

## EXPECTATIVAS DE PRECIOS \*

LUIS EUGENIO DI MARCO \*\*

Este artículo persigue dos objetivos principales. El primero se relaciona con una breve discusión acerca de la posibilidad de incluir en un modelo una distribución temporalmente espaciada de la respuesta de precios, lo que trae como consecuencia un análisis de regresión modificado (los mínimos cuadrados directos no proporcionan estimaciones insesgadas ni consistentes). El segundo objetivo de esta nota es hacer una digresión acerca del mecanismo nerloviano de ajuste de precios en los modelos que los incluyen como valores esperados.

a. A modo de introducción señalemos que a todo tipo de proceso productivo le conciernen varias categorías de *incertidumbres*. Además de las incertidumbres socio-tecnológicas e institucionales, al empresario le preocupa primordialmente la incertidumbre relativa al precio.<sup>1</sup> Esta incertidumbre subjetiva puede ser caracterizada por expectativas basadas en distribuciones de probabilidad. El empresario, en su intento de lograr una visión mental del futuro, provee no solamente una posible distribución de precios relativos a otros factores, sino varias.

KOYCK (1964) —una referencia obligada en esta materia— ha indicado varias razones justificando porque las reacciones de los productores se distribuyen en el tiempo. Hay *razones objetivas* que se ligan a lo tecnológico y a lo institucional y existen *razones subjetivas*

\* El autor agradece a los Profesores Carlos O. PEREZ MACKEPRANG y Domingo F. CAVALLO por sus consejos y críticas. La responsabilidad por errores encontrados en este artículo pertenecen al autor solamente.

\*\* El autor es profesor de Economía Matemática de la Universidad Nacional de Córdoba.

1 No nos referimos aquí a las variaciones de precios que acompañan a cualquier proceso inflacionario. Estos cambios pueden predecirse con una mayor o menor exactitud. Lo que aquí nos conciernen son —por así decir— variaciones “reales”, aquellas que surgen como producto de una visión subjetiva del horizonte económico.

debidas principalmente al conocimiento imperfecto y a la psicología de las unidades económicas. Estas razones tomarán la forma de una respuesta temporalmente distribuída, cuya formulación matemática ha sido intentada por varios investigadores.

Los economistas matemáticos (v.g. THEIL, 1957) han demostrado que un problema de decisión bajo incertidumbre, puede —en ciertas circunstancias— ser reemplazado por uno más simple que contenga una cantidad menor de parámetros, el cual puede —de hecho— ser pensado como un problema de toma de decisiones bajo certidumbre. HILDRETH (1957) y NERLOVE (1961) han propuesto el concepto de “*certeza equivalente*” según el cual en una situación de decisiones bajo incertidumbre cada variable incierta es reemplazada por una o más variables, los valores de las cuales, si se esperan con certidumbre darían la misma solución que se alcanzaría tratando al problema en toda su generalidad.

NERLOVE ha utilizado el concepto de rezagos distribuidos —creado por I. FISHER— para determinar una certeza equivalente de precio, y explica cómo cambios en el precio en un período pueden ser reflejados en la conducta del productor en períodos posteriores. Resumiremos aquí tres modelos de la formación de expectativas: extrapolativo, adaptativo, y racional.

a.1 El método extrapolativo supone que las variables esperadas pueden ser directamente identificadas con algún valor efectivo y pasado (histórico) de la variable a la cual se refiere la expectativa. Como un ejemplo, podemos mencionar la formulación simplista del teorema de la telaraña. Así

$$\bar{P}_t = P_{t-1}$$

donde  $\bar{P}$  se refiere al precio esperado en el período  $t$  tal que una dada función (v.g., oferta, demanda) se relaciona simplemente con un precio rezagado.

Ampliando este enfoque, GOODWIN (1947) sugirió que el precio esperado en el período  $t$  es el precio efectivo en el período  $t-1$  más o menos una fracción del cambio en el precio del período  $t-2$  al de  $t-1$ :

$$\bar{P}_t = P_{t-1} + \lambda (P_{t-1} - P_{t-2})$$

donde como antes  $\bar{P}$  es el precio esperado, o “precio cierto equivalente” en el período  $t$ .

Este tipo de extrapolación ha sido considerada poco satisfactoria ya que el precio está determinado solamente por dos precios pasados, haciendo caso omiso de la información que pueda estar contenida en otros ítems de la experiencia pretérita.

a.2 La formulación siguiente es la de CAGAN (1956); es el modelo de expectativas adaptativas utilizado por NERLOVE y otros. En este caso, las expectativas son revisadas periódicamente en función del porcentaje de error entre lo esperado en el último periodo y lo que efectivamente ocurrió. Utilizando la misma notación anterior:

$$\bar{P}_t - \bar{P}_{t-1} = \lambda (P_{t-1} - \bar{P}_{t-1}), \quad 0 < \lambda \leq 1$$

donde  $\lambda$  es el llamado coeficiente de expectativas. Este modelo lleva a la representación del precio esperado como una media geométrica ponderada de precios (efectivos) pasados, como sigue

$$\bar{P}_t = \lambda P_{t-1} + (1-\lambda) \lambda P_{t-2} + (1-\lambda)^2 \lambda P_{t-3} + \dots$$

tal que cuanto más cerca esté  $\lambda$  de la unidad, más se ajustarán los productores al precio de los periodos precedentes, con lo cual se reduce el número precios pasados que necesitan considerarse.

Para que el modelo adaptativo sea óptimo, MUTH (1959) ha demostrado que la serie temporal de precios a ser pronosticada tiene que ser dividida en dos componentes: utilizando la terminología del profesor FRIEDMAN ellos pueden ser llamados componentes *transitorios* ( $\eta_t$ ) y *permanente* ( $P_p$ ) de la serie del tiempo:

$$P_t = P_p + \eta_t \quad t = 1, \dots, T$$

Si se supone que los componentes transitorios tienen media cero y varianza finita  $\delta^2_{\eta_t}$ , siendo estadísticamente independientes, unos de los otros, y si los cambios en los componentes permanentes son también recíprocamente independientes e independientes de los componentes transitorios, entonces en la relación<sup>2</sup>

$$\bar{P}_t = \lambda P_{t-1} + (1-\lambda) \lambda P_{t-2} + (1-\lambda)^2 \lambda P_{t-3} + \dots$$

$\bar{P}_t$  es la estimación mínimo cuadrática de la media de la distribución

2 Para una fundamentación del método estimativo pertinente, véase L. E. DI MARCO (1969) Cap. 10, secciones 1 y 2. El capítulo 8 de las "Notas", contiene el enfoque econométrico de los modelos con retardos.

de precios efectivos, con tal que  $\lambda$  sea una función de la varianza relativa del componente transitorio y de los cambios en el componente permanente. Se argumenta que las predicciones para los períodos futuros son similares, aunque el error estándar de predicción se hace mayor en el futuro más distante.

a.3 Hagamos referencia ahora a la hipótesis de "expectativas racionales" de MUTH (1961), la cual fue formulada en vista de que las expectativas adaptativas son óptimas bajo supuestos muy restrictivos y a su dudosa aplicación a los fenómenos económicos. Este enfoque afirma que "... las expectativas siendo predicciones fundadas de eventos futuros, son esencialmente las mismas que la predicción hecha a partir de la teoría económica relevante".

MUTH ha demostrado que su modelo admite algunas desviaciones de lo racional. Tales desviaciones no son importantes cuando son asistemáticas, pero resultan en expectativas sesgadas si es que son no-aleatorias. En consecuencia, la introducción de algunos elementos irracionales y sus efectos en la conducta tienden a destruir parte de la simplicidad de la hipótesis de expectativas racionales<sup>3</sup>.

b. Presentamos de modo breve la interesante discusión entre MILLS (1961) y NERLOVE (1961a) acerca del mecanismo de ajuste en los modelos adaptativos. Teníamos

$$(i) \quad \bar{P}_t - \bar{P}_{t-1} = \lambda(P_{t-1} - \bar{P}_{t-1})$$

La presentación de MILLS es aproximadamente como sigue. Sea

$$(ii) \quad Q^d_t = \alpha + \beta P_t, \quad \beta < 0$$

una función lineal de demanda en el año  $t$ , que depende del precio corriente;

$$(iii) \quad Q^s_t = \gamma + \delta P_t, \quad \delta > 0$$

3 Los economistas han indicado que los tres esquemas vistos tienden a suponer una continuidad no realista para su formulación matemática, lo que posiblemente haga aparecer al problema más difícil en teoría de lo que es en el mundo real. También se ha dicho que a pesar de ciertos esfuerzos promisorios, la formulación cuantitativa de los modelos con precios rezagados distribuidos temporalmente es todavía una cuestión discutible.

una función lineal de oferta en el año  $t$ , que depende del precio esperado. El modelo se "cierra" señalando que en el equilibrio (corto plazo)  $Q^d_t = Q^s_t$  o

$$(iv) \quad \alpha + \beta P_t = \gamma + \delta \bar{P}_t$$

Utilizando las expresiones (iv) y (i) —que constituyen un sistema de ecuaciones en diferencias en las incógnitas  $P_t$  y  $\bar{P}_t$ — obtenemos (eliminando  $\bar{P}_t$ ):

$$(v) \quad P_t = \frac{\gamma - \alpha}{\beta} \lambda + \left[ \left( \frac{\delta}{\beta} - 1 \right) \lambda + 1 \right] P_{t-1}$$

La solución de esta ecuación en diferencias de primer orden está dada por

$$(vi) \quad P_t = P^* + \left[ \left( \frac{\delta}{\beta} - 1 \right) \lambda + 1 \right]^t (P_0 - P^*)$$

donde  $P_0$  representa el precio inicial y a partir de (v),  $P^* = \frac{\alpha - \gamma}{\delta - \beta}$  representa el precio de equilibrio (valor estacionario) cuando  $P_t = \bar{P}_t$ . Utilizando los precios de expectativas presentes (período  $t$ ) e inicial, la expresión (vi) se transforma en:

$$(vii) \quad \bar{P}_t = P^* + \left[ \left( \frac{\delta}{\beta} - 1 \right) \lambda + 1 \right]^t (\bar{P}_0 - P^*)$$

Al substraer la relación (vi) de la (vii), obtenemos el "error en expectativas"<sup>4</sup> (la cual es la ecuación crucial en los argumentos de MILLS):

$$(viii) \quad \bar{P}_t - P_t = \left[ \left( \frac{\delta}{\beta} - 1 \right) \lambda + 1 \right]^t (P_0 - P_0)$$

El problema consiste en analizar lo que acontece cuando tenemos inicialmente un error en expectativas más o menos arbitrario. Si  $P_t$  converge al precio esperado no habrá ningún error resultante. Si

4 El error en expectativas puede ser interpretado diciendo que siempre y cuando no haya equilibrio existe error.

$P_t$  converge monotónicamente, lo mismo ocurre con el error: si  $\bar{P}_0 - P_0 > 0$  los errores subsecuentes serán positivos; si  $\bar{P}_0 - P_0 < 0$  los errores sucesivos serán negativos. Si  $P_t$  converge en forma oscilatoria, lo mismo acontece con el error en expectativas: se llega al equilibrio a través de etapas negativas y positivas.<sup>5</sup>

En consecuencia, tenemos un mecanismo nerloviano que —partiendo de una situación inicial de desequilibrio— no permite aprender de la experiencia: la relación (viii) es siempre sistemáticamente negativa y/o positiva. Aparentemente no es posible observar el despegue del precio esperado tal que podamos cambiar el mecanismo.

NERLOVE (1961a) ha replicado a los argumentos de MILLS utilizando la hipótesis de expectativas racionales de MUTH (1961). Incluyendo un error en la ecuación de oferta (iii)<sup>6</sup> y haciendo ciertos supuestos acerca de la estructura de tal perturbación, el modelo (racional) de expectativas adaptativas es

$$\bar{P}_t - \bar{P}_{t-1} = \frac{\beta \cdot w}{\beta - \delta} (P_{t-1} - \bar{P}_{t-1})$$

donde  $w$  es una ponderación utilizada al definir el error;  $\beta$  y  $\delta$  son, respectivamente, los coeficientes del precio en las funciones de demanda y oferta. Ya que el factor  $\frac{\beta w}{\beta - \delta}$  se parece mucho a la  $\lambda$  del mo-

5 Llamando  $A = \left(\frac{\delta}{\beta} - 1\right) \lambda + 1$ , tenemos los siguientes tipos de comportamiento de la expresión (viii):

- a.  $A > 1$  divergente  $\left\{ \begin{array}{l} \text{si } \bar{P}_0 - P_0 > 0, \text{ monótona creciente} \\ \text{si } \bar{P}_0 - P_0 < 0, \text{ monótona decreciente} \end{array} \right.$
- b.  $A < -1$  divergente oscilante.
- c.  $0 < A < 1$ , convergente  $\left\{ \begin{array}{l} \text{si } \bar{P}_0 - P_0 > 0, \text{ monótona decreciente} \\ \text{si } \bar{P}_0 - P_0 < 0, \text{ monótona creciente} \end{array} \right.$
- d.  $-1 < A < 0$ , convergente oscilante.

6 La conversión del modelo en estocástico hace que las cuestiones de estabilidad —las de “corto plazo”— estén presentes.

delo de NERLOVE, se ha demostrado que el mecanismo nerloviano es racional bajo ciertas condiciones.<sup>7</sup>

#### REFERENCIAS

1. L. M. KOYCK (1964), *Distributed Lags and Investment Analysis*, North Holland Pub. Co. Amsterdam.
2. H. THEIL (1957), "A Note on Certainty Equivalence in Dynamic Planning" *Econometrica*, Vol. 25, Abril.
3. C. HILDRETH (1957). "Problems of Uncertainty in Farm Planning", *Journal of Farm Economics*, Vol. 39, Diciembre.
4. M. NERLOVE (1961), "Time - Series Analysis of the Supply of Agricultural Products", en E. O. HEADY et al, *Agricultural Supply Functions*, Iowa State Univ. Press, Ames.
5. R. M. GOODWIN (1947), "Dynamical Coupling with Special Reference to Markets Having Production Lags", *Econometrica*, Vol. 15, Julio.
6. P. CAGAN (1956), "The Monetary Dynamics of Hyperinflation" en *Studies in the Quantity Theory of Money*, M. Friedman, editor, Univ. of Chicago Press.
7. J. F. MUTH (1959), "Optional Properties of Exponentially Weighted Forecasts on Time Series with Permanent and Transitory Components", Carnegie Institute of Technology, ONR, Res. Mem. N° 64.
8. L. E. DI MARCO (1969), *Notas de Econometría*, Tarea del Instituto N° 1, Instituto de Matemática y Estadística, FCE, Universidad de Córdoba, mimeo.
9. J. F. MUTH (1961), "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", *Econometrica*, Vol. 29, Julio.
10. I) E. S. MILLS (1961), "The Use of Adaptive Expectations in Stability Analysis", en *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 15, Mayo.  
 II) M. NERLOVE (1961a), "Reply", en *ibidem*.  
 III) *Curso de Economía Matemática*, (1968) Trimestre de Otoño, University of California, Berkeley.

7 La condición más crucial a que se hace referencia en el texto es que  $0 < w \leq 1$ , la que puede considerarse como una condición suficiente aunque no necesaria. (Enfoques más modernos toman en cuenta los importantes aspectos de la incertidumbre y el riesgo en la fijación del modelo. Esperamos escribir sobre la cuestión oportunamente. Los modelos no-lineales —al contener más de un momento del esquema probabilístico— pueden hacer que las distribuciones de precios al ser más realistas, sean también más racionales).

**EXPECTATIVAS DE PRECIOS****Resumen**

El artículo consta de dos partes. La primera se relaciona con una breve discusión acerca de la posibilidad de incluir en un modelo una distribución temporalmente espaciada de la respuesta de precios, lo que trae como consecuencia un análisis de regresión modificado (los mínimos cuadrados directos no proporcionan estimaciones insesgadas ni consistentes). Esto constituye una ligera revisión de las contribuciones de GOODWIN, CAGAN y NERLOVE entre otros. La segunda parte del artículo importa una digresión acerca del mecanismo nerloviano de ajuste de precios —su racionalidad— en los modelos que los incluyen como valores esperados. Este análisis reconoce como antecedente los trabajos de MUTH, MILLS y el propio NERLOVE.

**PRICE EXPECTATION****Summary**

This article is two fold in purpose. Firstly, it contains a brief discussion about the possibility of introducing in a model a temporally distributed price response, which brings about a modified regression analysis (the direct least squares do not provide unbiased and consistent estimators). This is just a slight review of the contributions made by GOODWIN, CAGAN, NERLOVE, and a few others. Secondly, the article offers a digression on the Nerlovian mechanism of price adjustment —its rationality— in those models in which prices are included as expected values. This analysis springs from the contributions made by MUTH, MILLS and NERLOVE himself.