

# Multi-frame Super Resolution Reconstruction Based on Bayesian Inference

Xiaofeng Guo<sup>1,2,3,a</sup>, Bo Qi<sup>1,2</sup>, Jianliang Shi<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Optical Engineering, Chinese Academy of Science, Chengdu 610209, China

<sup>2</sup>The Institute of Optics and Electronics, The Chinese Academy of Science, Chengdu 610209, China

<sup>3</sup>University of Chinese Academy of Science, Beijing 100049, China

<sup>a</sup>xiaofengguo2010@gmail.com

Keywords: Super resolution reconstruction, Bayesian inference, Image deterioration.

**Abstract.** This paper reviews the development process of super-resolution reconstruction and compares the advantages and disadvantages of multi-frame super-resolution reconstruction algorithm in detail. At the same time, the super-resolution algorithm based on Bayesian inference is simulated. The simulation results show that the algorithm has good effect and improves the resolution of the image effectively.

# 基于贝叶斯推断的多帧超分辨率重建

郭晓锋<sup>1,2,3,a,\*</sup>, 亓波<sup>1,2</sup>, 史建亮<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>中国科学院光电技术研究所,成都 610209 <sup>2</sup>中国科学院光束控制重点实验室,成都 610209

> <sup>3</sup>中国科学院大学,北京 100049 <sup>a</sup>xiaofengguo2010@gmail.com \*通讯作者

关键词: 超分辨重建; 贝叶斯推断; 图像退化

**中文摘要.**本文回顾了超分辨率重建的发展过程,并详细对比了多帧超分辨率重建算法的优劣势。同时对基于贝叶斯推断的超分辨算法进行了仿真实验,仿真结果表明,算法取得了较好的效果,有效的提高了图像的分辨率。

# 1. 引言

图像超分辨率重建指的是利用一帧或者多帧图像作为输入,输出一帧或者多帧对应的高 分辨率图像。随着硬件技术的发展,许多成像设备如 CCD, CMOS 已经可以获得较高的分辨 率,图像超分辨率技术似乎已经没有存在的意义。实际不然,在许多场景下,比如卫星遥感 中,由于成像系统离地面非常远,使得地面物体成像分辨率不高,难以满足要求。通过其他 手段提高图像分辨率的方法存在诸多问题,比如成本高昂,制造难度高,技术局限性等等[1]。 因此超分辨率重建技术仍然有其存在的意义。

# 1.1 单帧超分辨率重建

图像超分辨率重建技术根据输入图片的帧数可以分为单帧超分辨率重建以及多帧超分辨 率重建。单帧超分辨率重建利用一帧图像作为输入,输出对应的高分辨率图像。单帧超分辨 率问题由于缺失信息太多,21世纪前研究甚少,有学者称此为超分辨率神话。然而,进入21 世纪以来,许多学者引入了机器学习的方法,如结合马尔科夫网的概率图模型[2],基于压缩 感知理论的字典学习方法[3],基于流形学习的邻域嵌入方法[4],基于深度学习的卷积神经网 络模型[5]。 其中,由于硬件的飞速发展,基于深度学习的方法大放异彩。自论文[5]作者提出了一种 3 层的卷积神经网络模型用于单帧超分辨率重建并取得非常好的效果之后,其他深度学习模型如雨后春笋般相继被提出。论文[6]作者提出基于生成对抗网络的 SRGAN 模型,以及基于 ResNet[7]的 SRResNet。论文[8]作者提出基于递归神经网络的超分辨率重建模型。

#### 1.2 多帧超分辨率重建

多帧超分辨率重建利用多帧具有亚像素位移的图像,通过图像配准,然后进行融合。所以,超分辨率重建也被认为是图像融合的一种。由多幅低分辨率图像重建高分辨率图像的构想由 Tsai 和 Huang 在 1984 年率先提出[9],当时提出该构想是为了解决 Landsat 遥感卫星的成像问题。由于其广阔的应用前景,比如遥感观测,视频监控,医学诊断等邻域,该技术得到了学者们的广泛研究。

多帧超分辨率重建的难点在于图像配准过程,图像配准的精度直接影响算法的效果。常用的图像配准算法有基于光流的图像配准[10],基于特征匹配的图像配准[11],论文[12]作者还提出了一种基于频域的图像配准方法。这些配准方法各有优缺点。但他们都有一个共性,那就是将图像配准作为超分辨重建的一个子过程割裂开来,这样就容易导致一旦出现配准误差比较大的情况,对后面超分辨重建的结果影响很大,而且无法修正。有学者尝试引入置信度评估的方法,以避免图像配准误差对结果的干扰[13]。然而,这并没有从根本上解决问题,引入置信掩膜虽然可以一定程度上避免运动匹配的误差,但会导致一些信息缺失。

目前,常用的图像超分辨重建算法主要有非均匀内插法[14],凸集投影法[15][16],最大 后验概率估计法[17][18],基于学习的方法[19] [20][21]。这些算法各有特点,基于学习的算法 以单帧图像作为输入,其余算法则利用多帧图像进行配准,实现超分辨率重建。

本文采用基于贝叶斯变分推断的方法,将噪声估计,超分辨重建,超参数估计整个过程 纳入一个统一的研究框架,实现噪声,高分辨率图像,超参数的联合求解[22]。整个框架将 超参数纳入求解过程,解决了正则化参数选取的困难问题。

# 2. 图像观测模型

自然界的图像被 CCD 的接收过程可以按如下情况描述:



上述过程可以由下列模型表示:

$$g_k = D_k B_k F_k z + n_k, k = 1, 2, 3 \dots$$

(1)

 $g_k$ 表示第 k 副观测图像, z 表示输入高分辨率图像

F<sub>k</sub>表示仿射变换矩阵,通常由运动,平移等造成。本文算法只考虑旋转和平移的情况,更复杂的情况只需对算法进行稍加调整即可。

B<sub>k</sub>表示模糊作用矩阵,来源有光学系统本身的像差等

*D<sub>k</sub>*表示降采样矩阵。图像的分辨率由光学系统的成像分辨率和探测器的探测分辨率共同 决定。其中成像分辨率由F<sub>k</sub>和B<sub>k</sub>决定。至于探测器的探测分辨率,根据取样定理,如果探测 器的探测分辨率超过图像空间分辨率的两倍,那么理论上根据探测器的输出图像是可以完全 重构输入图像的。

n<sub>k</sub>表示加性噪声,来源有环境噪声,探测器的探测噪声等。



#### 3. 贝叶斯推断模型

### 3.1 变分推断

基于贝叶斯框架,对超分辨重建问题可以进行如下表述,Θ为模型超参数:

$$p(\Theta, z|g) = \frac{p(\Theta, z, g)}{p(g)}$$

(2)式表示,在一直观测低分辨率图像g的情况下,求解出对应的高分辨率图像z以及其超参数。

实际求解过程中,由于p(g)无法得知,所以上式无法得出解析解。因此采用如下变分推断模型作近似:

$$C_{KL}(q(\Theta, z)||p(\Theta, z|g)) = \int q(\Theta, z) \ln\left(\frac{q(\Theta, z)}{p(\Theta, z|g)}\right) d\Theta dz$$
  
=  $\int q(\Theta, z) \ln\left(\frac{q(\Theta, z)}{p(\Theta, z, g)}\right) d\Theta dz + const$   
=  $M(q(\Theta, z), g) + const$  (3)  
上式采用最小化 KL 散度来实现q( $\Theta, z$ )对p( $\Theta, z$ |g)的近似。上式中:

$$q(\Theta, z) = q(\Theta)q(z)$$

 $p(\Theta, z, g) = p(\Theta)p(z|\alpha^h, \alpha^v)p(g|z, \beta)$ (5)

3.2 图像先验模型

(5)式中 $p(z|\alpha^h, \alpha^v)$ 为图像先验项,此处采用 L1 范数。具体如下:

$$p(z|\alpha^{h}, \alpha^{v}) = \frac{1}{z(\alpha^{h}, \alpha^{v})} \times exp\{-\sum_{i=1}^{p} [\alpha^{h} \|\Delta_{i}^{h}(z)\|_{1} + \alpha^{v} \|\Delta_{i}^{v}(z)\|_{1}]\}$$

$$\begin{split} \Delta_i^h(z) 和 \Delta_i^v(z) 分别为图像的水平和竖直梯度。 \alpha^h 和 \alpha^v 为模型超参数。$$
实际计算过程中,由于上式的积分计算比较困难,所以用其下界代替: $<math>M(\alpha^h, \alpha^v, z, u^h, u^v) = (\alpha^h \alpha^v)^p \times exp\{-\sum_{i=1}^{p} [\alpha^h \frac{(\Delta_i^h(z))^2 + u_i^h}{2} + \alpha^v \frac{(\Delta_i^h(z))^2 + u_i^v}{2}] \} \end{split}$ 

$$= (\alpha^{h} \alpha^{v})^{p} \times exp\{-\sum_{i=1}^{p} [\alpha^{h} \frac{(\Delta_{i}^{n}(z))^{2} + u_{i}^{n}}{2\sqrt{u_{i}^{h}}} + \alpha^{v} \frac{(\Delta_{i}^{n}(z))^{2} + u_{i}^{v}}{2\sqrt{u_{i}^{v}}}]\}$$

(7) 考虑如下不等式:

 $\sqrt{w} \le \frac{w+z}{2\sqrt{z}}, \quad \forall w \ge 0, z > 0$ 

结合(6)(7)(8)三式,可以知道:

 $p(z|\alpha^{h}, \alpha^{v}) \ge c \cdot M(\alpha^{h}, \alpha^{v}, z, u^{h}, u^{v})$ (9)

## 3.3 图像退化模型

图像退化模型可以建模为如下高斯模型, 
$$\beta$$
为超参数:  
 $p(g|z,\beta) \propto \beta^{\frac{UP}{2}} exp[-\frac{\beta}{2} \sum_{q=1}^{U} ||g_q - C_q z||^2]$  (10)  
 $C_q = DBR_{(d_q,\gamma_q)}$ 

(11)

 $R_{(d_q, \gamma_q)}$ 为旋转矩阵。

#### 3.4 超参数模型

模型超参数可以建模为伽马分布, u, v为伽马分布的参数:

$$p(\Theta) = \prod_{\substack{\theta \in \Theta}} p(\theta)$$
$$= \prod_{\substack{\theta \in \Theta}} \Gamma(\theta | u, v) = \prod_{\substack{\theta \in \Theta}} \prod_{\substack{\tau(u) \\ \Gamma(u)}} \theta^{u-1} exp[-v\theta], \ \forall \theta \in \Theta$$
(12)  
经过上述分析,最终优化的目标函数*M*(*q*( $\Theta, z$ ), *g*)变为优化其上界:

$$M(q(\Theta, z), g) \leq \min_{\left\{u^{h}, u^{v}\right\}} \widetilde{M}(q(\Theta, z), g, u^{h}, u^{v})$$
$$= \int q(\Theta, z) \ln\left(\frac{q(\Theta, z)}{F(\Theta, z, g, u^{h}, u^{v})}\right) d\Theta dz$$
(13)

其中:

(2)

(4)

(8)



$$F(\Theta, z, g, u^{h}, u^{v}) = c \cdot p(\Theta) M(\alpha^{h}, \alpha^{v}, z, u^{h}, u^{v}) p(g|z, \beta) \leq p(\Theta, z, g)$$
(14)

(13)式的最小化采用共轭梯度下降求解。

### 4. 实验结果

实验利用四帧低分辨率图像,各帧图像之间均存在一定的旋转以及平移,旋转平移量由 算法生成。本文假定图像旋转平移量已知。选取其中一帧作为参考帧如下所示:



图 1 a.低分辨率参考帧图像 130×130



b.高分辨率原图



图 2 a.利用本文算法重建的结果(psnr = 32.694)



b.利用插值得到的结果(psnr = 26.366)

可以看出,本文使用的算法无论从视觉效果,还是超分辨率重建的常用度量指标:峰值 信噪比(PSNR)均有较大的提升。从重建图像结果来看,尽管细节较为丰富,但是存在一定 的噪声,这也是今后工作需要考虑的一个推进方向。

## 5. 结论

本文详细的分析了多帧超分辨率算法的优缺点,出于超参数难以调节的问题,将超参数 纳入一个统一的求解框架,取得了不错的结果。并且采用 L1 范数作为图像先验模型,实验结 果表明 L1 范数具有较好的保边缘特性。

## References

[1] Yue L, Shen H, Li J, et al. Image super-resolution: The techniques, applications, and future[J]. Signal Processing, 2016, 128: 389-408.

[2] Freeman W T, Jones T R, Pasztor E C. Example-based super-resolution[J]. IEEE Computer graphics and Applications, 2002, 22(2): 56-65.



[3] YangJC,WrightJ,HuangT,MaY.Imagesuper-resolution as sparse representation of raw image patches. In: Proceed- ings of the 2008 IEEE Conference of Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Anchorage, AK: IEEE, 2008. 1-8

[4] Dong C, Loy C C, He K, et al. Learning a deep convolutional network for image super-resolution[C]. European Conference on Computer Vision. Springer International Publishing, 2014: 184-199.

[5] R. Tsai, T. Huang. Multi-frame image restoration and registration[J]. Advances in Computer Vision and Image Processing, 1984, (1): 317-339.

[6] Chang, H., Yeung, D.Y., Xiong, Y.: Super-resolution through neighbor embedding. In: CVPR (2004)

[7] Ledig C, Theis L, Huszár F, et al. Photo-realistic single image super-resolution using a generative adversarial network[J]. arXiv preprint arXiv:1609.04802, 2016.

[8] He K, Zhang X, Ren S, et al. Deep residual learning for image recognition[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2016: 770-778.

[9] Kim J, Kwon Lee J, Mu Lee K. Deeply-recursive convolutional network for image super-resolution[C]. Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2016: 1637-1645.

[10] S. Baker and I. Matthews, "Lucas-kanade 20 years on: A unifying framework," Int. J. Comput. Vis., vol. 56, no. 3, pp. 221–255, Mar. [10] 2004. [11]

[11] Li Zhan, Zhang Qing-Feng, Meng Xiao-Hua, Liang Peng, Liu Yu-Bao. Super-resolution reconstruction for multi-resolution image sequence. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(11): 1804–1814

[12] P. Vandewalle, S. Susstrunk and M. Vetterli, A Frequency Domain Approach to Registration of Aliased Images with Application to Super-Resolution, accepted to EURASIP Journal on Applied Signal Processing (special issue on Super-resolution), 2005.

[13] Kim J Y, Park R H, Yang S. Super-resolution using pocs-based reconstruction with artifact reduction constraints. In: Proceedings of the 2005 Visual Communications and Image Processing, 5960, 2005. 59605B

[14] S. D. Babacan, R. Molina, and A.K. Katsaggelos. Variational Bayesian super resolution. IEEE Transactions on Image Processing, 20(4):984–999, 2011.

[15] Li Zhan, Research on Spatial Super-Resolution Image Reconstruction Algorithms.

[16] Papoulis-Gerchberg: Papoulis and Gerchberg's POCS algorithm projecting successively onto the space of known pixels and the space of bandlimited images.

[17] Stark H, Oskoui P. High-resolution image recovery from image-plane arrays, using convex projections. Optical Soci- ety of America, Journal, A: Optics and Image Science, 1989, 6(11): 1715-1726

[18] Zhang, Liangpei, et al. "A super-resolution reconstruction algorithm for surveillance images." *Signal Processing* 90.3 (2010): 848-859.

[19] Hennings-Yeomans, Pablo H., Simon Baker, and BVK Vijaya Kumar. "Simultaneous super-resolution and feature extraction for recognition of low-resolution faces." Computer Vision and Pattern Recognition, 2008. CVPR 2008. IEEE Conference on. IEEE, 2008.

[20] Cui, Zhen, et al. "Deep network cascade for image super-resolution." European Conference on Computer Vision. Springer, Cham, 2014.

[21] Wang, Zhangyang, et al. "Self-tuned deep super resolution." Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops. 2015.

[22] Liao, Renjie, et al. "Video super-resolution via deep draft-ensemble learning." Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision. 2015.