

## МАТЕРИАЛЬНОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ ПРИ РАСЧЕТЕ КОНСТРУКЦИЙ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

*М.С. Барабаш<sup>1,2</sup>, А.В. Пикуль<sup>1,3</sup>*

<sup>1</sup> ООО «ЛИРА САПР», г. Киев, УКРАИНА

<sup>2</sup> Национальный авиационный университет, г. Киев, УКРАИНА

<sup>3</sup> Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев, УКРАИНА

**Аннотация:** Статья посвящена численному исследованию влияния материального демпфирования на несущие конструкции здания при динамических воздействиях. Предложена методика моделирования работы конструкции при динамическом воздействии во времени и при учете материального демпфирования. Приведено решение системы уравнений движения на основе метода Ньюмарка в матричном виде. Описан физический смысл материального демпфирования. Предложена методика учета разноматериальности частей конструкции. Приведен пример расчета здания совместно с грунтовым основанием, при учете сейсмических воздействий. Выполнен сравнительный анализ результатов расчета с учетом и без учета материального демпфирования. Подтверждено значительное влияние учета демпфирования на НДС конструкции.

**Ключевые слова:** динамическое воздействие, численное моделирование, компьютерное моделирование, материальное демпфирование, ПК ЛИРА-САПР

## MATERIAL DAMPING IN DYNAMIC ANALYSIS OF STRUCTURES

*Maria S. Barabash<sup>1,2</sup>, Anatol V. Pikul<sup>1,3</sup>*

<sup>1</sup> "LIRA SAPR" Ltd, Kiev, UKRAINE

<sup>2</sup> National Aviation University, Kiev, UKRAINE

<sup>3</sup> Kiev National University of Construction and Architecture, Kiev, UKRAINE

**Abstract:** The paper deals with numerical research as to how material damping influences the load-bearing structures in dynamic loads. Certain technique is suggested for modelling behaviour of structure in time history analysis with account of material damping. A set of motion equations is solved according to Newmark method as matrix. Physical meaning of material damping is described. The authors suggest the technique for account of different materials in parts of structure. The following example is provided: analysis of structure together with soil and with account of earthquake loads. Analysis results are compared (with and without account of material damping). Significant influence of damping on the stress-strain state of the structure is confirmed.

**Keywords:** dynamic load, numerical modelling, computer modelling, material damping, LIRA-SAPR

Для полного и достоверного описания напряженно-деформированного состояния любого здания, необходимо не только учесть абсолютно все факторы, описывающие реальный объект, такие как его геометрические параметры, физико-механические свойства материала, учесть формирование начальных напряжений и деформаций при возведении здания, но и с

высокой точностью определить внешние воздействия и их характер. К числу характерных примеров взаимодействия нагрузки с объектом относятся многие режимы динамического нагружения.

В действующих нормативных документах принято, что сейсмическое ускорение фундаментов (и всего сооружения) и основания совпадает [3]. Однако,

инструментальные данные свидетельствуют, что ускорение фундаментов могут в несколько раз отличаться от ускорений грунтов основания. Это обстоятельство можно объяснить тем, что не вся энергия сейсмического возмущения от грунта основания передается на фундамент, т.е. передается некоторая часть возмущения из-за особенностей связей между фундаментом и основанием. «Потеря» (утечка) части этой энергии может происходить по ряду причин:

- из-за демпфирующего эффекта (естественного или инженерного искусственного) связей между фундаментом и основанием (в том числе из-за сейсмоизоляции);
- из-за «проскальзывания» горизонтальной сейсмической волны под фундаментом (при преодолении сил трения и специфики односторонних связей между фундаментом и основанием);
- из-за разброса жесткостей и величины масс в моделях здания (высотная и стилобатная части) [4].

Рассмотрим случай демпфирующего эффекта. При динамических воздействиях на конструкцию всегда присутствует фактор демпфирования. Демпфирование может обеспечиваться конструктивными устройствами – демпферами (гасителями колебаний). Но даже в случае если демпферы не устанавливаются, то фактор демпфирования все равно присутствует и обуславливается материальным демпфированием. Сама конструкция уже обладает свойством гашения колебаний, особенно если она достаточно массивная. Мощным гасителем колебаний является грунтовый массив, на котором возводится конструкция.

Предлагаемая методика заключается в следующем. Для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции на динамические (сейсмика, вынужденные колебания и др.) воздействия рекомендуется производить её динамический

расчет во времени. Это позволяет задать нагружение зависимое от времени с помощью акселерограммы и проследить в каждый момент времени её напряженно деформированное состояние, а также проанализировать движение системы во времени.

Учет материального демпфирования при моделировании работы конструкции позволяет получить более адекватную картину НДС по сравнению с таким же расчетом без учета демпфирования.

Дифференциальное уравнение движения конструкции записывается в виде:

$$[K]\{U\} + [C]\{\dot{U}\} + [M]\{\ddot{U}\} = \{P(t)\}, \quad (1)$$

где  $[K]$  – матрица жесткости системы;  $[C]$  – матрица демпфирования;  $[M]$  – матрица масс,  $\{U\}$ ,  $\{\dot{U}\}$ ,  $\{\ddot{U}\}$  – неизвестные вектора узловых перемещений, скоростей, ускорений;  $\{P(t)\}$  – вектор узловых нагрузок.

Для решения дифференциальных уравнений движения системы существует ряд прямых и непрямых методов интегрирования во времени, например, метод Рунге-Кутты, метод Ньюмарка, метод Вильсона, метод центральных разностей и др.

Так, решение системы уравнений движения на основе метода Ньюмарка [1,2,4] в матричном виде выглядит следующим образом:

$$[A] = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} [M] + \frac{1}{\gamma \Delta t} [C] + [K], \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \{B\}_{i+1} = & F(t_{i+1}) + \\ & + [M] \left[ \frac{1}{\alpha \Delta t^2} \{U\}_i + \frac{1}{\alpha \Delta t} \{\dot{U}\}_i + \left( \frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \{\ddot{U}\}_i \right] + \\ & + [C] \left[ \frac{1}{\gamma \Delta} \{U\}_i + \left( \frac{1}{\gamma} - 1 \right) \{\dot{U}\}_i + \left( \frac{1}{2\gamma} - 1 \right) \Delta t \{\ddot{U}\}_i \right] \end{aligned} \quad (3)$$

$$[A]\{U\}_{i+1} = \{B\}_{i+1} \quad (4)$$

где  $[A]$  - эффективная матрица жесткости,  $\{B\}$  - эффективный вектор нагрузок, а  $\alpha, \beta, \gamma$  - коэффициенты интегрирования. Скорости и ускорения узлов системы вычисляются с помощью выражений:

$$\begin{aligned} \{\dot{U}\}_{i+1} = & \frac{1}{\gamma \Delta t} (\{U\}_{i+1} - \{U\}_i) + \\ & + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \{\dot{U}\}_i + \left(1 - \frac{1}{2\gamma}\right) \Delta t \{\ddot{U}\}_i; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \{\ddot{U}\}_{i+1} = & \frac{1}{\alpha \Delta t^2} (\{U\}_{i+1} - \{U\}_i) - \\ & - \frac{1}{\alpha \Delta t} \{\dot{U}\}_i + \left(1 - \frac{1}{2\alpha}\right) \{\ddot{U}\}_i; \end{aligned} \quad (6)$$

Разные материалы имеют разные свойства и дают разный вклад в гашение колебаний. Физический смысл материального демпфирования обуславливается переходом механической энергии в тепловую

происходит за счет микропластичности, а не вязкости как в жидкостях и газах.

Для учета разноматериальности частей конструкции для каждого элемента можно задать свои коэффициенты Рэлея, и таким образом сформировать комбинированную матрицу диссипации.

$$[C] = \beta[K] + \alpha[M]$$

Для определения коэффициентов Рэлея необходимо произвести модальный анализ конструкции (или ее части) и задать эмпирические коэффициенты демпфирования для материала при двух наименьших собственных частотах определить коэффициенты по формулам:

$$\alpha = \frac{2\xi_i \xi_j \omega_i \omega_j}{\xi_i \omega_i + \xi_j \omega_j}, \quad \beta = \frac{2\xi_i \xi_j}{\xi_i \omega_i + \xi_j \omega_j},$$

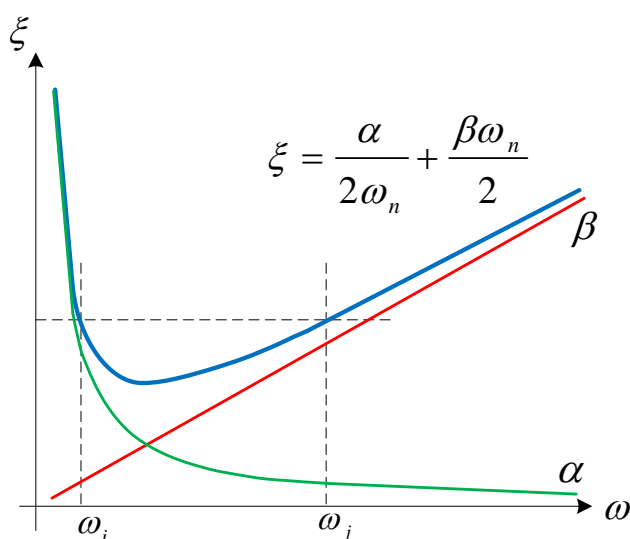


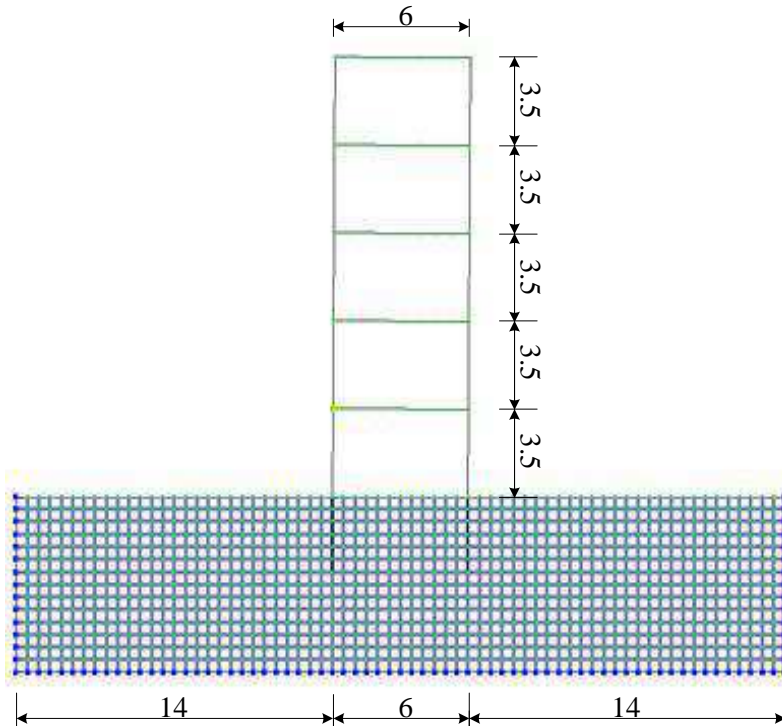
Рисунок 1. Зависимость коэффициента демпфирования от частоты по Рэлею.

Рассмотрим пример расчета здания совместно с грунтовым основанием, при учете сейсмических воздействий в плоской постановке (рис.2). Как уже говорилось, конструктивная безопасность включает в себя пространственное представление системы «наземная часть - фундамент - грунтовое основание». При этом система должна быть

законструирована таким образом, чтобы обладать способностью перераспределения усилий при разрушении отдельных конструктивных элементов и выведения из работы некоторых связей, т.е. чтобы локальные повреждения не вызвали глобального обрушения. Связи данной системы с основанием, т.е. источники

сейсмических воздействий, не должны передавать негативные воздействия от основания на фундамент здания (сооружения), или, по крайней мере, должны их уменьшать. Для наглядности влияния демпфирования выполним сравнение амплитудных значений

перемещений, скоростей и ускорений в уровнях этажей. Расчет выполнен в программном комплексе ЛИРА-САПР, в котором реализовано решение задачи на динамическое воздействие во времени на основе метода Ньюмарка [5].



*Рисунок 2. Расчетная схема тестовой задачи. Сечение ригелей 80x40 см, колонн 60x40 см. Материал — бетон, грунт — супесь.*

Для учета демпфирования на основе модального анализа системы определим наименьшие собственные частоты, которые составляют 46,72 и 147,84 рад/с. Им

соответствуют коэффициенты Рэлея  $\alpha = 3,55$  и  $\beta = 0,000514$ . В табл.1 приведены результаты расчета с учетом и без учета демпфирования.

*Таблица 1. Результаты расчета с учетом и без учета демпфирования.*

Этаж	Без демпфирования			С учетом демпфирования		
	Горизонтальное перемещение, мм	Скорость, мм/с	Ускорение, мм/с <sup>2</sup>	Горизонтальное перемещение, мм	Скорость, мм/с	Ускорение, мм/с <sup>2</sup>
1	21,97	23,91	146,3	18,52	4,78	26,63
2	50,98	52,03	303,79	43,4	11,76	57,09
3	80,72	80,67	462,2	68,92	18,89	91,50
4	110,54	109,23	623,04	94,52	26,07	126,47
5	140,31	137,7	785,9	120,15	33,22	161,74

Анализируя результаты, приведенные в таблице 1 можно сделать выводы, что учет демпфирования значительно влияет на НДС конструкции.

## ВЫВОДЫ

Развитие и применение методов конструктивной сейсмобезопасности диктуется современной объективной необходимостью и объясняется требованиями повышения безопасности (живучести) строений, стремясь обойти сложности моделирования сейсмических воздействий и несовершенства теории и методов расчета.

Разработка новых методов численного моделирования с учетом перспективных разработок методов расчета на динамические воздействия, таких как учет нелинейных свойств материалов, учет материального демпфирования позволяет корректно провести численные эксперименты и разработать ряд конструктивных мероприятий по сейсмобезопасности зданий и сооружений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пікуль А.В., Барабаш М.С. Проблеми моделювання динамічних впливів. Реалізація в ПК ЛІРА-САПР // Збірка тез доповідей міжнародної науково-технічної конференції, присвяченої 90-річчю з дня народження професора В.К. Єгупова «Проблеми теорії і практики сейсмостійкого будівництва» – Одеса: ОДАБА, 2016. – 124 с.
2. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 448с.
3. Назаров Ю.П. Расчетные модели сейсмических воздействий. – М.: Наука, 2012. – 414 с.

4. Барабаш М.С. Компьютерное моделирование процессов жизненного цикла объектов строительства. – К.: Издательство «Сталь», 2014. – 301 с.
5. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. – М.: Издательство АСВ, 2009. – 360 с.

## REFERENCES

1. Pikul A.V., Barabash M.S. Problemy Modelirovaniya Dinamicheskikh Vozdeystvij. Realizacija v PK LIRA-SAPR [Problems of Modelling of Dynamic Impacts. Realization in Program System LIRA-SAPR]. Sbornik tezisov dokladov mezhdunarodnoj nauchno-tehnicheskoy konferencii, posvjashhennoj 90-letiju so dnja rozhdenija professora V.K. Egupov "Problemy teorii i praktiki sejsmostojkogo stroitel'stva", Odessa, ODABA, 2016, 124 pages.
2. Bate K., Wilson E. Chislennye Metody Analiza i Metod Konechnyh Jelementov [Numerical Methods of Analysis. Finite Element Method]. Moscow, 1982, 448 pages.
3. Nazarov Yu.P. Raschetnye Modeli Sejsmicheskikh Vozdeystvij [Computational Models of Seismic Impacts]. Moscow, Nauka, 2012, 414 pages.
4. Barabash M.S. Komp'juternoe modelirovanie processov zhiznennogo cikla ob#ektov stroitel'stva [Computer Modelling of Life-Cycle Process of Structures]. Kiev, "Stal" Publishing House, 2014, 301 pages.
5. Gorodetsky A.S., Evzerov I.D. Komp'juternye Modeli Konstrucij [Computer Models of Structures]. Moscow, ASV Publishing House, 2009, 360 pages.

---

Барабаш Мария Сергеевна, академик Академии строительства Украины, директор ООО «ЛИРА САПР», доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий строительства Учебно-научного института Аэропортов, Национального авиационного университета, 03058, Украина, г. Киев, проспект Космонавта Комарова, д. 1; тел: +38 (095) 286-39-90; e-mail: bmari@ukr.net

Пикуль Анатолий Владимирович, инженер-аналитик ООО «ЛИРА САПР», ассистент кафедры металлических и деревянных конструкций Киевского национального университета строительства и архитектуры, 03037, Украина, г. Киев, Воздухофлотский проспект, 31;  
тел: +38(097)217-68-79  
e-mail: Anatol.Pikul@gmail.com  
<http://orcid.org/0000-0002-1516-8266>

Maria S. Barabash, Academician of the Academy of Construction of Ukraine, the director of “LIRA SAPR” Ltd, DSc (Eng.), Associate Professor, Professor of Department of Computer Technology Building, Institute of Airports, National Aviation University, 1, Kosmonavta Komarova, 03058, Kiev, Ukraine;  
phone: +38 (095) 286-39-90;  
e-mail: bmari@ukr.net., <http://www.liraland.ru>

Anatol V. Pikul, Engineer-Analyst of “LIRA SAPR” Ltd, assistant of Department of Metal and Wood Structures at Kyiv National University of Construction and Architecture, 31, Povitroflotsky Avenue, Kyiv, 03037, Ukraine;  
phone:+38(097)217-68-79  
e-mail: Anatol.Pikul@gmail.com  
<http://orcid.org/0000-0002-1516-8266>

## О СОВРЕМЕННЫХ МЕТОДАХ РЕДУЦИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ЗАДАЧ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ, ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ В РАМКАХ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

*А.М. Белостоцкий<sup>1,2,3,4,5</sup>, П.А. Акимов<sup>1,5,6</sup>, Д.С. Дмитриев<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> ЗАО «Научно-исследовательский центр «СтаДиО», г. Москва, РОССИЯ

<sup>2</sup> Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва, РОССИЯ

<sup>3</sup> Российский университет дружбы народов, г. Москва, РОССИЯ

<sup>4</sup> Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь, РОССИЯ

<sup>5</sup> Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук, г. Москва, РОССИЯ

<sup>6</sup> Российская академия архитектуры и строительных наук, г. Москва, РОССИЯ

**Аннотация:** В настоящее время, как известно, имеется немало методов редуцирования вычислительной размерности задач расчета конструкций, зданий и сооружений в рамках метода конечных элементов (МКЭ), в том числе в части снижения порядков матрицы масс и матрицы жесткости конечноэлементной модели, для приведения, например, ее в соответствии с «мониторинговой» (или «тестовой») моделью объекта, степени свободы которой определяются местами установки акселерометров. В этом отношении в данной статье будут рассмотрены (с анализом преимуществ и недостатков каждого) следующие подходы: метод редуцирования по Гайяну, IRS (Improved Reduced System) метод редуцирования и метод динамического редуцирования. Кроме того, описывается основанный на теории метода подконструкций так называемый статический метод конечных элементов для сейсмического расчета подземных сооружений.

**Ключевые слова:** метод конечных элементов, метод суперэлементов, метод подконструкций, методы редуцирования, вычислительная размерность

## ABOUT CONTEMPORARY APPROACHES TO REDUCTION OF COMPUTATIONAL DIMENSION OF PROBLEMS OF STRUCTURAL ANALYSIS WITHIN FINITE ELEMENT METHOD

*Alexander M. Belostotsky<sup>1,2,3,4,5</sup>, Pavel A. Akimov<sup>1,5,6</sup>, Dmitry S. Dmitriev<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Scientific Research Center “StaDyO”, Moscow, RUSSIA

<sup>2</sup> Russian University of Transport» (RUT – MIIT), Moscow, RUSSIA

<sup>3</sup> Peoples’ Friendship University of Russia, Moscow, RUSSIA

<sup>4</sup> Perm National Research Polytechnic University, Perm, RUSSIA

<sup>5</sup> Research Institute of Building Physics of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, RUSSIA

<sup>6</sup> Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, RUSSIA

**Abstract:** At present, as is known, there are many methods of reduction of computational dimension of problems of structural analysis within finite element method (FEM), including the reduction of the dimensions of the mass matrix and the stiffness matrix of the finite element model (to bring them, for example, in accordance with the “structural health monitoring” (or “test”) model of the object, which degrees of freedom are determined by the places of installation of accelerometers. In this respect, the following approaches are considered in this paper (with the corresponding analysis of the advantages and disadvantages): the Gaian reduction method, the IRS (Improved Reduced System) reduction method and the dynamic reduction method. In addition, the so-called static finite element method for seismic analysis of underground structures, based on the substructuring technique, is considered.