

Identification de l'amortissement dans les structures assemblées

LUDEK HELLER^a, EMMANUEL FOLTÊTE ET JEAN PIRANDA

Laboratoire de Mécanique Appliquée Raymond Chaleat, Institut FEMTO-ST, UMR CNRS 6174, Université de Franche-Comté, 24 chemin de l'épitahe, 25000 Besançon, France

Reçu le 21 octobre 2004, accepté le 7 juillet 2006

Résumé – Les structures complexes sont généralement construites à partir d'éléments simples assemblés par différentes techniques : rivetage, boulonnage, soudure par points... La perte d'énergie constatée au niveau des liaisons est beaucoup plus importante que celle intrinsèque au matériau. Elle conditionne par conséquent l'amortissement des modes propres de vibration. Cet amortissement dépendant de la pression au niveau du contact entre surfaces est généralement une fonction non-linéaire de l'amplitude des vibrations puisqu'il dépend d'un phénomène complexe de stick/slip à l'interface entre composants. L'analyse expérimentale présentée ici a pour objectif l'évaluation des paramètres modaux d'une structure assemblée. Deux méthodes expérimentales ont été mises en œuvre pour identifier l'amortissement modal des cinq premiers modes propres en fonction de l'amplitude des vibrations. Dans un premier temps, l'amortissement a été identifié par lissage de fonction de transfert. Nous avons ensuite appliqué la méthode de décrément logarithmique dans le plan temps-fréquence en utilisant la transformée en ondelettes. Enfin, des mesures interférométriques ont été effectuées afin d'observer l'influence de la jonction sur les déformées modales. Ces résultats ont permis d'identifier les effets de l'assemblage autant de façon qualitative que quantitative.

Mots clés : Amortissement / non-linéarités / structures assemblées / liaison / paramètres modaux / transformée en ondelettes / décrément logarithmique / lissage de FRF / interférométrie de speckle électronique (ESPI)

Abstract – **Damping identification of assembled structures.** The complex mechanical systems are generally built by using some simple elements which are assembled by different connections such as bolted, riveted or welded joints. The frictional damping in joints provides the dominant damping mechanism compared to the material damping. This frictional damping depending on contact pressure is generally a nonlinear function of the vibration amplitude because of stick/slip phenomenon. The objective of the presented experimental study is to quantify the modal parameters of an assembled structure. Two experimental methods are proposed to identify the modal damping ratios of the first five eigenmodes versus the vibration amplitude. First the damping identification based on the FRF curve-fitting was used. Then the logarithmic decrement method was applied in the time-frequency domain by using the wavelet-based approach. Finally interferometric measurement was performed in order to observe the influence of the joints on the eigenmodes. The results provide the quantitative and qualitative evaluation of the assembly effect.

Key words: Damping / nonlinearities / assembled structures / connection / modal parameters / wavelet transform / logarithmic decrement / FRF curve-fitting / electronic speckle pattern interferometry (ESPI)

1 Introduction

Les structures complexes sont généralement construites à partir d'éléments simples assemblés par différentes techniques : rivetage, boulonnage, soudure par points... La perte d'énergie constatée au niveau des liaisons est beaucoup plus importante que celle intrinsèque au matériau [1–3]. Elle conditionne par

conséquent l'amortissement des modes propres de vibration. Cet amortissement dépendant de la pression au niveau du contact entre surfaces est généralement une fonction non-linéaire de l'amplitude des vibrations [4–8] puisqu'il dépend d'un phénomène complexe de stick/slip à l'interface entre composants [9]. Dans la phase de recherche de solutions optimales de comportement dynamique de structures complexes (notamment dans le domaine de l'automobile), il est impératif de pouvoir donner une estimation d'amortissement modal en fonction

^a Auteur correspondant : heller@fzu.cz

de la méthode d'assemblage utilisée afin de construire des modèles prévisionnels fiables du comportement dynamique.

Les analyses expérimentales présentées ici mettent en œuvre une structure simple constituée de deux plaques superposées boulonnées. Pour caractériser l'évolution de l'amortissement en fonction de l'amplitude de vibration, deux techniques différentes sont appliquées : l'une est basée sur le lissage de fonction de transfert, l'autre sur la méthode du décrétement logarithmique dans le domaine temps-fréquence. Enfin, des mesures holographiques ont été réalisées afin d'observer l'influence de la jonction sur les déformées modales.

2 Identification expérimentale des paramètres modaux équivalents

2.1 Introduction

La mise au point des modèles de prévision de comportement des structures assemblées nécessite d'établir une caractérisation du comportement dynamique des jonctions mécaniques. Cette caractérisation doit satisfaire à quelques critères spécifiques :

- La capacité d'évaluer les non-linéarités du comportement de façon quantitative et qualitative, c'est-à-dire qu'elle doit permettre d'estimer le niveau de non-linéarité (faible, fort) ainsi que le type de non-linéarité (de raideur, d'amortissement, cubique, quadratique, ...).
- Une intégration simple dans les méthodes de calcul du comportement dynamique.
- La possibilité d'identification expérimentale des paramètres caractéristiques par un moyen d'essai suffisamment simple à mettre en œuvre.

Le concept des paramètres modaux équivalents [10–12] semble être l'une des caractérisations qui répondent bien aux critères mentionnés ci-dessus. Il s'agit d'une approche étroitement liée à l'analyse modale, ce qui est une garantie de simplicité et de bonne intégration dans les méthodes existantes. Dans cette approche, le comportement vibratoire d'un système est caractérisé par les évolutions de la fréquence propre et de l'amortissement modal en fonction de l'amplitude des vibrations. Le niveau de variation de ces paramètres est un bon indicateur du degré de non-linéarité du système alors que l'allure des évolutions des paramètres fournit des informations sur le caractère des non-linéarités. L'application de cette méthode de caractérisation est limitée aux systèmes faiblement non-linéaires de par son incapacité à prendre en compte la présence d'harmoniques.

2.2 Paramètres modaux équivalents

Afin de définir les paramètres modaux équivalents d'un système non-linéaire à plusieurs degrés de liberté

(ddl), une méthode de linéarisation équivalente est appliquée tout en conservant le concept de l'analyse modale. Le fait de travailler en coordonnées modales permet d'appliquer le processus d'identification des paramètres modaux équivalents à un système continu. Considérons un système faiblement non-linéaire à N ddl dont le mouvement libre est gouverné par le système d'équations suivant :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} + \epsilon \mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) = \begin{pmatrix} f_1(\dot{x}_1, x_1) \\ f_2(\dot{x}_2, x_2) \\ \vdots \\ f_n(\dot{x}_n, x_n) \end{pmatrix} \quad (1)$$

Le mouvement libre du système conservatif associé est défini par :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (2)$$

Ce système linéaire admet N valeurs propres $\lambda = n, \text{lin} \Omega_i^2$ et N vecteurs propres \mathbf{v}_i . Les valeurs propres peuvent être regroupées dans la matrice spectrale Λ et les vecteurs propres dans la matrice modale \mathbf{V} . Les propriétés d'orthogonalité des vecteurs propres relatives aux matrices \mathbf{M} , \mathbf{K} nous permettent d'établir les relations suivantes :

$$\mathbf{V}^T \mathbf{M} \mathbf{V} = \mathbf{I} \quad \mathbf{V}^T \mathbf{K} \mathbf{V} = \Lambda \quad (3)$$

La transformation modale consiste à écrire la solution de l'équation du mouvement non-linéaire sous forme d'une combinaison linéaire des vecteurs propres :

$$\mathbf{x} = \mathbf{V} \mathbf{q} \quad (4)$$

Le vecteur \mathbf{q} représente les coordonnées modales. Le système d'équations du mouvement (Eq. (1)) peut être réécrit en fonction des coordonnées modales :

$$\ddot{\mathbf{q}} + \Lambda \mathbf{q} + \epsilon \mathbf{V}^T \mathbf{f}(\mathbf{V} \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{V} \mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (5)$$

La $i^{\text{ème}}$ équation de mouvement dans la base modale s'écrit :

$$\ddot{q}_i + n, \text{lin} \Omega_i^2 q_i + \epsilon \sum_{j=1}^N V_{j,i} f_j \left(\sum_{k=1}^N V_{1,k} \dot{q}_k, \dots, \sum_{k=1}^N V_{N,k} \dot{q}_k, \sum_{k=1}^N V_{1,k} q_k, \dots, \sum_{k=1}^N V_{N,k} q_k \right) = 0 \quad (6)$$

Par la suite nous allons considérer que lorsque le système oscille au voisinage d'une fréquence propre, sa réponse vibratoire est proportionnelle à la déformée modale relative à cette fréquence propre, c'est-à-dire que nous allons négliger les contributions des autres modes propres. Cette hypothèse signifie que la méthode proposée sera bien appropriée aux modes propres non-couplés. Compte tenu de cette simplification, le système

d'équations de mouvement 5 peut être découpé en N équations non-linéaires :

$$\ddot{q}_i + \Omega_{\text{lin},i}^2 + \epsilon \sum_{j=1}^N V_{j,i} f_j \left(V_{1,i} \dot{q}_i, V_{2,i} \dot{q}_i, \dots, V_{n,i} \dot{q}_i, V_{1,i} q_i, V_{2,i} q_i, \dots, V_{n,i} q_i \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

Suivant l'approche de la linéarisation équivalente, la solution approchée est recherchée sous la forme de l'équation (8) qui ne prend en compte que la première harmonique du mouvement vibratoire.

$$q_i = a_i \cos(\Theta_i) \quad (8)$$

En appliquant la méthode asymptotique élaborée par Krylov et Bogoljubov [12], l'amplitude a_i et la phase Θ_i peuvent être exprimées comme solutions du système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \frac{da_i}{dt} &= \epsilon {}_1A_i(a_i) = -\epsilon {}_e\zeta_i(a_i) {}_{n,\text{lin}}\Omega_i a_i \quad (9a) \\ \frac{d\Theta_i}{dt} &= {}_{n,\text{lin}}\Omega_i + \epsilon {}_1B_i(a_i) \\ &= {}_{d,e}\Omega_i(a_i) = \sqrt{{}_{n,e}\Omega_i(a_i)^2 - \epsilon^2 ({}_e\zeta_i(a_i) {}_{n,\text{lin}}\Omega_i)^2} \quad (9b) \end{aligned}$$

où ${}_e\zeta_i(a_i)$, ${}_{d,e}\Omega_i(a_i)$, ${}_{n,e}\Omega_i(a_i)$ représentent respectivement le coefficient d'amortissement équivalent, la fréquence propre amortie équivalente et la fréquence propre non-amortie équivalente. Les coefficients ${}_1A_i(a_i)$ et ${}_1B_i(a_i)$ sont donnés suivant la méthode asymptotique par les deux premiers coefficients de la décomposition de la fonction non-linéaire de l'équation de mouvement en série de Fourier :

$$\begin{aligned} {}_1A_i(a_i) &= \frac{1}{2\pi {}_{n,\text{lin}}\Omega_i} \sum_{j=1}^N V_{j,i} \\ &\times \int_0^{2\pi} f_j \left(V_{1,i} \dot{q}_i, \dots, V_{n,i} \dot{q}_i, V_{1,i} q_i, \dots, V_{n,i} q_i \right) \sin(\Theta) d\Theta \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}_1B_i(a_i) &= \frac{1}{2\pi a_i {}_{n,\text{lin}}\Omega_i} \sum_{j=1}^N V_{j,i} \\ &\times \int_0^{2\pi} f_j \left(V_{1,i} \dot{q}_i, \dots, V_{n,i} \dot{q}_i, V_{1,i} q_i, \dots, V_{n,i} q_i \right) \cos(\Theta) d\Theta \quad (11) \end{aligned}$$

Les paramètres modaux équivalents peuvent ensuite être explicitement définis par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} {}_e\zeta_i(a_i) &= \frac{1}{2\pi a_i {}_{n,\text{lin}}\Omega_i^2} \sum_{j=1}^N V_{j,i} \\ &\times \int_0^{2\pi} f_j \left(V_{1,i} \dot{q}_i, \dots, V_{n,i} \dot{q}_i, V_{1,i} q_i, \dots, V_{n,i} q_i \right) \sin(\Theta) d\Theta \quad (12a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{n,e}\Omega_i(a_i)^2 &= \frac{1}{\pi a_i} \sum_{j=1}^N V_{j,i} \\ &\times \int_0^{2\pi} f_j \left(V_{1,i} \dot{q}_i, \dots, V_{n,i} \dot{q}_i, V_{1,i} q_i, \dots, V_{n,i} q_i \right) \cos(\Theta) d\Theta \quad (12b) \end{aligned}$$

En regroupant les coefficients d'amortissement et les fréquences propres dans des matrices diagonales notées respectivement $\zeta(\mathbf{a})$, et $\Omega_e(\mathbf{a})$, les équations précédentes se traduisent sous forme matricielle par :

$$\ddot{\mathbf{q}} + 2\zeta_e(\mathbf{a})\Omega_{n,\text{lin}}\dot{\mathbf{q}} + \Omega_{n,e}(\mathbf{a})^2\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (13)$$

Un système d'équations du mouvement non-linéaire peut donc être représenté par un système d'équations équivalentes régies par n fonctions de coefficients d'amortissement équivalent ${}_e\zeta_i(a_i)$ et par autant de fonctions de fréquences propres équivalentes ${}_{n,e}\Omega_i(a_i)$. En résolvant ce système d'équations équivalent, nous obtenons les coordonnées modales relatives à la solution approchée d'ordre un. Le mouvement correspondant à cette solution approximative est calculé en utilisant la transformation modale :

$$\mathbf{x}(\mathbf{a}) = \mathbf{V}\mathbf{q}(\mathbf{a}) \quad (14)$$

Les vibrations forcées du système sont déterminées par le système d'équations suivant :

$$\ddot{\mathbf{q}} + 2\zeta_e(\mathbf{a})\Omega_{n,\text{lin}}\dot{\mathbf{q}} + \Omega_{n,e}(\mathbf{a})^2\mathbf{q} = \mathbf{V}^T \mathbf{f}_0 \cos(\omega t) \quad (15)$$

Afin de trouver la réponse stationnaire, nous supposons que la solution de la forme $q_i = a_i \cos(\omega t - \psi_i)$ satisfait les conditions de stationnarité ($\dot{a}_i = 0, \dot{\psi}_i = 0$). En remplaçant la coordonnée modale par sa forme supposée dans le système d'équation (15), nous pouvons transformer cette dernière en système d'équations algébriques non-linéaires déterminant l'amplitude a_i et la phase ψ_i :

$$a_i = \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{f}_0}{\sqrt{({}_{n,e}\Omega_i(a_i)^2 - \omega^2)^2 + (2{}_e\zeta_i(a_i) {}_{n,\text{lin}}\Omega_i \omega)^2}} \quad (16)$$

$$\psi_i = \arctan \left(\frac{2{}_e\zeta_i(a_i) {}_{n,\text{lin}}\Omega_i \omega}{{}_{n,e}\Omega_i(a_i)^2 - \omega^2} \right) \quad (17)$$

2.3 Identification par lissage de fonction de transfert

Supposant que le mouvement vibratoire forcé d'un système faiblement non-linéaire est régi par

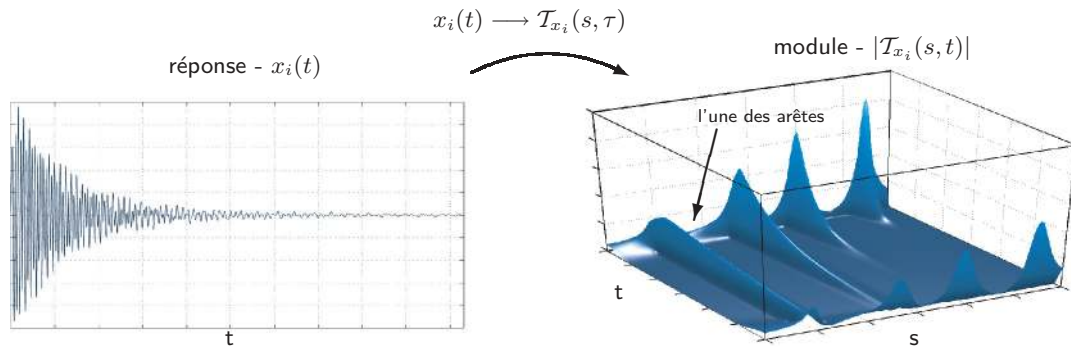


Fig. 1. Illustration de la forme du module de la transformée en ondelettes d'une réponse libre.

l'équation (15), il peut être constaté que la Fonction de Réponse Fréquentielle (FRF) dépend de l'amplitude des vibrations. Or à une amplitude constante des vibrations correspond une FRF unique et un système linéaire équivalent. Pour identifier les paramètres modaux de ce système par une technique de lissage linéaire, il est nécessaire de mesurer la FRF à amplitude constante. En pratique, nous effectuons une mesure en sinus pas à pas au voisinage d'une fréquence propre en asservissant la force d'excitation de telle sorte que l'amplitude d'une réponse de référence reste constante. En pratique, l'excitation est contrôlée (à l'aide de la chaîne d'acquisition) afin de maintenir constante l'amplitude du signal de l'accéléromètre et non celle du déplacement. Néanmoins, l'erreur commise est faible étant donné le petit intervalle de fréquence sur lequel le balayage sinus est effectué.

Une technique classique de lissage linéaire [13] peut alors être appliquée à la fonction FRF(A_c) afin d'identifier la pulsation propre ${}_{d,e}\Omega_i(A_c)$ et l'amortissement modal $e\zeta_i(A_c)$ correspondant à l'amplitude A_c .

2.4 Identification par méthode de décrétement logarithmique dans le domaine temps-fréquence

Suivant la théorie de linéarisation équivalente présentée précédemment, compte tenu des hypothèses de modes propres non-couplés et de faibles non-linéarités, la réponse libre s'exprime en terme de coordonnées modales par :

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N A_{i,j} \cos(\Theta_j(t)) = \sum_{j=1}^N V_{i,j} q_j(t) = \sum_{j=1}^N V_{i,j} a_j(t) \cos(\Theta_j(t)) \quad (18)$$

Si nous projetons cette réponse libre dans l'espace temps-fréquence en utilisant la transformée en ondelettes

(\mathcal{TO}) [14, 15] (voir annexe), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{x_i}(s, t) &= \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^N V_{i,j} a_j(t) \cos(\Theta_j(t)) \overline{\psi\left(\frac{t-t}{s}\right)} dt \\ &= \sum_{j=1}^N \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} V_{i,j} a_j(t) \cos(\Theta_j(t)) \overline{\psi\left(\frac{t-t}{s}\right)} dt \end{aligned} \quad (19)$$

En supposant que les composantes de la réponse x_i possèdent les propriétés des signaux asymptotiques, la \mathcal{TO} de la réponse libre s'exprime par [16, 17] :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{x_i}(s, t) &= \sum_{j=1}^N \frac{1}{2\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} V_{i,j} a_j(t) \exp^{i\Theta_j(t)} \overline{\psi\left(\frac{t-t}{s}\right)} dt \\ &\approx \sum_{j=1}^N \frac{\sqrt{s}}{2} V_{i,j} a_j(t) \overline{\hat{\psi}(s\omega(t))} e^{i(\Theta_j(t))} \end{aligned} \quad (20)$$

Le point caractéristique de la surface du module de la \mathcal{TO} dans l'espace temps-fréquence est l'apparition des arêtes qui suivent l'évolution des fréquences propres au cours du temps (Fig. 1).

Les échelles correspondant à la $j^{\text{ème}}$ fréquence propre s'expriment à l'aide de la fréquence centrale de l'ondelette mère ω_0 (voir annexe) de la façon suivante :

$$s_{a,j}(t) = \omega_0 / {}_{d,e}\Omega_j(t), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (21)$$

L'équation par la dérivée de l'amplitude (9a) et la phase (9b) avec celle définissant la transformée en ondelettes de la réponse libre 20 permettent de déduire les équations d'identification des paramètres modaux équivalents qui prennent la forme suivante :

$${}_{d,e}\Omega_j(t) = \frac{\text{darg}(\mathcal{T}_{x_i}(s_{a,j}(t), t))}{dt}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (22a)$$

$$e\zeta_j(t) = -\frac{1}{n, \text{lin}\Omega_j} \frac{\text{dln}\left(\frac{2}{\sqrt{s_{a,j}(t)}} |\mathcal{T}_{x_i}(s_{a,j}(t), t)|\right)}{dt}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (22b)$$

Pour exprimer les paramètres modaux en fonction de l'amplitude des coordonnées modales, il est nécessaire d'effectuer la reconstitution de cette amplitude à partir de la \mathcal{TO} . Pour ce faire, nous allons d'abord reconstituer l'amplitude du mouvement relative au mode propre correspondant via la transformée en ondelettes inverse (voir annexe) :

$$A_{i,j}(t) = \frac{2}{\sqrt{s_{a,j}(t)}} \left| \mathcal{F}^{-1} \frac{\mathcal{T}_{x_i(s_{a,j},\omega)} \widehat{\psi}(s_{a,j}\omega)}{\widehat{\psi}(s_{a,j}\omega)} \right|$$

L'amplitude de la coordonnée modale a_j est ensuite définie à l'aide du vecteur propre par :

$$a_j(t) = V_{i,j}^{-1} A_{i,j}(t) \quad (23)$$

3 Étude expérimentale d'une structure assemblée

Dans un premier temps, les mesures présentées ici ont été menées afin de mettre en évidence l'évolution de l'amortissement modal des cinq premières fréquences propres en fonction de l'amplitude des vibrations. Deux méthodes expérimentales ont été employées pour atteindre cet objectif. Tout d'abord, nous avons utilisé une procédure d'analyse modale expérimentale adaptée à l'analyse des structures à comportement faiblement non-linéaire [13]. Puis, nous avons mis en œuvre une méthode d'identification des paramètres modaux équivalents par la transformée en ondelettes. D'autre part un deuxième type d'essais a été réalisé par interférométrie holographique afin d'étudier l'influence de l'assemblage sur les déformées modales.

3.1 Structure testée

Une expérience spécifique a été définie afin de mettre en évidence la relation entre le niveau de déformation de la jonction et l'amortissement du système. Dans cet objectif nous avons proposé une structure test se présentant sous forme de deux plaques superposées boulonnées (Fig. 2). Les plaques ont été suspendues à l'aide des fils d'acier afin d'approcher au mieux les conditions aux limites libre-libre.

La structure a été instrumentée avec une bobine d'excitation et un accéléromètre piézoélectrique placés au coin de l'une des plaques (Fig. 3). Le montage du dispositif expérimental a été réalisé selon la figure 4.

Avant de procéder à la description des mesures effectuées, nous allons présenter les déformées modales étudiées. Celles-ci ont été obtenues à l'aide d'un modèle éléments finis linéaire dans lequel la jonction a été considérée comme étant parfaite. Pour cela, nous avons procédé au recollement des nœuds coïncidents à l'interface des deux plaques. L'analyse modale par éléments finis de ce modèle nous a fourni les modes propres et les fréquences propres présentés figure 5.

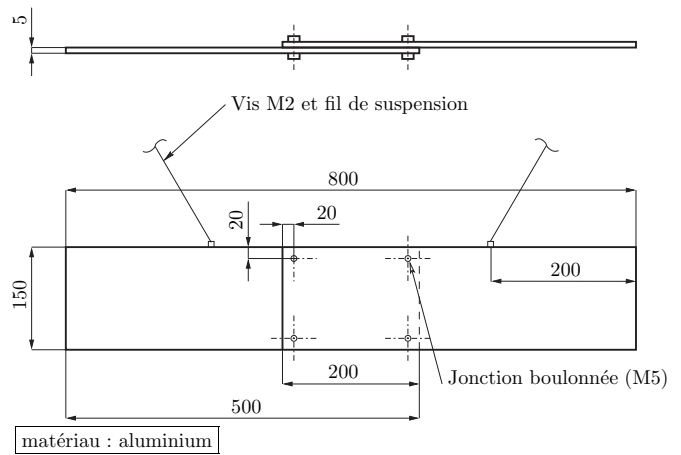


Fig. 2. Géométrie de la structure testée.

Une mesure préliminaire en bruit blanc a été effectuée afin de localiser les fréquences propres des modes étudiés par voie expérimentale. Cet essai nous a fourni la fonction de réponse fréquentielle (FRF) représentée figure 6. Le tableau 1 compare les fréquences propres identifiées expérimentalement avec celles obtenues par le modèle éléments finis. La légère différence entre ces résultats indique que l'impact de la liaison sur la raideur du système est très faible.

3.2 Identification par analyse modale expérimentale

Afin de mettre en évidence la non-linéarité du système, une mesure de FRF à amplitude d'excitation constante a été effectuée. La figure 7 présente les réponses forcées au voisinage du premier mode, obtenues pour deux niveaux différents de l'amplitude d'excitation. Ces réponses mettent en évidence des propriétés caractéristiques des systèmes non-linéaires, à savoir la distorsion de la réponse forcée et l'évolution de la fréquence de résonance et de l'amortissement en fonction de l'amplitude d'excitation.

La figure 8 montre l'évolution de la FRF du premier mode propre pour différents niveaux d'amplitude de vibration. Ces FRF ont été obtenues par la technique de mesure décrite précédemment en utilisant un vélocimètre laser à effet doppler pour acquérir la réponse du système. Les FRF identifiées montrent une augmentation progressive de l'amortissement en fonction de l'amplitude des vibrations.

Les graphes figure 9 résument les résultats d'identification par lissage des FRF linéaires [13]. Une approximation polynomiale des valeurs identifiées a également été effectuée afin d'approcher les tendances des évolutions de l'amortissement en fonction de l'amplitude des vibrations. Nous pouvons constater une influence considérable de la déformée modale sur la variation de l'amortissement en fonction de l'amplitude des vibrations. Il apparaît clairement que les deux modes de flexion, c'est-à-dire le premier

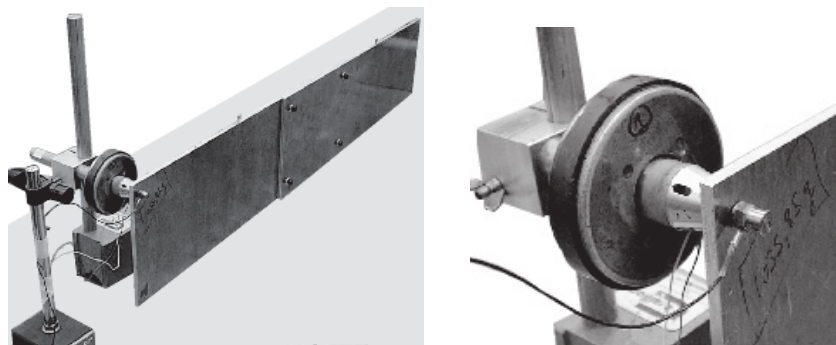


Fig. 3. Instrumentation des plaques.

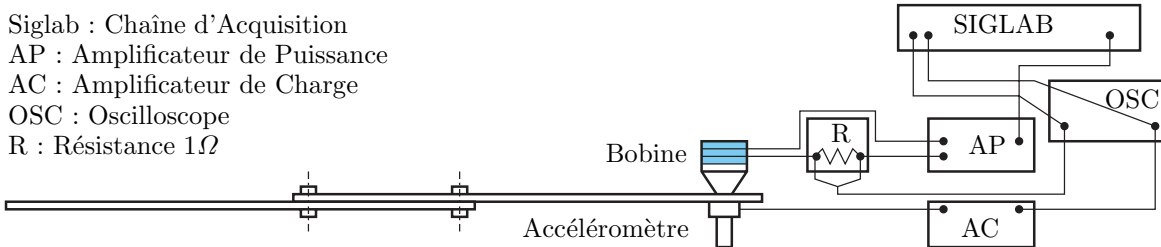


Fig. 4. Dispositif expérimental.

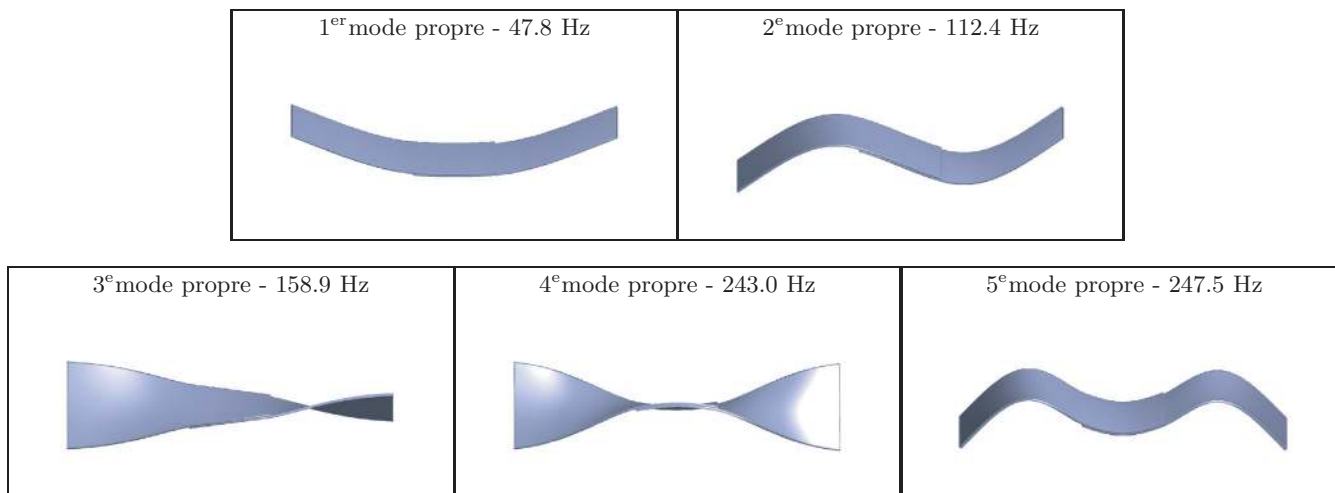


Fig. 5. Modes propres étudiés.

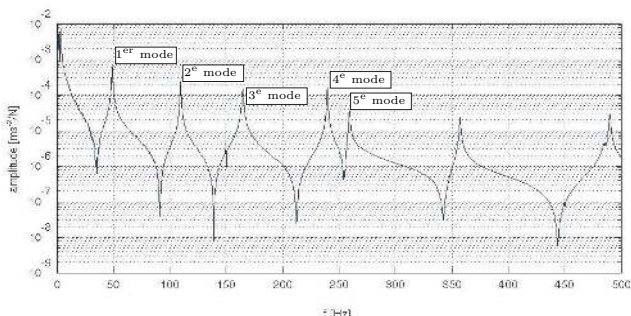


Fig. 6. FRF à partir d'une mesure en bruit blanc.

Tableau 1. Comparaison des fréquences propres mesurées et calculées.

mode propre	1	2	3	4	5
fréquences mesurées [Hz]	49,1	109,8	164,7	239,7	259,3
fréquences calculées [Hz]	47,8	112,4	158,9	243,0	247,5
erreur relative [%]	2,6	2,4	3,5	1,4	4,6

L'identification par lissage des FRF a également permis de relever l'évolution de la fréquence propre en fonction de l'amplitude des vibrations. Nous montrons figure 10 l'évolution de la première fréquence propre mettant en évidence un effet de la non-linéarité de raideur moins important que pour l'amortissement.

Cette partie a démontré la possibilité d'identification des systèmes faiblement non-linéaires par les techniques expérimentales destinées aux systèmes linéaires.

et le cinquième mode accusent une dépendance de l'amplitude des vibrations plus importante que les trois autres modes propres.

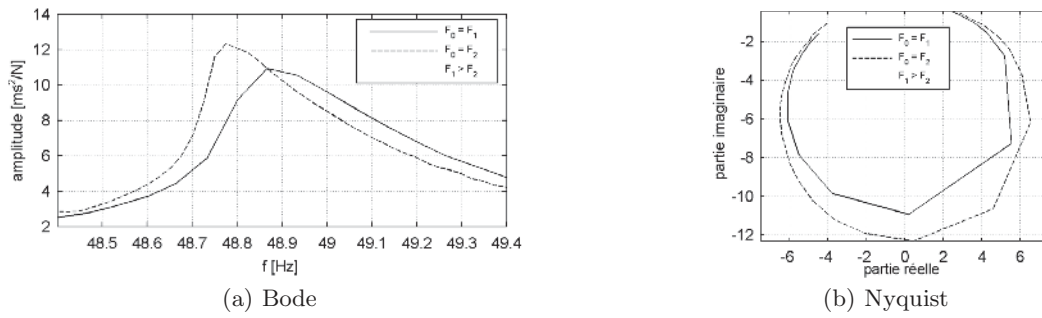


Fig. 7. FRF non-linéaires du premier mode propre.

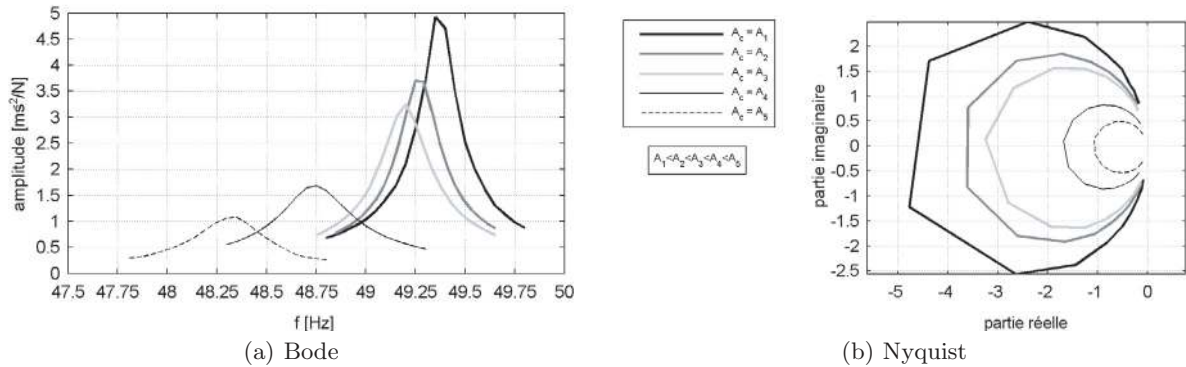


Fig. 8. FRF linéaires du premier mode propre.

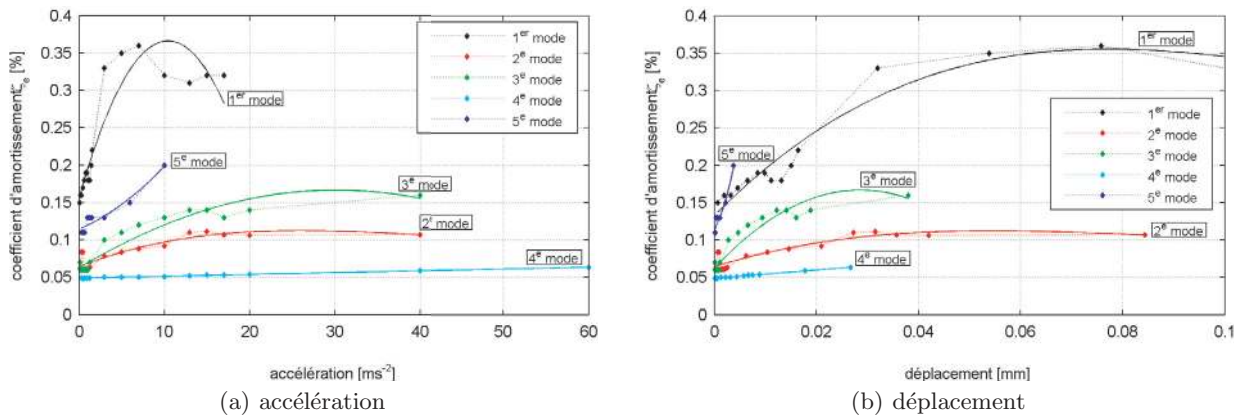


Fig. 9. Évolutions de l'amortissement en fonction de l'amplitude des vibrations.

Cependant la technique présentée ici se révèle très coûteuse en temps de mise en œuvre puisqu'il faut relever autant de FRF que de valeurs modales souhaitées.

3.3 Identification par la transformée en ondelettes

La deuxième méthode employée pour estimer les paramètres modaux équivalents est celle de l'identification par la transformée en ondelettes introduite précédemment. Cette approche permet d'identifier ces

paramètres à partir d'un lâcher obtenu en coupant l'excitation de la structure entretenue en régime harmonique à une fréquence proche de la fréquence propre étudiée. Cette fréquence d'excitation a été identifiée préalablement par une mesure en excitation aléatoire suivie d'un balayage sinus permettant de la situer avec précision. Puisque nous avons utilisé une excitation sans contact, le lâcher dynamique a été réalisé simplement en interrompant le signal d'excitation. La réponse au lâcher a été obtenue en synchronisant l'acquisition par rapport à l'instant de l'interruption de l'excitation.

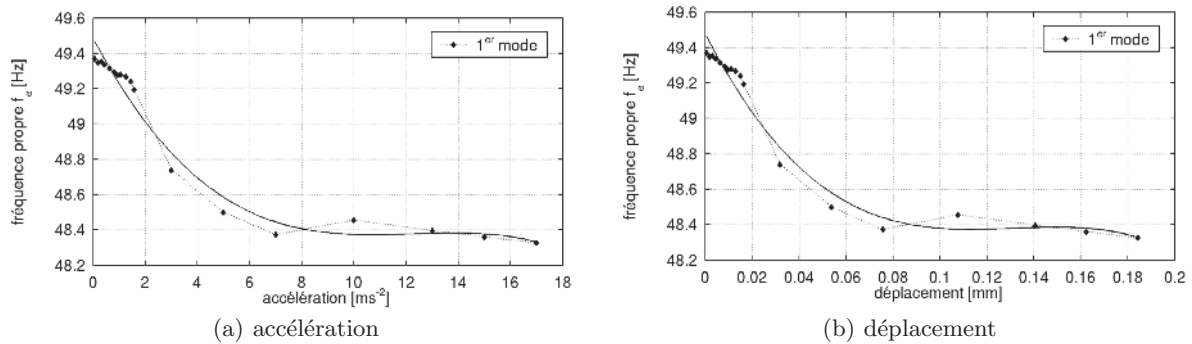


Fig. 10. Évolutions de la fréquence propre en fonction de l'amplitude des vibrations.

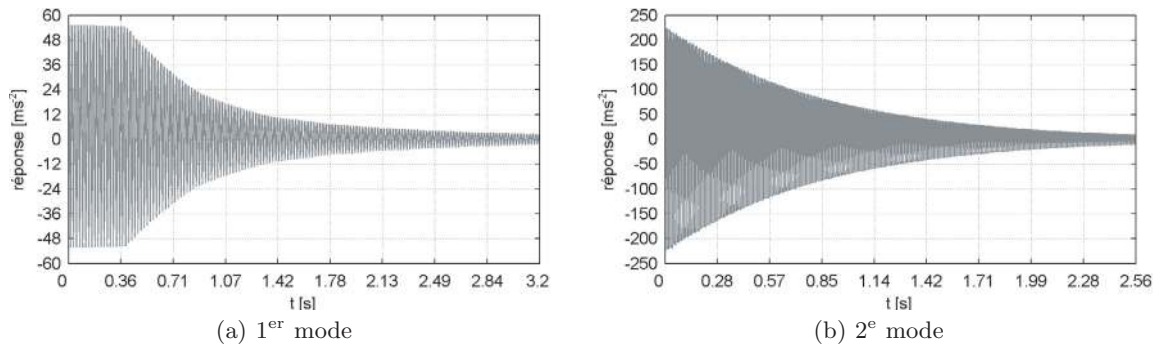


Fig. 11. Réponse à un lâcher dynamique.

Les figures 11 illustrent les étapes principales de l'identification relatives au premier et deuxième mode propre, ceci afin de mettre en évidence les différences qui apparaissent lorsque nous identifions un mode fortement non-linéaire en amortissement (le premier) et un mode quasi linéaire (le deuxième). La variation faible de l'arête de la \mathcal{TO} (Fig. 12) des réponses enregistrées (Fig. 11) permet de découvrir une très faible non-linéarité en raideur, commune aux deux modes.

Or la figure 12 montre également l'évolution du logarithme du module de la transformée en ondelettes dont la linéarité est un bon indicateur de la linéarité en amortissement. Il apparaît clairement sur ces évolutions la forte non-linéarité en amortissement du premier mode alors que le deuxième mode s'avère être quasi-linéaire en amortissement.

L'ensemble des résultats de l'identification en terme d'évolution de l'amortissement est présenté sur la figure 13. Ces résultats confirment ceux issus de l'identification par lissage, à savoir que le niveau de non-linéarité en amortissement dépend fortement de la nature du mode propre. Autrement dit la variation de l'amortissement en fonction de l'amplitude des vibrations est d'autant plus prononcée que la zone de contact entre les plaques subit une déformation importante (modes 1 et 5).

3.4 Comparaison des résultats issus des deux méthodes d'identification

Il semble intéressant de comparer les paramètres modaux équivalents issus des deux méthodes d'identification

afin d'évaluer la corrélation entre les résultats. Cette comparaison s'est avérée problématique pour deux raisons principales. D'abord par le fait que les évolutions des paramètres modaux relevées par les deux méthodes ne correspondent pas aux mêmes intervalles d'amplitude des vibrations (cf. Fig. 14). Ensuite parce que la deuxième expérimentation relative à la méthode de la transformée en ondelettes a eu lieu après les essais en sinus pas à pas avec un décalage de temps considérable. Ce décalage dans le temps a certainement agi sur les propriétés de la liaison ce qui peut expliquer les différences entre les résultats fournis par les deux méthodes. Néanmoins, les figures 14 montrent que les valeurs obtenues sont relativement proches et que les allures générales sont comparables.

3.5 Identification des déformées modales

Afin d'observer les déformées modales de la structure, nous avons opté pour une technique d'interférométrie de speckle électronique (ESPI, Electronic Speckle Pattern Interferometry) à double impulsion. L'avantage majeur de cette méthode par rapport aux mesures accélérométriques est sa résolution spatiale (typiquement 10^6 points). La mesure étant réalisée sans contact, il est possible d'analyser des modes de rang élevé, mais en revanche la densité fréquentielle est faible car le laser exige une dizaine de secondes entre deux tirs.

Une exploitation possible des données fournies par la mesure ESPI est leur comparaison avec un modèle éléments finis afin de localiser les défauts de modélisation.

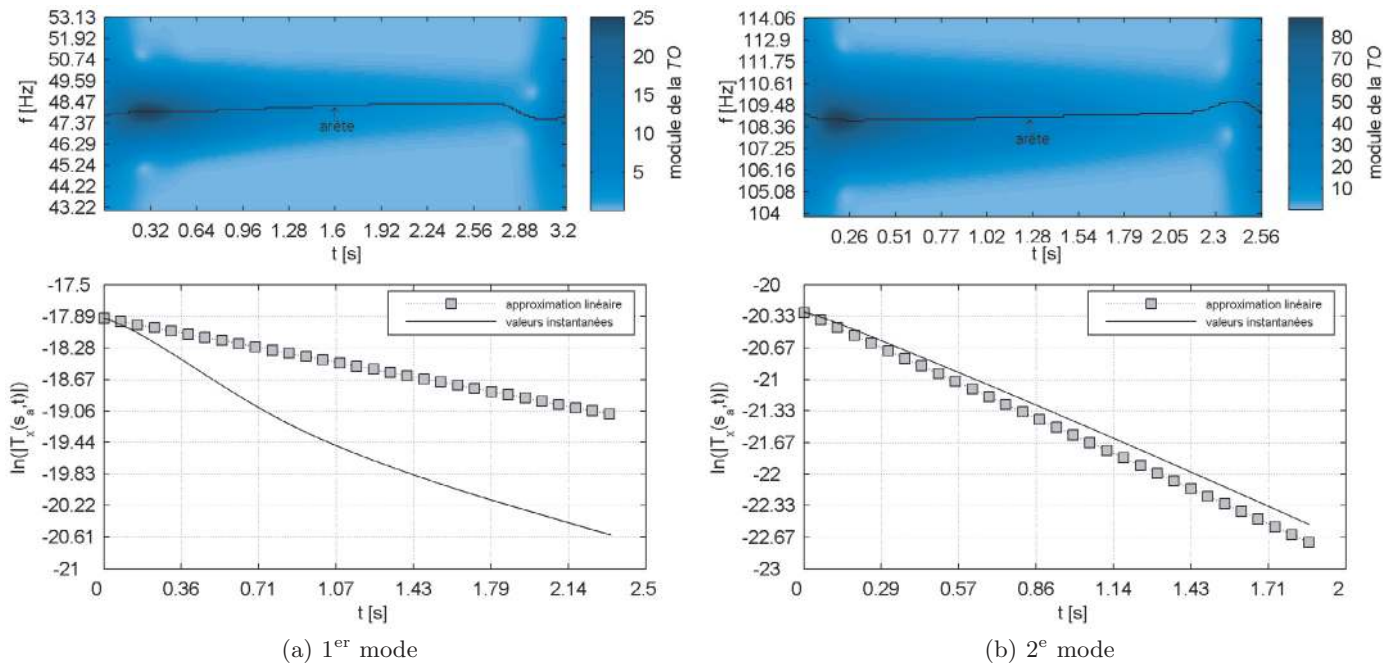


Fig. 12. Transformée en ondelettes des réponses.

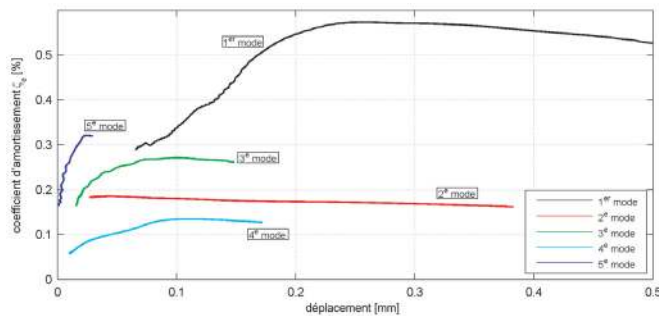


Fig. 13. Évolutions de l'amortissement en fonction de l'amplitude des vibrations.

Dans cette étude, nous nous concentrons sur l'influence de non-linéarités introduites par la liaison sur les déformées modales. Pour ce faire, la comparaison essais/calcul a été effectuée en utilisant un modèle linéaire où la liaison est considérée comme étant parfaitement rigide.

3.6 Conditions d'essai

Les tests expérimentaux reposent sur une approche hybride détaillée plus amplement dans la thèse de Lepage [18]. L'intérêt de la méthode est d'allier la grande résolution fréquentielle des mesures accélérométriques et la grande densité d'information spatiale fournie par les mesures optiques. Dans un premier temps, l'acquisition de FRF sur quelques capteurs accélérométriques permet d'obtenir les paramètres modaux globaux. Dans un second temps, la structure est excitée par une force harmonique à chacune de ses fréquences propres et la réponse

forcée associée est mesurée par le système ESPI double impulsion.

Les conditions d'essais (suspension, excitation) sont identiques à celles des mesures précédentes.

3.7 Transfert des données holographiques sur le modèle

Les résultats expérimentaux consistent pour chaque mode en une image de 1280×1024 pixels contenant les déplacements mesurés en chaque pixel suivant la direction de sensibilité (cette direction est définie comme la bissectrice entre la direction d'illumination et la direction d'observation). Ces données constituent un modèle expérimental qui peut être comparé au modèle éléments finis.

3.8 Résultats de la corrélation calcul/essai

Les vecteurs propres numériques et expérimentaux sont comparés sur les nœuds du modèle expérimental dans la direction de sensibilité. Les figures 15a–c permettent de comparer visuellement les modes propres mesurés et calculés.

La figure 15 présente les critères *COMAC* et *MAC* équations (24a), (24b) qui ont été appliqués afin d'évaluer quantitativement les écarts entre les déformées modales. Les valeurs de ces critères peuvent évoluer entre 0 et 1 où 1 signifie une corrélation parfaite entre le modèle expérimental et numérique.

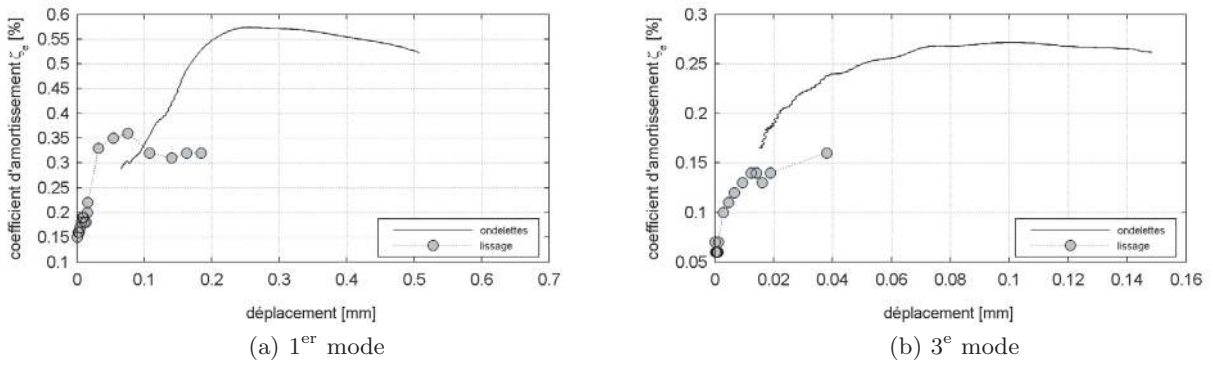


Fig. 14. Comparaison des résultats issus des deux méthodes d'identification.

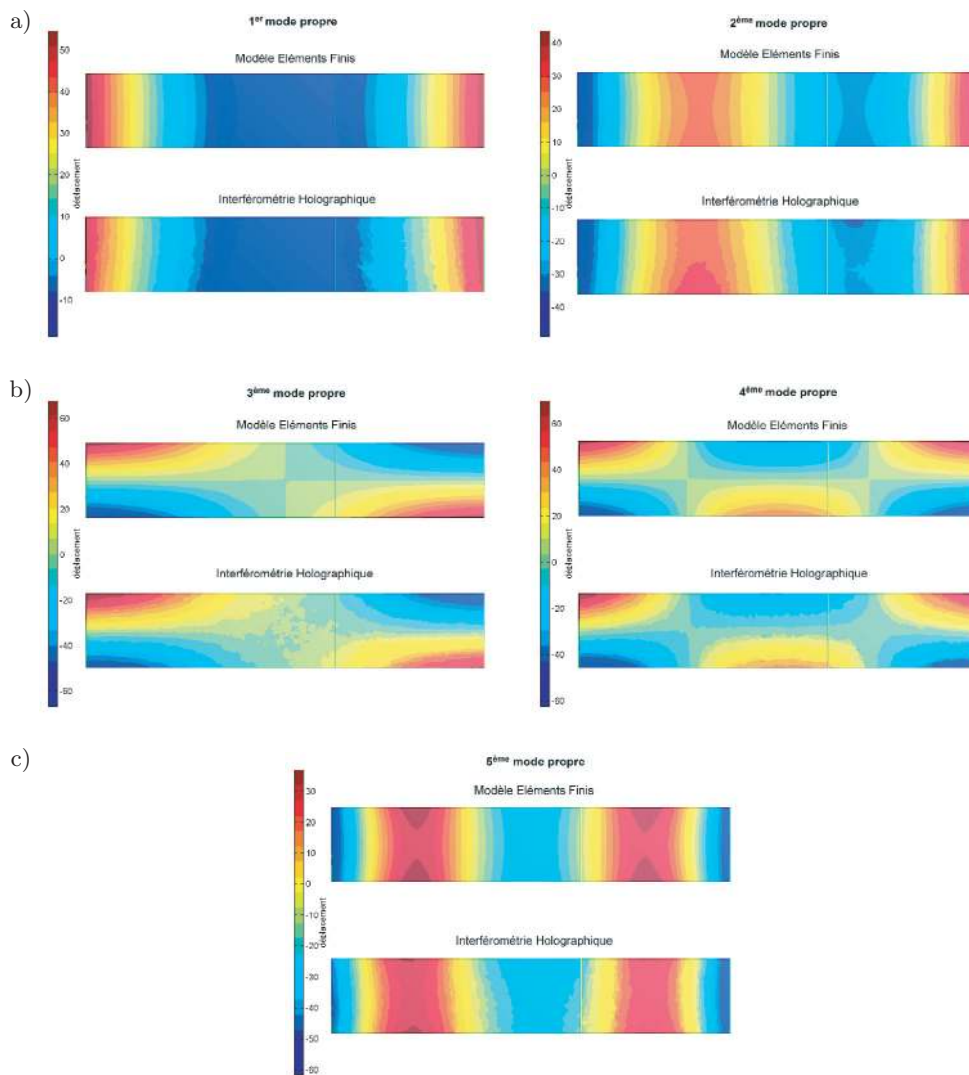


Fig. 15. Comparaison des modes propres mesurés et calculés.

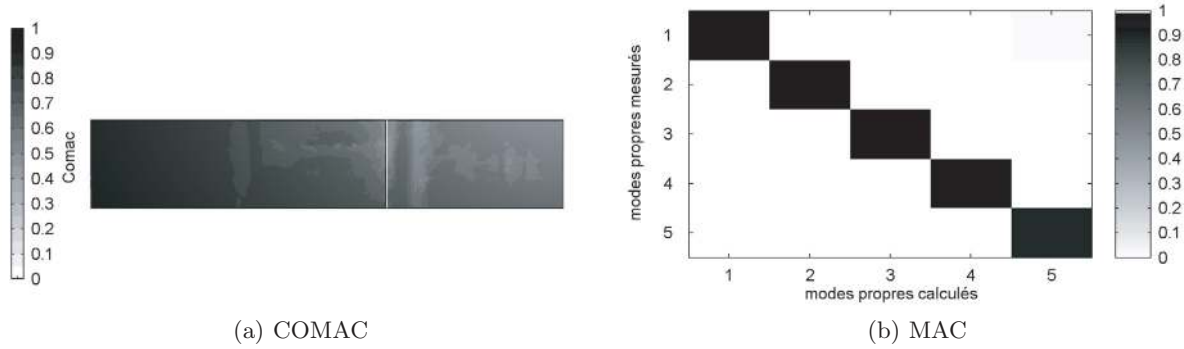


Fig. 16. Critères d'assurance modale.

Ces résultats montrent une relative insensibilité de la forme modale à la non-linéarité d'amortissement, les valeurs de MAC étant toutes supérieures à 89 % (cf. Fig. 15).

$$COMAC(k) = \frac{(\sum_{i=1}^N |c_{ki} e_{ki}|)^2}{(\sum_{i=1}^N c_{ki})^2 (\sum_{i=1}^N e_{ki})^2} \quad (24a)$$

$$MAC_{ij} = \frac{|c_i^T e_j|^2}{c_i^T c_i e_j^T e_j} \quad (24b)$$

c/e – vecteur propre calculé/mesuré

i, j – numéro du vecteur propre

k – numéro du ddl du modèle

4 Conclusion

Les travaux présentés permettent de constater que l'amortissement modal d'une structure assemblée dépend fortement de l'amplitude des vibrations ainsi que de la nature des déformées modales. Étant donné la simplicité géométrique des sous-structures de l'assemblage et son matériau isotrope linéaire, il paraît très probable que le caractère non-linéaire de l'amortissement peut être attribué à la présence de la jonction. En comparant les natures des modes propres, nous pouvons observer une forte relation entre le niveau de déformation de la zone de jonction et l'amortissement du système. Les formes modales des modes 1 et 5 révèlent une flexion importante au niveau de la jonction ce qui impliquerait un mouvement relatif considérable entre les deux plaques. La courbure de la jonction correspondant aux autres modes est relativement moins importante ce qui pourrait indiquer un mouvement relatif plus faible des plaques. Ces hypothèses semblent être justifiées par les évolutions de l'amortissement obtenues en admettant que le frottement entre les sous-structures joue un rôle majeur dans la dissipation d'énergie du système. Les coefficients d'amortissement relevés confirment ce comportement tant en terme de valeur absolue qu'en terme de variation d'amortissement puisque ce sont les 1^{er} et 5^e modes propres ayant l'amortissement le plus important dont la variation en fonction de l'amplitude des vibrations est aussi la plus

grande. A contrario, l'amortissement du 2^e mode propre est faible et quasi constant.

Les essais holographiques ont montré une relative insensibilité de la forme modale à la non-linéarité d'amortissement, ce qui justifie l'utilisation d'un modèle EF simple pour estimer les déformées modales.

Cette étude nous permet enfin de comparer les méthodes d'identification d'amortissement utilisées. Pour cette identification d'amortissement non-linéaire, la méthode de décrétement logarithmique s'avère plus appropriée. L'inconvénient majeur de la méthode de lissage de FRF est sa durée de mise en œuvre puisqu'il faut mesurer autant de FRF que de valeurs d'amortissement souhaitées. En appliquant la méthode de décrétement logarithmique, la quantité des valeurs d'amortissement identifiées correspond au nombre de points temporels du signal d'atténuation.

Annexe

Transformée en ondelettes

Avant d'introduire la transformée en ondelettes [14, 15], on précise les notations employées. On se place sur $L^2(\mathbb{R})$, l'ensemble des fonctions définies sur \mathbb{R} et à valeur dans \mathbb{C} qui sont de carré intégrable, la notation $\overline{f(t)}$ signifie complexe conjugué de la fonction f . Les opérations suivantes sont employées :

- **Produit scalaire** de deux fonctions $(f, g) \in L^2(\mathbb{R}) \times L^2(\mathbb{R})$

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{g(t)} dt$$

- **Norme** d'une fonction $f \in L^2(\mathbb{R})$

$$\|f\|_2 = \langle f, f \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$$

- **Transformée de Fourier** d'une fonction $f \in L^2(\mathbb{R})$

$$\mathcal{F}_{f(t)} = \mathcal{F}(f(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = \hat{f}(\omega)$$

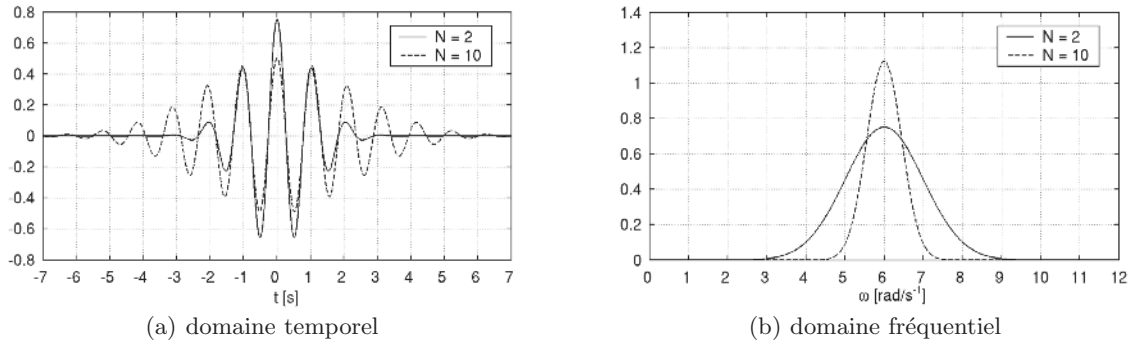


Fig. A.1. Fonction de Morlet.

- **Transformée de Fourier inverse** d'une fonction $f \in L^2(\mathbb{R})$

$$\mathcal{F}_{f(\omega)}^{-1} = \mathcal{F}^{-1}(f(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

Soit $\psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ une fonction (une ondelette) bien localisée (dans le plan temps-fréquence) ce qui nécessite un support limité de la fonction : $\text{supp } \psi(t) = \langle -C, C \rangle$. On lui associe la famille d'ondelettes $\psi_{s,\tau}(t)$, engendrée par des translations et des dilatations de $\psi(t)$:

$$\begin{aligned} \psi_{s,\tau}(t) &= \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right), \\ \text{supp } \psi_{s,\tau}(t) &= [-Cs + \tau, Cs + \tau] \end{aligned} \quad (1)$$

Le facteur $\frac{1}{\sqrt{s}}$ est introduit afin de normaliser les ondelettes :

$$\|\psi_{s,\tau}(t)\| = 1$$

Dans le domaine fréquentiel, les translations et les dilatations se traduisent de la façon suivante :

$$\psi_{s,\tau}(\omega) = \mathcal{F}_{\psi_{s,\tau}(t)} = |s| \psi(s\omega) e^{-i\omega \frac{\tau}{s}} \quad (2)$$

Étant donnée une ondelette mère $\psi(t)$, la transformée en ondelettes $\mathcal{T}_f(s, \tau)$ est définie par :

$$\mathcal{T}_f(s, \tau) = \langle f, \psi_{s,\tau} \rangle = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right)} dt \quad (3)$$

La variable $\mathcal{T}_f(s, \tau)$ est une projection de $f(t)$ sur l'ondelette $\psi_{s,\tau}$ qui n'est non-nulle qu'au voisinage de l'instant τ et de la fréquence centrale de $\widehat{\psi}_{s,\tau}$. Autrement dit $\mathcal{T}_f(s, \tau)$ caractérise le signal $f(t)$ à l'échelle s et à l'instant τ .

La transformée inverse s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \mathcal{T}_f(s, \tau) \psi_{s,\tau} \frac{ds d\tau}{s \tau} \quad \text{où,} \\ C_\psi &= \int_0^\infty |\widehat{\psi}(s\omega)|^2 \frac{ds}{s} \end{aligned} \quad (4)$$

Les conditions d'admissibilité pour la fonction d'ondelette mère sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\widehat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty, \quad |\widehat{\psi}(\omega)|_{\omega=0}^2 = 0, \\ \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{s,\tau}(t) dt = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

L'une des fonctions satisfaisant les conditions d'admissibilité et celle qui a été utilisée dans notre étude est la fonction de Morlet :

- **Domaine temporel**

$$\psi(t) = e^{i\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{N}} \quad (6)$$

- **Domaine fréquentiel**

$$\widehat{\psi}(\omega) = e^{\frac{N}{4}(\omega - \omega_0)^2} \quad (7)$$

La fréquence centrale ω_0 doit être supérieure à 6 pour que la fonction soit conforme aux conditions d'admissibilité. La figure A.1 montre la fonction de Morlet ainsi que l'influence du paramètre N sur les résolutions temporelle et fréquentielle.

Références

- [1] E.E. Ungar, The status of engineering knowledge concerning the damping of built-up structures, *J. Sound and Vibration* 26 (1973) 141–154
- [2] L. Gaul, R. Nitsche, The role of friction in mechanical joints, *Appl. Mechanics Rev.* 54 (2001) 93–105
- [3] R. Lavabre, B. Combes, P. Swider, Contribution à l'analyse du comportement dynamique non-linéaire de structures assemblées boulonnées, *Mécanique Industrielle et Matériaux* 51 (1998) 97–99
- [4] E.E. Ungar, Energy dissipation at structural joints; Mechanisms and magnitude, Technical Documentary Report No. FDL-TDR-64-98. Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Pattersons Air Force Base, Ohio, USA, 1964
- [5] N. Nishiwaki, M. Masuko, Y. Ito, I. Okumura, A study on damping capacity of a jointed cantilever beam, *Bulletin of the ASME* 23 (1980) 469–475

- [6] L. Gaul, J. Lenz, Nonlinear dynamics of structures assembled by bolted joints, *Acta Mechanica* 125 (1997) 169–181
- [7] B.K. Nanda, A.K. Behera, Study on damping in layered and jointed structures with uniform pressure distribution at the interfaces, *J. Sound and Vibration* 226 (1999) 607–624
- [8] C.J. Hartwigsen, Y. Song, D.M. McFarland, L.A. Bergman, A.F. Vakakis, Experimental study of non-linear effects in a typical shear lap joint configuration, *J. Sound and Vibration* 277 (2003) 327–351
- [9] B.D. Yang, M.L. Chu, C.H. Menq, Stick-Slip-Separation analysis and non-linear stiffness and damping characterization of friction contacts having variable normal load, *J. Sound and Vibration* 210 (1998) 461–481
- [10] J.J. Stoker, *Nonlinear Vibrations in Mechanical and Electrical Systems*, Wiley-Interscience, 1992
- [11] M. Feldman, Non-Linear system vibration analysis using Hilbert transform – Part 1: Free vibration analysis method “FREEVIB”, *Mechanical Systems and Signal Processing* 8 (1993) 119–127
- [12] Z. Osinski, *Damping of Vibrations*, A.A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 1998.
- [13] E. Foltête, *Identification modale de structures linéaires et faiblement non-linéaires*, Thèse de doctorat, UFR des sciences et techniques de l’université de Franche-Comté, 1998
- [14] J.P. Kahane, P.G. Lemarié-Rieusset, *Séries de Fourier et Ondelettes*, Paris : Cassini, 1998
- [15] B. Torrèsani, *Ondelettes, Analyse Temps-Fréquence et Signaux Non-Stationnaires*, 1997
- [16] J. Lardies, S. Gouttebroze, Identification of modal parameters using the wavelet transform, *Int. J. Mechanical Sciences* 44 (2002) 2263–2283
- [17] T.-P. Le, P. Argoul, Continuous wavelet transform for modal identification using free decay response, *J. Sound and Vibration* 277 (2004) 73–100
- [18] A. Lepage, *Exploitation de données spatiales mesurées par interférométrie laser pour l’analyse modale expérimentale des structures*, Thèse de doctorat, UFR des sciences et techniques de l’université de Franche-Comté, 2002