

Laboratório de geometria na rede (WGL) em contexto de trabalho de casa

Laboratory of geometry on the network (WGL) in context of homework

VANDA SANTOS¹

PEDRO QUARESMA²

Resumo

A necessidade de desenvolver ferramentas educacionais de ensino para apoiar a aprendizagem da matemática é bem reconhecida. As possibilidades abertas pelas utilização de ferramentas das tecnologias da informação e comunicação são muitas, ambientes adaptativos, colaborativos, síncronos e assíncronos, contribuem para reforçar a aprendizagem de matérias complexas como a Matemática. A plataforma Laboratório de Geometria na Rede (em Inglês, Web Geometry Laboratory, WGL) caracteriza-se por ser um ambiente de ensino presencial/não presencial, colaborativo, adaptativo e integrando um sistema de geometria dinâmica. A plataforma visa contribuir para o melhorar do nível de raciocínio geométrico do aluno. Neste artigo descreve-se de forma breve a plataforma e, através da descrição de um estudo de caso, a sua utilização para a realização, de forma colaborativa, de trabalhos para casa.

Palavras-chave: Ambiente Colaborativo; Ambiente Adaptativo; Trabalho de Casa.

Abstract

The need to develop educational tools to support mathematical learning is well recognized. The possibilities opened by the use of information and communication technology tools are many, adaptive, collaborative, synchronous and asynchronous environments, this may contribute to reinforce the learning of complex subjects such as Mathematics. The Web Geometry Laboratory (WGL) platform is characterized by being a presential / non-presential classroom, collaborative, adaptive and integrating a dynamic geometry system. The platform aims to contribute to improve the level of geometric reasoning of the student. This article briefly describes the platform and, through the description of a case study, its use for the collaborative realization of homework assignments.

Keywords: Collaborative Environment; Adaptive Environment; Homework.

Introdução

A necessidade de desenvolver ferramentas educacionais de ensino para apoiar a aprendizagem da matemática com compreensão é realçado em *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) e, segundo a *United Nations Educational Scientific*

¹ CISUC, University of Coimbra Coimbra, Portugal. vsantos7@gmail.com)

² CISUC/Department of Mathematics University of Coimbra 3001-454 Coimbra, Portugal pedro@mat.uc.pt

and Cultural Organization (UNESCO, 2011), a educação de qualidade para todos, hoje, não pode ser alcançada sem levar em conta os fatores tecnológicos.

As tecnologias da informação e comunicação (TIC) proporcionam a criação de perfis individuais dos alunos e/ou caminhos de aprendizagem (LÉVY, 2001), e facultam o apoio a grupos de alunos para desenvolverem a compreensão da matemática, em atividades colaborativas síncronas e assíncronas. A tecnologia pode ser utilizada na construção de ambientes colaborativos, adaptativos, capazes de serem usadas dentro e fora da sala de aula, tendo como objectivo o reforçar da aprendizagem.

Os ambientes de aprendizagem colaborativo providenciam um local de construção conjunta do conhecimento, contribuindo para a aprendizagem segundo três vertentes (HAGUENAUER, KOPKE, VICTORINO, & FILHO, 2007):

- a construção conjunta do conhecimento, inspirada na influência do construtivismo – o aluno encontra as respostas a partir dos seus próprios conhecimentos e da sua interação com a realidade e com os colegas;
- a constituição de uma base de dados (em constante mutação), trabalhada e construída por cada um;
- a possibilidade de comunicação entre os participantes, de forma síncrona ou assíncrona.

A aprendizagem colaborativa é definida como uma abordagem para o ensino e para a aprendizagem, envolvendo grupos de alunos que trabalham em conjunto no qual há a partilha de conhecimentos e experiências para resolverem um problema, completarem uma tarefa, ou criarem um produto (BLASCO-ARCAS, BUIL, HERNÁNDEZ-ORTEGA, & SESE, 2013; MARJAN LAAL, & MOZHGAN LAAL, 2012).

Segundo Barfurth (1995) a aprendizagem colaborativa consiste em trabalhar com outros para um objetivo comum, constitui-se como um processo que incentiva a discussão construtiva de ideias, os argumentos colaborativos e a interação entre os participantes, especialmente quando começam uma discussão com pouco em comum.

A aprendizagem colaborativa é uma estratégia que pode melhorar a

aprendizagem de diferentes temas em diversos níveis de ensino (WEI, & ISMAIL, 2010). A aquisição e a partilha do conhecimento, pelos alunos em atividades colaborativas, resulta de um processo no qual a participação social possibilita a interação, a colaboração, o desenvolvimento e a avaliação das atividades, como ocorre nas atividades de resolução de problemas (STAHL, & HESSE, 2009; VYGOTSKY, 1978).

Esta estratégia posiciona-se no contexto de uma teoria mais ampla, a abordagem construtivista, que dá ênfase a alunos participantes e ativos na construção do conhecimento em situação de aprendizagem (ARZARELLO, ROBOTTI, & BAZZINI, 2005; CICONI, 2014; VYGOTSKY, 1978). Desta forma, o conhecimento constrói-se facilitado pela interação entre grupos de alunos heterogêneos, nos quais os mais experientes ajudam os menos experientes na resolução conjunta de tarefas (LAI, 2011).

Os ambientes adaptativos oferecem uma forma avançada de ambiente de aprendizagem, pois o objetivo é adequar-se às necessidades de cada aluno. Para construir um perfil individual de aluno ou caminhos individuais de aprendizagem, estes ambientes recolhem a informação sobre as interações dos alunos quando estão em modo de trabalho individualizado. Os ambientes adaptativos fornecem uma personalização das necessidades de cada aluno (CHRYSFIADI, & VIRVOU, 2013; IGLEZAKIS, 2004; LAMB, VALLETT, AKMAL, & BALDWIN, 2014; TRIANTAFILLOU, POMPORTSIS, & DEMETRIADIS, 2003), permitindo a construção dos modelos dos alunos, com objetivos adaptados a cada aluno, assim como a construção de percursos de aprendizagem individualizados (BRUSILOVSKY, 2001).

A aprendizagem adaptativa é baseada no comportamento durante a realização das tarefas, no conhecimento e nas preferências de aprendizagem de cada aluno. Evidentemente que as tarefas são definidas pelo professor, tendo em conta o nível de conhecimento e preferência de aprendizagem de cada aluno, as suas competências e seu percurso de aprendizagem.

A construção dos modelos de aluno desenvolve-se de acordo com o conhecimento e o comportamento do aluno num dado momento, permitindo uma descrição, tanto quanto possível, completa e precisa, de todos os aspetos relativos ao comportamento do aluno quando utiliza o sistema. Com o modelo de aluno,

adapta-se e apresenta-se a informação mais interessante e ajuda-se o aluno, durante a realização da sua tarefa. Para um sistema de aprendizagem ser “inteligente”, deve ser capaz de se adaptar ao aluno aquando da utilização do sistema, o que só se atinge se se conhecer o modelo de aluno. A base de construção de conhecimento do comportamento do aluno ajudará a definir as características dos alunos por forma a ser mais fácil adaptar os conteúdos.

A plataforma Laboratório de Geometria na Rede (*WGL*) caracteriza-se por ser um ambiente de ensino presencial/não presencial, colaborativo, adaptativo e integrando um sistema de geometria dinâmica. A plataforma visa melhorar o nível de raciocínio geométrico do aluno.

A questão central do estudo realizado, além do desenvolvimento de um ambiente para a geometria, foi também o avaliar deste ambiente como recurso para a aprendizagem da geometria em contexto de trabalho de casa.

Neste artigo apresentam-se as características fundamentais da plataforma *WGL*, descrevendo-se de seguida um estudo de caso centrado na utilização da plataforma para o desenvolvimento colaborativo de um trabalho de casa. Finaliza-se apontando linhas de investigação para trabalho futuro.

1. A Plataforma WGL

O objetivo principal do desenvolvimento da plataforma *WGL* consistiu no construir de um ambiente de aprendizagem, presencial e não presencial, para a geometria com características colaborativas e adaptativas. Esta plataforma utiliza-se numa sala de aula, em interações síncronas, mediadas por um professor, mas também em acesso remoto, síncrono e/ou assíncrono. Por um lado, pretende-se providenciar um ambiente em sala de aula, propício ao desenvolvimento da visualização e do raciocínio geométrico, através da interação com outros colegas. Pretende-se que o aluno raciocine sobre as construções e faça conjecturas sobre as respetivas propriedades, desenvolvendo um trabalho mais individualizado (QUARESMA, & SANTOS, 2015; SANTOS, & QUARESMA, 2013). Por outro lado a sua utilização remota permite o desenvolvimento individual, ou colaborativo, de tarefas tais como o trabalho de casa.

As principais características da versão atual (1.4) da *WGL* são:

- um sistema de geometria dinâmica (DGS), o Geogebra, integrado;
- módulo de gestão de utilizadores para diferentes perfis de acesso consoante os objetivos de utilização: administrador(es), professores e alunos, permitindo a definição de classes e grupos;
- repositório de construções geométricas: cada utilizador possui a sua própria lista de construções;
- sistema de permissões, permitindo a partilha (ou não) de cada construção entre os utilizadores e grupos;
- módulo colaborativo, no qual uma determinada tarefa pode ser trabalhada de forma colaborativa por um grupo de utilizadores;
- módulo adaptativo, permitindo a captura de todas as informações sobre as interações dos alunos no sistema. Estas informações podem ser usadas pelos professores para construir o perfil do aluno ou percursos de aprendizagem individualizados;
- *chat*, permitindo a troca de mensagens textuais curtas entre utilizadores envolvidos numa sessão colaborativa;
- fórum permitindo a troca de mensagens entre os utilizadores sobre diferentes assuntos relacionados com a plataforma.

O *WGL* é uma aplicação cliente/servidor na Rede, com servidores em Portugal³ e na Sérvia. É um projeto de código aberto⁴, baseado na plataforma computacional *LAMP* (*Linux, Apache, MySQL, PHP*) mas contendo também uma importante secção do seu código em *Javascript* para permitir aos utilizadores uma utilização da plataforma, fácil e agradável. Pelas experiências já conduzidas uma ligação normal à rede (≈ 4 Mbps de largura de banda) é suficiente para permitir uma utilização remota, fluida.

1.1 O Módulo Colaborativo

A plataforma *WGL* tem dois modos de funcionamento distintos. O modo “individual” e o modo “colaborativo”.

No primeiro destes modos cada aluno, ou um pequeno grupo de alunos, tem um acesso individualizado à plataforma (através de um vulgar *navegador*). O aluno

³ <http://hilbert.mat.uc.pt/WebGeometryLab/>

⁴ <http://webgeometrylab.sourceforge.net/>

tem acesso às suas construções, assim como a outras construções que tenham sido disponibilizadas por outros alunos e/ou professores. Tem um espaço de trabalho aonde pode prosseguir as suas tarefas, seja em ambiente de sala de aula seja remotamente. No segundo caso os alunos estarão sempre num grupo de trabalho, cada aluno, ou um pequeno grupo de alunos, tem acesso individualizado à plataforma, o seu ambiente de trabalho consiste em duas instâncias do DGS GeoGebra, sendo que uma das quais está sincronizada com todos os elementos do grupo. Além da sincronização do trabalho que está a ser desenvolvido na instância sincronizada os alunos, e o professor, têm também a possibilidade de trocar mensagens de texto curtas (*chat*). Com esta forma de interagir com o WGL pretende-se disponibilizar aos alunos e professores uma plataforma para o trabalho colaborativo, a desenvolver remotamente, ou presencialmente.

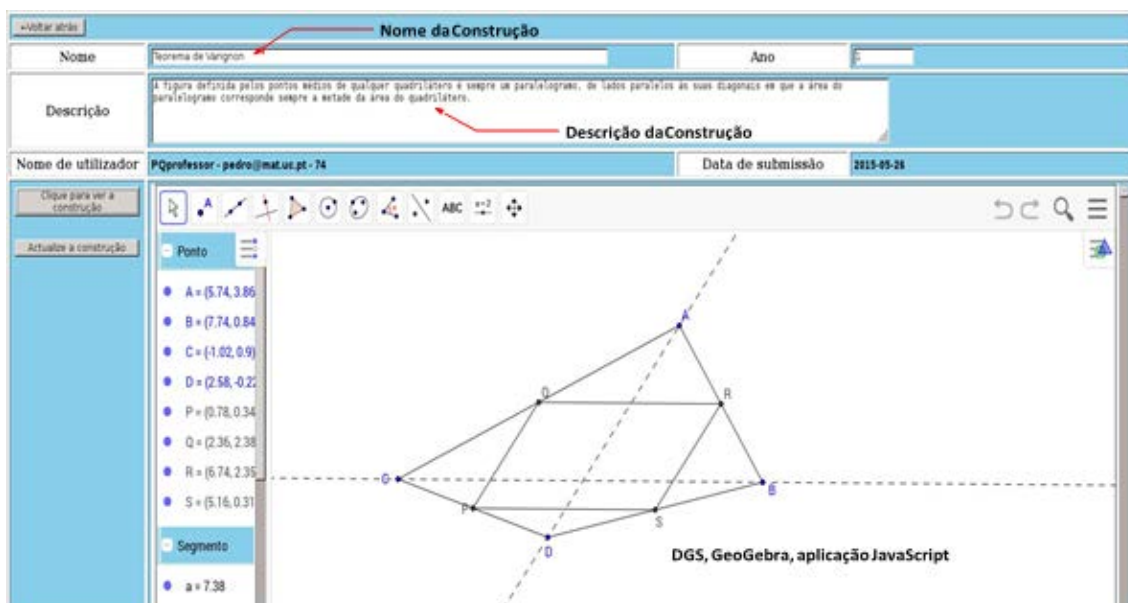


Figura 1: Preparação da Sessão Colaborativa

Ao planear uma sessão colaborativa o professor decide como agrupar os alunos assim como as tarefas a serem resolvidas em grupo, de forma colaborativa (ver Figura 1). Os alunos, numa sessão colaborativa, irão resolver a(s) tarefa(s) proposta(s), trocando informação geométrica assim como informação textual (ver Figura 2).

Durante a sessão colaborativa o professor participa na troca de informação textual nos diferentes grupos em que dividiu uma dada turma. Tem também acesso às construções feitas pelos diferentes grupos, podendo analisar a sua

evolução, no entanto, na versão corrente, não pode participar na troca da informação geométrica (ver Figura 3).

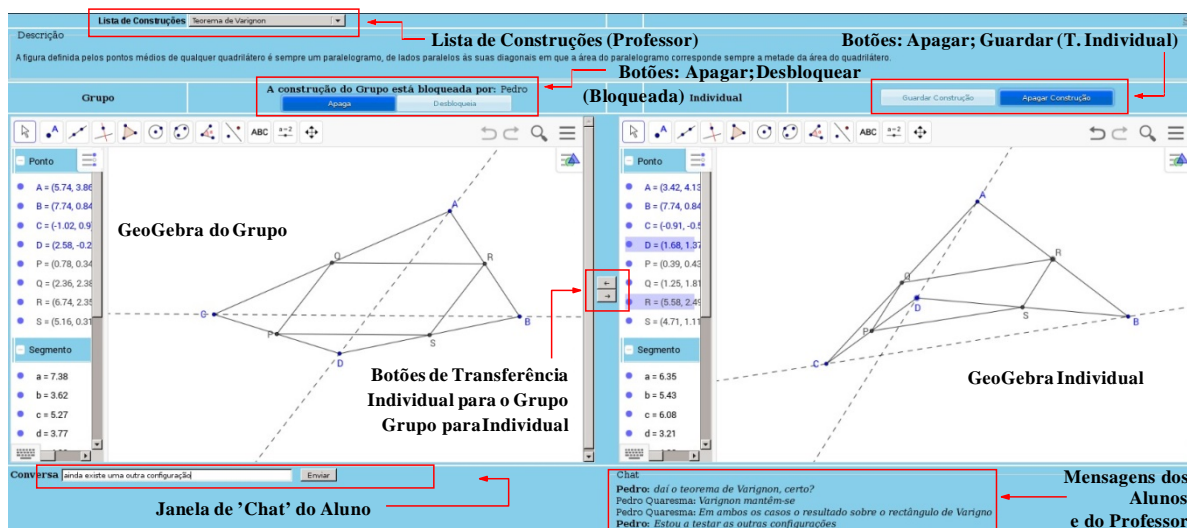


Figura 2: Sessão Colaborativa — Perspetiva dos Alunos

Durante a sessão colaborativa um dos alunos detém o bloqueio, sendo ele o único membro do grupo a poder usar a janela da esquerda para desenvolver a construção do grupo (ver Figura 2). A cada 20s o sistema sincroniza as janelas da esquerda dentro de cada um dos grupos de trabalho, permitindo aos outros alunos seguirem o trabalho que está a ser desenvolvido. Em qualquer momento o bloqueio pode ser levantado e requerido por um outro aluno do mesmo grupo. Em simultâneo os alunos têm à sua disposição o canal de *chat* com o qual podem comunicar, coordenando o seu trabalho colaborativo.

A janela da direita é usada pelos alunos para irem desenvolvendo o seu trabalho individual, acompanhando o trabalho do grupo (ver Figura 2).

1.2 O Módulo Adaptativo

Para se poder construir o modelo do aluno e/ou perfis individuais de aprendizagem é necessário recolher informação sobre as interações dos alunos com o sistema, aquando do trabalho em modo individual, isto é, não colaborativo. O sistema regista, para cada um dos alunos, a informação de navegação assim como as interações geométrica aquando do uso do DGS. A informação geométrica é

registada aquando da utilização do DGS através do mecanismo de “escutas” (*listeners*). Registam-se todos os passos dados pelos alunos aquando da utilização do DGS, sem que isso afecte a normal utilização da plataforma por parte dos alunos.

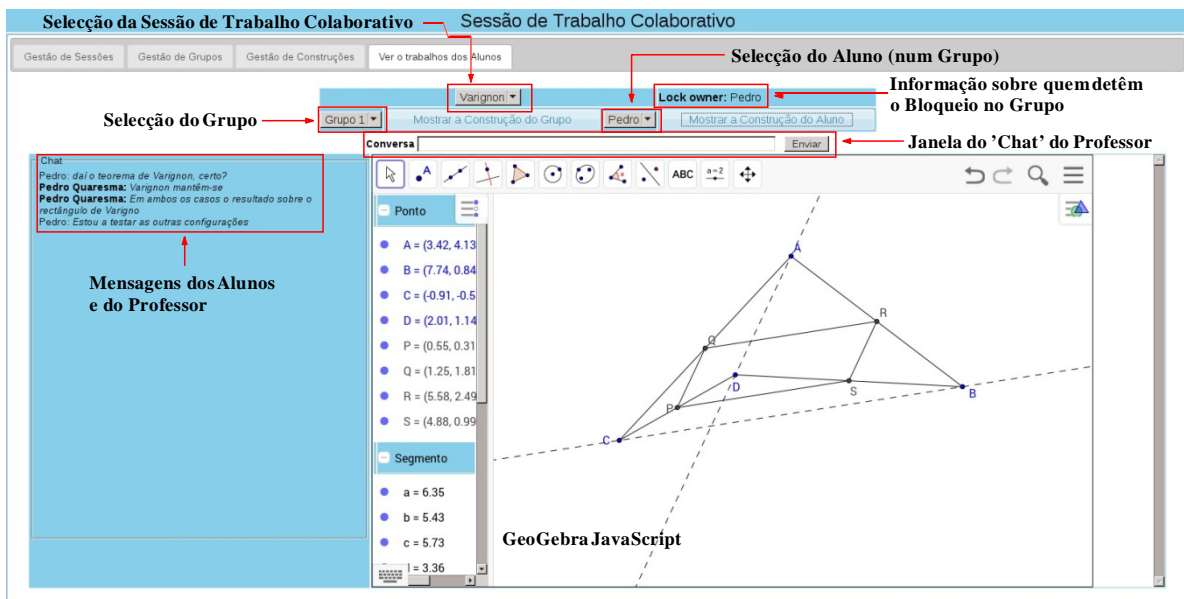


Figura 3: Sessão Colaborativa — Perspetiva do Professor

Numa fase posterior o professor tem a possibilidade de aceder a toda esta informação, seja à lista de todas as páginas visitadas e tempos gastos em cada uma delas, seja os passos dados para efectuar uma dada tarefa geométrica. No caso da informação geométrica os professores podem ver o “vídeo” da construção feita pelo aluno, tendo a possibilidade de escolher uma velocidade normal, mais rápida, ou passo a passo; a qualquer momento podem parar, retomar, ou voltar ao início (ver Figura 4).

Toda esta informação pode ser usada pelos professores para poderem formar o modelo do aluno e/ou a construção de perfis de aprendizagem.

1.3 Acesso ao Sistema

Os servidores *WGL*, <http://hilbert.mat.uc.pt/WebGeometryLab> e <http://jason.matf.bg.ac.rs/wgl>, podem ser acedidos por um qualquer professor interessado em usar o sistema com os seus alunos. Depois de um registo, sujeito a validação pelos administradores dos servidores, o professor pode criar classes, registar alunos, e começar a usar o sistema *WGL* para o seu trabalho.

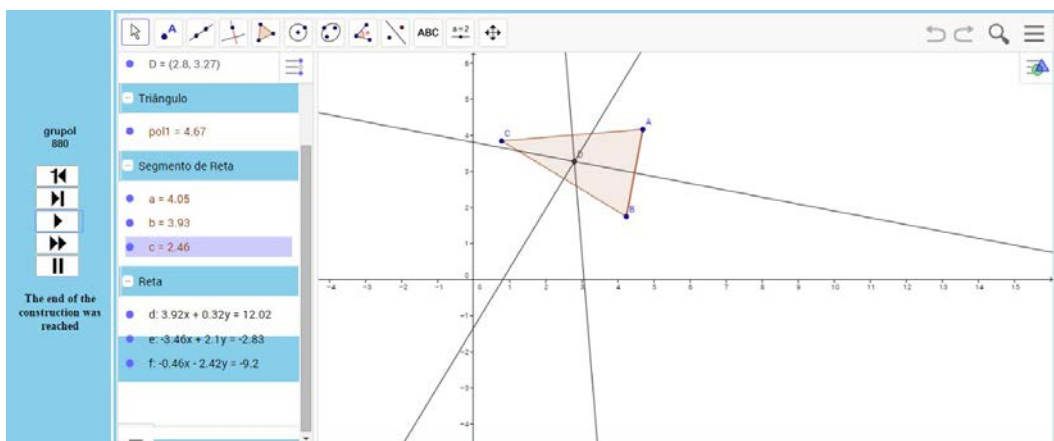


Figura 4: Sessão Adaptativa — Perspetiva do Professor

A plataforma *WGL* já foi objeto de vários estudos de caso, tanto em Portugal como na Sérvia, tendo sido muito bem recebido por alunos e professores. Estes estudos de caso serviram para identificar muitas das características atuais da plataforma, as quais foram sendo introduzidas em respostas a solicitações concretas dos seus utilizadores (e.g. o canal de comunicação de texto “chat”). Acoplado à plataforma existe um fórum para a troca de experiências sobre a plataforma.

1.4 Sistemas Semelhantes

Existem muitos DGSs (veja-se ListDGSs (2016) para uma lista muito completa de tais sistemas), mas nenhum define uma plataforma aonde o mesmo se integre num sistema de ensino e de aprendizagem. Podemos ver em Quaresma e Janičić (2006, 2007); Santos e Quaresma (2008) o registo de integrações de DGSs com demonstradores automáticos de teoremas (GATPs) e destes com ambientes de ensino e de aprendizagem, no entanto são sempre integrações parciais não definido plataforma de ensino e de aprendizagem mistos (na *Rede* e presenciais), colaborativos e adaptativos.

Existem alguns sistemas de ensino e de aprendizagem na área da geometria, veja-se os sistemas *Tabulae* (MORAES, SANTORO, & BORGES, 2005) e *GeoThink* (MORIYÓN, SAIZ, & MORA, 2008). O *WGL* distingue-se pela inclusão de um DGS muito completo (o “applet” *Javascript* do Geogebra) e

amplamente difundido. O sistema de permissões para a partilha de construções geométricas, as características adaptativas e colaborativas são também pontos favoráveis ao *WGL*, assim como o carácter internacional do sistema, já com traduções para o Português e para o Sérvio.

Existem também alguns sistemas recentes na área da geometria integrando características adaptativas, por exemplo, *Advanced Geometry Tutor* (AGT) (MATSUDA, & VanLEHN, 2005), *AgentGeom* (COBO, FORTUNY, PUERTAS, & RICHARD, 2007), *Baghera project* (LABORATOIRE LEIBNIZ, 2003), *Cabri-Géomètre* (LUENGO, 2005), *Geometry Explanation Tutor* (ALEVEN, POPESCU, & KOEDINGER, 2002), *geogebraTUTOR* (RICHARD, FORTUNY, HOHENWARTER, & GAGNON, 2007), o *Hypatiamat* (CUELI, GONZÁLEZ-CASTRO, KRAWEC, NÚÑEZ, & GONZÁLEZ-PIENDA, 2015), *Mathematics Collaborative Learning Platform* (PCMAT) (MARTINS, et al., 2011) e *Tutoriel Intelligent en Géométrie* (TURING) (RICHARD, & FORTUNY, 2007).

*WebAssign*⁵, *WeBWork*⁶, *ALEKS*⁷, *MyMathLa*^{8b} e *ARIS*⁹ são alguns sistemas na Rede para trabalho de casa disponíveis para os professores para utilizarem em sala de aula (MALEVICH, 2011). *ARIS* é um exemplo de um sistema desenvolvido por uma editora de livros, *McGraw-Hill*. *Pearson Education* é a empresa por detrás do desenvolvimento do *MyMathLab*, enquanto *WebAssign* trabalha em estreita colaboração com diversos editores de livros. *ALEKS* também tem inúmeros livros disponíveis para uso. *WeBWork*, desenvolvido em 1994 pelos matemáticos Michael Gage e Arnold Pizer, é único no sentido de que ele é atualmente mantido por matemáticos e não por uma editora de livros didáticos (MALEVICH, 2011).

Considerando apenas o sistema *WeBWork*, pois não é mantido por editoras, o *WeBWork* é um sistema na Rede para realizar trabalhos de casa de forma eficiente promovendo a aprendizagem ativa dos alunos (LUCAS, 2012). Uma vantagem significativa do *WGL* em relação ao *WeBWork*, é a possibilidade do trabalho colaborativo. Um grupo de alunos podem trabalhar numa dada tarefa geométrica, de tal forma que todos eles têm a capacidade de assumir a propriedade da construção

⁵ <http://webassign.net/>

⁶ <http://webwork.maa.org/index.html/>

⁷ <http://aleks.com/>

⁸ <http://mymathlab.com/>

⁹ <http://.mharis.com/>

geométrica podendo construir e modificar, sendo seguido por todos os outros alunos do grupo.

2.0 WGL em Contexto de Trabalho para Casa

Uma das ferramentas mais importantes na educação são os trabalhos de casa (LINDA FRIEDMAN, & HERSHEY FRIEDMAN, 2007). O trabalho de casa é visto por muitos professores como sendo uma extensão necessária da sala de aula, é usado para o reforço de conteúdos ou como uma introdução para novos tópicos, reforçando a aprendizagem e o rendimento de cada aluno (HONG, WAN, & PENG, 2011). Com a realização dos trabalhos de casa pretende-se: através da repetição, a consolidação de conteúdos educacionais; a ampliação e o aprofundamento do conhecimento; a preparação de novos conteúdos; a formação e criação de hábitos de trabalho.

O aparecimento de tecnologias baseadas na *Rede* permitiu o crescimento e evolução do ensino e da aprendizagem da matemática. O uso da tecnologia baseada na *Rede* é inovadora, permitindo o melhorar das atividades de aprendizagem dos alunos (NGUYEN, HSIEH, & ALLEN, 2006). As tecnologias são utilizadas como uma fonte interativa de informação, trazendo alterações à prática do trabalho de casa em papel e lápis. Desta forma, o trabalho de casa na *Rede* tem a vantagem adicional de permitir aos alunos superarem as dificuldades e motivá-los na tentativa de resolver os problemas (MENDICINO, RAZZAQ & HEFFERNAN, 2009). Os trabalhos de casa em tempo real possibilita dar aos alunos um *feedback* imediato, algo que não acontece quando se elaboram trabalhos de casa em papel, permitindo aumentar o desempenho do aluno (CHEN-LIN KULIKA, & JAMES KULIK, 1986). Por outro lado, o trabalho de casa na *Rede* fornece aos alunos mais hipóteses para praticarem, enquanto os professores recebem mais *feedback* dos alunos e têm interações mais próximas com os seus alunos (NGUYEN, HSIEH, & ALLEN, 2006).

Segundo Malevich (2011), os trabalhos de casa na *Rede* tem vantagens e desvantagens.

Algumas das vantagens salientadas pelo autor são:

- economizam tempo aos professores, pois não envolve a recolha e devolução dos trabalhos de casa em papel;

- *feedback* imediato às resposta dos alunos;
- os alunos podem praticar e participar mais, proporcionando maior conhecimento e competências;
- sistemas de trabalhos de casa na *Rede* podem gerar tarefas semelhantes (mas diferentes), evitando batota entre os alunos;
- muitos dos sistemas na *Rede* possuem ligações a tutoriais ou conjuntos de exemplos semelhantes à tarefa proposta;
- a capacidade de obter *feedback* imediato aquando da realização de cada tarefa, ajuda os alunos a saberem exatamente quais as tarefas que entendem melhor;
- os professores podem interagir mais com os alunos, uma vez que pode dizer ao aluno se a resposta que apresentou tem erros podendo ajudar o aluno;
- devido à natureza do trabalho de casa ser na *Rede* há tarefas que não podem ser realizadas usando o formato tradicional, em papel;
- é conveniente e proporciona aos alunos maior flexibilidade na realização da tarefa.

Além das vantagens o autor também refere as desvantagens do uso de trabalhos de casa na *Rede*, tais como:

- dado uma resposta errada os sistemas podem não apresentar qualquer fundamentação sobre o erro;
- dificuldade na utilização das plataformas podem levar a que os alunos não sejam capazes de utilizar seu trabalho de casa como uma ferramenta para os ajudar a estudar;
- erros técnicos podem causar dificuldades aos alunos e professores: falhas no servidor, erros de programação, falhas na ligação à *Rede*, etc.;
- a questão da batota entre alunos pode ser um problema, pois pode ser difícil determinar quem está realmente a completar o trabalho de casa.

As vantagens e desvantagens apontadas são apenas algumas referenciadas na utilização de sistemas de trabalho de casa na *Rede*. Porém, o aluno precisa de entender que são eles próprios, também, responsáveis pelo seu próprio progresso.

A plataforma *WGL* foi utilizada no estudo de caso em contexto de trabalho de casa, em que os alunos poderiam resolver as suas tarefas em casa, de forma colaborativa. A plataforma *WGL* possibilita a interação dos alunos, de forma a que cada um esteja em sua casa e tendo como objetivo a resolução dos trabalhos

propostos.

3. Metodologia

A metodologia qualitativa de natureza interpretativa foi a abordagem adoptada, pelo fato de não privilegiar uma única prática metodológica em relação às restantes (DENZIN, & LINCOLN, 2007). A metodologia qualitativa é baseada em características fundamentais, tais como: a fonte direta dos dados é o ambiente natural; o investigador centra-se mais no processo do que nos resultados ou produtos; o investigador interessa-se pelo ponto de vista dos participantes e pelo modo como os significados são interpretados (BOGDAN, & BIKLEN, 1994; COHEN, & MANION, 2007). O estudo é, assim, de acordo com algumas das características do paradigma interpretativo, para uma profunda compreensão de uma realidade específica num determinado tempo e espaço (MERRIAM, 1988).

3.1. Estudo de Caso

No âmbito deste estudo a opção tomada vai para a modalidade de estudo de caso, por se pretender explorar, descrever ou explicar a descrição de um fenómeno que está bem identificado e delimitado (YIN, 2001).

O objetivo do estudo de caso, segundo Yin (2001), é explorar, descrever ou explicar, enquanto que, segundo Guba e Lincoln (1994), consiste em relatar os factos como sucederam, descrever situações ou fatos, proporcionar conhecimento acerca do fenómeno estudado e comprovar, ou contrastar, efeitos e relações presentes. Analisar e descrever constituem os propósitos definidos por Ponte (1994) aos quais Merriam (1988) acrescenta um terceiro objetivo, avaliar. No âmbito da oficina de formação para professores, “Aprendizagem Colaborativa na Geometria: A plataforma de Geometria na Internet (WGL)”, participou um grupo de 16 professores. Um dos objetivos era contribuir para que os professores incluam, na sua prática letiva, o WGL, proporcionando, deste modo, um ambiente colaborativo nas suas aulas. Para este estudo de caso seleccionou-se um grupo de dois alunos, de entre 4 grupos, de uma turma do 9.º ano, pois estes alunos revelaram-se particularmente interessados no uso das tecnologias para a aprendizagem. Para estes alunos foi uma novidade trabalharem num ambiente

colaborativo à distância, pois nunca tinham realizado atividades desta natureza. A tarefa, proposta pela professora, foi realizada pelos alunos em contexto de trabalho de casa. As respostas dos alunos estão categorizadas em: participação/conhecimento; social e resolução da tarefa (ver Tabela 1).

Tabela 1: Categorias.

Categorias	Definição
Participação/Conhecimento	Percentagem de Contribuições; Cadeia de mensagens (explica, elabora, critica, responde, pergunta)
Social	Contribuições que não condiz com o conteúdo (reconhece, outro tipo de identificação)
Resolução da Tarefa	Competências relativas ao processo de aprendizagem, demonstra conhecimento (orientação, estratégias, resume, raciocina, clarifica)

Na tabela 2 apresentam-se excertos das conversas entre os dois alunos aquando da resolução da tarefa que lhes foi proposta pela professora. A tarefa consistia na construção do triângulo [AED], tal que $\overline{AE} = 4\text{cm}$, $D\hat{A}E = 65^\circ$ e $A\hat{E}D = 30^\circ$. O objetivo era o de determinar o circuncentro do triângulo e o construir da circunferência circunscrita ao triângulo. A figura 5 mostra imagens no WGL que correspondem à parte final da tarefa.

O texto inicia-se com o aluno A11 referindo que será ele a iniciar a construção. O aluno A1 refere que o triângulo ainda não foi construído, o que o aluno A11 concorda com um “ups” (categoria social). Na fase seguinte é o aluno A1 que traça as mediatrizes (categoria resolução da tarefa) e diz ao colega “agora é só desenhares a circunferência” (categoria participação/conhecimento). Neste passo nota-se que os alunos estão em sintonia relativamente às contribuições de cada um. O passo final é executado pelo aluno A11 ao circunscrever o triângulo. Verifica-se (ver Figura 5) que os alunos concluíram a tarefa proposta pela professora com sucesso.

Neste estudo observou-se que a comunicação e a sincronização estabelecida entre os

elementos do grupo desempenhou um papel importante para a realização da tarefa.

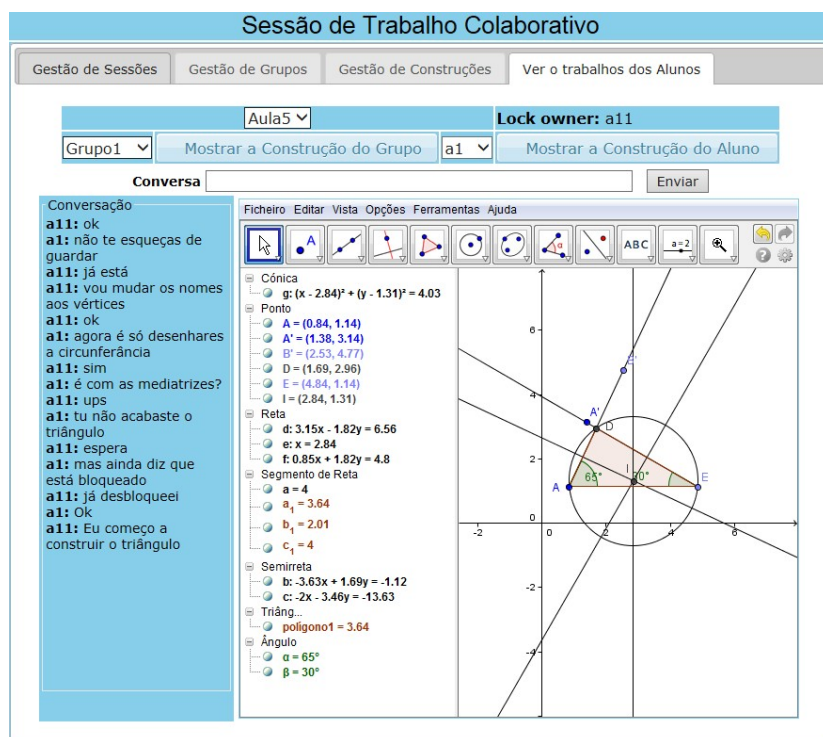


Figura 5: Grupo Id 443: Imagens do ambiente colaborativo – perspectiva da professora.

4 Conclusões e Trabalho Futuro

Tentou-se compreender como os participantes desenvolviam os seus resultados, em grupos, em contexto de trabalho de casa. Neste estudo verificou-se que houve uma boa aceitação por parte dos alunos da plataforma *WGL*, resultando numa boa interação entre os alunos durante o trabalho colaborativo, na realização do trabalho de casa.

Os muitos estudos de caso já realizados têm permitido validar (e melhorar) a plataforma.

Trabalho Futuro: Segundo Jones (2000) o uso de ferramentas geométricas em sala de aula dá, aos alunos, o acesso a um mundo de teoremas mediados por características geométricas inerentes a essas ferramentas. Incorporar demonstradores automático de teoremas (GATP) na plataforma *WGL* permitirá a validação de conjecturas sobre as construções realizadas com o DGS, possibilitando perguntar

pelas demonstrações formais de teoremas geométricos (JANIČIĆ, & QUARESMA, 2007; SANTOS, & QUARESMA, 2012). Será pertinente observar o que acontece em situações mais vastas e diversificadas, em particular, perceber como motivar os alunos pouco habituados a resolver demonstrações formais tão características da atividade matemática.

Tabela 2: Excerto de texto – *Chat*, Grupo Id 443.

Chat	Autor
Eu começo a construir o triângulo	A11
Ok	A1
já desbloqueei	A11
mas ainda diz que está bloqueado	A1
espera	A11
tu não acabaste o triângulo	A1
ups	A11
e com as mediatrizes?	A1
sim	A11
agora é só desenhares a circunferência	A1
ok	A11
vou mudar os nomes aos vértices	A11
já está	A11
não te esqueças de guardar	A1
ok	A11

Os estudos de caso permitiram melhorar a plataforma *WGL* e verificar que produziram um bom impacto na aprendizagem da geometria. Será importante integrar, para futuras investigações, um *GATP* na plataforma *WGL*.

Referências

ALEVEN, V., POPESCU, O., & KOEDINGER, K.R. (2002). Towards tutorial dialog to support self- explanation: Adding natural language understanding to a

- cognitive tutor. In J. D. Moore, C. Redfield, & W. L. Johnson (Eds.), *Artificial intelligence in education: AI-ED in the wired and wireless future* (pp. 246–255). Amsterdão: IOS Press.
- ARZARELLO, F., ROBUTTI, O., & BAZZINI, L. (2005). Acting is learning: focus on the construction of mathematical concepts. *Cambridge Journal of Education*, 35 (1), 55–67.
- BARFURTH, M.A. (1995). Understanding the Collaborative Learning Process in a Technology Rich Environment: The Case of Children’s Disagreements. In J.L. Schnase, & E.L. Cunniss (Eds.), *The First International Conference on Computer Support for Collaborative Learning* (pp. 8–13). Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates Inc.
- BLASCO-ARCAS, L., BUIL, I., HERNANDEZ-ORTEGA, B., & SESE, F. J. (2013). Using clickers in class. The role of interactivity, active collaborative learning and engagement in learning performance. *Computers & Education*, 62, 102–110.
- BOGDAN, R.C., & BIKLEN, S.K. (1994). *Investigação Qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- BRUSILOVSKY, P. (2001). Adaptive hypermedia. User Modeling and User-Adapted Instruction. *The Journal of Personalization Research*, 11 (1–2), 87–110.
- CHRYSAFIADI, K., & VIRVOU, M. (2013). Student modeling approaches: A literature review for the last decade. *Expert Systems with Applications*, 40 (11), 4715 –4729.
- CICCONI, M. (2014). Vygotsky meets technology: A reinvention of collaboration in the early childhood mathematics classroom. *Early Childhood Education Journal*, 42(1), 57–65.
- COBO, P., FORTUNY, J.M., PUERTAS, E., & RICHARD, P.R. (2007). Agentgeom: A multiagent system for pedagogical support in geometric proof problems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(1), 57–79.
- COHEN, L., & MANION, L. (2007). *Research Methods in Education*. New York: Routledge.
- Cueli, M., González-Castro, P., Krawec, J., Núñez, J.C., & González-Pianda, J.A. (2015). Hipatia: a hypermedia learning environment in mathematics. *Anales de Psicologia/Annals of Psychology*, 32(1), 98–105.
- DENZIN, N.K., & LINCOLN, Y.S. (2007). O Planejamento da Pesquisa Qualitativa: Teorias e Abordagens. In N.K. Denzin, & Y.S. Lincoln, *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens* (pp. 15–39). Porto Alegre: Artmed Bookman.
- FRIEDMAN, L. W. [Lesley], & FRIEDMAN, H. H. [Hershey] (2014). Using social media technologies to enhance online learning. *Journal of Educators Online*, 10(1). ERIC No. EJ1004891.
- GUBA, E., & LINCOLN, Y.S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N.K. Denzin & Y.S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research*, (pp. 105-117). Thousand Oaks, CA: Sage.
- HAGUENAUER, C., KOPKE, R., VICTORINO, A., & FILHO, F. (2007).

Ambientes Colaborativos de Aprendizagem no Apoio ao Ensino Presencial: A Experiência do Programa de Pós-Graduação. *Colabor@- Revista Digital da CVA - Ricesu*, 4 (16).

HONG, E., WAN, M., & PENG, Y. (2011). Discrepancies between students' and teachers' perceptions of homework. *Journal of Advanced Academics*, 22(2), 280-308.

IGLEZAKIS, D. (2004). Adaptive Help for Webbased Applications. In W. Nejdl, & P. De Bra (Eds.), *Lecture Notes in Computer Science*, 3137. *Adaptive Hypermedia and Adaptive Web-based Systems* (pp. 304–307). Berlin: Springer.

JANIČIĆ, P., & QUARESMA, P. (2007). Automatic Verification of Regular Constructions in Dynamic Geometry Systems. In F. Botana, & T. Recio (Eds.), *Lecture Notes in Computer Science*, 4869. *Automated Deduction in Geometry* (pp 39–51). Berlin: Springer.

JONES, K. (2000). Providing a Foundation for Deductive Reasoning: Students' Interpretations when Using Dynamic Geometry Software and Their Evolving Mathematical Explanations. *Educational Studies in Mathematics*. 44(1–2), 55–85.

KULIK, C.C. [Chen-Lin C.], & KULI, J.A.[James A.] (1986). Effectiveness of computer-based education in colleges. *AEDS Journal*, 19 (Winter/Spring), 81-108.

LAAL, M. [Marjan], & LAAL, M. [Mozhgan] (2012). Collaborative learning: what is it?. *Procedia- Social and Behavioral Sciences*, 31, 491–495.

LABORATOIRE LEIBNIZ. (2003). Baghera assessment project: Designing an hybrid and emergent educational society. In S. Soury- Lavergne (Ed.), *Rapport pour la commission européenne, Programme IST, Les Cahiers du Laboratoire Leibniz n° 81*. Grenoble.

LAI, E. R. (2011). *Collaboration: A literature review* (Vol. 2). Pearson Research Report.

LAMB, R.L., VALLETT, D.B., AKMAL, T., & BALDWIN, K. (2014). A computational modeling of student cognitive processes in science education. *Computers & Education*, 79, 116 – 125.

LÉVY, P. (2001). *Cyberculture* (Vol. 4). Minnesota: University of Minnesota Press.

LUCAS, A.R. (2012). Using WeBWorK, a Web-Based Homework Delivery and Grading System, to Help Prepare Students for Active Learning, *PRIMUS*, 22(2), 97–107, doi: 10.1080/10511970.2010.497834.

LUENGO, V. (2005). Some didactical and epistemological considerations in the design of educational software: The cabri-euclide example. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10(1), 1–29.

MALEVICH, K. (2011). The Accuracy and Validity of Online Homework Systems. Tese Mestrado, University of Minnesota Duluth, Estados Unidos da América.

MARTINS, C., COUTO, P., FERNANDES, M., BASTOS, C., LOBO, C., FARIA, L. & CARRAPATOSO, E. (2011) PCMAT Mathematics Collaborative Learning Platform.

In J.B. Pérez et al. (Eds.), *Highlights in Practical Applications of Agents and Multiagent Systems*(pp. 93–100). Springer Berlin.

MATSUDA, N., & VanLEHN, K. (2005). Advanced geometry tutor: An intelligent tutor that teaches proofwriting with construction. In C.-K. Looi, G. McCalla, B. Bredeweg, & J. Breuker (Eds.), *Proceedings of the 12th International Conference on Artificial Intelligence in Education* (pp. 443–450). Amsterdam: IOS Press.

MENDICINO, M., RAZZAQ, L., & HEFFERMAN, N.T. (2009). A Comparison of Traditional Homework to Computer-Supported Homework. *Journal of Research on Technology in Education*, 41 (3), 331–359.

MERRIAM, S. (1988). Case study research in education: A qualitative approach. *San Francisco: Jossey-Bass*.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

MORAES, T. G., SANTORO, F. M. & BORGES, M.R.S. (2005). Tabulæ: educational groupware for learning geometry. *Fifth IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies, 2005. ICALT 2005*, 750–754.

MORIYÓN, R, SAIZ, F. & MORA, M. (2008). GeoThink: An Environment for Guided Collaborative Learning of Geometry. In J. Sánchez (Ed.) *Nuevas Ideas en Informática Educativa*, 4, 198– 206.

NGUYEN, D. M., HSIEH, Y.-C. J. and ALLEN, G. D. (2006). The impact of web-based assessment and practice on students' mathematics learning attitudes. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 25, (3), 251–279.

PONTE, J.P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Revista Quadrante*, 3 (1), 3–18.

QUARESMA, P., & JANIČIĆ, P. (2006). *Integrating Dynamic Geometry Software, Deduction Systems, and Theorem Repositories*. In Jonathan M. Borwein & William M. Farmer (Eds) *Lecture Notes in Artificial Intelligence 4108, 5th International Conference, MKM 2006, Wokingham, UK, August 2006*, (pp. 280–294). Berlin: Springer.

QUARESMA, P., & JANIČIĆ, P. (2006). *GeoThms – a Web System for Euclidean Constructive Geometry*. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 174,(2), 35–48.

QUARESMA, P., & SANTOS, V. (2015). *Visual geometry proofs in a learning context*. In W. Neuper, & P. *Proceedings of ThEdu'15 workshop at CICM2015*, (pp. 1–8). Washington, DC: CISUC TR201601.

RICHARD, P.R., & FORTUNY, J.M. (2007). Amélioration des compétences argumentatives à l'aide d'un système tutoriel en classe de mathématique au secondaire. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 12, 83–116.

RICHARD, P.R., FORTUNY, J.M., HOHENWARTER, M., & GAGNON, M. (2007). *geogebraTUTOR: Une nouvelle approche pour la recherche sur*

l'apprentissage compétentiel et instrumenté de la géométrie à l'école secondaire. In T. Bastiaens, & S. Carliner (Eds.), *World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education* (pp. 428–435). Quebec: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).

SANTOS, V., & QUARESMA, P. (2013). Plataforma Colaborativa para a Geometria. *Indagatio Didactica*, 5 (1), 31–39.

SANTOS, V., & QUARESMA, P. (2013). Collaborative environment for geometry. *IEEEExplore* (INSPEC Accession Number: 14027552), 42–46.

SANTOS, V., & QUARESMA, P. (2012). Integrating DGSs and GATPs in an Adaptive and Collaborative Blended-Learning Web-Environment. In P. Quaresma, & R.-J. Back (Eds.), *Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science, 79. First Workshop on CTP Components for Educational Software (THedu'11), EPTCS, 79* (pp. 111–123).

SANTOS, V., & QUARESMA, P. (2008). eLearning Course for Euclidean Geometry. In P. Díaz & Kinshuk & I. Aedo & E. Mora (Eds.). *The 8th IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies, 2008* (387–388). Los Alamitos, CA: Computer Society.

STAHL, G., & HESSE, F. (2009). Paradigms of shared knowledge. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 4 (4), 365–369.

TRIANAFILLOU, E., POMPORTSIS, A., & DEMETRIADIS, S. (2003). The design and the formative evaluation of an adaptive educational system based on cognitive styles. *Computers & Education*, 41 (1), 87–103.

UNITED NATIONS EDUCATIONAL SCIENTIFIC AND CULTURAL ORGANIZATION. (2011). *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base* [Challenges in basic mathematics education]. Paris: UNESCO.

VYGOTSKY, L. (1978). Interaction between learning and development. *Readings on the development of children*, 23 (3), 34–41.

WEI, C.S., & ISMAIL, Z. (2010). Peer interactions in computer-supported collaborative learning using dynamic mathematics software. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 600–608.

WIKIPEDIA (2016). List of interactive geometry software. http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_interactive_geometry_software, (last accessed, 2017-12-07).

YIN, R.K. (2001). *Estudo de caso: planejamento e métodos, 2ª edição* (D. Grassi Tradução). Porto Alegre: Bookman.