operare *Point Values*, *Contour* și, respectiv *Block*. Implicit, activ este butonul *Point Values*.

### 4.2. Folosirea modurilor de vizualizare și a gridului

Vizualizarea și gridul se reglează prin intermediul butoanelor toolbarului. Vizualizarea se reglează cu butoanele



Figura 18 : Butoane pentru manipularea vizualizării  
Gridul se manipulează foarte bine cu butoanele:



Figura 19 : Butoanele pentru configurarea gridului

### 4.3. Comenzi de la tastatură

Spre deosebire de preprocesor, *femview* nu depinde foarte mult de tastatură. În modul *Point Values*, există doar o tastă mai importantă: Tab, care îi permite utilizatorului să introducă coordonatele unui anumit punct. După ce sunt introduse coordonatele punctului, în fereastra *Femview Output* sunt afișate valorile mărimilor magnetice.

În modul *Contours* există trei taste mai importante. Apăsând tasta Escape se va șterge orice contur sau bloc selectat anterior. Apăsând tasta Delete se șterge ultimul punct adăugat. În ultimul rând, tasta Tab permite utilizatorului să introducă coordonatele unui anumit punct.

În modul *Block*, tastele Escape și Delete joacă același rol. Tasta Tab nu este activă în acest caz.

### 4.4. Comenzile de la mouse

Operațiile ce se pot executa cu postprocesorul depind foarte mult de mouse.

În modul *Point Values*, clickul stânga este folosit pentru a afișa mărimile magnetice ce caracterizează punctul pe care este cursorul mouse-ului. Dacă este activată opțiunea *Snap to Grid*, valorile sunt afișate pentru cel mai apropiat punct al gridului.

În modul *Contours*, clickurile sunt folosite pentru a defini un anumit contur. Un click stânga adaugă cel mai apropiat punct în cadrul geometriei. Un click dreapta, în schimb, adaugă punctul corespunzător poziției cursorului. Conturul apare ca o linie roșie pe ecran.

Blocurile sunt definite într-un mod similar definirii conturilor. Un bloc se definește desenând un contur în jurul zonei de interes. Conturul va dobândi o culoare verde după ce a fost definit. Deasemenea și zona încadrată va avea o culoare verde.

### 4.5. Linii de câmp

Una dintre cele mai uzuale moduri de a întrevădea subiectiv soluția problemei este acela care ia în considerare liniile de câmp. Acestea sunt liniile de-a lungul cărora circulă fluxul magnetic. În acele locuri în care liniile sunt apropiate inducția câmpului magnetic are valori mari. Liniile de câmp sunt, de fapt, contururi ale vectorului  $A$ , în cazul problemelor liniare, sau contururi determinate de termenul  $2\pi rA$ , în cazul problemelor axisimetrice.



Figura 20 : Butoanele toolbarului pentru operarea în modul grafic

În cazul problemelor armonice, contururile sunt mai greu de determinat, având în vedere că vectorul  $A$  are atât componentă reală cât și imaginară. În acest caz, FEMM îi permite utilizatorului să vizualizeze contururi determinate atât de partea reală cât și de cea imaginară. Contururile "reale" sunt negre iar cele "imaginare" sunt gri.

Implicit, când se dorește vizualizarea unei soluții în FEMM, se afișează 19 linii de câmp. Numărul și tipul liniilor de câmp ce se doresc a fi afișate pot fi modificate folosind pictograma "Contours Plot" din Figura 20 (este cea cu contur negru). Când este apăsată această pictogramă apare o fereastră care permite setarea numărului de linii (între 4 și 100) precum și care contururi să se folosească ("reale", "imaginare" sau niciunul).

## 4.6. Inducții magnetice

Inducția magnetică este deasemenea folositoare pentru a "simți" care sunt valorile fluxului magnetic în anumite părți ale modelului. Comanda de vizualizare nu se execută implicit când este pornit FEMM-ul. Vizualizarea se face prin folosirea pictogramei din mijloc (vezi Figura 20). Dacă este vorba de soluția unei probleme armonice, utilizatorul poate alege să afișeze valoarea de vârf a inducției magnetice, părțile imaginare sau părțile și reale ale acesteia.

Inducția magnetică a fiecărui punct este clasificată în 12 contururi distribuite în mod par între valorile maxime și minime ale limitelor impuse de utilizator. În Figura 21 este prezentată o variantă a soluției unei probleme caracterizată de o bobină și care are activată vizualizarea inducției.

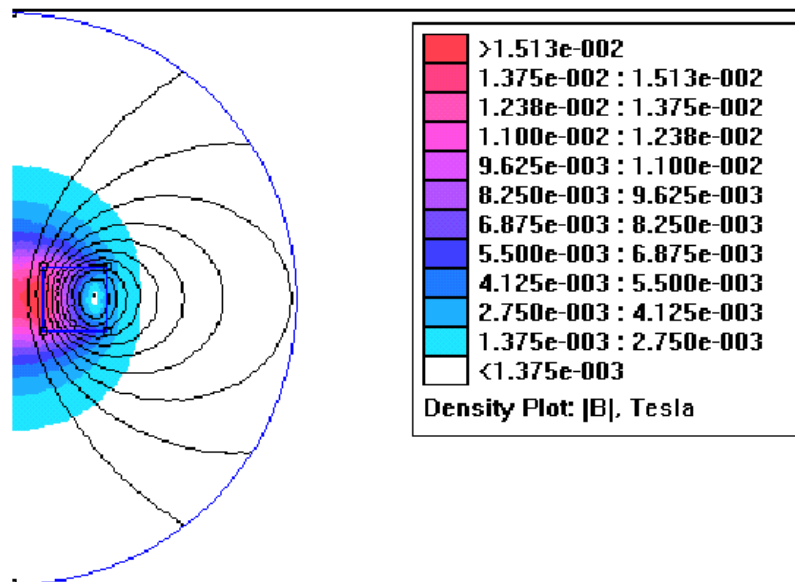


Figura 22 : Soluția unei probleme cu o bobină parcursă de linii de câmp

## 4.7. Grafice liniare

Când FEMM este în modul "Contur", se pot vizualiza variația mai multor mărimi de interes de-a lungul unui contur definit. O astfel de variație poate fi văzută prin folosirea pictogramei din Figura 22. Când este folosită, această pictogramă afișează fereastra "X-Y Plot" (vezi Figura 23) care conține tipurile de grafice liniare ce pot fi executate. Se selectează graficul dorit și apoi OK .



Figura 22 : Butoane pentru integrare și pentru grafice

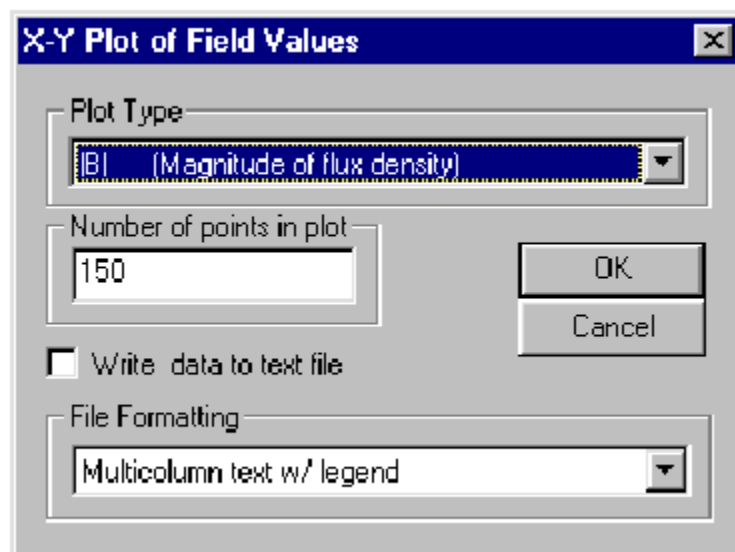


Figura 23 : Fereastra de selectare a tipului de grafic

Opțiunea "Write data to text file" nu este activată implicit. Dacă utilizatorul selectează această opțiune, se va cere un nume pentru fișierul în care se vor scrie datele. Datele sunt scrise în fișier pe două coloane. De asemenea, dacă această opțiune este selectată o fereastră cu graficul nu apare.

În mod curent sunt suportate următoarele tipuri de grafice liniare:

- Potențialul vector de-a lungul unui contur;
- Valoarea de vârf a inducției magnetice de-a lungul unui contur;
- Componenta normală a inducției magnetice pe un contur;
- Componenta tangențială a inducției magnetice pe un contur;
- Valoarea de vârf a intensității câmpului magnetic de-a lungul unui contur;
- Componenta normală a intensității câmpului magnetic pe un contur;

- Componenta tangențială a intensității câmpului magnetic pe un contur;

În cazul tuturor graficelor, direcția normalei este precum cea evidențiată în Figura 24. Componenta tangențială este cea în care este definit conturul.

În anumite cazuri, variația mărimii poate fi adesea ambiguă. Acest lucru se poate întâmpla, de exemplu, dacă se dorește variația componentei tangențiale a intensității câmpului magnetic de-a lungul unei interfețe dintre aer și o porțiune metalică. În acest caz există o discontinuitate a acestei componente pentru că această mărime are valori diferite pe cele două părți ale interfeței. FEMM rezolvă acest conflict evaluând întotdeauna graficele la cea mai mică distanță de normala la contur. De aceea, prin definirea aceluiași contur și prin inversarea ordinii în care punctele sunt specificate, se pot obține variațiile mărimilor pe fiecare parte a frontierei.

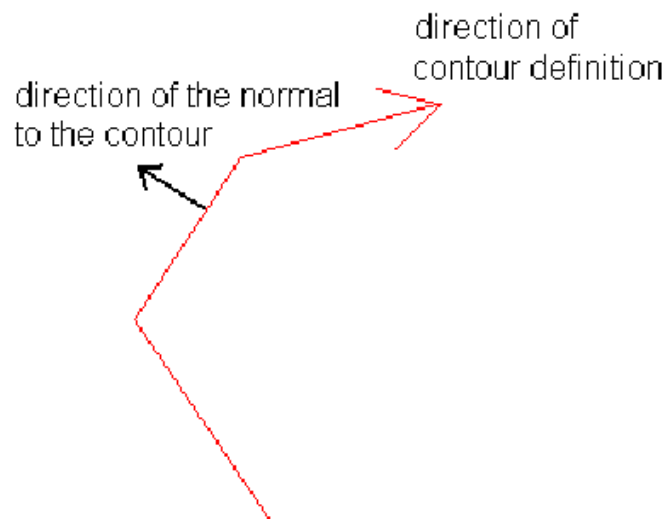


Figura 24 : Direcția componentelor normală și tangențială

## 4.8. Integrale liniare

Odată ce a fost specificat un anumit contur pot fi evaluate integrale liniare de-a lungul respectivului contur. Aceste integrale sunt calculate prin evaluarea unui număr mare de puncte și prin utilizarea metodei de integrare a trapezului.

Pentru a porni calculul integralei se apasă pictograma cu o integrală desenată așa cum apare în Figura 22. Va apărea o fereastră care cere introducerea tipului de integrală ce se dorește a fi folosită. Intervalul de timp în care se calculează o integrală este de obicei foarte mic pentru majoritatea integralelor; totuși, unele tipuri cer mai mult timp decât altele. Când se termină evaluarea integralei apare fereastră care indică rezultatul.

Integralele suportate de FEMM sunt:

- $B \cdot n$ . Această integrală calculează fluxul total care circulă pe direcția normalei la un anumit contur. Rezultatul poate fi apoi comparat, de exemplu, cu mărimile evaluate de utilizator dintr-un model de circuit magnetic real.
- $H \cdot t$ . Integrala componenteii tangențiale a intensității câmpului electric de-a lungul unui contur determină forța magnetomotoare dezvoltată între marginile conturului definit anterior.
- *Contour length*. Această integrală calculează lungimea în metri a unui contur.
- *Force from stress tensor*. Această integrală totalizează forțele produse pe un contur, derivate din tensorul de stres al lui Maxwell. Trebuie însă acordată o atenție mărită în alegerea conturului pe care se face integrarea. Pentru a afla cum se calculează corect forțele și cuplul se recomandă consultarea capitolului 4.10.
- *Torque from stress tensor*. Această opțiune permite calcularea cuplului pe un anumit contur.
- $B \cdot n^2$ . Evaluează integrala pătratului componenteii normale a fluxului de-a lungul unui contur. Această integrală nu este atât de folosită acum însă în trecut era folosită pentru anumite condiții, mai deosebite, precum determinarea valorii efective a unei distribuții periodice de flux.

## 4.9. Integrale de volum

Odată ce este selectat un bloc (acest lucru este evidențiat prin colorarea lui în verde), asupra acestuia se pot aplica anumite integrale. Aceste integrale sunt calculate astfel: se calculează integrala analitic pentru fiecare element finit în parte și apoi se adună rezultatele pentru toate elementele.

Pentru a calcula o integrală trebuie apăsat butonul din Figura 22. Va apărea o fereastră care vă cere să alegeți ce mărime doriți să calculați. În general, integralele de volum sunt calculate mai greu mai ales în cazul meșelor dense.

Integralele de volum suportate în mod curent sunt:

- $A \cdot J$ . Această integrală evaluează inductivitatea pentru probleme liniare. În general, inductivitatea proprie a unei bobine este dată de relația:

$$L_{proprie} = \frac{\int A \cdot J dV}{i^2} \quad (22)$$

unde  $i$  este curentul ce circulă prin bobină.

- $A$ . Această integrală poate fi folosită pentru a evalua inductivitățile mutuale dintre bobine. Formula de calcul a inductivității mutuale este următoarea:



$$L_{mutual} = \frac{\int A_1 \cdot J_2 dV_2}{i_1 \cdot i_2} \quad (23)$$

unde  $A_1$  reprezintă componenta potențialului vector  $A$  produsă de prima bobină,  $J_2$  este densitatea de curent din a doua bobină, iar  $i_1$  și  $i_2$  sunt curenții din cele două bobine.  $dV_2$  indică faptul că integrala este făcută pe volumul celei de-a doua bobine. Relația (23) se regăsi într-o formă mai simplă, știind că  $n_2 \cdot i_2 = a_2 \cdot J_2$  (în cuvinte, produsul dintre curent și numărul de spire ale unei bobine este egal cu produsul dintre densitatea de curent din acea bobină și aria acesteia). Înlocuindu-l pe  $J_2$  în relația (23) rezultă:

$$L_{mutual} = \frac{n_2}{i_1 a_2} \left( \int_{J_{2+}} A_1 dV_2 - \int_{J_{2-}} A_1 dV_2 \right) \quad (24)$$

unde prima integrală reprezintă contribuția dată de spirele bobinei 2 care "ies din pagină" iar a doua integrală reprezintă contribuția dată de spirele bobinei 2 care "intră în pagină". Pentru a evalua corect inductivitatea mutuală cu ajutorul FEMM-ului cel mai indicat este să se folosească relația (24). Mai întâi se rulează modelul doar cu bobina 2 activată. Apoi, se integrează potențialul magnetic vector pe volumul ocupat de a doua bobină, chiar dacă această nu funcționează. Pentru problemele plane, va trebui să facem două integrări separate: una peste zona în care spirele bobinei 2 sunt direcționate "în afara paginii" (de exemplu, acea parte a bobinei în care rezultă un curent pozitiv care circulă "în afara paginii"), și alta peste zona în care spirele bobinei 2 sunt orientate "în pagină". Dacă se adună rezultatele celor două integrale, se află integrala totală a termenului  $A_1 dV_2$ . În ultimă instanță se înmulțește rezultatul cu termenul  $\frac{n_2}{i_1 a_2}$  și se obține valoarea inductivității mutuale.

- *Magnetic field energy.* Această opțiune permite calculul energiei stocate în câmpul magnetic într-o anumită zonă. Această integrală poate fi folosită și ca o metodă de calcul a inductivității în cazul problemelor liniare (sau cel puțin slab saturate). Dacă  $E$  este energia înmagazinată în câmpul electric, inductivitatea poate fi obținută folosind următoarea relație:

$$E = \frac{Li^2}{2} \quad (25)$$

În cazul materialelor neliniare, energia se calculează astfel:

$$W = \int \left( \int_0^B H(B') dB' \right) dV \quad (26)$$

• *Magnetic field coenergy.* În cazul problemelor neliniare, coenergia este o noțiune identică cu energia. Pentru problemele neliniare, coenergia este definită astfel:

$$W_c = \int \left( \int_0^H B(H') dH' \right) dV \quad (27)$$

Coenergia este folosită ca o metodă alternativă de calcul al forței (de exemplu, o alternativă la metoda ce folosește tensorul de stres al lui Maxwell). Această metodă presupune că, curenții sunt menținuți constanți iar poziția obiectului asupra căruia acționează forța este schimbată treptat. Astfel, forța se estimează cu relația:

$$F = \frac{W_c(p + \delta) - W_c(p)}{\delta} \quad (28)$$

unde  $p$  reprezintă poziția inițială iar  $p + \delta$ , poziția finală iar  $\delta$  reprezintă valoarea maximă a perturbației adusă poziției. Componenta forței astfel calculată acționează de-a lungul direcției perturbației; din această cauză trebuie operate două astfel de calcule pentru a găsi componentele verticale și orizontale ale forței.

- *Hyst. and/or Laminated eddy current losses.* Această opțiune este folosită pentru a obține pierderile produse în secțiunile metalice specifice problemelor armonice.
- *Resistive losses.* Integrează pierderile datorate curenților ce circulă în direcția axei  $z$  (sau a direcției axei  $\theta$ , dacă se evaluează o problemă axisimetrică).
- *Block cross-section area.* Calculează aria blocului selectat.
- *Total losses.* Totalizează pierderile date de absolut toate mecanismele de producere a lor ce se pot aplica unui bloc dat. Această opțiune este în special folosită pentru aflarea pierderilor într-o zonă care conține câteva tipuri de materiale care au mecanisme diferite de producere a pierderilor.
- *Lorentz force ( $J \times B$ ).* Forța Lorentz este forța produsă de un câmp magnetic ce acționează asupra unui curent:

$$F_{Lorentz} = \int (J \times B) dV \quad (29)$$

Foarte multe dispozitive (de exemplu, înfășurările mașinilor electrice) produc forțe într-un astfel de mod încât să poată fi evaluate cu această integrală.

- *Lorentz torque ( $r \times J \times B$ ).* Această opțiune calculează cuplul rezultat din forțele Lorentz.
- *Integral of  $B$  over block.* Această integrală este folosită deasemenea la evaluarea forțelor Lorentz. Având în vedere că forța Lorentz este  $J \times B$ , forța care ar fi produsă dacă o

bobină ar fi poziționată într-o anumită zonă a domeniului soluțiilor ar putea fi calculată integrând inducția magnetică și apoi înmulțind cu o valoare arbitrară a densității de curent.

- *Total current.* Această integrală returnează curenții totali dintr-un anumit bloc.
- *Block Volume.* În cazul problemelor axisimetrice această selecție returnează volumul blocului selectat.

## 4.10. Calculul forței și a cuplului

Țelul principal al metodei elementului finit este adesea forța și cuplul produse pe cale magnetică. Se știe că, în unele cazuri, metoda ce folosește tensorul de stres al lui Maxwell nu dă rezultate chiar satisfăcătoare în ceea ce privește calculul forțelor și al cuplurilor. Scopul acestui subcapitol este de a explica cum trebuie pusă problema în cazul FEMM și cum să se aleagă conturul pe care să se facă integrările necesare în vederea obținerii unor rezultate corecte.

Teoria lui Maxwell presupune existența unei forțe ce acționează pe unitatea de arie unde acționează și un câmp magnetic. Forța produsă este caracterizată de relația:

$$dF = \frac{1}{2} [H(B \cdot n) + B(H \cdot n) - (H \cdot B) \cdot n] \quad (30)$$

unde  $n$  reprezintă normala la suprafață într-un punct de interes. Forța netă ce acționează asupra unui obiect este obținută prin crearea unei suprafețe care să cuprindă atât obiectul cât și "coaja" pe care să se integreze.

Teoretic, integrarea relației (30) permite calcularea forței de natură magnetică. Apar însă probleme numerice când această integrală se calculează pe o meșă alcătuită din mai multe elemente finite reprezentate de triunghiuri. Deși soluția pentru  $A$  este relativ corectă, distribuțiile mărimilor magnetice  $B$  și  $H$  au o eroare de calcul de aproximativ un ordin de mărime, având în vedere că aceste mărimi sunt obținute prin diferențierea lui  $A$ . Asta înseamnă că  $A$  este un vector descris de o funcție liniară dată de fiecare element în parte; dar trebuie avut în vedere și faptul că  $B$  și  $H$  sunt constante pentru fiecare element în parte. Erorile ce survin pot fi mari din cauza zonelor în care  $B$  și  $H$  variază rapid (aceste zone nu sunt corect approximate prin această metodă). Apar erori mai ales în cazul calculului componentelor tangențiale ale lui  $B$  și  $H$  din zona elementelor adiacente frontierelor dintre materiale de diferite permeabilități. Cele mai mari erori apar la aceste interfețe între materiale diferite sau în zonele ascuțite unde  $B$  are valori relativ unice.

Rezultatul este eronat dacă tensorul de stres este evaluat la interfața dintre două materiale diferite. Tensorul de stres are proprietatea că, în cazul unei soluții exacte, se obține același rezultat oricare ar fi conturul pe care se integrează, atâta timp cât respectivul contur încercuiește volumul de interes și cât timp acesta trece prin aer (sau, cel puțin, fiecare punct al conturului este situat într-o zonă în care permeabilitatea este constantă). Acest fapt înseamnă că tensorul de stres poate fi evaluat peste un contur aflat în apropierea suprafeței unui obiect unde inducția magnetică și intensitatea câmpului

magnetic au valori exacte. Valori mult mai exacte ale forței pot fi obținute și prin integrarea de-a lungul unui contur aflat în apropierea oricărei frontiere sau interfețe. Se impune deci o primă regulă în calculul corect al forțelor:

Niciodată nu integrați tensorul de stres de-a lungul unei interfețe dintre două materiale diferite. Întotdeauna definiți conturul de integrare în apropierea obiectului dar destul de departe de interfețe sau frontiere.

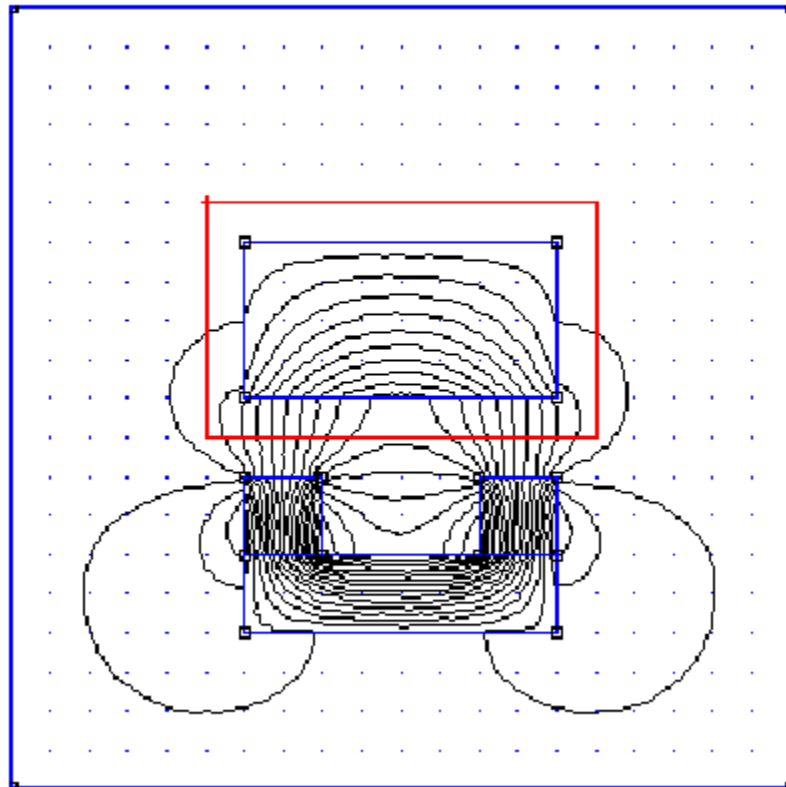


Figura 25: Exemplu de contur de integrare a tensorului de stres corect definit

Ca un exemplu de contur de integrare corect definit consultați Figura 25. Această figură reprezintă un magnet în formă de potcoavă ce acționează asupra unei piese metalice. Scopul este, în acest caz, de a obține forțele magnetice ce acționează asupra piesei metalice. Linia roșie din figură reprezintă conturul definit pentru integrare. Conturul s-a definit considerând o rotire în sensul acelor de ceasornic, astfel încât normala pe contur să "iasă din pagină". Pentru a obține semnul corect, întotdeauna trebuie definit conturul în sensul acelor de ceasornic. Trebuie spus că, conturul este separat de piesele metalice și trece doar prin aer. În vederea definirii unui contur închis, au fost activate gridul și opțiunea "snap to grid" iar marginile acestuia sunt puncte ale gridului care au fost definite prin click dreapta.

A doua regulă pentru a calcula corect forțele este:

Întotdeauna trebuie folosită o meșă cât mai densă posibil în problemele în care se impune calculul de forțe. Chiar dacă se alege corect conturul pe care se face integrarea (departe de interfețe și frontiere), rezultatele pot fi eronate dacă se folosește o meșă

ordinară. Rezultatele pot fi eronate dacă se folosește o meșă ordinară. A se observa că relația (30) conține termeni de genul  $B^2$  aceasta înseamnă că tensorul de stres este cu un ordin de mărime mai inexact decât  $B$ . Singurul mod de a reface acuratețea calculului este folosirea unei meșe dense. Ca să știm cât de densă trebuie să fie meșa va trebui să rezolvăm problema prin folosirea succesivă a unor meșe cât mai dense și să comparăm forțele calculate în fiecare caz. Prin această comparație se dobândește o idee asupra nivelului de acuratețe (se compară prin constatarea ultimelor zecimale ale mărimilor calculate).

În cazul calculului cuplului se aplică aceleași reguli precum cele din cazul calculării forțelor: definirea conturului de integrare departe de frontiere și interfețe și folosirea definirii unei meșe dense. Câțiva beta-testeri au folosit FEMM pentru a calcula cuplurile produse de motoare și generatoare. În cazul acestor mașini există câțiva pași în definirea unei geometrii care să ușureze calcularea corectă a cuplului. Dacă considerăm motorul din Figura 26, observăm un motor trifazat de inducție cu șase poli. Rotorul este constituit dintr-o folie conductoare atașată de o piesă metalică laminată. Pentru a obține cuplul de pornire a motorului se poate impune un sistem trifazat de curenți în înfășurări și să rulăm o analiză armonică la 50 Hz. Cuplul este obținut prin integrarea cuplului de-a lungul unui contur ce trece prin întrefierul dintre rotor și stator.

Se poate vedea în Figura 27 conturul din apropierea dinților statorici. Se observă că, pentru o evaluare corectă a cuplului, au fost adăugate arce de cerc succesive în întrefier acestea reprezentând conturul de integrare. Acest contur poate fi selectat prin click stânga pe punctele ce constituie marginile acestuia. Trebuie observat că densitatea meșei a fost astfel aleasă încât în întrefier să fie prezente patru rânduri de elemente finite. Acest lucru înseamnă că, conturul de integrare a fost astfel ales încât de o parte și de alta a întrefierului să existe câte două rânduri de elemente finite. Meșa evidențiată în Figura 27 reprezintă cea mai ordinară meșă care dă rezultate bune ale forței și cuplului, conținând 62000 de elemente pentru a acoperi întreaga geometrie a motorului. Soluția, precum și conturul de integrare (marcat cu roșu) pot fi observate în Figura 28.

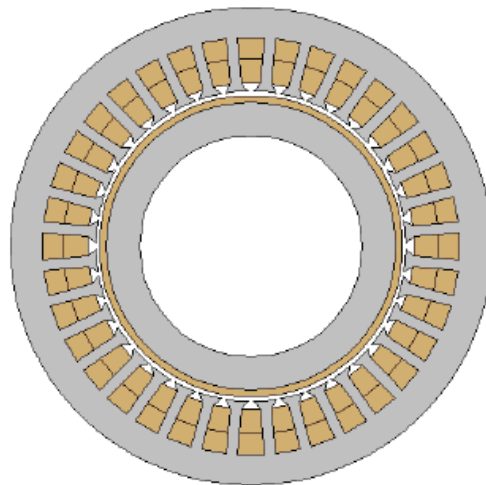


Figura 26 : Motor trifazat de inducție cu 6 poli

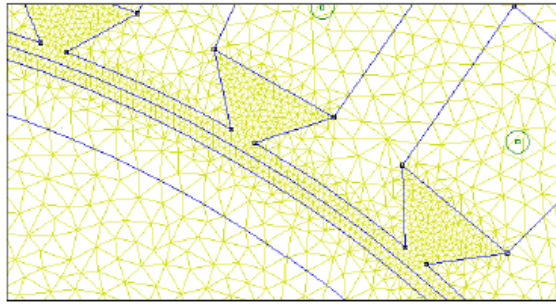


Figura 27 : Geometrie din jurul zonei ce conține întrefierul

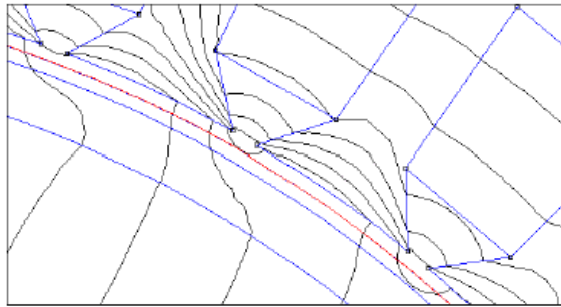


Figura 28 : Soluția și conturul de integrare (marcat cu roșu) în întrefier

## 4.11. Exportul graficelor

În cele din urmă, probabil veți dori să exportați grafice din FEMM pentru a le include în rapoartele sau referatele personale. Este posibil să capturăm ceea ce vedem pe ecran pe disc în diferite formate grafice.

Cel mai ușor mod de a exporta grafice din FEMM este să folosim opțiunile "*Copy as Bitmap*" sau "*Copy as Metafile*" din meniul *Edit*. Aceste comenzi capturează ceea ce se află în fereastra FEMM și le copiază în *Clipboard* ca fișiere *Bitmap* (cu extensia *bmp*) sau fișiere *Extended Metafile* (cu extensia *emf*) pentru ca, din *Clipboard*, acestea să fie importate în alte aplicații precum *Word* sau *Paint*.

Cei care folosesc  $L^A T_E X$  sunt obișnuiți cu formatul grafic *PostScript*. FEMM nu suportă acest format direct ci prin setarea unei imprimante "virtuale" de tip *PostScript* care să imprime într-un fișier. Acest lucru se face urmărind pașii:

1. Alegem *Settings/Printers* din Start Menu. Apare o fereastră care conține imprimantele care există în sistem.
2. Deschidem *Add Printer*.

3. Alegem opțiunea *Local Printer* și dăm *Next*.
4. Apare o listă cu mai multe imprimante. Alegem de aici o imprimantă PostScript, de exemplu Apple Laserwriter II NT.
5. Alegem ca port folosit de imprimantă opțiunea *File*.
6. Nu modificăm restul de setări.

Acum, atunci când vom avea de exportat vreun grafic nu va trebui decât să dăm *File/Print* și să alegem imprimanta PostScript configurată anterior. Înainte să înceapă "imprimarea" ni se va cere un nume de fișier în care se va copia graficul ce se dorește a fi exportat.

#### 4.12. Rezultatele calculului circuitului

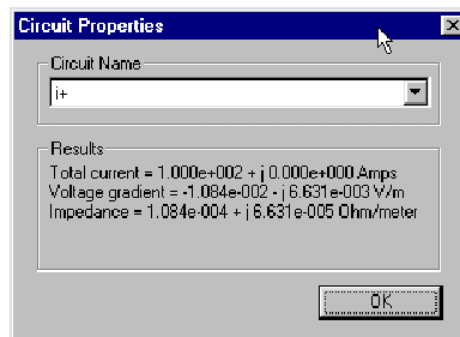


Figura 29 : Fereastra de afișare a proprietăților circuitelor

Dacă proprietățile circuitului sunt folosite pentru a specifica excitația, se folosește impedanța circuitului. Pentru a vedea rezultatele circuitului dăm *View/Circuit Props* din meniul FEMM. Apare un dialog precum în Figura 29. Se alege de aici circuitul pentru care se dorește aflarea rezultatelor și se vor afișa tensiunea, curentul total și impedanța, toate caracteristicile circuitului respectiv. Pentru circuitele care sunt în zone neconductive, apar doar câteva din mărimile caracteristice.

#### 4.13. Alte comenzi folosite de vizualizare

Există câteva opțiuni în plus în meniul *View* care pot fi folosite din când în când:

- *Smoothing*. Implicit, se aplică un algoritm de netezire asupra distribuției inducției magnetice. Pentru că se folosesc ca elemente finite triunghiuri inducția magnetică și intensitatea câmpului magnetic sunt constante în cazul fiecărui element în parte. Respectivul algoritm folosește o interpolare pentru a obține valori liniare ale mărimilor caracteristice câmpului magnetic peste fiecare element. Soluția astfel netezită arată mai bine pe ecran și mărește oarecum acuratețea calculului lui  $B$  și  $H$  în apropierea vârfurilor fiecărui element în parte.

- *Show Points*. Când se fac diferite rapoarte sau prezentări este de dorit să se ascundă nodurile rețelei de discretizare.

- *ToolBar*. Ascunde sau nu toolbarul

- *Point Props*. Această opțiune se folosește pentru a ascunde sau nu fereastra în care se afișează informații despre un punct.

## 5. Limbajul Lua

### 5.1. Ce este Lua ?

Limbajul Lua a fost folosit pentru a adăuga facilități de scripting FEMM-ului. Scripturile Lua sunt niște simple fișiere de tip text. Codul limbajului este oarecum experimental (mai ales în cazul FEMM) și de aceea trebuie tratat cu precauție.

Lua este un limbaj cu sursă deschisă ("open source"). Codul sursă al acestuia precum și documentația despre programarea în Lua se află pe pagina de Internet <http://www.lua.org>. Pentru că scripturile sunt simple fișiere text, acestea pot fi editate cu *Notepad*.

În plus față de setul standard de comenzi Lua au fost adăugate un număr de funcții specifice FEMM-ului pentru manipularea fișierelor în preprocesor și postprocesor.

Scripturile Lua sunt invocate prin selectarea opțiunii "*Open Lua Script*" din meniul *File*. Apoi se cere numele fișierului text care se dorește a fi executat.

### 5.2. Setul de comenzi al preprocesorului Lua

În cadrul preprocesorului se folosesc două convenții:

- una care se separă cuvintele din denumirea comenzilor prin intermediul underscore-ului "\_";
- cealaltă, care nu folosește underscore-ul.

În Tabelul 3 se găsesc funcțiile echivalente ale preprocesorului Lua din punct de vedere al ambelor convenții.

#### 5.2.1. Comenzi pentru adăugarea/eliminarea obiectelor

- **addnode(x, y)** → va adăuga un nod în punctul de coordonate (x, y).

- **addsegment(x1, y1, x2, y2)** → va adăuga un segment ce unește cel mai apropiat nod de punctul de coordonate (x1, y1) cu cel mai apropiat nod de punctul de coordonate (x2, y2).

- **addblocklabel(x, y)** → adaugă o etichetă unui anumit bloc într-un punct de coordonate (x, y).



- **addarc(x1,y1,x2,y2,angle,maxseg)** → adaugă un arc între cel mai apropiat nod de punctul de coordonate (x1,y1) și cel mai apropiat nod de punctul de coordonate (x2,y2) cu măsura "angle", divizat în "maxseg" segmente.
- **deleteselected** → șterge toate obiectele selectate.
- **deleteselectednodes** → șterge nodurile selectate.
- **deleteselectedlabels** → șterge etichetele de bloc selectate.
- **deleteselectedsegments** → șterge segmentele selectate.
- **deleteselectedarcsegments** → șterge arcele selectate.

Tabelul 3.

Original (convenția 1)	Echivalent (convenția 2)	Original (convenția 1)	Echivalent (convenția 2)
open_femm_file	openfemmfile	zoom_out	zoomout
save_femm_file	savefemmfile	zoom_in	zoomin
create_mesh	createmesh	add_material	addmaterial
show_mesh	showmesh	add_point_prop	addpointprop
purge_mesh	purgemesh	add_circ_prop	addcircprop
prob_def	probdef	add_bound_prop	addboundprop
analyse	analyze	modify_material	modifymaterial
run_post	runpost	modify_bound_prop	modifyboundprop
add_node	addnode	modify_point_prop	modifypointprop
add_block_label	addblocklabel	modify_circ_prop	modifycircprop
add_segment	addsegment	delete_material	deletematerial
add_arc	addarc	delete_bound_prop	deleteboundprop
select_node	selectnode	delete_circuit	deletecircuit
select_label	selectlabel	delete_point_prop	deletepointprop
select_segment	selectsegment	move_rotate	moverotate
select_arcsegment	selectarcsegment	move_translate	movetranslate
clear_selected	clearselected	copy_rotate	copyrotate
set_node_prop	setnodeprop	copy_translate	copytranslate
set_block_prop	setblockprop	set_edit_mode	seteditmode
set_segment_prop	setsegmentprop	select_group	selectgroup
set_arcsegment_prop	setarcsegmentprop	new_document	newdocument
delete_selected	deleteselected	save_bitmap	savebitmap
delete_selected_nodes	deleteselectednodes	save_metafile	savemetafile
delete_selected_labels	deleteselectedlabels	exit_pre	exitpre
delete_selected_segments	deleteselectedsegments	add_bh_point	addbhpoint
delete_selected_arcsegments	deleteselectedarcsegments	clear_bh_points	clearbhpoints
zoom_natural	zoomnatural	refresh_view	refreshview
message_box	messagebox		

### 5.2.2. Comenzi pentru selectarea elementelor geometriei

- **clearselected( )** → deselectionează toate nodurile, etichetele de bloc, segmentele și arcele selectate.
- **selectsegment(x,y)** → selectează cel mai apropiat segment de punctul de coordonate (x,y).
- **selectnode(x,y)** → selectează nodul cel mai apropiat de punctul de coordonate (x,y).
- **selectlabel(x,y)** → selectează eticheta de bloc cea mai apropiată de punctul de coordonate (x,y).
- **selectsegment(x,y)** → selectează arcul cel mai apropiat de punctul de coordonate (x,y).

● **selectgroup(n)** → selectează grupul **n** de noduri, segmente, arce și de etichete de bloc. Această funcție va deselecta grupurile și elementele anterior selectate.

### 5.2.3. Comenzi pentru etichetarea obiectelor

● **setnodeprop("propname", groupno)** → setează nodul selectat cu proprietatea "**propname**" și grupul numărul "**groupno**" la aceeași proprietate. Trebuie precizat că proprietatea setată trebuie să fie definită înaintea folosirii acestei funcții.

● **setblockprop("blockname", automesh, meshsize, "incircuit", mag direction, group)** → setează un anumit bloc la următoarele proprietăți:

- proprietatea blocului denumită "**blockname**".
- **automesh** se pune pe 0, dacă se dorește setarea manuală a densității meșei, prin definirea variabilei **meshsize** sau pe 1, dacă se dorește setarea automată a densității meșei.
- **meshsize** → densitatea meșei ce se aplică blocului.
- blocul face parte din circuitul "**incircuit**" (numele circuitului trebuie definit anterior).
- blocul face parte din grupul numit "**group**".

● **setsegmentprop("propname", elementsize, automesh, hide, group)**  
→ setează ca un segment să aibă:

- proprietatea numită "**propname**".
- dimensiunile elementelor finite înconjurătoare mai mică decât valoarea "**meshsize**".
- **automesh** se pune pe 0, dacă se dorește setarea manuală a densității meșei, prin definirea variabilei **elementsiz**e sau pe 1, dacă se dorește setarea automată a densității meșei.
- **hide** se pune pe 0, dacă se vrea ca segmentul să fie ascuns, sau pe 1, dacă se dorește ca segmentul să fie ascuns.
- calitatea de membru al grupului "**group**".

● **setarcsegmentprop(maxsegdeg, "propname", hide, group)** → setează ca un arc să aibă:

- meșa corespunzătoare elementelor din preajma arcului să fie înclinată cu unghiul `maxsegdeg`.
- proprietatea să aibă numele "propname".
- `hide` se pune pe 0, dacă se vrea ca segmentul să nu fie ascuns, sau pe 1, dacă se dorește ca segmentul să fie ascuns.
- calitatea de membru al grupului "group".

#### 5.2.4. Comenzi pentru definirea și rezolvarea problemelor

● `probdef(frequency, units, type, precision)` → permite definirea unei probleme. Se setează variabila `frequency` la valoarea dorită a frecvenței, în Hz. Parametrul `units` specifică unitatea de măsură pentru lungimi în domeniul specific problemei. Valori valide pentru `units` sunt: "inches" (țoli), "millimeters" (mm), "centimeters" (cm), "miles", "meters" (m) și "micrometers" (μm). Variabila `type` se setează pe valoarea "planar" în cazul problemelor bidimensionale sau axisimetrice. Variabila `precision` reprezintă precizia cu care lucrează rezolvatorul. De exemplu, dacă este setată la valoarea 1E-8, valoarea efectivă a elementelor reziduale nu este mai mare de  $10^{-8}$ .

● `analyze(flag)` → rulează aplicația *fkern* pentru a rezolva problema. Parametrul `flag` specifică dacă fereastra *fkern*-ului este sau nu vizibilă în timpul rezolvării. `flag` se pune pe 0 dacă se dorește ca aplicația să fie vizibilă sau pe 1, dacă aplicația se vrea minimizată.

● `runpost("filename")` → pornește postprocesorul și îi precizează aplicației *femview* să execute fișierul Lua denumit "filename". Soluția curentă va fi deasemenea afișată de *femview*.

Numele fișierului Lua trebuie să fie în formatul limbajului de programare C, mai bine zis în format *printf*, deci, în loc să se folosească un singur backslash, se folosesc două (\\) pentru specificarea locației respectivului fișier. Dacă numele fișierului conține și spații (de exemplu, *c:\program files\stuff*), acestea trebuie înlocuite cu secvența "\". Ca exemplu putem considera secvența de cod următoare:

```
runpost("\"c:\\program files\\femm30\\bin\\testpost.lua\"")
```

Toate variabilele sunt interpretate ca șiruri de caractere, în consecință trebuie folosite rutinele de conversie ale Lua pentru a obține numere din caractere.

Fereastra postprocesorului poate fi minimizată și prin includerea parametrului `"-windowhide"`, precum în următorul exemplu:

```
run_post("c:\\myluascript.lua", "-windowhide").
```

### 5.2.5. Comenzi de operare cu fişierele

- `savefemmfile("filename")` → salvează un fişier FEMM cu numele "filename".
- `openfemmfile("filename")` → deschide un fişier FEMM cu numele "filename".
- `newdocument( )` → deschide un document nou.

### 5.2.6. Comenzi pentru manipularea meşei

- `createmesh( )` → rulează aplicaţia *triangle* pentru a crea meşa. Trebuie spus că, crearea meşei nu este neapărat necesară executării analizei, ştiut fiind că, comanda `analyze( )` va testa dacă meşa este actualizată (din punctul de vedere al densităţii ei). Numărul de elemente finite ce alcătuiesc meşa este introdus în stiva Lua.
- `showmesh( )` → afişează meşa.
- `purgemesh( )` → dezactivează afişarea meşei pe ecran şi eliberează şi memoria (scoate din stivă toate elementele finite).

### 5.2.7. Comenzi de editare

- `copyrotate(bx,by,angle,copies,(editaction))`

-`bx,by` → coordonatele centrului cercului de rotaţie.

-`angle` → unghiul sub care elementele selectate sunt şifate în mod incremental pentru a face fiecare copie necesară (e măsurat în grade).

-`copies` → numărul copiilor ce se fac după obiectele selectate.

- `copytranslate(dx,dy,copies,(editaction))`

-`dx,dy` → distanţa la care se şiftează obiectele selectate.

-`copies` → numărul copiilor ce se fac după obiectele selectate.

- `moverotate(bx,by,shifangle,(editaction))`

-`bx,by` → centrul cercului de rotaţie.

-`shifangle` → unghiul de rotaţie a obiectelor selectate.

- `movetranslate(dx,dy,(editaction))`

-dx , dy → distanța la care se șiftează obiectele selectate.

● **scale**(bx , by , scalefactor , (editaction))

-bx , by → centrul de scalare.

-scalefactor → un multiplicator care arată de câte ori sunt scalate obiectele selectate.

● **mirror**(x1 , y1 , x2 , y2 , (editaction)) → desenează figura simetric opusă față de o axă ce trece prin punctele de coordonate (x1 , y1) , respectiv (x2 , y2) .

● **seteditmode**(editmode) → selectează modul de editare următor:

-"nodes" → noduri.

-"segments" → linii.

-"arcsegments" → arce.

-"blocks" → etichete de bloc.

-"group" → grupuri selectate.

Această comandă va surclasa folosirile anterioare ale opțiunilor de editare. Parametrul **editaction** nu trebuie neapărat folosit. La comenzile în a căror sintaxă apare, variabila **editaction** poate lua 5 valori:

0 → pentru noduri.

1 → pentru linii.

2 → pentru etichete de blocuri.

3 → pentru arce.

4 → pentru grupuri.

### 5.2.8. Comenzi pentru zoom

● **zoomnatural**( ) → mărește geometria astfel încât aceasta să încapă pe toată suprafața de afișare.

● **zoomout**( ) → micșorează cu până la 50 % geometria.

● **zoomin**( ) → mărește cu un factor de până la 200 %.

● **zoom**( $x_1, y_1, x_2, y_2$ ) → mărește geometria într-un dreptunghi care are vârful din stânga jos de coordonate ( $x_1, y_1$ ) și vârful din dreapta sus, de coordonate ( $x_2, y_2$ ).

### 5.2.9. Definirea proprietăților obiectelor

● **addmaterial**("materialname",  $\mu_x, \mu_y, H_c, J_r, J_i, C_{duct}, Lam_d, Theta_h, Lam_{fill}, LamType$ ) → adaugă un nou material numit "materialname" cu proprietățile:

- $\mu_x$  → permeabilitatea relativă pe direcția axei  $x$  sau  $r$ .

- $\mu_y$  → permeabilitatea relativă pe direcția axei  $y$  sau  $z$ .

- $H_c$  → câmpul coercitiv al magnetului permanent, în A/m.

- $J_r$  → partea reală a densității de curent, în A/m.

- $J_i$  → partea imaginară a densității de curent, în A/m.

- $C_{duct}$  → conductivitatea electrică a materialului, în MS/m.

- $Lam_d$  → grosimea îmbinării, în mm.

- $Theta_h$  → defazajul corespunzător histerezisului, în grade.

- $Lam_{fill}$  → o porțiune din volumul ocupat de metal (de notat că acest factor este setat implicit pe 1).

- $LamType$  → parametru ce se poate înlocui cu:

0 → în cazul unor materiale nelaminate sau laminate în plan.

1 → în cazul îmbinării pe direcția axei  $x$  sau  $r$ .

2 → în cazul îmbinării pe direcția axei  $y$  sau  $z$ .

● **addbhpoints**("blockname",  $b, h$ ) → adaugă un punct în planul  $B-H$  al caracteristicii de demagnetizare a unui material numit "blockname". Punctul este caracterizat de o inducție magnetică de valoare  $b$ , în Tesla și de o intensitate a câmpului magnetic de valoare  $h$ , în A/m.

● **clearbhpoints**("pointpropname",  $a_{re}, a_{im}, j_{re}, j_{im}$ ) → adaugă o proprietate unui nou punct, pe nume "pointpropname" care este specificat fie de un potențial magnetic vector, de componente  $a_{im}$  și  $a_{re}$ , în Wb/m, fie de un curent cu componentele  $j_{re}$  și  $j_{im}$ , în A. Dacă se folosește, spre exemplu, doar curentul,

parametri  $a_{im}$  și  $a_{re}$ , se înlocuiesc cu 0 pentru a specifica faptul că nu se folosesc componentele potențialului magnetic vector  $A$ .

● `addboundprop("boundpropname", A0, A1, A2, Phi, Mu, Sig, c1, c0, BdryFormat)` → adaugă o nouă proprietate a frontierei, sub numele de "boundpropname". Ceilalți parametri se folosesc astfel:

- pentru o condiție de frontieră de tipul "*Prescribed A*" se folosesc parametri  $A0$ ,  $A1$ ,  $A2$  și  $\Phi$ , ceilalți înlocuindu-se cu 0.
- pentru o condiție de frontieră de tipul "*Small Skin Depth*" se folosește  $\mu$  pentru a specifica o valoare a permeabilității magnetice și  $\sigma$  pentru a specifica conductivitatea electrică, în MS/m. Se pune parametrul `BdryFormat` pe 1 și toți ceilalți pe 0.
- pentru o condiție de frontieră de tipul "*Strategic Dual Image*" se setează `BdryFormat` pe 3 și toți ceilalți parametri pe 0.
- pentru o condiție de frontieră de tipul "*Periodic*" se înlocuiește `BdryFormat` cu 4 și se înlocuiesc ceilalți parametri cu 0.
- pentru o condiție de frontieră de tipul "*Anti-Periodic*" se înlocuiește `BdryFormat` cu 5 și se înlocuiesc ceilalți parametri cu 0.

● `addcircprop("circuitname", i_re, i_im, dvolt_re, dvolt_im, circuittype)` → adaugă o nouă proprietate unui circuit denumit "circuitname" ori folosind un gradient prescris de tensiune (se pune `circuittype` pe 1), ori un curent total prescris (se pune `circuittype` pe 0).

● `deletematerial("materialname")` → șterge materialul "materialname".

● `deleteboundprop("boundpropname")` → șterge proprietatea frontierei cu numele "boundpropname".

● `deleteprintprop("pointpropname")` → șterge proprietatea punctului numită "pointpropname".

● `modifymaterial("BlockName", propnum, value)` → această funcție permite modificarea unor proprietăți de material fără a redefini complet materialul (de exemplu, această opțiune poate fi folosită la modificarea din mers a curentului). Materialul care se modifică se numește "BlockName". Următorul parametru este un număr care permite modificarea selectivă a proprietăților materialului. Parametrul `value` are rolul de a specifica valoarea proprietății noi definite. Proprietățile care pot fi modificate sunt prezentate în Tabelul 4.

Tabelul 4.

propnum	Simbol	Descriere
0	Blockname	Numele materialului
1	$\mu_x$	Componenta $x$ (sau $r$ ) a permeabilității relative
2	$\mu_y$	Componenta $y$ (sau $z$ ) a permeabilității relative
3	$H_c$	Intensitatea câmpului coercitiv, în A/m
4	$J_r$	Partea reală a densității de curent, în MA/m <sup>2</sup>
5	$J_i$	Partea imaginară a densității de curent, în MA/m <sup>2</sup>
6	$\sigma$	Conductivitatea electrică, în MS/m
7	$d_{lam}$	Grosimea îmbinării, în mm
8	$\theta_l$	Defazajul datorat histerezisului, în grade
9	LamFill	Factorul de umplere
10	LamType	0-nelaminat/laminat în plan; 1-laminat în paralel cu axa $x$ ; 2-laminat în paralel cu axa $y$

● `modifyboundprop("BdryName", propnum, value)` → permite modificarea proprietăților unei frontiere, numită "BdryName". Următorul parametru este un număr care specifică ce proprietate se dorește a fi modificată. Ultimul număr este parametrul `value` care specifică care este valoarea proprietății ce se dorește a fi modificată. Proprietățile ce pot fi modificate sunt specificate în Tabelul 5.

Tabelul 5.

propnum	Simbol	Descriere
0	BdryName	Numele proprietății frontierei
1	A0	Parametru specific condiției de frontieră "Prescribed A"
2	A1	Parametru specific condiției de frontieră "Prescribed A"
3	A2	Parametru specific condiției de frontieră "Prescribed A"
4	$\Phi$	Faza condiției de frontieră "Prescribed A"
5	$\mu$	Permeabilitatea relativă la suprafața materialului
6	$\sigma$	Conductivitatea electrică la suprafața materialului, în MS/m
7	$c_0$	Parametru al condiției de frontieră
8	$c_1$	Parametru al condiției de frontieră
9	BdryFormat	Tipul condiției de frontieră (vezi instrucțiunea <code>addboundprop</code> )

● `modifypointprop("PointName", propnum, value)` → această funcție permite modificarea proprietății unui anumit punct. Proprietatea punctului ce se dorește a fi modificată este numită `PointName`. Următorul parametru este un număr care specifică ce proprietate se modifică. Ultimul număr este parametrul `value`, acesta specificând valoarea pe care o ia proprietatea. Proprietățile ce pot fi modificate sunt evidențiate în Tabelul 6.



Tabelul 6.

propnum	Simbol	Descriere
0	PoIntName	Numele proprietății unui punct
1	$A_{re}$	Partea reală a potențialului magnetic vector, în Wb/m
2	$A_{im}$	Partea imaginară a potențialului magnetic vector, în Wb/m
3	$J_{im}$	Partea imaginară a curentului, în A
4	$J_{re}$	Partea reală a curentului, în A

● `modifycircprop("CircName", propnum, value)` → permite modificarea proprietății unui circuit, pe nume "CircName".Următorul parametru specifică ce proprietate se modifică.Ultimul număr este parametrul `value`, care specifică valoarea nouă pe care o ia proprietatea.În Tabelul 7 sunt prezentate proprietățile ce pot fi modificate.

Tabelul 7.

propnum	Simbol	Descriere
0	CircName	Numele proprietății circuitului
1	$I_{re}$	Partea reală a curentului total
2	$I_{im}$	Partea imaginară a curentului total
3	$\delta v_{im}$	Partea imaginară a gradientului de tensiune
4	$\delta v_{re}$	Partea reală a gradientului de tensiune
5	CircType	0-dacă se folosește curentul prescris;1-dacă se folosește gradientul de tensiune prescrisă

### 5.2.10. Diverse

● `savebitmap("filename")` →salvează geometria din FEMM în format *bmp*, sub numele de `filename`.

● `savemetatile("filename")` → salvează geometria din FEMM în format *emf*, sub numele de `filename`.

● `messagebox("message")` →afișează mesaje despre ceea ce se întâmplă pe ecran (calcul, reprezentări, etc.).

● `refreshview( )` →redesenează geometria.

● `exitpre( )` →iese din preprocesor după ce fișierul Lua a fost executat.

### 5.3. Setul de comenzi ale postprocesorului Lua

Și postprocesorul folosește aceleași două convenții pe care le folosea și preprocesorul:prima, care separă cuvintele din denumirea comenzilor cu *underscore* și a doua, care nu folosește *underscore*-ul.

În Tabelul 8 se regăesc funcțiile echivalente ale postprocesorului din punct de vedere al celor două convenții amintite mai sus.

Tabelul 8.

Original (convenția 1)	Echivalent (convenția 2)	Original (convenția 1)	Echivalent (convenția 2)
get_point_values	getpointvalues	hide_density_plot	hidedensityplot
exit_post	exitpost	show_density_plot	showdensityplot
add_contour	addcontour	hide_contour_plot	hidecountourplot
clear_contour	clearcontour	show_contour_plot	showcountourplot
line_integral	lineintergral	show_points	showpoints
select_block	selectblock	hide_points	hidepoints
group_select_block	groupselectblock	grid_snap	gridsnap
clear_block	clearblock	set_grid	setgrid
block_integral	blockintergral	get_problem_info	getprobleminfo
zoom_natural	zoomnatural	save_bitmap	savebitmap
zoom_in	zoomin	get_circuit_properties	getcircuitproperties
zoom_out	zoomout	save_metafile	savemetafile
show_grid	showgrid	refresh_view	refreshview
hide_grid	hidegrid	select_point	selectpoint
show_mesh	showmesh	show_point_props	showpointprops
hide_mesh	hidemesh	hide_point_props	hidepointprops
set_edit_mode	seteditmode	message_box	messagebox

### 5.3.1. Comenzi pentru extragerea datelor

• **lineintegral(type)** → calculează integrala liniară pentru un contur predefinit. Această funcție returnează, în general, patru valori reale. Primele două valori reprezintă părțile reală și imaginară ale rezultatului integrării, iar ultima pereche de valori reprezintă valorile medii ale părților reală și imaginară ale rezultatului, de exemplu, linia de cod următoare:

```
linere, lineim, advre, advim = lineintegral(0)
```

Singura excepție este integrala 3 care evaluează tensorul de stres al lui Maxwell. Aceasta returnează până la 8 valori. În cazul forțelor și cuplului, rezultatele sunt relevante doar în cazul problemelor în care frecvența este nenulă. În Tabelul 9 sunt prezentate mărimile ce pot fi evaluate cu ajutorul acestei funcții.

Tabelul 9.

type	Nume	Valoarea 1	Valoarea 2	Valoarea 3	Valoarea 4
0	<i>Bn</i>	Bn total	Bn mediu	-	-
1	<i>Ht</i>	Ht total	Ht mediu	-	-
2	<i>Contour length</i>	Aria	-	-	-
3	<i>Stress Tensor Torque</i>	Componenta forței pe axa <i>r</i> sau <i>x</i>	Componenta forței pe axa <i>r</i> sau <i>x</i>	-	-
4	<i>Stress Tensor Force</i>	Componenta forței pe axa <i>r</i> sau <i>x</i>	Componenta forței pe axa <i>r</i> sau <i>x</i>	Componenta forței pe axa <i>r</i> sau <i>x</i>	Componenta forței pe axa <i>r</i> sau <i>x</i>
5	$(Bn)^2$	$(Bn)^2$ total	$(Bn)^2$ mediu	-	-

• **blockintegral(type)** → calculează integrale de volum pe blocuri anterior selectate. Această funcție returnează două valori: partea reală și partea imaginară ale rezultatului integrării. Exemplu:

re, im = blockintegral(10)

În Tabelul 10 sunt prezentate opțiunile de calcul ale funcției blockintegral.

Tabelul 10.

type	Denumire
0	AJ
1	A
2	Energia câmpului magnetic
3	Pierderile prin histerezis și/sau îmbinare
4	Pierderi Joule
5	Aria secțiunii transversale prin bloc
6	Pierderile totale
7	Curenții totali
8	Integrala lui $B_x$ (sau $B_r$ ) asupra blocului
9	Integrala lui $B_y$ (sau $B_z$ ) asupra blocului
10	Volumul blocului
11	Componenta pe $x$ (sau pe $r$ ) a forței Lorentz în regim staționar
12	Componenta pe $y$ (sau pe $z$ ) a forței Lorentz în regim staționar
13	Componenta pe $x$ (sau pe $r$ ) a forței Lorentz în regim tranzitoriu
14	Componenta pe $y$ (sau pe $z$ ) a forței Lorentz în regim tranzitoriu
15	Componenta tranzitorie a cuplului dat de forța Lorentz
16	Coenergie câmpului magnetic

●getpointvalues(X,Y)→extrage valorile asociate coordonatelor unui punct.Această funcție returnează, în ordine, 22 de valori, evidențiate în Tabelul 11.

Tabelul 11.

Simbol	Definiție
Are	Partea reală a lui $A$ sau a lui $\Phi$
Aim	Partea imaginară a lui $A$ sau a lui $\Phi$
B1re	Partea reală a lui $B_x$ (pentru mărimi plane) sau $B_r$ (în cazul axisimetric)
B1im	Partea imaginară a lui $B_x$ (pentru mărimi plane) sau $B_r$ (în cazul axisimetric)
B2re	Partea reală a lui $B_y$ (pentru mărimi plane) sau $B_z$ (în cazul axisimetric)
B2im	Partea imaginară a lui $B_y$ (pentru mărimi plane) sau $B_z$ (în cazul axisimetric)
Sig	Conductivitatea electrică
E	Energia stocată
H1re	Partea reală a lui $H_x$ (pentru mărimi plane) sau $H_r$ (în cazul axisimetric)
H1im	Partea imaginară a lui $H_x$ (pentru mărimi plane) sau $H_r$ (în cazul axisimetric)
H2re	Partea reală a lui $H_y$ (pentru mărimi plane) sau $H_z$ (în cazul axisimetric)
H2im	Partea imaginară a lui $H_y$ (pentru mărimi plane) sau $H_z$ (în cazul axisimetric)
Jere	Partea reală a densității de curenți turbionari
Jeim	Partea imaginară a densității de curenți turbionari
Jsre	Partea reală a densității de curent
Jsim	Partea imaginară a densității de curent
Mu1re	Partea reală a componentelor permeabilității:pe $x$ (plan) sau $r$ (axisimetric)
Mu1im	Partea imaginară a componentelor permeabilității:pe $x$ (plan) sau $r$ (axisimetric)
Mu2re	Partea reală a componentelor permeabilității:pe $y$ (plan) sau $z$ (axisimetric)
Mu2im	Partea imaginară a componentelor permeabilității:pe $y$ (plan) sau $z$ (axisimetric)
Pe	Densitatea de putere disipată prin intermediul pierderilor Joule
Ph	Densitatea de putere disipată prin intermediul pierderilor prin histerezis

De exemplu, pentru a returna toate valorile în punctul (0.01, 0) se folosește secvența de cod următoare:

```
Are,Aim,B1re,B1im,B2re,B2im,Sig,E,H1re,H1im,H2re,H2im,Jere,
Jeim,Jsre,Jsim,Mu1re,Mu1im,Mu2re,Mu2im,Pe,Ph=getpointvalues
(0.01,0)
```

În cazul problemelor magnetostatice componentele imaginare ale mărimilor sunt nule.

● **getprobleminfo( )** → returnează informații despre problemă sub forma a două valori: 1, pentru tipul problemei și 2, pentru afișarea frecvenței de lucru, în Hz.

● **getcircuitproperties("circuit")** → este folosită în primul rând pentru a corela informațiile despre impedanță cu proprietățile circuitului denumit "circuit". Această funcție returnează șase valori:

- **totalcurrent\_re** → componenta reală a curentului ce circulă prin circuit.
- **totalcurrent\_im** → componenta imaginară a curentului ce circulă prin circuit.
- **vgrad\_re** → partea reală a gradientului de tensiune din circuit; opțiunea este valabilă doar în cazul blocurilor ce conțin materiale conductoare.
- **vgrad\_im** → partea imaginară a gradientului de tensiune din circuit; opțiunea este valabilă doar în cazul blocurilor ce conțin materiale conductoare.
- **impd\_re** → partea reală a impedanței circuitului.
- **impd\_im** → partea imaginară a impedanței circuitului.
- **currentdensity\_re** → partea reală a densității de curent din circuit. Această funcție poate fi folosită doar în cazul blocurilor ce nu sunt conductoare, altfel densitatea de curent nu este uniformă.
- **currentdensity\_im** → partea imaginară a densității de curent din circuit.

### 5.3.2. Comenzi pentru selecție

● **seteditmode(mode)** → setează modul postprocesorului în cele trei moduri de operare: noduri, contur și suprafață. Astfel, valoarea **mode** poate fi înlocuită cu "point", "contour", "area".

● **selectblock(x,y)** → selectează blocul care conține punctul (x,y).

● **groupselectblock(n)** → selectează toate blocurile care sunt etichetate cu ajutorul etichetelor unor blocuri care sunt membre ale grupului n.

● `addcontour(x,y)` → adaugă un punct de contur la coordonatele  $(x,y)$ . Dacă acesta este unic, atunci el reprezintă startul unui nou contur iar dacă există și alte puncte pe contur, acesta e cuprins între punctul anterior și punctul definit.

● `selectpoint(x,y)` → adaugă un punct de pe contur care este cel mai apropiat de cel de coordonate  $(x,y)$ .

● `clearcontour(x,y)` → deselectează un contur anterior definit.

● `clearblock( )` → deselectează un bloc.

### 5.3.3. Comenzi pentru zoom

● `zoomnatural( )` → mărește geometria astfel încât aceasta să încapă pe toată suprafața de afișare.

● `zoomin( )` → mărește la un nivel.

● `zoomout( )` → micșorează la un nivel.

● `zoom(x1,y1,x2,y2)` → mărește după o fereastră care este cuprinsă între colțul de coordonate  $(x1,y1)$  și colțul de coordonate  $(x2,y2)$ .

### 5.3.4. Comenzi pentru vizualizare

● `showgrid( )` → afișează punctele gridului.

● `hidegrid( )` → ascunde punctele gridului.

● `showmesh( )` → afișează meșa.

● `hidemesh( )` → ascunde meșa.

● `showpoints( )` → afișează nodurile din geometria modelului.

● `hidepoints( )` → ascunde nodurile din geometria modelului.

● `smooth("flag")` → controlează dacă se folosește sau nu netezirea câmpului magnetic care are o distribuție constantă pe fiecare element în parte. `flag` are rolul unui comutator on/off.

● `grid_snap("flag")` → folosește sau nu opțiunea "*snap to grid*". `flag` are rolul unui comutator on/off.

● `setgrid(density,"type")` → schimbă dimensiunea gridului. Parametrul `density` specifică spațiul dintre punctele gridului iar parametrul `type` poate fi înlocuit

cu "cart", în cazul folosirii coordonatelor polare sau cu "polar", în cazul folosirii coordonatelor polare.

● `hidedensityplot( )` → ascunde evoluția grafică a inducției magnetice.

● `showdensityplot(legend, gscale, upper_B, lower_B, type)` → afișează distribuția inducției magnetice cu următoarele opțiuni:

- `legend` → se înlocuiește cu 0, pentru a ascunde legenda și cu 1, pentru a afișa legenda.
- `gscale` → se înlocuiește cu 0, pentru o reprezentare color și cu 1, pentru o reprezentare în tonuri de gri.
- `upper_B` → setează limita superioară a lui B.
- `lower_B` → setează limita inferioară a lui B.
- `type` → denotă tipul de evoluție a lui B. Opțiunile sunt "mag", pentru valoarea maximă, "real", pentru componenta reală și "imag", pentru componenta imaginară. Se pot deasemenea afișa evoluția densității de curent prin folosirea opțiunilor: "jmag", pentru valoarea maximă, "jreal", pentru componenta reală, și "jimag", pentru componenta imaginară.

Dacă opțiunea `legend` este înlocuită cu -1, toți parametri sunt ignorați și sunt folosite valori implicite, de exemplu `showdensityplot(-1)`.

● `hidecontourplot( )` → ascunde conturul.

● `showcontourplot(numcontours, lower_A, upper_A, type)` → afișează evoluția grafică a potențialului magnetic vector  $A$ , cu opțiunile:

- `numcontours` → numărul de linii echipotențiale ce sunt afișate pentru reprezentarea lui  $A$ .
- `upper_A` → setează limita superioară a conturului.
- `lower_A` → setează limita inferioară a conturului.

● `refreshview( )` → redesenează geometria.

● `showpointprops( )` → afișează fereastra "*Point Properties*".

● `hidepointprops( )` → ascunde fereastra "*Point Properties*".

### 5.3.5. Diverse

- `savebitmap("filename")` → salvează o captură de ecran sub format bmp într-un fișier sub numele "filename".
- `savemetafile("filename")` → salvează o captură de ecran sub format emf într-un fișier sub numele "filename".
- `messagebox("message")` → afișează un mesaj într-o fereastră pop-up.
- `exitpost( )` → închide postprocesorul.
- `pause( )` → așteaptă apăsarea butonului *OK* pentru a continua.

## 6. Metode numerice

Pentru cei interesați de ceea ce se întâmplă în spatele rezolvatorului *fkern*, acest capitol este menit să dea o scurtă descriere despre metodele și tehnicile folosite de FEMM. Deasemenea trebuie consultată și bibliografia.

### 6.1. Descrierea metodei elementului finit

Toate mărimile se manipulează folosind mai multe criterii care sunt bazate pe principiul energiei minime sau pe principiul reducerii reziduurilor pătrate. Explicații despre abordarea variațională a problemelor bidimensionale ce conțin elemente de tipul triunghiurilor sunt foarte răspândite în literatura de specialitate (lucrarea [5] în special a fost consultată în timpul creării programului FEMM).

Problemele magnetice și axisimetrice sunt relativ puțin descrise în literatura de specialitate. Hoole [2] și Silvester [6] promovează soluții de rezolvare a problemelor axisimetrice care iau în considerare variația potențialului magnetic vector. Avantajul acestor metode este că pot fi formate expresii mai clare în matricea elementelor. O versiune mai veche a FEMM-ului a folosit această tehnică dar s-a dovedit că apar erori mari în preajma zonei cu  $r = 0$ . În aceste condiții este deasemenea de luat în considerare calculul inducției magnetice medii asociată fiecărui element în parte.

FEMM folosea în versiunile anterioare o formulare axisimetrică dezvoltată direct din interpolarea liniară pentru fiecare element a potențialului magnetic vector  $A$ . Deși această metodă dă rezultate foarte bune în apropierea zonei cu  $r = 0$  nu are chiar o aplicabilitate generală; acest lucru este corectat de o metodă descrisă în lucrarea [7] care asigură o acuratețe mai bună a rezultatelor.

### 6.2. Rezolvatori de probleme liniare

În cazul tuturor problemelor sunt folosite rezolvatoare de genul "*Conjugate Gradient*" care este o metodă iterativă. Această tehnică este foarte utilă în rezolvarea problemelor pe care FEMM le abordează pentru că matricile folosite sunt simetrice și pot avea foarte multe elemente. Este folosită o schemă de stocare a mărimilor "pe linie" în

cazul căreia doar elementele nenule de pe diagonală și partea triangularizată a matricei sunt folosite în determinarea soluțiilor.

În cazul problemelor magnetostatice, codul gradientului conjugat și preconditionat (PCG) este dezvoltat pe baza lucrării [6]. S-au făcut câteva modificări minore în algoritm pentru a evita calcularea unor mărimi care, odată cu creșterea numărului de iterații, se dovedesc a fi redundante. Deși Silvester promovează folosirea condițiilor incomplete ale lui Cholesky, acestea nu sunt folosite în FEMM, pentru că acestea practic dublează datele ce trebuie stocate la fiecare iterație; pentru fiecare element în parte a matricei stocate la o iterație trebuie stocat și un element al condiției. În locul acestei metode se folosește condiția numită SSOR (Symmetric Successive Over-Relaxation) adică prerelaxarea succesivă și simetrică. Avantajul acesteia este că această condiție este construită simplu, doar din acele elemente ale matricei care sunt stocate la o iterație. În mod obișnuit se consideră că viteza unui PCG ce folosește SSOR este comparabilă cu viteza unui PCG cu condiția incompletă a lui Cholesky.

Pentru problemele armonice, nu poate fi folosită tehnica PCG; matricea folosită în acest caz este mai degrabă simetrică și complexă ( $A = A'$ ) decât de tip hermitic ( $A = A^*$ ). În literatură nu există lucrări multe în literatura de specialitate ce tratează rezolvarea problemelor simetrice și complexe. Totuși, există o lucrare foarte bună scrisă de Freund [9]. Tehnicile discutate de Freund permit operarea directă asupra matricei simetrice și complexe și au avantajul că structura simetrică permite minimizarea volumului de calcul necesar fiecărei iterații. Deși Freund abordează o tehnică numită QMR (Quasi-Minimum Residual), FEMM folosește versiunea simetrică și conjugată de două ori gradientii, metode de asemenea descrise în lucrarea [9]. După ce s-au comparat metodele BCG și QMR s-a descoperit că BCG este oarecum mai rapidă din cauza numărului relativ mai mic al calculurilor care trebuie făcute per iterație (chiar dacă QMR are o convergență mai bună decât BCG).

S-a constatat totuși că folosirea algoritmilor descriși în [9], timpii de soluționare sunt inacceptabil de mari. Pentru scăderea acestor durate, algoritmul BCG s-a modificat prin includerea condiției SSOR.

În cazul tuturor problemelor este folosită o schemă de renumărare a nodurilor. Renumerarea nodurilor nu are nici o influență asupra acurateții calculului ci influențează viteza de calcul. Deși sunt multe abordări pentru a implementa renumărarea, FEMM folosește metoda Cuthill-McKee descrisă în lucrarea [2]. Deși sunt scheme mai noi care dau rezultate mai bune, Cuthill-McKee face o treabă destul de bună și are și timp de rezolvare mici. Codul necesar renumerării este împrumutat dintr-o mai veche versiune a FEMM-ului care folosea un rezolvator de eliminare Gauss. Lucrarea [10] este foarte bună în sensul că explică bine ordonarea necunoscutelor și convergența metodelor de conjugare a gradientului.

### 6.3. Îmbunătățirea acurateții calculului de câmp

Având în vedere că în FEMM se folosesc ca elemente finite triunghiuri, inducția magnetică și intensitatea câmpului magnetic obținute prin diferențierea potențialului magnetic vector sunt constante în cazul fiecărui element în parte. Dacă postprocesorul folosește distribuții liniare ale lui B și H, distribuția liniilor de câmp în anumite zone nu arată bine. În același timp, valorile lui B și ale lui H nu sunt așa de exacte în punctele



depărtate de centrul de greutate al fiecărui element în parte. Folosirea unei nivelări în vederea recuperării acurateții pierdute prin diferențierea lui  $A$  este cunoscută sub numele de *superconvergență*. Există foarte mulți cercetători care se ocupă de acest domeniu. Informații suplimentare pot fi găsite pe pagina de Internet <http://www.isc.tamu.edu/srihari/refer.htm>.

De mare importanță pentru FEMM este tehnica de recuperare a fragmentelor. Ideea de bază are în considerare faptul că soluțiile pentru  $B$  sunt mult mai exacte în centrul de greutate al triunghiului numit și punctul Gauss. Este de dorit ca  $B$  să poată fi interpolat în nodurile rețelei de discretizare în același mod în care este reprezentat și  $A$ . Problema este că  $B$  are valori diferite într-un nod, la diferite momente de timp. Pentru a estima valorile "adeverate" ale lui  $B$  în orice nod trebuie să luăm în considerare valorile acestuia în punctele Gauss ale tuturor elementelor care înconjoară nodul de interes și să alegem valoarea cea mai exactă a lui  $B$  [11].

Totuși, această abordare are și limitările sale. În special în cazul meșelor neregulate care pot apărea metoda este singulară în unele noduri ale acestora. Și mai mult, soluția dată de superconvergență poate fi uneori mai puțin fiabilă decât cea datorată aplicării metodei fragmentelor și asta în zonele apropiate de frontiere și interfețe. FEMM compară valorile lui  $B$  în fiecare element adiacent punctului Gauss cu o valoare invers proporțională cu distanța dintre punctul Gauss și nodul de interes. În zonele depărtate de frontiere rezultatele par să se apropie de realitate. La frontiere și interfețe soluțiile netede nu sunt mai bune sau mai rele decât cele brute.

## Bibliografie

- [1] M. Plonus, *Applied electromagnetics*. McGraw-Hill, 1978.
- [2] S. R. Hoole, *Computer-aided analysis and design of electromagnetic devices*, Elsevier, 1989.
- [3] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*, 2<sup>nd</sup> ed, Wiley, 1975.
- [4] R. L. Stoll, *The analysis of eddy currents*, Oxford University Press, 1974.
- [5] P. E. Allaire, *Basics of the finite element method*, 1985.
- [6] P. P. Silvester, *Finite elements for electrical engineers*, Cambridge University Press, 1990.
- [7] F. Henrotte, *A new method for axisymmetric linear and nonlinear problems*, IEEE Transactions on Magnetics, MAG-29(2):1352-1355, March 1993.
- [8] C. A. Fletcher, *Computational techniques for fluid dynamics*, Springer-Verlag, 1988.
- [9] R. W. Freund, *Conjugate gradient-type methods for linear systems with complex symmetric coefficient matrices*, SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing, 13(1):425-448, January 1992.

- [10] E. F. D’Azevedo, P. A. Forsyth, and W. Tang, *Ordering methods for preconditioned conjugate gradient methods applied to unstructured grid problems*, SIAM J. Matrix Anal. Appl., 12(4), July 1992.
- [11] O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu, *The superconvergent patch recovery and a posteriori estimates, part 1: the recovery technique*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 33:1331-1364, 1992.
- [12] Q. Chen and A. Konrad, *A review of finite element open boundary techniques for static and quasistatic electromagnetic field problems*, IEEE Transactions on Magnetics, 33(1):663-676, January 1997.
- [13] E. M. Freeman and D. A. Lowther, *A novel mapping technique for open boundary finite element solutions to Poissons equation*, IEEE Transactions on Magnetics, 24(6):2934-2936, November 1988.
- [14] D. A. Lowther, E. M. Freeman, and B. Forghani, *A sparse matrix open boundary method for finite element analysis*, IEEE Transactions on Magnetics, 25(4):2810-2812, July 1989.
- [15] E. M. Freeman and D. A. Lowther, *An open boundary technique for axisymmetric and three dimensional magnetic and electric field problems*, IEEE Transactions on Magnetics, 25(5):4135-4137, September 1989.

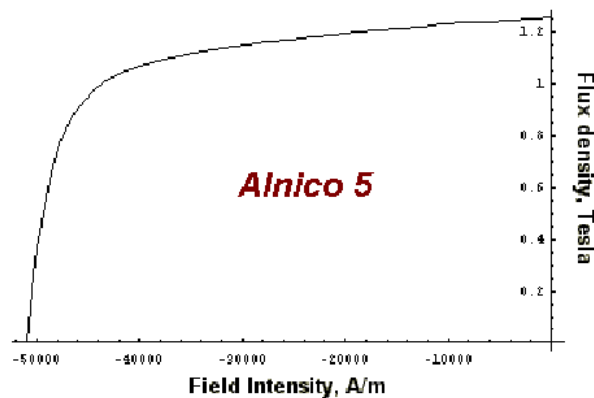


Figura 30 : Curba demagnetizării în cazul AlNiCo 5

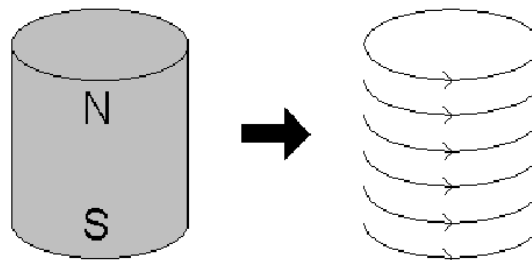


Figura 31 : Echivalența magnet - pânză de curent

## A. Modelarea magneților permanenți

FEMM suportă modelarea magneților permanenți dar există câteva reguli speciale de modelare corectă a acestora. Această anexă va explica cum trebuie folosită informația ce se află în cataloagele cu magneți permanenți pentru a-i modela corect în FEMM.

În cataloage, fabricanții dau informații despre un magnet permanent sub forma unor curbe de demagnetizare. O astfel de curbă este prezentată și în Figura 30. Scopul principal este extragerea informației dintr-o curbă de demagnetizare și folosirea acestei informații în meniul *Block Property* al FEMM-ului. Din punctul de vedere al analizei cu metoda elementului finit, cel mai des uzitat model este acela în care magnetul este reprezentat precum un volum de material feromagnetic înconjurat de o pânză subțire de curent, așa cum se vede în Figura 31. Din acest punct de vedere, curba de demagnetizare reprezintă ceea ce se întâmplă când diferite valori ale forțelor magnetomotoare sunt aplicate asupra unui magnet, acestea acționând în sens opus câmpului magnetic. În momentul în care este aplicată o forță magnetomotoare suficient de mare pentru a opri acțiunea câmpului magnetic, această forță trebuie să fie identică cu forța care împinge magnetul. Porțiunea din curbă care parcurge distanța până la  $B = 0$  este chiar curba  $B - H$  caracteristică interiorului materialului.

Folosind aceste considerente putem modela ușor un magnet permanent. Câmpul coercitiv, notat cu  $H_c$  al unui magnet este valoarea absolută a forței magnetomotoare de care este nevoie pentru a reduce complet câmpul magnetic din interiorul magnetului. Această valoare, în A/m este introdusă în căsuța  $H_c$  din fereastra *Block Property* (vezi Figura 10). Dacă magnetul este neliniar, valorile ce se introduc în fereastra de definire a curbei  $B - H$  pot fi obținute prin șiftarea curbei la dreapta exact până la valoarea  $H_c$ , astfel încât punctul  $B = 0$  să se identifice cu originea. De exemplu, curba de demagnetizare șiftată în cazul magnetului AlNiCo 5 este evidențiată în Figura 32. Dacă curba de demagnetizare este destul de abruptă încât să fie considerată liniară se poate obține permeabilitatea magnetică luând în considerare panta acestei "drepte".

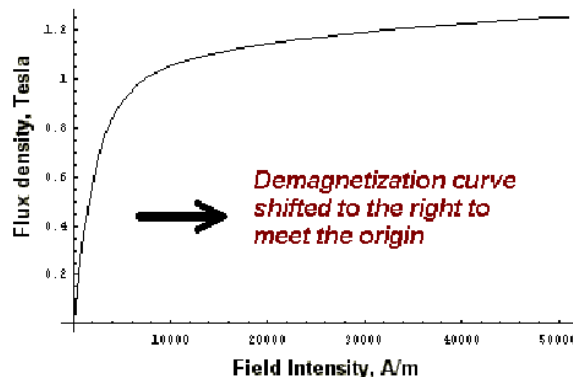


Figura 32 : Șiftarea curbei de demagnetizare a unui magnet permanent

Materialele solide și cu pământuri rare aflate la temperatura camerei posedă o curbă de demagnetizare "foarte liniară". În mod obișnuit este suficient să folosim un model liniar pentru aceste materiale. În plus, aceste materiale au o permeabilitate foarte

apropiată de 1. Modelarea acestor materiale poate fi simplificată, fără a face erori prea mari, presupunând că materialele au permeabilitate magnetică 1. Apoi, dacă știm că energia produsă de magnet este dată în MOe (megaöersted) mărimea  $H_c$  poate fi calculată cu ajutorul relației (31).

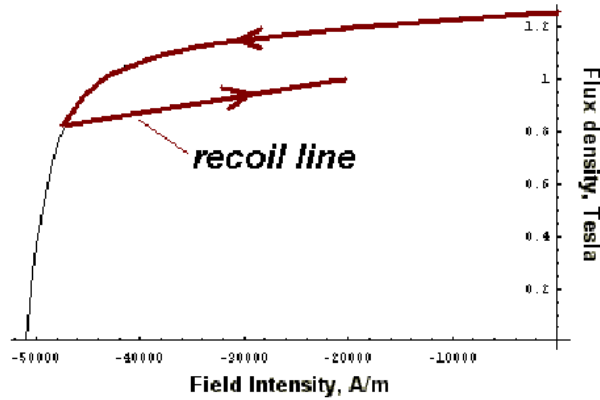


Figura 33 : Reculul din cazul unui AlNiCo 5 parțial demagnetizat

$$H_c = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot \sqrt{E}}{\pi} \quad (31)$$

unde  $E$  reprezintă energia produsă, în MOe.

În cazul magneților AlNiCo trebuie avută mare grijă în interpretarea rezultatelor obținute prin metoda elementului finit. Spre deosebire de magneții cu pământuri rare, acești magneți prezintă histerezis destul de important când se demagnetizează. Acest fenomen apare atunci când inducția magnetică este forțată să ia o valoare situată sub "piciorul" curbei de demagnetizare și, deci, fluxul nu revine la intensitatea inițială când este eliminată forța magnetomotoare. Histerezisul este evidențiat în Figura 33. Aceste fenomene, de demagnetizare și de recul, pot apărea când magneții sunt încorporați în construcția unui anumit dispozitiv. Într-un motor, magneții se vor demagnetiza oarecum când motorul este pornit. În cele din urmă, magneții vor sfârși prin "mișcarea" pe linia de recul care este situată dedesubtul curbei de demagnetizare prescrise. Ceea ce vrem să spunem este că utilizatorul nu poate fi absolut sigur în ce zonă a curbei acționează magneții; o analiză care tratează un astfel de tip de histerezis este departe de ceea ce își propune să rezolve FEMM. De notat că aceste precauții se iau doar în cazul magneților neliniari; din motive practice, se folosesc magneți cu pământuri rare care nu dezvoltă un astfel de histerezis.

## B. Modelarea efectului prezenței direcției de îmbinare în bobine

Un mare număr de dispozitive magnetice posedă miezuri laminate în așa fel încât să reducă efectele curenților turbionari. Unul din modurile în care se modelează aceste materiale, în afara metodei elementului finit, ar fi acela în care se modelează fiecare direcție de îmbinare (și spațiile dintre îmbinări) în geometria dispozitivului. O alternativă este să tratăm materialul laminat ca un volum continuu și să constatăm proprietățile care, în esență, dau aceleași rezultate, însă cu o rețea de discretizare mult mai puțin densă. FEMM folosește această tehnică în ceea ce privește îmbinările.

Trebuie considerat că fluxul poate parcurge îmbinările în două moduri: calea ușoară, desemnată de însuși direcția de îmbinare, sau calea "dificilă", în grosimea îmbinărilor. Calea "dificilă" este greu de parcurs de către flux din două motive. Unul este că procesul de îmbinare face ca metalul să devină mai puțin permeabil decât în cazul direcției ușoare de parcurgere. Al doilea motiv, și cel mai important, este că fluxul trebuie să traverseze zone cu permeabilitate 1, cum sunt distanțele dintre îmbinări.

Prima considerare ce trebuie făcută când se analizează un model al permeabilității este aceea că permeabilitatea în fier trebuie să fie izotropă. Acest lucru nu este întocmai adevărat, dar aproape toate reluctanțele ce apar în cazul direcției grele de parcurgere rezultă din străbaterea spațiilor dintre îmbinări. Eroarea semnificativă ce poate apărea în cazul direcției grele de parcurgere rezultă din modificarea relativ bruscă a reluctanțelor din această direcție.

Fiind făcută considerarea de mai sus, se poate face un model al unui circuit echivalent pentru fiecare direcție de parcurgere a fluxului. În Figura 34 se prezintă modelul de circuit în cazul căii ușoare de parcurgere. Se observă prezența a două reluctanțe conectate în paralel: una corespunzătoare fluxului care circulă prin porțiunile metalice ale îmbinării:

$$R_{ez,fe} = \frac{L}{\mu_r \mu_0 c W} \quad (32)$$

și cealaltă corespunzătoare fluxului care circulă prin spațiile cu aer dintre îmbinări:

$$R_{ez,aer} = \frac{L}{\mu_0 (1-c) W} \quad (33)$$

unde  $L$  și  $W$  reprezintă lungimea și grosimea căii parcurse, iar  $c$  este fracțiunea metalică din drumul parcurs. Punând aceste reluctanțe în paralel rezultă:

$$R_{ez} = \frac{LW}{(1-c + c\mu_r)\mu_0} \quad (34)$$

Având în vedere că  $L$  și  $W$  sunt arbitrar alese, permeabilitatea magnetică a secțiunii este:

$$\mu_{ez} = (1 - c + c\mu_r)\mu_0 \quad (35)$$

În cazul soluției problemelor neliniare, schimbările ce intervin în metoda lui Newton de determinare a modelului îmbinărilor simplifică foarte mult lucrurile considerând că  $1 - c \ll c\mu_r$ . În acest caz  $\mu_{ez}$  poate fi aproximat astfel:

$$\mu_{ez} \approx c\mu_0\mu_r \quad (36)$$

Această aproximare duce la valori mici ale erorilor până când factorul de umplere se apropie de valoarea zero. De exemplu, dacă  $\mu_r = 1000$  cu un factor de umplere de 90 % atunci diferența dintre relațiile (35) și (36) este de doar 0,01 %.

În cazul căii "grele" de parcurgere avem un alt circuit echivalent precum cel din Figura 35. În acest caz circuitul este constituit din două reluctanțe în serie pentru că fluxul trebuie să parcurgă în ordine, mai întâi spațiile cu aer și apoi îmbinarea propriuzisă. Aceste reluctanțe se calculează cu relațiile (37) și (38).

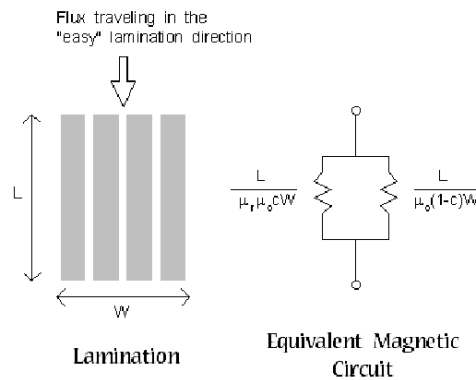


Figura 34 : Circuitul echivalent în cazul căii "ușoare" de parcurgere

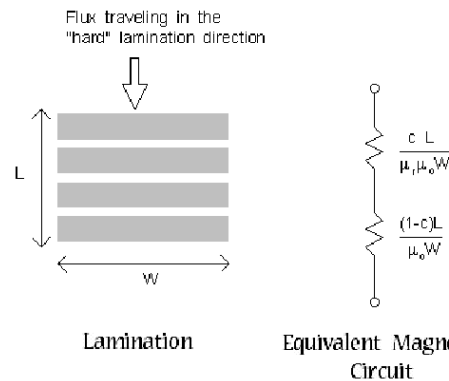


Figura 35 : Circuitul echivalent în cazul căii "grele" de parcurgere

$$R_{hard,fe} = \frac{cL}{\mu_r \mu_0 W} \quad (37)$$

$$R_{hard,aer} = \frac{(1-c)L}{\mu_0 W} \quad (38)$$

Punând aceste reluctanțe în serie, rezultă reluctanța serie echivalentă:

$$R_{hard} = \frac{c + (1-c)\mu_r}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{L}{W} \quad (39)$$

Considerând că  $L$  și  $W$  sunt arbitrare, permeabilitatea este:

$$\mu_{hard} = \frac{\mu_0 \mu_r}{c + (1-c)\mu_r} \quad (40)$$

Dacă materialul este laminat în plan, întregul flux parcurge calea "ușoară" și relația (36) este folosită pentru a caracteriza permeabilitatea fiecărui element în parte. În problemele în care îmbinarea se face într-un plan paralel cu axa x sau cu axa y, relațiile (36) și (40) sunt folosite pentru a exprima permeabilitățile în mod standard pentru elementele cu o permeabilitate anizotropă.

În cazul problemelor armonice, prin îmbinări circulă și curenți turbionari, apărând și pierderile datorate histerezisului. Dacă îmbinările sunt subțiri în comparație cu celelalte elemente ale geometriei, efectele curenților turbionari și a histerezisului pot fi înlocuite de o permeabilitate ce depinde de frecvență (vezi lucrarea [4]). În acest fel, permeabilitatea relativă este înlocuită de o permeabilitate dependentă de frecvență  $\mu_{fd}$  în relațiile (36) și (40):

$$\mu_{fd} = \frac{\mu_r e^{-\frac{j\Phi_h}{2}} \operatorname{th} \left[ e^{-\frac{j\Phi_h}{2}} \sqrt{j\omega\sigma\mu_r\mu_0} \frac{d}{2} \right]}{\sqrt{j\omega\sigma\mu_r\mu_0} \frac{d}{2}} \quad (41)$$

În relația (41),  $\Phi_h$  reprezintă un defazaj constant între  $B$  și  $H$  datorat histerezisului,  $\sigma$  este conductivitatea materialului laminat,  $d$  este grosimea părții metalice a îmbinării, și  $\omega$  este pulsația excitației în rad/s. Trebuie spus că, conceptul de histerezis poate fi aplicat și materialelor nelaminate prin înmulțirea permeabilității relative cu termenul  $e^{-\frac{j\Phi_h}{2}}$ , în cazul problemelor armonice.

## C. Probleme cu frontieră deschisă

În general, metoda elementelor finite se potrivește cel mai bine la problemele ce au domenii ale soluțiilor bine definite. Există, totuși, un mare număr de probleme care nu au definită o frontieră externă. Un prim exemplu este un solenoid situat în aer. Condiția de frontieră ce se aplică în acest caz este  $A = 0$  la  $r = 1$ . Oricum, metoda elementelor finite implică, prin natura sa, un domeniu finit. Din fericire, există metode care pot fi aplicate în vederea găsirii unor soluții care să aproximeze corect soluțiile din cazul "frontierei deschise".

### C.1. Trunchierea frontierelor externe

Cea mai simplă, dar și cea mai puțin exactă metodă de a alege o frontieră deschisă este să alegem o frontieră arbitrară destul de departe de zona de interes și să declarăm pe această frontieră că  $A = 0$  sau că  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ . În acord cu lucrarea [12] se impune o regulă care spune că distanța dintre centrul domeniului soluțiilor și frontiera externă trebuie să fie cel puțin de cinci ori mai mare decât distanța dintre același centru și curba ce delimitează volumul obiectelor de interes. Cele mai multe programe de analiză cu metoda elementului finit folosesc trunchierea pentru că această tehnică nu este greu de implementat.

Dezavantajul principal al trunchierii este că, dacă se dorește aflarea unei soluții exacte trebuie modelat și un volum de aer mult mai întins decât regiunea de interes. De obicei, această zonă întinsă ce se află în exteriorul zonei de interes poate fi modelată cu o meșă relativ mică, ca densitate pentru a reduce timpul de calcul.

### C.2. Condiții asimptotice de frontieră

În lucrarea [12] se tratează în mod exhaustiv tehnicile de frontieră deschisă. Probabil că cel mai simplu mod de a aproxima o "frontieră deschisă" (altă decât trunchierea) este să folosim condiții asimptotice de frontieră. Prin specificarea corectă a condiției de frontieră și prin aplicarea acesteia pe o frontieră circulară ce înconjoară zona de interes se poate găsi o soluție destul de bine aproximată. Prin specificarea corectă a condiției de frontieră și prin aplicarea acesteia pe o frontieră circulară ce înconjoară zona de interes se poate găsi o soluție destul de bine aproximată. Un exemplu în care se folosește o condiție asimptotică de frontieră este fișierul *axi1.fem* inclus în distribuția FEMM.

Să considerăm o problemă bidimensională ce folosește coordonate polare. Domeniul este un cerc de rază  $r_0$  și este reprezentat de o zonă nemărginită. Având în vedere că  $r \rightarrow \infty$  atunci potențialul magnetic vector  $A$  tinde la zero. Pe suprafața cercului, vectorul este o funcție predefinită ce depinde de  $\theta$ . Această problemă are soluție analitică, dată de relația:

$$A(r, \theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{a_m}{r^m} \cdot \cos(m\theta + \alpha_m) \right] \quad (42)$$



unde  $a_m$  și  $\alpha_m$  sunt parametri astfel aleși încât soluția să corespundă potențialului prescris pe circumferința cercului.

S-ar putea crede despre această soluție că este dată de metoda elementelor finite aplicată pe o problemă cu o frontieră externă circulară. Această soluție este descrisă în interiorul cercului. De fapt, ceea ce trebuie făcut este să corelăm soluția obținută analitic în afara cercului cu soluția dată de metoda elementului finit aplicată în interiorul cercului.

Inspectând relația (42), se poate vedea că, cu cât crește ordinul armonicii, cu atât valoarea sa de vârf scade odată cu creșterea razei  $r$ . Se mai observă că armonica fundamentală este cea mai semnificativă, soluția fiind descrisă numai de aceasta, celelalte armonici fiind neglijate. Dacă  $n$  este ordinul armonicii fundamentale, soluția unui domeniu întins însă nu de rază infinită poate fi aproximată cu relația:

$$A(r, \theta) \approx \frac{a_n}{r^n} \cdot \cos(n\theta + \alpha_n) \quad (43)$$

Derivând în raport cu raza  $r$ , rezultă:

$$\frac{\partial A}{\partial r} = - \frac{na_n}{r^{n+1}} \cdot \cos(n\theta + \alpha_n) \quad (44)$$

Dacă ecuația (44) este rezolvată, rezultă  $a_n$  și dacă se înlocuiește în relația (43), rezultă:

$$\frac{\partial A}{\partial r} + \frac{n}{r} \cdot A = 0 \quad (45)$$

Relația (45) este foarte folositoare. Aceasta are aceeași formă cu condiția de frontieră suportată de FEMM. Dacă marginea exterioară a domeniului soluțiilor este circulară iar frontiera exterioară dată de metoda elementelor finite este neglijată, domeniul soluțiilor poate fi bine aproximat aplicând relația (45).

Pentru a aplica o condiție asimptotică de frontieră trebuie definită o nouă frontieră apoi se aleg parametri acesteia astfel încât:

$$c_0 = \frac{n}{\mu_0 r_0} \quad (46)$$

$$c_1 = 0 \quad (47)$$

unde  $r_0$  este raza exterioară, în m, iar  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  este permeabilitatea magnetică a vidului.

Deși metoda de mai sus este specifică problemelor bidimensionale, s-a constatat că dacă se aplică aceleași metode unei probleme axisimetrice, condiția de frontieră impune aceleași parametri precum în relațiile (46).

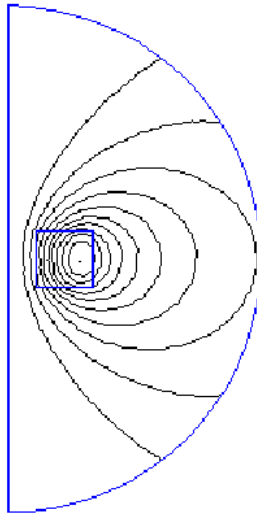


Figura 36 : Bobină definită cu ajutorul unei "frontiere deschise"

Trebuie avută mare grijă când se aplică acest gen de condiție de frontieră. În majoritatea cazurilor este suficient să considerăm că  $n=1$  (de exemplu, dacă obiectele aflate în zona de interes arată precum un dipol). Există, totuși, și alte cazuri, în care armonica fundamentală nu are ordinul  $n=1$ . De aceea trebuie să știm ce ordin al armonicii alegem pentru problema pe care dorim să o rezolvăm. De asemenea trebuie să poziționăm obiectele de interes în centrul domeniului discretizat în elemente finite cu scopul de a minimiza, pe cât posibil, valorile maxime ale componentelor câmpului pe frontiera externă.

Deși aplicarea acestui tip de condiție de frontieră cere puțină atenție din partea utilizatorului, rezultatele sunt destul de exacte. Figura 36 corespunde fișierului *axi1.fem* și reprezintă distribuția liniilor de câmp produs de o bobină fără miez, situată în aer. S-a aplicat o condiție de frontieră deschisă pe frontiera externă care este circulară. Observând soluția, liniile de câmp ce apar traversează peste frontiera circulară ca și cum domeniul soluțiilor n-ar fi mărginit de această frontieră.

### C.3. Transformata Kelvin

#### C.3.1. Introducere

O abordare care arată eficiența "frontierei deschise" este transformata Kelvin, o tehnică ce a avut ca primă aplicație calculul de câmp magnetic și care este descrisă pe larg în lucrările [13] și [14]. Atuurile acestei tehnici sunt:

- oferă un model eficient al efectelor zonei exterioare domeniului de interes;
- folosește o reprezentare matriceală mai eficientă decât cea folosită de metodele ce folosesc elemente finite sau diferențe finite;

- nu cere metodei elementelor finite un efort de calcul suplimentar pentru a se implementa, doar abilitatea de a aplica condiții periodice de frontieră.

Scopul acestei anexe este de a explica ce este transformata Kelvin și de a evidenția cum este ea implementată în contextul folosirii programului FEMM.

### C.3.2. Derivarea

În zona depărtată de câmpul magnetic, materialul este, de obicei, omogen (de exemplu, aerul lipsit de surse de câmp). În acest caz, ecuația diferențială care descrie potențialul magnetic vector este o ecuație Laplace, de tipul:

$$\nabla^2 A = 0. \quad (48)$$

Dacă trecem ecuația (48) în coordonate polare,  $A$  este descris de ecuația:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0. \quad (49)$$

Presupunem că zona din apropierea câmpului poate fi conținută într-un cerc de rază  $r_0$  și centrat în origine. Zona depărtată de câmp conține deci tot ceea ce se află în afara cercului considerat.

O abordare corectă a problemelor nemărginite este să încercăm să cuprindem regiunea nemărginită într-o zonă mărginită, astfel încât aceste probleme să fie mai ușor de mărginit. Un mod simplu de a face această "mapare" este să introducem o altă variabilă,  $R$ , care este legată de  $r$  prin relația:

$$R = \frac{r_0^2}{r} \quad (50)$$

Analizând relația (50), se poate observa că aceasta reușește să cuprindă zona exterioară într-un cerc de rază  $r_0$ .

Următorul pas este să transformăm relația (48), adică ecuația diferențială pe care trebuie să o satisfacă câmpul magnetic, în acord cu zona mapată. Astfel, relația (48) se scrie în funcție de  $R$  și  $\theta$ . Putem evalua derivatele în funcție de  $R$  în loc de  $r$  prin apelarea la următoarea relație de legătură:

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{dR}{dr} \right) = - \frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{R}{r_0} \right)^2 \quad (51)$$

Acum putem să notăm că  $r = R = r_0$ , rezultând:

$$\frac{\partial A}{\partial r} = - \frac{\partial A}{\partial R} \quad (52)$$

și putem înlocui relația (51) în (48), rezultând, după câteva operații aritmetice:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial A}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0. \quad (53)$$

Ecuția (53) reprezintă ecuația de transformare în cazul zonei externe și are exact aceeași formă ca relația ce caracterizează zona internă. Aceasta implică faptul că, pentru o problemă plană bidimensională, exteriorul poate fi modelat simplu prin crearea unui domeniu ce constă în două zone circulare: una care conține obiectele de interes și cealaltă, care este depărtată de câmpul magnetic. Apoi trebuie aplicate condițiile de "frontieră deschisă" asupra marginilor cercurilor pentru a forța continuitatea lui  $A$  pe acestea. În cazul folosirii unor elemente finite de tipul triunghiuri, relația (52) este aplicată forțat pe frontierele celor două regiuni. Cea de-a doua zonă circulară modelează exact domeniul infinit al soluțiilor.

### C.3.3. Exemplu de aplicare a transformatei Kelvin – open1.fem

Ca exemplu, vom considera un miez în formă de E cu o înfășurare în jurul său. Să presupunem că obiectivul este determinarea câmpului din jurul miezului în absența oricărei căi de întoarcere pentru flux (de exemplu, atunci când circuitul magnetic este deschis). În acest caz, fluxul nu este constrâns să circule pe o cale care este bine definită, din cauză că îmbinările care completează aceste căi au fost neglijate.

Geometria a fost aleasă arbitrar, scopul aici fiind mai mult înțelegerea punerii problemei decât rezolvarea ei propriu-zisă. Miezul are un picior central de grosime 0,5 țoli, iar picioarele extreme sunt de 0,25 țoli grosime; toate au lungimea de 0,75 țoli. Materialul folosit la modelarea miezului este liniar și are permeabilitate magnetică relativă de 2500. Bobina permite circulația unei densități de curent de 2 MA/m<sup>2</sup>. Geometria este prezentată în Figura 37.

În Figura 37, miezul este plasat într-o zonă circulară de rază mai mică decât raza cercului exterior. Asupra arcelor de cerc specifice geometriei implementate s-au pus condițiile periodice de frontieră. În acord cu modul de implementare al condițiilor periodice de frontieră în FEMM, fiecare astfel de condiție trebuie aplicată asupra a două și numai două entități sau obiecte. În această problemă, fiecare frontieră este un cerc alcătuit de două arce de cerc, deci trebuie aplicate două condiții periodice pentru a lega fiecare arc de domeniul în care este conținut miezul.

Trebuie observat că s-a desenat un punct în centrul regiunii externe asupra căruia s-a aplicat o proprietate care specifică faptul că, în acest punct, avem  $A = 0$ . Centrul cercului mapează zona respectivă la infinit rezultând că are sens definirea lui  $A = 0$  la infinit. Dacă nu este definit un punct de referință este ușor de văzut că soluția este unică, putând să difere doar printr-o constantă. Acest caz este similar aceluia în care s-ar defini condiții de frontieră de tip Neumann pe toate frontierele, astfel rezultând o soluție pentru  $A$  care nu este unică. Din cauza rezolvatorului pe care FEMM îl folosește, problema poate fi probabil rezolvată chiar dacă nu s-ar defini un punct de referință. Totuși, definirea unui

astfel de punct elimină posibilitatea apariției unor dificultăți numerice ce apar datorită problemelor de unicitate.

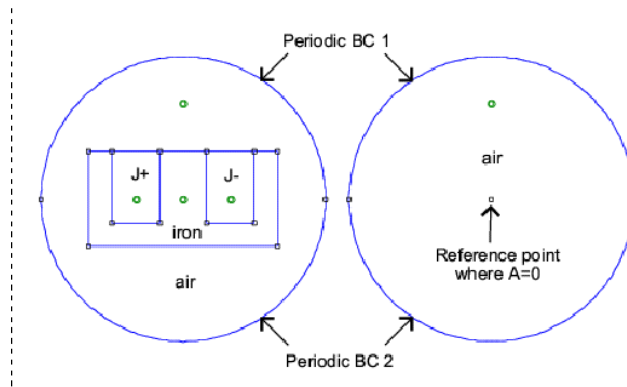


Figura 37 : Geometria modelului considerat

Soluția calculată este evidențiată în Figura 38. După cum era de așteptat, liniile de câmp par să traverseze în afara regiunii care conține miezul ca și când acesta nu ar ține seamă de prezența frontierei.

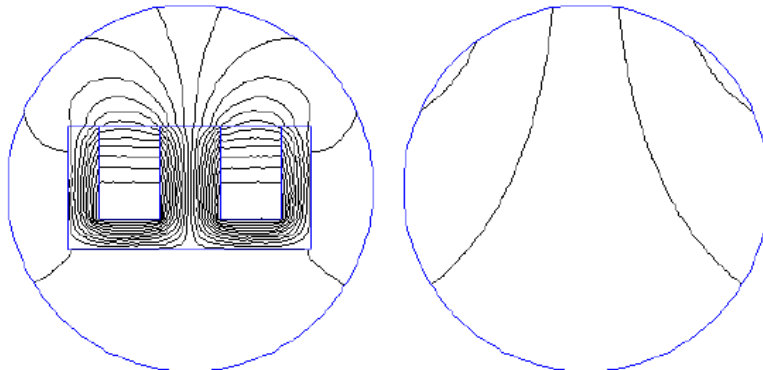


Figura 38 : Problema rezolvată