





 Open access • Journal Article • DOI:10.3917/RECO.664.0755

Indices de prix à utilité constante et substitutions intermensuelles — [Source link](#)

Patrick Sillard, Lionel Wilner

Published on: 10 Jun 2015 - Revue économique (Presses de Sciences Po (P.F.N.S.P.))

Share this paper:    

View more about this paper here: <https://typeset.io/papers/indices-de-prix-a-utilite-constante-et-substitutions-ot05gmm0tr>

INDICES DE PRIX À UTILITÉ CONSTANTE ET SUBSTITUTIONS INTERMENSUELLES

[Patrick Sillard](#), [Lionel Wilner](#)

Presses de Sciences Po | « [Revue économique](#) »

2015/4 Vol. 66 | pages 755 à 768

ISSN 0035-2764

ISBN 9782724634136

DOI 10.3917/reco.664.0755

Article disponible en ligne à l'adresse :

<https://www.cairn.info/revue-economique-2015-4-page-755.htm>

Distribution électronique Cairn.info pour Presses de Sciences Po.

© Presses de Sciences Po. Tous droits réservés pour tous pays.

La reproduction ou représentation de cet article, notamment par photocopie, n'est autorisée que dans les limites des conditions générales d'utilisation du site ou, le cas échéant, des conditions générales de la licence souscrite par votre établissement. Toute autre reproduction ou représentation, en tout ou partie, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit, est interdite sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, en dehors des cas prévus par la législation en vigueur en France. Il est précisé que son stockage dans une base de données est également interdit.

Indices de prix à utilité constante et substitutions intermensuelles

Patrick Sillard*
Lionel Wilner**

Cet article propose de mesurer l'évolution du coût de la vie à l'aide d'un indice à utilité constante issu de préférences emboîtées mensuellement, afin de rendre compte de substitutions entre les mois d'une même année. Une simulation évalue ce biais de substitution intermensuelle entre 0,02 et 0,1 point, soit une part significative du biais total de substitution compris entre 0,05 et 0,4 point. En pratique, cet article suggère de pondérer l'indice de prix annuel par les dépenses mensuelles de consommation des ménages et de calculer plutôt un indice de Fisher.

CONSTANT UTILITY PRICE INDEX AND SUBSTITUTION ACROSS MONTHS

In this paper we aim at measuring the cost-of-living thanks to a constant utility price index derived from monthly nested CES preferences. Such a cost-of-living index (COLI) accounts for substitutions across months within a year. A simulation evaluates this form of intertemporal substitution bias between .02 and .1 pp per year, which amounts to an important part of the total substitution bias comprised between .05 and .4 pp. In practice, this paper suggests to weight the annual consumption price index using monthly budget shares and to approximate the cost-of-living with a Fisher index.

Classification JEL : C43, D11, D12.

* Insee. *Correspondance* : Timbre F610 Adolphe Pinard, 75014 Paris. *Courriel* : patrick.sillard@insee.fr

** CREST (Insee). *Correspondance* : Insee, Timbre F240 18 boulevard Adolphe Pinard, 75014 Paris. *Courriel* : lionel.wilner@ensae.fr

Les auteurs remercient deux rapporteurs anonymes pour leurs suggestions, ainsi que Philippe Choné, Hermann Donfouet, François Gardes, Erwan Gautier, Claire Lelarge, Laurent Linnemer, Matthew Osborne, Michael Visser pour leurs commentaires, et les audiences du séminaire CREST-LEI, du département des études économiques de l'INSEE et des Journées de Microéconomie appliquée 2014 (Clermont-Ferrand).

INTRODUCTION

La Commission Boskin (Boskin *et al.* [1998]), réunie sous l'égide du Sénat américain afin d'évaluer les sources de biais potentielles de l'indice des prix à la consommation (IPC), motivait son travail par le souci de ne pas surestimer l'inflation, un risque inhérent à tout indice qui négligerait certaines dimensions de substitution. Elle a conclu à l'existence d'un biais annuel à la hausse de 1,1 point et a calculé que la surindexation du budget américain correspondante représenterait 1 000 milliards de dollars sur une période de douze ans. Elle a distingué trois types de biais : un biais lié à l'introduction de nouveaux produits ou à des changements de qualité des produits (environ 0,6 point) ; un biais lié à la substitution entre points de vente, amplifié par l'émergence de nouveaux circuits de distribution (environ 0,1 point) ; un biais lié à la substitution entre produits (environ 0,4 point)¹. En France, Lequiller [1997] évoque une surestimation d'une ampleur plus limitée : l'IPC présentant une structure à trois niveaux (poste de consommation, variété de produits et croisement d'une variété de produits avec une agglomération), seul le niveau intermédiaire serait susceptible de surestimer l'inflation annuelle d'environ 0,05 à 0,1 point, car les pondérations des variétés ne pourraient pas être révisées suffisamment fréquemment pour garantir l'absence de biais, contrairement aux niveaux plus élevés qui sont, eux, révisés chaque année. Par ailleurs, l'IPC s'appuie sur une agrégation d'indices élémentaires calculés sur des croisements de variétés de produits et d'agglomérations. À ce niveau et pour les variétés dites « hétérogènes² », la formule de calcul d'un indice élémentaire est une moyenne géométrique de rapports de prix, laquelle témoigne d'un comportement de substitution entre produits et points de vente de l'agglomération caractérisé par une élasticité unitaire.

Cet article étudie une source supplémentaire de biais liée à une dimension de substitution encore peu explorée : la substitution intertemporelle, infra-annuelle, entre les mois d'une même année. Dans le modèle classique³ de la théorie du consommateur, le panier mensuel de biens consommés a une composition identique à celle d'un mois de référence⁴, en général le mois de décembre précédant l'année courante. Chaque produit compte dans l'indice à hauteur de son poids dans la dépense de consommation observée l'année précédente. Cette pratique conduit à effectuer l'hypothèse implicite selon laquelle la dépense de consommation des ménages est uniformément répartie sur l'ensemble des mois de l'année. Or, cette hypothèse est contredite par les faits. La figure 1 témoigne d'un profil heurté des dépenses mensuelles des ménages, mesurées par les chiffres d'affaires des entreprises du commerce de détail. L'agrégation sur les secteurs de l'économie (fig. 1a) masque, par ailleurs, des disparités importantes ; les profils

1. Clerc et Coudin [2010] évaluent ce dernier entre 0,3 et 1,4 point sur données françaises, pour la période 1990-1995.

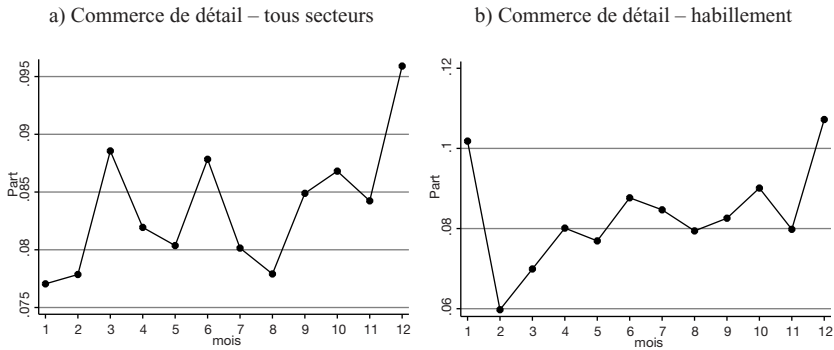
2. Une variété hétérogène regroupe des produits dont les niveaux de prix sont relativement dispersés, comme les machines à laver le linge. Dans l'IPC, lorsqu'une variété est réputée « homogène », la formule de calcul d'indice utilisée est un rapport de prix moyens, soit un indice de Laspeyres à quantités unitaires. On retrouve des variétés homogènes surtout dans l'alimentaire, tandis que les variétés hétérogènes sont plus fréquentes parmi les produits manufacturés et les biens durables.

3. Ce modèle fixe le cadre microéconomique des indices de prix à la consommation publiés par les instituts nationaux statistiques.

4. En d'autres termes, la liste des produits suivis est fixée pour une année.

spécifiques à chaque regroupement de consommation sont encore plus volatils et correspondent parfois à des saisonnalités bien identifiées, comme dans le secteur de l'habillement (fig. 1b).

Figure 1. Parts mensuelles moyennes des dépenses de consommation



La part mensuelle moyenne est calculée comme la moyenne sur la période 2004-2011 du rapport entre le chiffre d'affaires mensuel et le chiffre d'affaires annuel.

Source : Déclarations fiscales de TVA.

Les fluctuations mensuelles des dépenses de consommation des ménages proviennent tant de changements de prix (soldes, promotions) que de changements de comportement d'achat. Le secteur de l'habillement présente ainsi une importante concentration de prix bas en janvier et en juillet en raison des soldes, ce qui se traduit par une hausse considérable des ventes. Certains biens de consommation courante sont « saisonniers » car consommés à certaines périodes de l'année clairement identifiées, comme les fruits et les légumes, mais aussi le chauffage, l'électricité, les achats de véhicules, les livres, les dépenses d'assurance, les jeux, les activités de tourisme... Des pics de demande peuvent encore être observés, même pour un bien non saisonnier, pendant les vacances, les jours fériés, au mois de décembre, etc. Par ailleurs, de nouvelles formes de tarification dynamique (*revenue management*) consistent à proposer des prix qui varient en fonction de la demande⁵. Le manuel de référence des indices édité par le BIT *et al.* [2004] estime que les dépenses de biens saisonniers représentent entre 20 et 33 % des dépenses totales, sans compter les pratiques de type *revenue management*. Enfin, ces fluctuations de dépenses peuvent être hétérogènes selon les ménages⁶.

Ces variations infra-annuelles de prix et de quantités peuvent nécessiter d'ajuster le calcul de l'indice des prix. Cet article propose de rendre compte des possibilités de substitution entre les mois d'une année à l'aide d'un indice à

5. Les secteurs des transports (aérien, ferroviaire), des loisirs (locations de voitures), de l'hébergement-restauration (hôtels et même restaurants) ont recours à ces stratégies de prix visant à maximiser les revenus, proposant ainsi des prix hauts (bas) lorsque la demande est haute (basse) – contrairement aux périodes de promotions, où les prix sont bas et la demande haute.

6. Une préconisation de la Commission Boskin incluait la publication d'un indice pour les plus âgés et d'un indice pour les plus pauvres. À notre connaissance, peu de travaux empiriques ont ventilé ces variations infra-annuelles selon les caractéristiques observables des ménages.

utilité constante, microfondé sur les préférences d'un consommateur représentatif, et mesurant l'évolution du coût de la vie. L'originalité de la modélisation consiste à retenir le *mois* comme une dimension pertinente du choix de consommation. Une fonction d'utilité CES *emboîtée mensuellement* est ainsi spécifiée, qui autorise le consommateur à optimiser ses achats de manière à tirer parti des variations de prix entre les mois d'une année. Des simulations conduisent à penser que, selon les valeurs des élasticités de substitution, le biais pourrait être de l'ordre de 0,02 à 0,1 point. Sur données américaines, pour la période 1959-1985, Manser et McDonald [1988] évaluent le biais de substitution entre produits d'un indice de Laspeyres à 0,18 % d'indice par an. Par conséquent, les substitutions infra-annuelles pourraient représenter une part non négligeable du biais global de substitution d'un indice de prix.

Un problème méthodologique majeur lorsqu'on tente d'intégrer des phénomènes de substitution, intertemporelle ou non, dans la construction pratique d'un indice de prix tient à la difficulté d'observer les quantités consommées, donc à estimer une fonction de demande. La disponibilité de données de caisse répondra, dans une large mesure, à cette préoccupation (voir, à ce sujet, Sillard [2013]). Afin de s'affranchir de cette contrainte, cet article plaide d'abord pour une pondération des indices mensuels par les dépenses mensuelles de consommation, et ensuite pour le recours à un indice superlatif comme l'indice de Fisher. Des simulations montrent en effet que le choix de la formule de calcul de l'indice mensuel importe parfois moins que l'adoption d'une pondération adéquate.

La section 2 recense les réponses proposées par la littérature existante à la question du biais de substitution des indices de prix usuels. La section 3 expose le modèle théorique retenu de comportement d'un consommateur représentatif, autorisant des substitutions entre produits et entre les mois de l'année. La section 4 propose un indice à utilité constante microfondé sur ces préférences ainsi qu'une simulation du biais de substitution intermensuelle. La section 5 conclut par des recommandations d'implémentation.

LE BIAIS DE SUBSTITUTION DES INDICES DE PRIX USUELS

Les calculs d'indices reposent sur une approche empirique consistant à suivre un panier fixe représentatif des biens achetés par les consommateurs d'un territoire concerné. Le cadre théorique de ces approches a été fixé par les travaux de nombreux statisticiens au cours du XX^e siècle qui ont débouché sur une axiomatique des indices (Eichhorn et Voeller [1976]). Cette dernière met en lumière les propriétés des indices de Laspeyres et de Paasche, ainsi que celles de l'indice de Fisher, moyenne géométrique des précédents (voir Annexe).

En pratique, l'indice de Laspeyres⁷ est fréquemment utilisé par la plupart des instituts nationaux statistiques. Un tel indice peut surestimer l'inflation dans la mesure où il ne tient pas compte d'éventuelles substitutions entre produits, entre variétés de produits, entre points de vente ou encore entre les mois d'une année.

7. Éventuellement combiné avec des sous-indices de type « moyennes géométriques », comme dans l'IPC français.

Ce biais de substitution (substitution intermensuelle mise à part) a fait l'objet d'une quantification économétrique : Manser et McDonald [1988] l'évaluent à 0,18 % de l'indice annuel. La démarche utilisée par les auteurs résume remarquablement les deux solutions proposées par la littérature pour aborder cette question.

La première approche consiste à recourir à un indice à utilité constante. Ce concept répond précisément au souci de mesurer l'évolution du *coût de la vie*. Un tel indice est en effet censé rendre compte, entre deux périodes, de l'évolution du budget qu'un consommateur représentatif doit consacrer à ses dépenses de consommation pour maintenir son utilité au niveau de celui de la période de référence, ou de base, notée 0. Formellement, Konüs [1924] définit un indice de prix à utilité constante, I_{UC}^t , pour l'année t par :

$$V(\mathbf{p}^0, R^0) = V(\mathbf{p}^t, I_{UC}^t R^0). \quad (1)$$

$V(\mathbf{p}, R)$ désigne l'utilité indirecte d'un consommateur de revenu R et faisant face à un vecteur de prix \mathbf{p} .

Le calcul d'un tel indice repose soit sur une approche paramétrique qui spécifie les préférences par une fonction d'utilité particulière, soit sur une méthode non paramétrique, qui s'abstrait de cette spécification, mais qui fournit des bornes sur les indices rationalisant des données de prix et de quantités. Cette dernière approche fait appel à un argument de type « préférences révélées » (Afriat [1967], [2014]) et recourt aux algorithmes proposés par Afriat [1981] et Varian [1982], [1983]. L'hypothèse de préférences homothétiques (des préférences pouvant être représentées par une fonction d'utilité homogène) est ainsi retenue : voir, à ce sujet, Deaton et Muelbauer ([1980], p. 173). Cette hypothèse permet de resserrer considérablement les bornes en question. Manser et McDonald [1988] estiment que l'hypothèse de préférences homothétiques n'est pas rejetée par leurs données, et obtiennent des bornes informatives sur le biais de substitution : entre 0,14 % et 0,22 % de l'indice de Laspeyres (obtenues comme l'écart entre ce dernier et chacune des valeurs extrémales d'indices à utilité constante rationalisant les données).

La seconde approche a trait aux indices superlatifs introduits par Diewert [1976], qui sont des approximations des indices à utilité constante, particulièrement bonnes lorsque les préférences sont homothétiques. Les indices superlatifs incluent l'indice de Törnqvist, ainsi que tous les indices découlant d'une approximation de l'utilité par une forme quadratique issue d'un développement de Taylor au voisinage d'un panier de référence, dont l'indice de Fisher. Empiriquement, Manser et McDonald [1988] utilisent un indice de Fisher et un indice de Törnqvist pour estimer un biais de substitution annuel de l'ordre de 0,18 % de l'indice : cette valeur est comprise dans l'intervalle obtenu par l'approche non paramétrique. Ce constat est également vérifié sur données françaises par Magnien et Pognard [2000], qui trouvent que les bornes sur les indices à utilité constante obtenues non paramétriquement contiennent toujours l'indice de Fisher, mais seulement de temps à autre l'indice de Laspeyres et l'indice de Paasche. Les indices superlatifs sont particulièrement faciles à utiliser au sens où ils ne requièrent pas l'estimation des paramètres de la fonction de demande. Cependant, à la différence de l'indice de Laspeyres et à l'instar de l'indice de Paasche, ces indices nécessitent de disposer des chiffres d'affaires contemporains et ne peuvent donc être calculés qu'une fois que ces chiffres sont disponibles, c'est-à-dire, le plus souvent, avec un délai moyen d'une année.

Une dernière méthode a été proposée plus récemment par Reis [2009], qui consiste à mesurer une inflation dynamique en étendant le concept d'indice à utilité constante à une fonction d'utilité intertemporelle. Cette approche présente l'avantage de modéliser explicitement une forme de substitution intertemporelle, mais potentiellement de plus long terme que la substitution intramensuelle qui fait l'objet de la présente étude. Par ailleurs, cette méthode débouche sur une maquette empirique largement conditionnée par le paramétrage du modèle dans lequel l'incertain et les anticipations jouent le rôle prépondérant. Cette maquette repose en particulier sur des *a priori* d'évolution stochastique des prix des produits (par exemple, les logarithmes des prix suivent des processus autorégressifs d'ordre 1, des modèles VAR, etc.). Cette maquette a néanmoins le mérite de pointer que l'existence, vraisemblable, de substitutions intertemporelles peut avoir un impact significatif, non négligeable, sur la trajectoire mesurée de l'inflation. Cette idée est prolongée par les travaux empiriques d'Aoki et Kitahara [2010]. Dans ces deux travaux, les applications numériques proposées reposent sur des simplifications drastiques du modèle présenté dans un cadre général et sur une calibration des paramètres qui ne prétend pas se fonder sur des données observées.

MODÈLE DE COMPORTEMENT DU CONSOMMATEUR

Afin de tenir compte des possibilités de substitution entre les mois d'une même année, on considère une spécification de type CES emboîtée mensuellement, en mobilisant les travaux de Sato [1967] sur les fonctions de production CES emboîtées ainsi que ceux de Brown et Heien [1972] sur les fonctions d'utilité CES emboîtées. Un nombre de niveaux d'emboîtement supérieur à deux est envisageable : Keller [1976] considère ainsi des fonctions d'utilité CES emboîtées à plusieurs niveaux de décision. L'originalité de l'approche proposée ici réside dans la définition des niveaux de décision : un premier niveau correspondant aux mois et un second niveau correspondant aux produits⁸. Dans l'approche mensuelle classique des indices de prix, les mois d'une année n'ont en effet pas été considérés comme une dimension du choix de consommation. La spécification suivante autorise un consommateur représentatif en environnement certain à optimiser ses achats en tenant compte des variations mensuelles de prix des produits. En notant les mois m et les produits i , l'utilité associée au vecteur de biens x est définie par :

$$U(\mathbf{x}) = \left\{ \sum_{m=1}^M \left[\sum_{i=1}^{n_m} \alpha_{im} x_{im}^{\rho_m} \right]^{\frac{\rho}{\rho_m}} \right\}^{\frac{1}{\rho}}, \quad (2)$$

où le facteur d'escompte mensuel est implicitement supposé égal à 1, $\rho_m < 1$ est un facteur de substitution intramensuelle entre les produits du mois m , $\rho < 1$ est

8. Par extension, ce second niveau pourrait concerner des variétés de produits, des points de vente ou encore des agglomérations.

un facteur de substitution intermensuelle entre les mois et n_m est le nombre de biens disponibles le mois m . Les coefficients α_{im} sont des paramètres caractéristiques des préférences du consommateur. Par définition, on compte $M = 12$ mois dans une année. Dans ce modèle, les préférences sont homothétiques.

Si $U_m = \left[\sum_{i=1}^{n_m} \alpha_{im} x_{im}^{\rho_m} \right]^{\frac{1}{\rho_m}}$ est l'utilité mensuelle du mois m , l'utilité annuelle $U = \left[\sum_{m=1}^M U_m^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}}$ est donnée par une agrégation CES des utilités mensuelles. Puisque U est faiblement séparable⁹ en les vecteurs $\mathbf{x}_m = (x_{1m}, \dots, x_{n_m m})$, la maximisation de l'utilité précédente sous la contrainte de budget annuelle

$$\sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^{n_m} p_{im} x_{im} \leq R \tag{3}$$

peut se faire en deux étapes. De manière générale, Strotz [1957] utilise la séparabilité faible pour montrer que l'optimum du consommateur consiste à maximiser de manière indépendante chaque sous-utilité U_m sous une contrainte de budget mensuelle, cette dernière n'impliquant que les prix du mois considéré.

La première étape consiste à optimiser chaque mois la fonction U_m sous une contrainte de budget mensuelle, donc à résoudre un programme de type CES : $\forall m$,

$$\max_{(x_{1m}, \dots, x_{n_m m})} \left[\sum_{i=1}^{n_m} \alpha_{im} x_{im}^{\rho_m} \right]^{\frac{1}{\rho_m}} \text{ s.c. } \sum_{i=1}^{n_m} p_{im} x_{im} \leq R_m. \tag{4}$$

En notant $\sigma_m = \frac{1}{1 - \rho_m} > 0$, l'élasticité de substitution intramensuelle, vérifiant

$$\frac{1}{1 - \sigma_m} = 1 - \frac{1}{\rho_m}, \text{ on obtient :}$$

$$x_{im} = R_m \frac{\left(\frac{\alpha_{im}}{p_{im}} \right)^{\sigma_m}}{\sum_{i=1}^{n_m} p_{im} \left(\frac{\alpha_{im}}{p_{im}} \right)^{\sigma_m}}. \tag{5}$$

On désigne par X_m le dénominateur de l'expression (5) élevé à la puissance $\frac{1}{1 - \sigma_m}$, soit l'inverse du multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte budgétaire dans l'équation (4) :

9. Formellement, $\exists (U_1(\cdot), \dots, U_M(\cdot))$ telles que $U(x_1, \dots, x_M) = U[U_1(x_1), \dots, U_M(x_M)]$. Pour une discussion autour des notions de séparabilité faible, forte ou additive, le lecteur pourra suivre les échanges de Gorman [1959] et Strotz [1959] relatifs à l'article de Strotz [1957].

$$X_m = \frac{R_m}{U_m} = \left(\sum_{i=1}^{n_m} \alpha_{im}^{\sigma_m} P_{im}^{1-\sigma_m} \right)^{\frac{1}{1-\sigma_m}} \tag{6}$$

X_m est encore égal à l'inverse de l'utilité marginale du revenu du mois m .

La *seconde étape* consiste à déterminer les budgets mensuels R_m optimaux de manière à maximiser l'utilité annuelle, ce qui revient encore à résoudre un programme CES en ces budgets mensuels, soit :

$$\max_{(R_1, \dots, R_M)} \left[\sum_{m=1}^M X_m^{-\rho} R_m^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} \text{ s.c. } \sum_{m=1}^M R_m \leq R. \tag{7}$$

En notant $\sigma = \frac{1}{1-\rho} > 0$, l'élasticité de substitution intermensuelle¹⁰, les budgets mensuels optimaux valent :

$$R_m = R \frac{X_m^{1-\sigma}}{\sum_{m=1}^M X_m^{1-\sigma}} \tag{8}$$

Au final, en rapprochant les expressions (5) et (8) on obtient :

$$x_{im} = R \frac{\left(\frac{\alpha_{im}}{P_{im}} \right)^{\sigma_m} X_m^{\sigma_m - \sigma}}{\sum_{m=1}^M X_m^{1-\sigma}} \tag{9}$$

Cette dernière expression fournit une équation de demande qui permet d'estimer les paramètres structurels du modèle α_{im} , σ_m et σ , à condition de disposer de données renseignant les prix et les quantités (ou les dépenses) à une fréquence mensuelle¹¹. Les cas limites du modèle sont les suivants. Lorsque $\sigma = 0$ ($\rho = -\infty$), aucune substitution intermensuelle n'est autorisée : la fonction d'utilité devient Leontief en les utilités mensuelles, les mois sont des compléments parfaits. Lorsque $\sigma = 1$ ($\rho = 0$), la fonction d'utilité dégénère en une Cobb-Douglas. Enfin, lorsque $\sigma = +\infty$ ($\rho = 1$), les mois sont des substituts parfaits : la fonction d'utilité est alors linéaire. Des phénomènes similaires se produisent à l'intérieur d'un mois pour les mêmes valeurs extrêmes de σ_m (ρ_m). Néanmoins, seul le cas où $\sigma > 1$ ($\rho > 0$), considéré par Feenstra [1994] et Melsler [2006], correspond à des budgets mensuels qui croissent avec l'utilité marginale du revenu du mois. Or, un aspect important de cette modélisation réside précisément dans le fait que les budgets mensuels font l'objet d'une optimisation

10. Au sens d'Allen. Sato [1967] distingue explicitement les élasticités intra- ou intermensuelles, d'une part, des élasticités de substitution directes ou d'Allen, d'autre part. L'élasticité directe est égale à l'élasticité intramensuelle σ_m pour des produits du même mois m , mais à une moyenne harmonique des élasticités intramensuelles et de l'élasticité intermensuelle pour des produits considérés dans deux mois différents. L'élasticité d'Allen coïncide avec l'élasticité intermensuelle pour des produits considérés dans deux mois différents.

11. Notons que si les paramètres σ_m et σ sont ici identiques pour l'ensemble des produits, dans une spécification économétrique il est possible, voire souhaitable, de les faire dépendre du produit ou d'un groupe de produits (grand secteur de consommation par exemple).

du consommateur, arbitrée par cette utilité marginale mensuelle du revenu. Par ailleurs, dans le cadre d'une utilité CES non emboîtée, Melser [2006] estime économétriquement des élasticités de substitution entre produits à fréquence mensuelle ; ces valeurs se comparent donc à σ_m . Ces estimations sont comprises entre 2 et 5 pour la plupart des produits de consommation courante, avec une moyenne à 3,9. Ces paramètres plutôt élevés témoignent de substitutions significatives de la part des consommateurs. Ivancic *et al.* [2010] présentent deux méthodes d'estimation, une économétrique et une algébrique, et obtiennent des résultats proches.

Enfin, ce modèle choisit explicitement l'unité mensuelle comme unité pertinente de décision du consommateur (et comme unité pertinente d'observation pour l'économètre). Il néglige de possibles substitutions infra-mensuelles, entre les jours ou entre les semaines d'un même mois. Les individus soumis à de fortes contraintes de liquidités, vivant par exemple dans des ménages salariés modestes, diffèrent vraisemblablement leurs dépenses dans l'attente de la paie ; ces dépenses doivent logiquement baisser à la fin du mois. Une modélisation encore plus fine considérerait des durées hebdomadaires, voire quotidiennes. Néanmoins, un tel modèle ne pourrait être testé qu'avec des données scannées, ou des données de caisse, d'une fréquence supérieure à celle des enquêtes réalisées par les instituts nationaux statistiques. Par ailleurs, le biais de substitution associé est sans doute d'une ampleur plus limitée, car ces reports d'achats ne s'accompagnent pas, *a priori*, d'une évolution corrélée des prix, contrairement aux soldes dans l'habillement par exemple, capturés par la présente analyse.

INDICE DE PRIX

L'indice de prix mensuel du mois m microfondé sur les préférences précédentes est égal au rapport des deux utilités marginales du revenu évaluées en les deux vecteurs de prix mensuels \mathbf{p}_m^0 (date de référence : 0) et \mathbf{p}_m^t (date courante : t), soit :

$$I_m^t(\mathbf{p}_m^0, \mathbf{p}_m^t) = \frac{X_m(\mathbf{p}_m^t)}{X_m(\mathbf{p}_m^0)}. \quad (10)$$

Ce résultat provient directement de la définition (1) en invoquant la linéarité de la fonction d'utilité indirecte associée à des préférences CES, dont la pente vaut précisément l'utilité marginale du revenu. Cet indice se réécrit sous la forme d'un indice de Lloyd-Moulton (Lloyd [1975], Moulton [1996], redécouvert par Shapiro et Wilcox [1997]). Il rend compte des possibilités de substitution intramensuelles entre produits, contrairement à la plupart des indices usuels. Un indice mensuel de Laspeyres correspond ainsi à un cas limite où les biens ne sont absolument pas substituables (compléments parfaits, utilité Leontief), soit $\sigma_m = 0$ ($\rho_m = -\infty$). Un indice de Jevons, ou encore une moyenne géométrique des rapports de prix, correspond au cas Cobb-Douglas où l'élasticité intramensuelle de substitution est unitaire, soit $\sigma_m = 1$ ($\rho_m = 0$).

L'indice annuel proposé ici compare les vecteurs annuels $\mathbf{p}^t = (\mathbf{p}_1^t, \dots, \mathbf{p}_M^t)$ et $\mathbf{p}^0 = (\mathbf{p}_1^0, \dots, \mathbf{p}_M^0)$, et agrège les indices mensuels précédents conformément au

comportement de substitution intermensuelle décrit par la fonction CES emboîtée mensuellement :

$$I^t(\mathbf{p}^0, \mathbf{p}^t) = \left[\sum_{m=1}^M w_m^0(\mathbf{p}_m^0) I_m^t(\mathbf{p}_m^0, \mathbf{p}_m^t)^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (11)$$

où

$$w_m^0(\mathbf{p}_m^0) = \frac{X_m^{1-\sigma}(\mathbf{p}_m^0)}{\sum_{m=1}^M X_m^{1-\sigma}(\mathbf{p}_m^0)} = \frac{R_m}{R} \quad (12)$$

représente le poids du mois m dans le budget annuel de l'année 0. Cet indice rend bien compte des possibilités de substitution, non seulement entre produits au sein d'un même mois, mais aussi entre les mois d'une année, contrairement à la plupart des indices usuels. Lorsque $\sigma = 0$, c'est-à-dire en l'absence de substitution intermensuelle, l'indice annuel à utilité constante dégénère en une moyenne des indices mensuels pondérée par les poids des mois dans le budget, ou encore en une agrégation de type Laspeyres des indices mensuels.

Afin d'évaluer le biais de substitution intermensuelle d'un indice de Laspeyres traditionnel, cet article propose une simulation du modèle précédent et une comparaison avec l'indice I^t . La calibration des paramètres est effectuée à l'aide des valeurs estimées par Melser [2006] et Ivancic *et al.* [2010] pour les élasticités de substitution intramensuelles, soit $\sigma_m = 3,9$. Dans cette simulation stylisée, deux années sont nécessaires au calcul d'indices annuels de prix, l'année 0 étant prise comme année de référence pour l'année t . Deux biens sont considérés : un premier bien composite, non saisonnier, dont les prix augmentent à un rythme mensuel régulier de 0,2 % (prix initial : 100 euros), et un second bien, saisonnier, qui présente un profil de prix plat sur l'année (prix maximal : 50 euros), hormis une baisse de 1/3 en janvier et en juillet. Les paramètres de préférences pour les produits considérés valent $\alpha_1 = 1$ et $\alpha_2 = 0,45$; ils sont identiques chaque mois et calibrés de sorte que la part budgétaire annuelle en bien 2 s'élève à environ 1/3. Mécaniquement, cette part augmente l'année t en raison de l'augmentation relative des prix du bien 1. Le modèle prédit encore que la part de consommation en bien 2 augmente en janvier et en juillet.

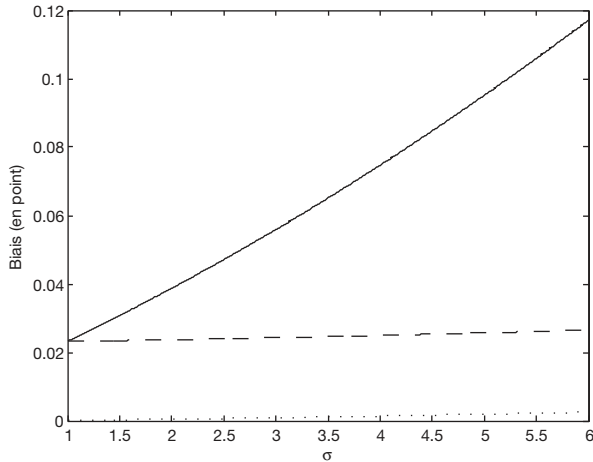
Différents indices (Laspeyres, Paasche, Fisher) sont calculés à une fréquence mensuelle et comparés à l'indice mensuel CES à utilité constante I_m^t ¹². Les indices mensuels sont ensuite agrégés au niveau annuel, soit à l'aide d'une moyenne simple sur douze mois, soit à l'aide d'une moyenne pondérée par les dépenses mensuelles¹³. L'indice annuel à utilité constante est issu d'une agrégation des douze indices CES mensuels, conformément à la relation (11) ; cette agrégation tient compte de ces mêmes pondérations mais intègre également une dépendance au paramètre de substitution intermensuelle σ . La figure 2 (courbe en trait plein) montre ainsi la dépendance du biais au niveau de substitution intermensuelle σ . Cette simulation pointe un biais qui varie entre 0,02 point par an, lorsque $\sigma = 1$,

12. On vérifie notamment que ce dernier est systématiquement compris entre les deux premiers.

13. Ou encore les parts budgétaires mensuelles prédites par le modèle, exactement égales aux parts réalisées, observées dans le cadre de cette simulation.

et 0,1 point lorsque σ dépasse 5,5¹⁴. Ces valeurs peuvent sembler faibles, mais elles se comparent au biais de substitution global évalué aux États-Unis par la Commission Boskin à 0,4 point, par Manser et McDonald [1988] à 0,18 point environ et en France à 0,05-0,1 point. Au final, la dimension intermensuelle pourrait représenter une part significative de ce biais.

Figure 2. Biais de substitution intermensuelle d'indices de prix usuels



Référence : indice annuel (11) ; trait plein : différence entre la moyenne simple des indices de Laspeyres mensuels et la référence ; tirets : différence entre la moyenne des indices de Laspeyres mensuels pondérée par les dépenses mensuelles et la référence ; pointillés : différence entre la moyenne des indices de Fisher mensuels pondérée par les dépenses mensuelles et la référence.

Afin de trouver une bonne approximation de l'indice annuel à utilité constante, qui puisse être calculée par un institut national statistique, cette simulation offre deux perspectives supplémentaires. La première consiste à pondérer les indices mensuels par les dépenses mensuelles de consommation des ménages, comme le recommandent Diewert *et al.* [2009]. La figure 2 (courbe en tirets) montre, en effet, que cette pondération réduit sensiblement le biais, ce dernier ne dépendant pratiquement plus de la valeur de σ . La seconde consiste à considérer un indice de Fisher pondéré (courbe en pointillés) plutôt qu'un indice de Laspeyres pondéré. Cette dernière amélioration réduit le biais à une quantité quasiment négligeable. Sur cette simulation, pour des valeurs élevées (resp. faibles) de σ , la pondération mensuelle adéquate est plus (resp. moins) importante que le choix de formule, la valeur-seuil pour laquelle le biais de pondération est égal au biais de formule étant environ $\sigma = 2,5$. La qualité de l'approximation par l'indice de Fisher n'est pas surprenante dans un contexte où les préférences sont homothétiques, mais rien ne garantissait *a priori* la bonne qualité de l'agrégation annuelle.

14. L'estimation du paramètre σ est un objet de recherche économétrique. Elle doit pouvoir être obtenue à partir de données de prix et de quantités consommées, comme celles dont on peut disposer dans les données de caisse. En adoptant l'intervalle – large en l'occurrence – de [1;6] pour ce paramètre dans les simulations, on couvre vraisemblablement les situations réelles possibles et le spectre des effets numériques envisageables.

CONCLUSION

Cet article propose d'intégrer une dimension supplémentaire d'optimisation du consommateur dans la perspective du calcul de l'indice des prix à la consommation : la possibilité de différer les consommations d'un mois sur l'autre de manière à tirer parti des variations de prix. L'indice à utilité constante correspondant, mesurant l'évolution du coût de la vie, consiste en une agrégation CES de douze indices mensuels, ces derniers étant eux-mêmes microfondés par des fonctions d'utilité CES et calculés comme les rapports des utilités marginales du revenu entre deux dates. En d'autres termes, l'indice proposé est dérivé d'une utilité CES emboîtée mensuellement.

Une simulation stylisée a permis de documenter un biais positif compris entre 0,02 et 0,1 point d'inflation annuelle selon la valeur de l'élasticité de substitution intermensuelle. Elle a surtout souligné la nécessité de calculer un indice annuel par pondération des indices mensuels à l'aide des dépenses mensuelles de consommation des ménages. Par ailleurs, en supposant les préférences homothétiques, cette hypothèse n'étant généralement pas rejetée par les données, une approximation par un indice superlatif de type Fisher peut se justifier en pratique pour un institut statistique qui s'affranchit ainsi de l'estimation de la fonction de demande. Pour pallier enfin à un problème d'implémentation classique lié à la non-disponibilité des données de consommation de l'année courante, il est suggéré de calculer un indice obtenu par pondération d'indices mensuels de Fisher à l'aide des parts budgétaires mensuelles de l'année de base.

Un prolongement naturel de cette étude consiste à estimer les paramètres structurels du modèle sur données de prix et de quantités mensuelles afin de documenter ces substitutions, de les quantifier et de mesurer empiriquement le biais dû à l'omission de la dimension intermensuelle des achats.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- AFRIAT S.N. [1967], « The Construction of Utility Functions from Expenditure Data », *International Economic Review*, 8 (1), p. 67-77.
- AFRIAT S.N. [1981], « On the Constructability of Consistent Price Indices Between Several Periods Simultaneously », dans ANGUS D. (dir.), *Essays in the Theory and Measurement of Consumer Behavior in Honour of Sir Richard Stone*, Cambridge University Press.
- AFRIAT S.N. [2014], *The Price Index*, Cambridge University Press.
- AOKI S. et KITAHARA M. [2010], « Measuring a Dynamic Price Index Using Consumption Data », *Journal of Money, Credit and Banking*, 42 (5), p. 959-964.
- BIT, FMI, OCDE, CEE-ONU, EUROSTAT, BANQUE MONDIALE [2004], *Consumer price index manual: Theory and Practice*, Wiley.
- BOSKIN M.J., DULBERGER E.R., GORDON R.J., GRILICHES Z. et JORGENSEN D.W. [1998], « Consumer Prices, the Consumer Price Index, and the Cost of Living », *The Journal of Economic Perspectives*, 12 (1), p. 3-26.
- BROWN M. et HEIEN D. [1972], « The S-branch utility tree: a generalization of the linear expenditure system », *Econometrica*, 40 (4), p. 737-747.
- CLERC M.-É. et COUDIN É. [2010], « L'IPC, miroir de l'évolution du coût de la vie en France ? Ce qu'apporte l'analyse des courbes d'Engel », *Économie et Statistique*, 433-434, p. 77-99.

- DEATON A. et MUELBAUER J. [1980], *Economics and consumer behavior*, Cambridge University Press.
- DIEWERT W.E. [1976], « Exact and Superlative Index Numbers », *Journal of Econometrics*, 4, p. 115-145.
- DIEWERT W.E., ARMKNECHT P.A. et NAKAMURA A.O. [2009], « Dealing with Seasonal Products in Price Indexes », dans DIEWERT W.E., BALK B.M., FIXLER D., FOX K.J., NAKAMURA A.O. (dir.), *Price and Productivity Measurement: Volume 2 – Seasonality*, Trafford Press, p. 5-28.
- EICHHORN W. et VOELLER J. [1976], *Theory of the Price Index*, Springer-Verlag.
- FEENSTRA R.C. [1994], « New Product Varieties and the Measurement of International Prices », *The American Economic Review*, 84 (1), p. 157-177.
- GORMAN W.M. [1959], « Separable utility and aggregation », *Econometrica*, 27 (3), p. 469-481.
- IVANCIC L., DIEWERT W.E. et FOX K.J. [2010], « Using a Constant Elasticity of Substitution Index to Estimate a Cost-of-Living Index: from Theory to Practice », *Working Paper*, The University of New South Wales, 2010/15.
- KELLER W.J. [1976], « A Nested CES-Type Utility Function and Its Demand and Price Index Functions », *European Economic Review*, 7, p. 175-186.
- KONÜS A.A. [1924], « The Problem of the True Index of the Cost of Living », *Translated in Econometrica (1939)*, 7, p. 10-29.
- LEQUILLER F. [1997], « L'indice des prix à la consommation surestime-t-il l'inflation ? », *Économie et Statistique*, 303, p. 3-32.
- LLOYD P.J. [1975], « Substitution Effects and Biases in Nontrue Price Indices: What is the Evidence? », *The American Economic Review*, 65 (3), p. 301-313.
- MAGNIEN F. et POUGNARD J. [2000], « Les indices à utilité constante : une référence pour mesurer l'évolution des prix », *Économie et Statistique*, 335 (5), p. 81-94.
- MANSER M.E. et McDONALD R.J. [1988], « An Analysis of Substitution Bias in Measuring Inflation, 1959-85 », *Econometrica*, 56 (4), p. 909-930.
- MELSER D. [2006], « Accounting for the effects of new and disappearing goods using scanner data », *Review of Income and Wealth*, 52 (4), p. 547-568.
- MOULTON B.R. [1996], « Bias in the Consumer Price Index: What is the Evidence? », *The Journal of Economic Perspectives*, 10 (4), p. 159-177.
- REIS R. [2009], « A Dynamic Measure of Inflation », *NBER Working Paper 11746*.
- SATO K. [1967], « A two-level constant-elasticity-of-substitution production function », *The Review of Economic Studies*, 34 (2), p. 201-218.
- SHAPIRO M.D. et WILCOX D.W. [1997], « Alternative Strategies for Aggregating Prices in the CPI », *Federal Reserve Bank of Saint Louis Review*, p. 113-125.
- SILLARD P. [2013], « Les données de caisse : vers des indices de prix à utilité constante », *Document de travail INSEE F2013/05*.
- STROTZ R. [1957], « The empirical implications of a utility tree », *Econometrica*, 25 (2), p. 269-280.
- STROTZ R. [1959], « The Utility Tree—A Correction and Further Appraisal », *Econometrica*, 27 (3), p. 482-488.
- VARIAN H.R. [1982], « The Nonparametric Approach to Demand Analysis », *Econometrica*, 50 (4), p. 945-973.
- VARIAN H.R. [1983], « Non-parametric Tests of Consumer Behaviour », *The Review of Economic Studies*, 50 (1), p. 99-110.

ANNEXE

LES INDICES DE PRIX USUELS

Les indices classiques s'appuient sur un panier de biens suivis au cours du temps. Chaque bien du panier est repéré par $i \in \llbracket 1; n \rrbracket$ et le panier est défini comme un vecteur \mathbf{q}^t de quantités consommées pendant une période t . Soient \mathbf{p}^t le vecteur de prix des biens du panier à la période t et $s_i^t = \frac{q_i^t p_i^t}{\mathbf{q}^t \cdot \mathbf{p}^t}$ la part budgétaire du bien i à la date t .

– L'indice de Laspeyres pour la période t comparée à la période de base (0) vaut :

$$I_{\mathcal{L}} = \frac{\mathbf{q}^0 \cdot \mathbf{p}^t}{\mathbf{q}^0 \cdot \mathbf{p}^0}.$$

– L'indice de Paasche pour la période t comparée à la période 0 vaut :

$$I_{\mathcal{P}} = \frac{\mathbf{q}^t \cdot \mathbf{p}^t}{\mathbf{q}^t \cdot \mathbf{p}^0}.$$

– L'indice de Fisher pour la période t comparée à la période 0 vaut :

$$I_{\mathcal{F}} = \sqrt{\frac{\mathbf{q}^0 \cdot \mathbf{p}^t}{\mathbf{q}^0 \cdot \mathbf{p}^0} \cdot \frac{\mathbf{q}^t \cdot \mathbf{p}^t}{\mathbf{q}^t \cdot \mathbf{p}^0}}.$$

– L'indice de Törnqvist pour la période t comparée à la période 0 vaut :

$$I_{\mathcal{T}} = \prod_{i=1}^n \left(\frac{p_i^t}{p_i^0} \right)^{s_i^0 + s_i^t}.$$

On note classiquement que l'indice de Laspeyres peut aussi s'écrire comme une moyenne arithmétique de rapports de prix, pondérée par la dépense associée à chacun des biens du panier lors de la période de base :

$$I_{\mathcal{L}} = \sum_{i=1}^n s_i^0 \frac{p_i^t}{p_i^0}.$$

Dans la pratique, et dans le cas des indices mensuels traditionnellement calculés en Europe, les quantités de base \mathbf{q}^0 sont celles observées sur l'intégralité de l'année précédente. En revanche, les prix de base \mathbf{p}^0 sont ceux observés au mois de décembre de l'année précédente.