



Finite Element Methods for Active Contour Models and Balloons for 2D and 3D Images

Laurent D. COHEN and Isaac COHEN

Prezentáció: Kiss Zoltán, SZTE 2004.

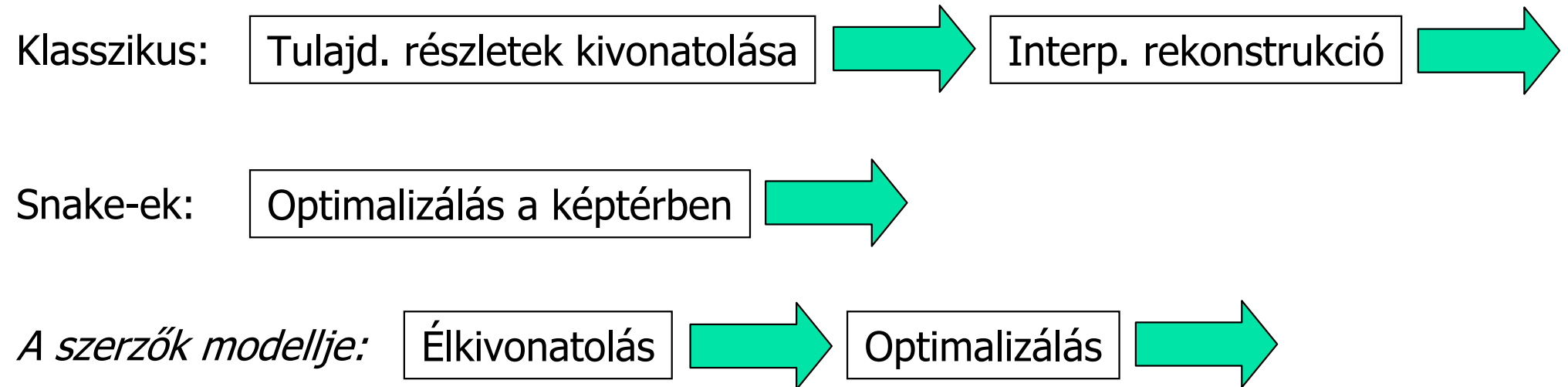


Motiváció

- 1) Objektum felszínek kijelölése – szegmentációs probléma
- 2) Objektum felszínek reprezentációja – felszínek ábrázolása

Bevezetés I.

Eljárások, módszerek





Bevezetés II.

Áttekintés

- Határvonal kijelölés – energia minimalizációs módszerek
- 3D modell
- 3D modell véges elemes módszerrel (FEM)



Bevezetés II.

Áttekintés

- *Határvonal kijelölés – energia minimalizációs módszerek*
- 3D modell
- 3D modell véges elemes módszerrel (FEM)



Energia minimalizáció I.

A szerzők elgondolása

A publikált módszer:

- 1) Az élek detektálása hagyományos eljárásokkal (az élek szakadozottak)
- 2) Deformálható görbe illesztése a detektált él darabjaira

Energia minimalizáció II.

Kontúrvonal keresés

Definíció – deformálható görbe:

$$\Omega = [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$s \mapsto v(s) = (x(s), y(s))$$

Energia funkcionál:

$$E : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$v \mapsto E(v) = \int_{\Omega} w_1 \|v'(s)\|^2 + w_2 \|v''(s)\|^2 + P(v(s)) ds$$

megengedett deformációk

belső erők

külső erők, potenciál



Energia minimalizáció III.

Kontúrvonal keresés

Keressük az energia funkcionál minimumát. Az energia funkcionálnak minimuma van egy v görbén, ha kielégíti a hozzá tartozó Euler-Lagrange egyenletet:

$$\begin{cases} -(w_1 v')' + (w_2 v'')'' + \nabla P(v) = 0 \\ v(0), v'(0), v(1) \text{ and } v'(1) \text{ given} \end{cases}$$

Azaz v az erők egyensúlyi helye.



Energia minimalizáció IV.

Az energiafüggvény vizsgálata

$$v \mapsto E(v) = \int_{\Omega} w_1 \|v'(s)\|^2 + w_2 \|v''(s)\|^2 + P(v(s)) ds$$

- Első tag: rugalmasság
- Második tag: merevség
- Vonzási *potenciál*:
$$P(v) = -\|\nabla I(v)\|^2$$
- w_1 és w_2 súlyozó konstansok

Energia minimalizáció V.

Megoldása

Megoldás diszkrét esetben:

$$F(v) = (F_1(v), F_2(v)) = -\nabla P(v) + F_{other}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} - (w_1 v')' + (w_2 v'')'' = F(v), \\ v(0, s) = v_0(s), \\ v(t, 0) = v_0(0), \quad v(t, 1) = v_0(1), \\ v'(t, 0) = v'_0(0), \quad v'(t, 1) = v'_0(1) \end{cases}$$

iteratív eljárásként véges differenciákkal.

Energia minimalizáció VI.

Az előző modell javítása, ballon modell

- Külső erők normalizálása – a görbe növekedési sebességének kiegyenlítése:

$$F = -k \frac{\nabla P}{\|\nabla P\|}$$

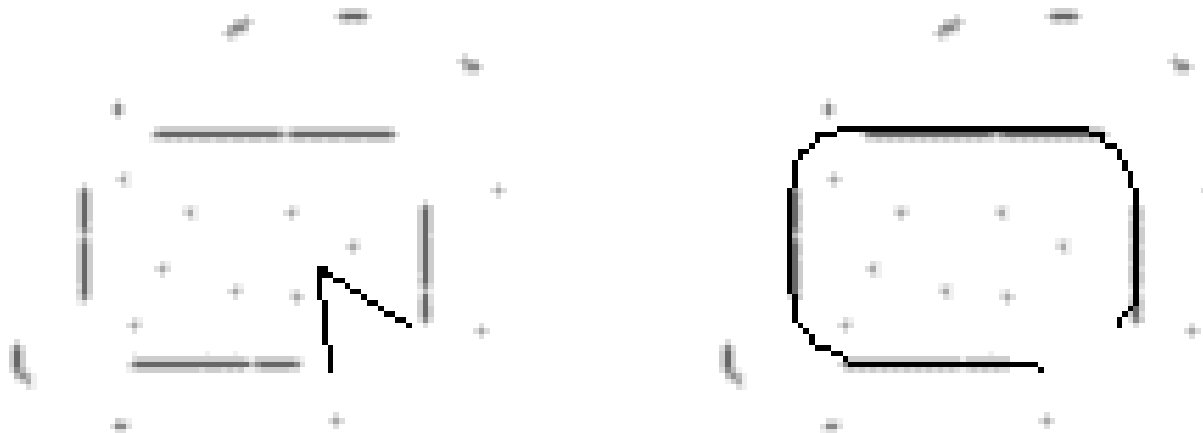
- További problémák:
 - Az iniciális görbe túl távol van a kontúrtól, nem „találja meg” a kontúrt
 - A görbe összeomolhat, egyetlen ponttá zsugorodhat

$$F = k_1 \vec{n}(s) - k \frac{\nabla P}{\|\nabla P\|}(v(s))$$

felfújó erő ←

Energia minimalizáció VII.

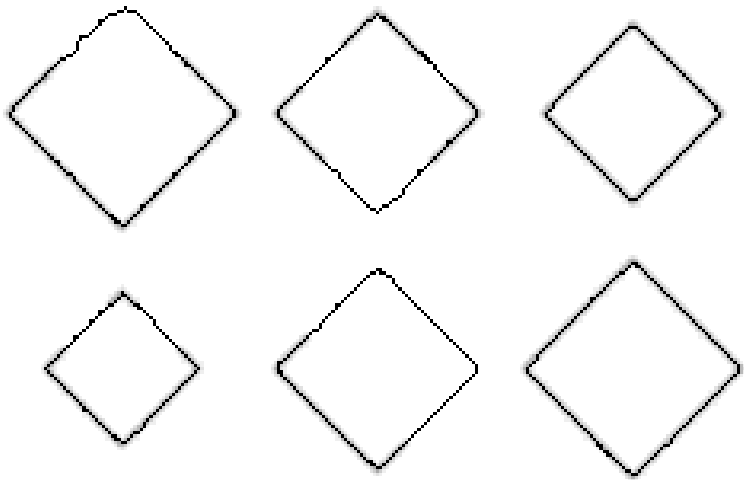
Ballon modell – kísérleti eredmények



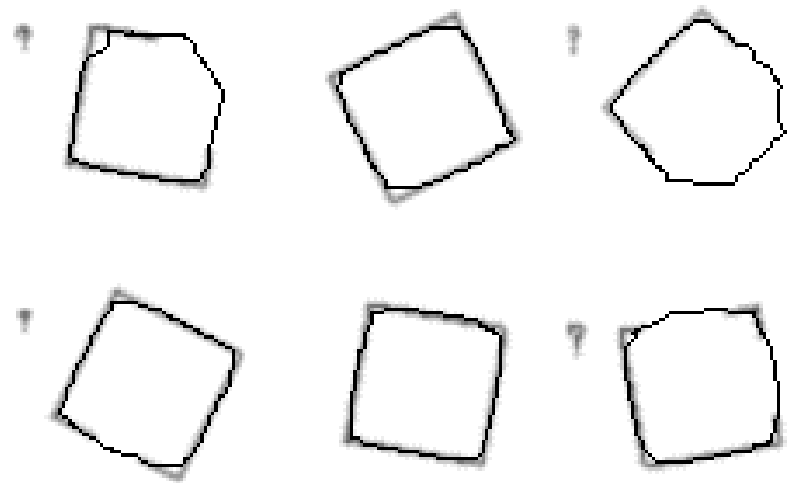
A ballon modell robusztussága. Az iniciális görbe (bal oldali kép fekete színű törött vonal) és az algoritmus eredménye (jobb oldali kép fekete vonal). Mindkét képen háttérként az alkalmazott potenciál kép látható.

Energia minimalizáció VIII.

Ballon modell – kísérleti eredmények



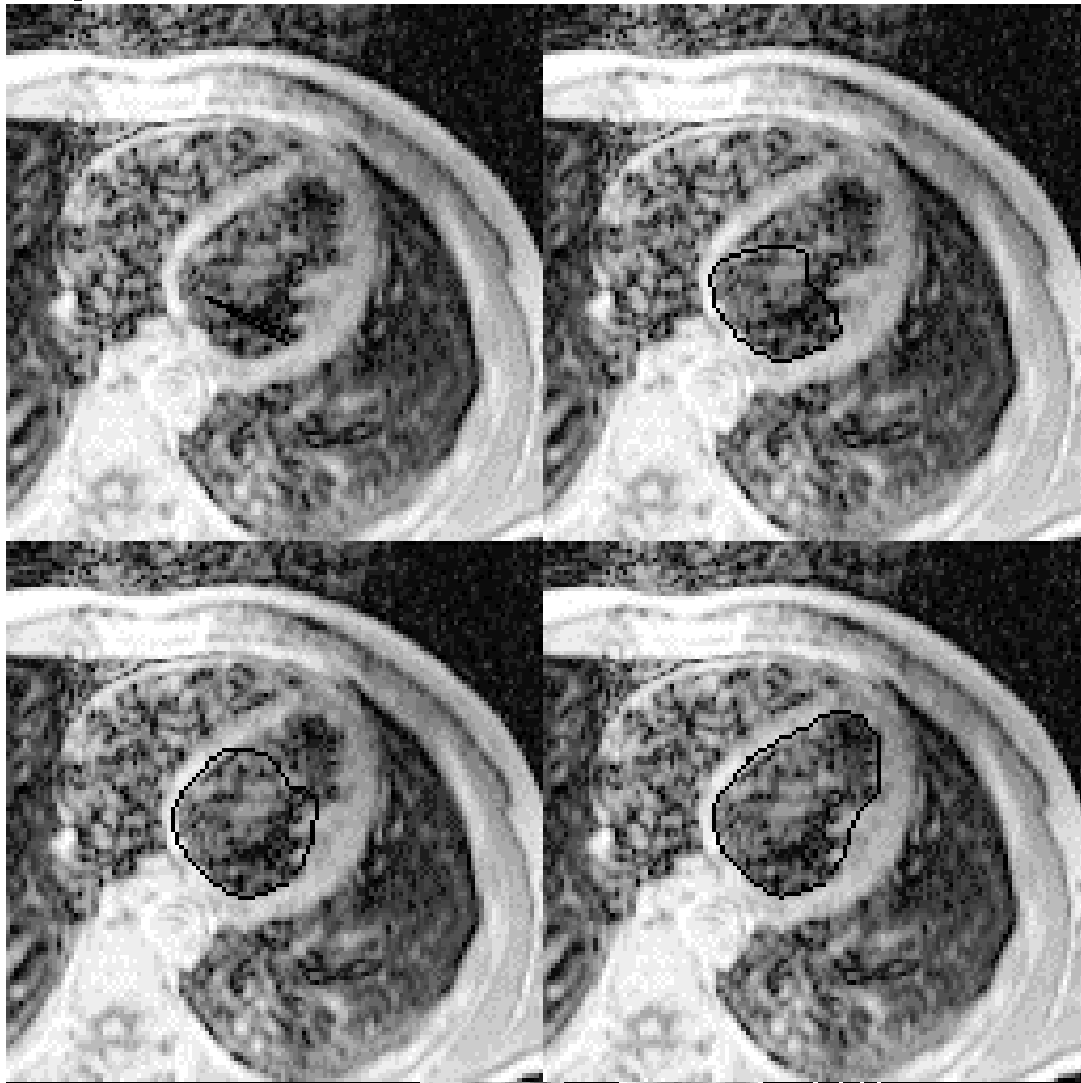
A ballon modell hatékonysága, szinte tökéletesen detektált élek esetén.



A ballon modell hatékonysága, hiányosan detektált élek esetén.

Energia minimalizáció IX.

Ballon modell – kísérleti eredmények



Tesztelés mért (MRI) adatokon. A szív bal pitvar kontúrvonalának fejlődése a ballon modell módszer közben.



Energia minimalizáció X.

Megjegyzések a ballon modellel kapcsolatban

- 1) A felfújó erő felfogható a ballon területének nagyságaként
- 2) A vonzás együtthatója kicsivel nagyobb a felfújás együtthatójánál
- 3) Egyensúlyi helyzet elérésekor a görbe enyhén túlhalad a kontúron
- 4) A kontúr hossza változik – újra paraméterezés, új kontrollpontok
- 5) Megadható egy *durva* iniciális közelítő görbe is
- 6) Tovább javítható: ha egy görbeszakasz elérte a lokális minimumát, a rá ható erők „kikapcsolhatók”

Energia minimalizáció XI.

A vonzási potenciál további vizsgálata

Lehetséges potenciálok: $P(v) = g(d(v))$

- 1) Minden képpontra: a képpont és a hozzá legközelebb eső kontúrpontra Euklideszi távolsága v . közelítése (ld. Champfer-távolság)
- 2) Az „élkép” konvolválása egy Gauss impulzus-válasz függvényvel
- 3) Előző módosítása:

$$P(v) = -e^{-d(v)^2}$$

- 4) Gyorsabb konvergencia:

$$P(v) = \frac{-1}{d(v)} \quad , \quad (P \equiv -1 \text{ if } d(v(s, r)) < 1)$$

- 5) Az előzőek és az intenzitás gradiens kombinálása



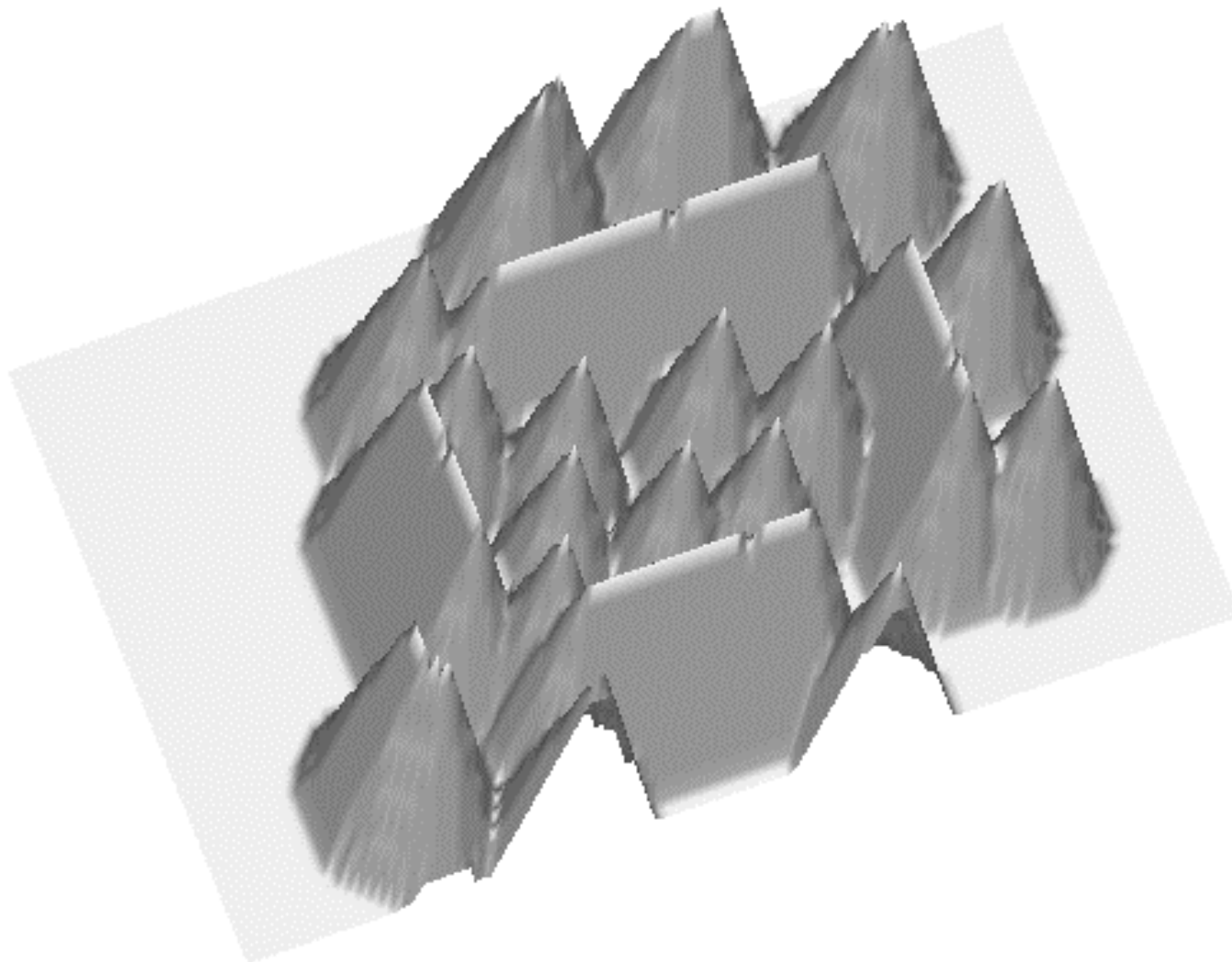
Energia minimalizáció XII.

Vonzási potenciál

Az detektált élek kontúrjainak és egy Gauss függvény konvolúciója, mint vonzási potenciál. (A kép fejjel lefelé áll.)

Energia minimalizáció XIII.

Vonzási potenciál



A legközelebbi határponttól mért (becsült) Euklideszi távolság, mint vonzási potenciál. (A kép fejjel lefelé áll.)

-

Jobb konvergencia feltétel.

Energia minimalizáció XIV.

Az energia funkcionál további vizsgálata

Energia funkcionál:

$$E(f, g) = \int V(f(s), g(s)) ds + \int S(f(s)) ds$$

közelítő fg.

adat (detektált él pontjai)

az illesztett görbe simasága

1) Legkisebb négyzetes eltérés:

$$V(f) = \sum_i \|f(s_i) - f_i\|^2$$

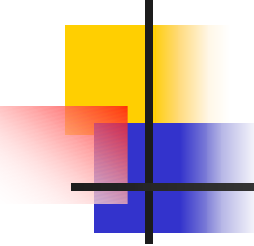
2) Pozíció független (konvex) potenciál:

$$V(h) = \int \sum_i \delta_{f_i}(u) \|h - u\|^2 du = \sum_i \|h - f_i\|^2$$

3) Snake:

Az intenzitás gradiensen dolgozik – detektált élrészek nem ismertek

4) Előzőek ötvözete

- 
-
- Határvonal kijelölés – energia minimalizációs módszerek
 - *3D modell*
 - 3D modell véges elemes módszerrel (FEM)



3D modell I.

Egyszerűsített modell

- 2D keresztmetszeti szeletek sorozata
- 2D aktív kontúr alkalmazása a szeletekre
- A planáris kontúrok kontrollpontjainak összekötése térhálóvá (NUAGES)

Előnyök:

- Gyorsabb, mint egy általános 3D felszínkezelése
- Elegendő egy szeleten kijelölni egy kezdő görbét – az eredmény propagálható a következő szeletre

Hátrányok:

- Kizárólag zárt felszín
- Csak kis eltérés a szomszédos szeletek görbéi között (interpoláció)
- Ha a határpontok ritkák, a módszer bukik



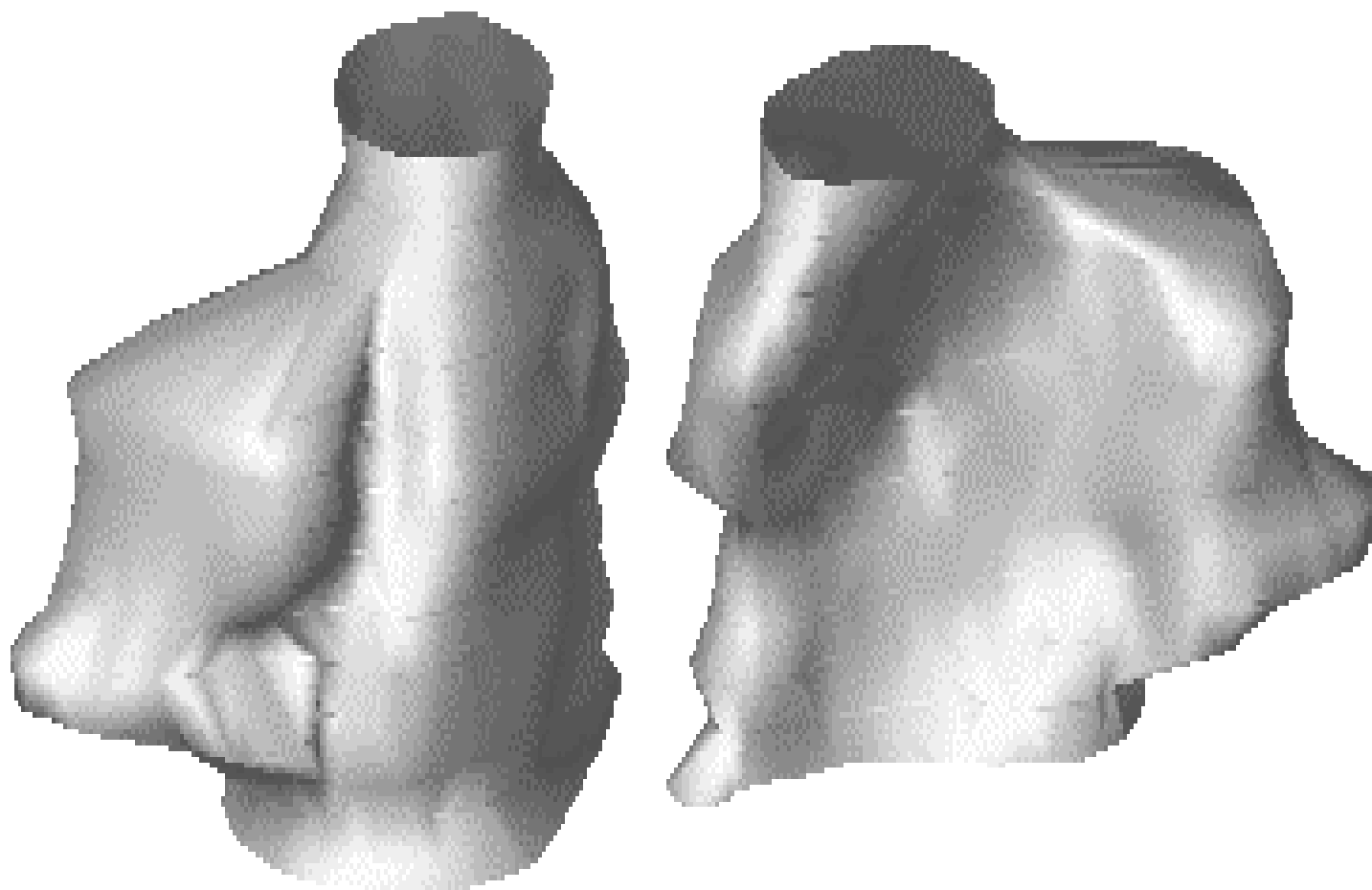
3D modell II.

Egyszerűsített modell – teszt eredmények

A szív bal kamrájának
3D-s rekonstrukciója,
keresztmetszeti 2D-s
képeken számított
kontúrok sorozataként.
(MRI adatsor.)

3D modell III.

Egyszerűsített modell – teszt eredmények



A szív jobb kamrájának
3D-s rekonstrukciója,
keresztmetszeti 2D-s
képeken számított
kontúrok sorozataként.
(MRI adatsor.)



3D modell IV.

Általános modell - deformálható felszín

Definíció – deformálható felszín:

$$v : \Omega = [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$$
$$(s, r) \mapsto v(s, r) = (v_1(s, r), v_2(s, r), v_3(s, r))$$

Energia funkcionál:

$$E : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$v \mapsto E(v) = \int_{\Omega} w_{10} \left\| \frac{\partial v}{\partial s} \right\|^2 + w_{01} \left\| \frac{\partial v}{\partial r} \right\|^2$$
$$+ 2w_{11} \left\| \frac{\partial^2 v}{\partial s \partial r} \right\|^2 + w_{20} \left\| \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \right\|^2 + w_{02} \left\| \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right\|^2 + P(v(s, r)) ds dr$$

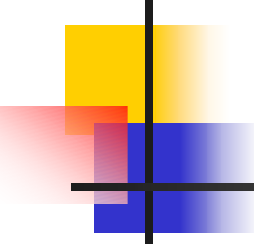


3D modell V.

Általános modell - deformálható felszín

- rugalmasság: w_{10}, w_{01}
 - merevség: w_{20}, w_{02}
 - csavarodás: w_{11}
-

Probléma: túl sok kontrollpont – túl nagy számítási igény.

- 
-
- Határvonal kijelölés – energia minimalizációs módszerek
 - 3D modell
 - *3D modell véges elemes módszerrel (FEM)*



Véges elemes módszer I.

Kiküszöbölendő problémák:

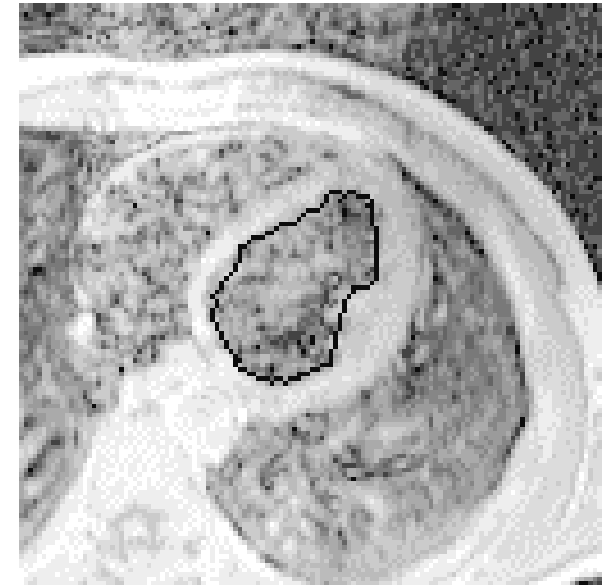
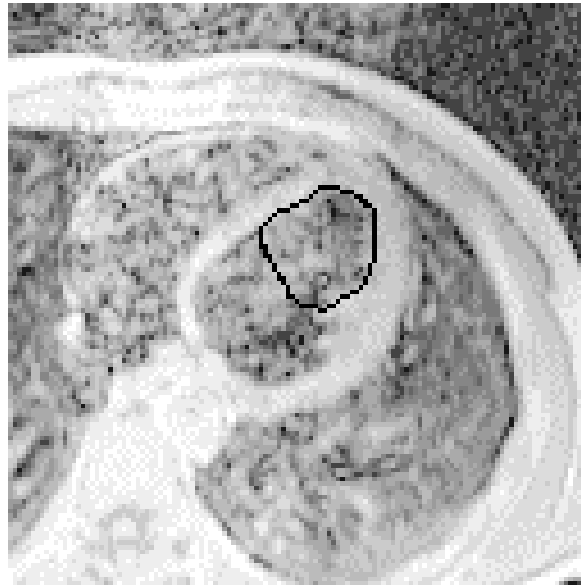
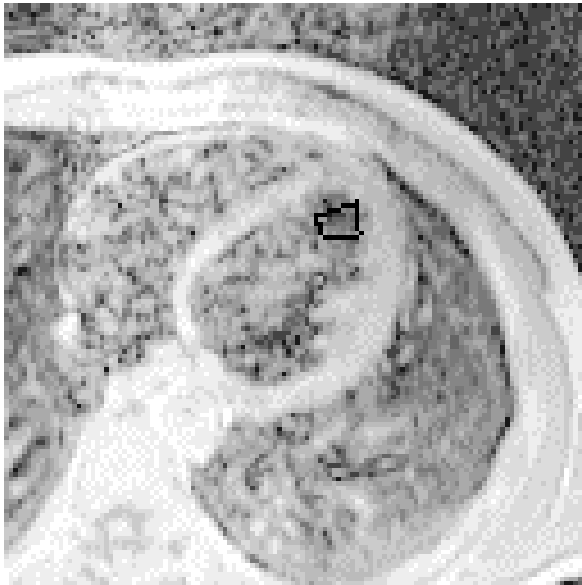
- Sok kontrollpont – nagy számítási idő
- Eddig csak csőszerű felszínek

A modell helyett inkább csak hozzáfűzött megjegyzések:

- „Kissé” bonyolult matematikai leírás (a 3D-s modell PDE-jének numerikus megoldása variációs problémaként)
- Továbbra is iteratív megoldás
- Az algoritmus során rögzített számú kontrollpont – gyors eljárás

Véges elemes módszer II.

Eredmények



A jobb pitvar kontúrjának fejlődése FEM-et használva.



Véges elemes módszer III.

Eredmények

FEM ultrahang képeken.

Finito

