

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

S. G. Martyushev, M. A. Sheremet, Numerical analysis of conjugate convective-radiative heat transfer in an enclosure filled with diathermanous medium, *Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki*, 2012, Issue 3, 114–125

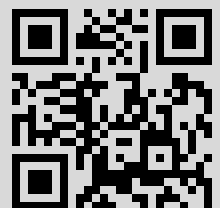
Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 106.51.226.7

August 5, 2022, 09:27:22



УДК 536.24

© С. Г. Мартюшев, М. А. Шеремет

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СОПРЯЖЕННОГО КОНВЕКТИВНО-РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЗАМКНУТОЙ ПОЛОСТИ, ЗАПОЛНЕННОЙ ДИАТЕРМИЧНОЙ СРЕДОЙ<sup>1</sup>

Проведено математическое моделирование сложного теплообмена в замкнутой области, заполненной диатермичной средой. Область решения представляет собой замкнутую полость с теплопроводными стенками конечной толщины, имеющими диффузно-серые внутренние поверхности. Краевая задача сформулирована в безразмерных переменных «функция тока–завихренность–температура» и решена методом конечных разностей. Установлены масштабы влияния числа Рэлея, степени черноты внутренних поверхностей и коэффициента теплопроводности материала ограждающих твердых стенок на режимы течения и теплопереноса.

*Ключевые слова:* сложный теплоперенос, естественная конвекция, приближение Буссинеска, угловые коэффициенты.

### Введение

Анализ режимов конвективного теплопереноса в замкнутых системах имеет существенное прикладное значение вследствие возможности оптимизации конструктивных элементов радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники [1–3], а также технологических систем в ядерной энергетике, пищевой и химической промышленности [4–6]. К настоящему времени проведено достаточно большое количество теоретических исследований процессов конвективного и радиационного теплопереноса в замкнутых полостях в приближении бесконечно тонких стенок [7–10]. В частности, показано [7], что учет излучения приводит к существенному перераспределению и росту температуры в полости, а варьирование оптической толщины и коэффициента рассеивания может приводить к формированию многоячеистого внутреннего конвективного ядра. При моделировании теплового излучения в приближении диффузно-серых поверхностей [8, 9] установлено отсутствие полного динамического подобия между замкнутыми системами, в которых реализуются режимы естественной конвекции в диатермичной или в поглощающей, испускающей и рассеивающей средах. Продемонстрировано увеличение среднего числа Нуссельта с ростом числа Рэлея и степени черноты поверхностей. Известно [10], что учет теплопроводности ограждающих твердых стенок в условиях внешней тепловой нагрузки приводит к значительным модификациям как локальных термогидродинамических структур, так и интегральных параметров (кинетическая энергия, средние числа Нуссельта на границах раздела сред). Работ, посвященных совместному анализу режимов естественной конвекции, теплового излучения и теплопроводности в замкнутых областях с твердыми стенками конечной толщины не так много [11–18], что обусловлено математическими и физическими особенностями подобных задач. Проведенные исследования [11, 12] отражают особенности использования приближения Росселанда и дифференциальной формулировки (или (P-1)-приближения) метода шаровых гармонических функций при численном анализе нестационарных процессов конвективного теплопереноса в областях с локальными источниками энергии и теплопроводными стенками конечной толщины. В частности, установлено, что использование (P-1)-приближения приводит к понижению средней температуры в газовой полости по сравнению с результатами, полученными на основе приближения Росселанда, при умеренных значениях числа Рэлея. Математическое моделирование конвективно-радиационного теплообмена в замкнутой полости

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МК-5652.2012.8).

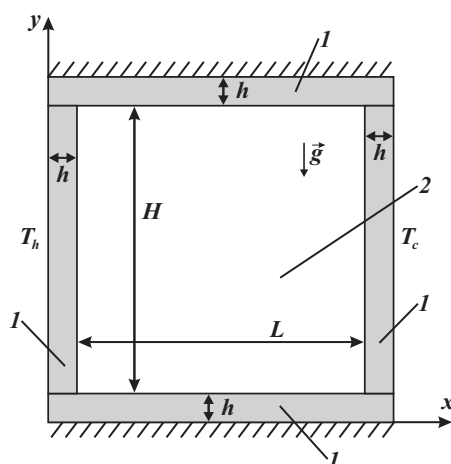


Рис. 1. Область решения: 1 — твердая стенка; 2 — газовая полость

с теплопроводными стенками конечной толщины [13–15] позволило установить, что увеличение степени черноты внутренних поверхностей, чисел Рэлея и Прандтля, а также температурного и радиационного параметров приводит к уменьшению числа Нуссельта. Сопряженный конвективно-радиационный теплоперенос в наклонной замкнутой квадратной полости, одна из стенок которой имеет конечную толщину, численно проанализирован в [16]. Установлено, что учет излучения от диффузно-серых поверхностей приводит к снижению градиентов скорости и температуры. Радиационный тепловой поток является монотонно возрастающей функцией, а конвективный тепловой поток — монотонно убывающей функцией степени черноты поверхности. Результаты математического моделирования естественной конвекции, теплового излучения между стенками замкнутой полости и теплопроводности в твердом блоке, расположенном в центре области решения, представлены в [17, 18]. Жидкость, занимающая внутреннюю полость, считалась абсолютно прозрачной для теплового излучения. В результате исследований установлено, что механизм радиационного переноса энергии гомогенизирует поле температуры внутри полости и приводит к увеличению среднего числа Нуссельта с ростом числа Рэлея и относительного коэффициента теплопроводности.

Целью настоящей работы является численный анализ сопряженной естественной конвекции в замкнутой квадратной полости, заполненной ньютоновской теплопроводной диатермичной средой, при наличии горизонтального температурного напора. Проведенный анализ, являющийся логическим продолжением исследований [13, 14], акцентирует внимание на более детальном описании локальных термогидродинамических структур при  $Ra = 10^6$ ,  $N_r = 166.21$  с учетом варьирования степени черноты внутренних поверхностей и коэффициента теплопроводности материала ограждающих твердых стенок.

## § 1. Математическая модель

Рассматривается краевая задача сопряженного конвективно-радиационного теплообмена в замкнутой прямоугольной полости (см. рис. 1). Область исследования включает как элементы твердого материала (1 на рис. 1), так и газовую полость (2 на рис. 1). Горизонтальные стенки ( $y = 0$ ,  $y = H + 2h$ ) предполагаются теплоизолированными. На вертикальных стенках ( $x = 0$ ,  $x = L + 2h$ ) поддерживается постоянная температура  $T_h$  и  $T_c$  соответственно.

Предполагается, что теплофизические характеристики ограждающих твердых стенок и газа не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным. Газ, занимающий внутреннюю полость, считается вязкой, теплопроводной, ньютоновской жидкостью, прозрачной для излучения. Внутренние поверхности твердых стенок считаются диффузно-серыми. Относительно отраженного излучения используются два предположения: 1) отраженное излучение является диффузным, то есть интенсивность отраженного излучения в любой точке грани-

цы поверхности равномерно распределена по всем направлениям, и 2) отраженное излучение равномерно распределено по каждой поверхности замкнутой области решения.

Для описания процесса теплопереноса используются двумерные нестационарные уравнения конвекции в приближении Буссинеска [10] в газовой полости и нестационарное двумерное уравнение теплопроводности в твердых стенках [10]. Анализ теплообмена излучением проводится на основе модификации метода сальдо [19]. Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных «функция тока–завихренность скорости–температура». В качестве масштабов расстояния, времени, скорости, температуры, функции тока и завихренности были выбраны  $L$ ,  $\sqrt{L/g_y\beta\Delta T}$ ,  $\sqrt{g_y\beta\Delta TL}$ ,  $\Delta T = T_h - T_c$ ,  $\sqrt{g_y\beta\Delta TL^3}$ ,  $\sqrt{g_y\beta\Delta T/L}$ . Безразмерные переменные имели вид:

$$X = x/L, \quad Y = y/L, \quad \tau = t\sqrt{g_y\beta\Delta T/L}, \quad U = u/\sqrt{g_y\beta\Delta TL}, \quad V = v/\sqrt{g_y\beta\Delta TL},$$

$$\Theta = (T - T_0)/\Delta T, \quad \Psi = \psi/\sqrt{g_y\beta\Delta TL^3}, \quad \Omega = \omega\sqrt{L/g_y\beta\Delta T};$$

где  $L$  — длина газовой полости по оси  $x$ ;  $g_y$  — составляющая ускорения силы тяжести в проекции на ось  $y$  ( $g_x = 0$ );  $\beta$  — температурный коэффициент объемного расширения;  $x, y$  — координаты декартовой системы координат;  $X, Y$  — безразмерные координаты, соответствующие координатам  $x, y$ ;  $t$  — время;  $T$  — температура;  $T_0 = 0.5(T_h + T_c)$  — начальная температура области решения;  $\tau$  — безразмерное время;  $u, v$  — составляющие скорости в проекции на оси  $x, y$  соответственно;  $U, V$  — безразмерные скорости, соответствующие скоростям  $u, v$ ;  $\Theta$  — безразмерная температура;  $\psi$  — функция тока;  $\Psi$  — безразмерный аналог функции тока;  $\omega$  — вихрь скорости;  $\Omega$  — безразмерный аналог вектора вихря.

Уравнения сопряженного теплопереноса:

- в газовой полости (2 на рис. 1)

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\tau} + \frac{\partial(U\Omega)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Omega)}{\partial Y} = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left( \frac{\partial^2\Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\partial\Theta}{\partial X}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2} = -\Omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\tau} + \frac{\partial(U\Theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Theta)}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left( \frac{\partial^2\Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\Theta}{\partial Y^2} \right); \quad (3)$$

- для элементов твердой стенки (1 на рис. 1)

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\tau} = \frac{a_{1,2}}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left( \frac{\partial^2\Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\Theta}{\partial Y^2} \right). \quad (4)$$

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (1)–(4) рассматривались в следующем виде.

**Начальные условия:**

$$\Psi(X, Y, 0) = \Omega(X, Y, 0) = \Theta(X, Y, 0) = 0,$$

**Граничные условия:**

- на границе  $X = 0$  :  $\Theta = 0.5$ ;
- на границе  $X = 1 + 2h/L$  :  $\Theta = -0.5$ ;
- на горизонтальных стенках  $Y = 0$  и  $Y = 1 + 2h/L$  :  $\frac{\partial\Theta}{\partial Y} = 0$ ;
- на внутренних границах твердого материала и газа, параллельных оси  $OX$  :

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial\Psi}{\partial Y} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \lambda_{1,2} \frac{\partial\Theta_1}{\partial Y} = \frac{\partial\Theta_2}{\partial Y} - N_r Q_{rad};$$

- на внутренних границах твердого материала и газа, параллельных оси  $OY$  :

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \lambda_{1,2} \frac{\partial \Theta_1}{\partial X} = \frac{\partial \Theta_2}{\partial X} - N_r Q_{rad}.$$

Здесь  $Pr = \nu/a$  — число Прандтля;  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости;  $Ra = g_y \beta \Delta T L^3 / \nu a$  — число Рэлея;  $N_r = \sigma T_h^4 L / (\lambda_2 \Delta T)$  — радиационный параметр;  $\sigma$  — постоянная Стефана-Больцмана;  $\lambda_{1,2} = \lambda_1 / \lambda_2$  — относительный коэффициент теплопроводности;  $\lambda_i$  — коэффициент теплопроводности  $i$ -й подобласти;  $a_{1,2} = a_1 / a_2$  — относительный коэффициент температуропроводности;  $a_i$  — коэффициент температуропроводности  $i$ -й подобласти.

Дифференциальные уравнения в частных производных (1)–(4) с соответствующими начальными и граничными условиями решены методом конечных разностей [10] на равномерной сетке. Для аппроксимации конвективных слагаемых в эволюционных уравнениях применялась монотонная схема А.А. Самарского [10, 20] второго порядка, позволяющая учесть знак скорости, для диффузионных слагаемых — центральные разности. Значения завихренности на поверхностях стенок определялись по формулам второго порядка точности [10]. Уравнения дисперсии вихря (1), энергии (3) и теплопроводности (4) решались с использованием локально одномерной схемы А.А. Самарского [10]. Полученная таким образом система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональной матрицей разрешалась методом прогонки. Для дискретизации уравнений Пуассона (2) применялся пятиточечный шаблон «крест» на основе формул симметричной аппроксимации вторых производных. При этом полученная СЛАУ разрешалась методом последовательной верхней релаксации. Оптимальное значение параметра релаксации подбиралось на основе вычислительных экспериментов.

Для определения безразмерной плотности радиационного потока  $Q_{rad}$  применялся метод решения с использованием плотности потока эффективного излучения [19], который основан на реализации следующих двух уравнений:

$$Q_{rad,k} = R_k - \sum_{i=1}^N F_{k-i} R_i, \quad (5)$$

$$R_k = (1 - \epsilon_k) \sum_{i=1}^N F_{k-i} R_i + \epsilon_k (1 - \xi)^4 \left( \Theta_k + 0.5 \frac{1 + \xi}{1 - \xi} \right)^4, \quad (6)$$

где  $Q_{rad,k}$  — безразмерная плотность радиационного потока, подводимого к  $k$ -й поверхности;  $R_k$  — безразмерная плотность эффективного излучения  $k$ -й поверхности;  $F_{k-i}$  — угловой коэффициент между поверхностями  $k$  и  $i$ ;  $\epsilon_k$  — приведенная степень черноты  $k$ -й поверхности;  $\xi = T_c / T_h$  — температурный параметр;  $\Theta_k$  — температура  $k$ -й поверхности;  $N$  — количество поверхностей.

Для вычисления угловых коэффициентов применялся метод Хоттеля [19].

Разработанный метод решения был протестирован на ряде модельных задач как свободноконвективного теплопереноса, так и сопряженного теплообмена [10], а также на задаче конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой полости с бесконечно тонкими стенками, заполненной прозрачной для излучений средой [9].

Рассматривалась естественная конвекция и тепловое излучение в замкнутой квадратной воздушной полости с изотермическими вертикальными и адиабатическими горизонтальными стенками [9]. В качестве определяемых величин выступали распределения изолиний функции тока и температуры (см. рис. 2) при  $Ra = 10^6$ ,  $\epsilon = 0.8$ , а также профили температуры (см. рис. 3,а) и горизонтальной компоненты скорости (см. рис. 3,б) в сечении  $X = 0.5$  при  $Ra = 10^6$ ,  $\epsilon = 0.2$ .

Результаты, представленные на рис. 2 и 3, наглядно показывают, что разработанный численный алгоритм решения приводит к достаточно хорошему согласованию с результатами других авторов.

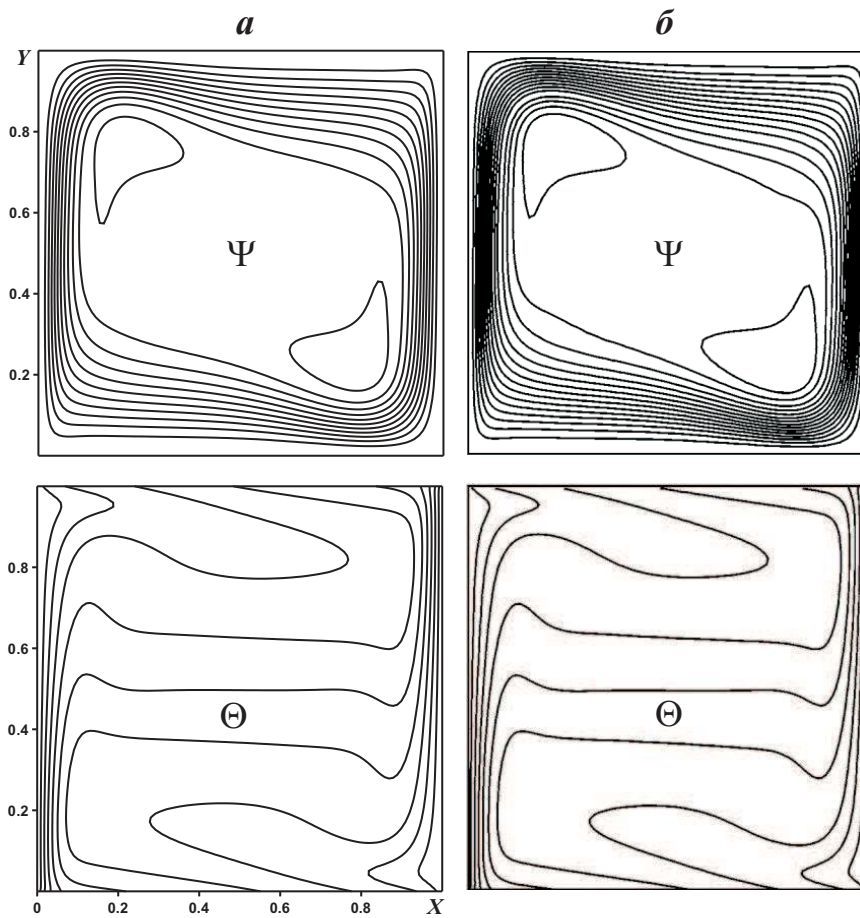


Рис. 2. Линии тока  $\Psi$  и изотермы  $\Theta$  при  $Ra = 10^6$ ,  $\epsilon = 0.8$ :  $a$  — полученные результаты;  $b$  — данные [9]

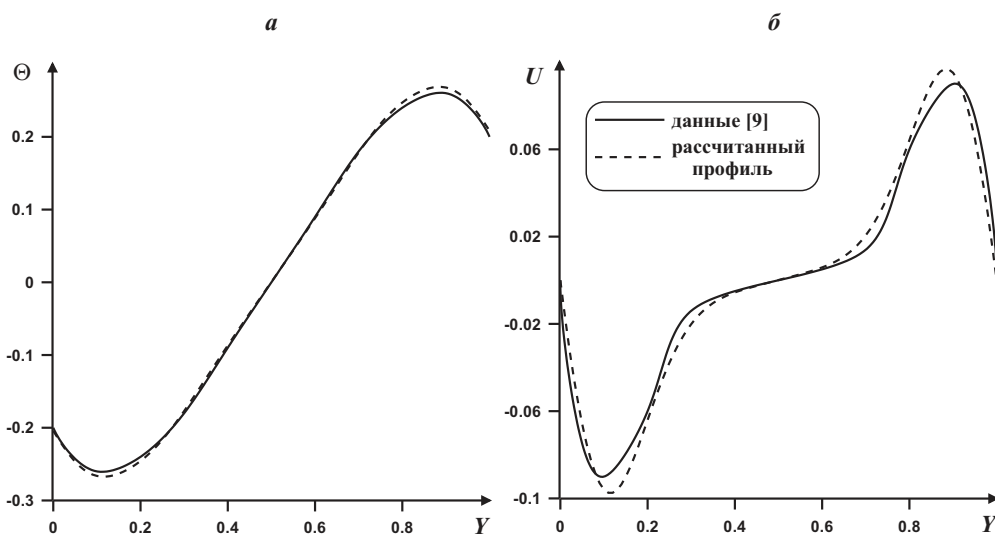


Рис. 3. Профили температуры (а) и горизонтальной компоненты скорости (б) в сечении  $X = 0.5$  при  $Ra = 10^6$ ,  $\epsilon = 0.2$

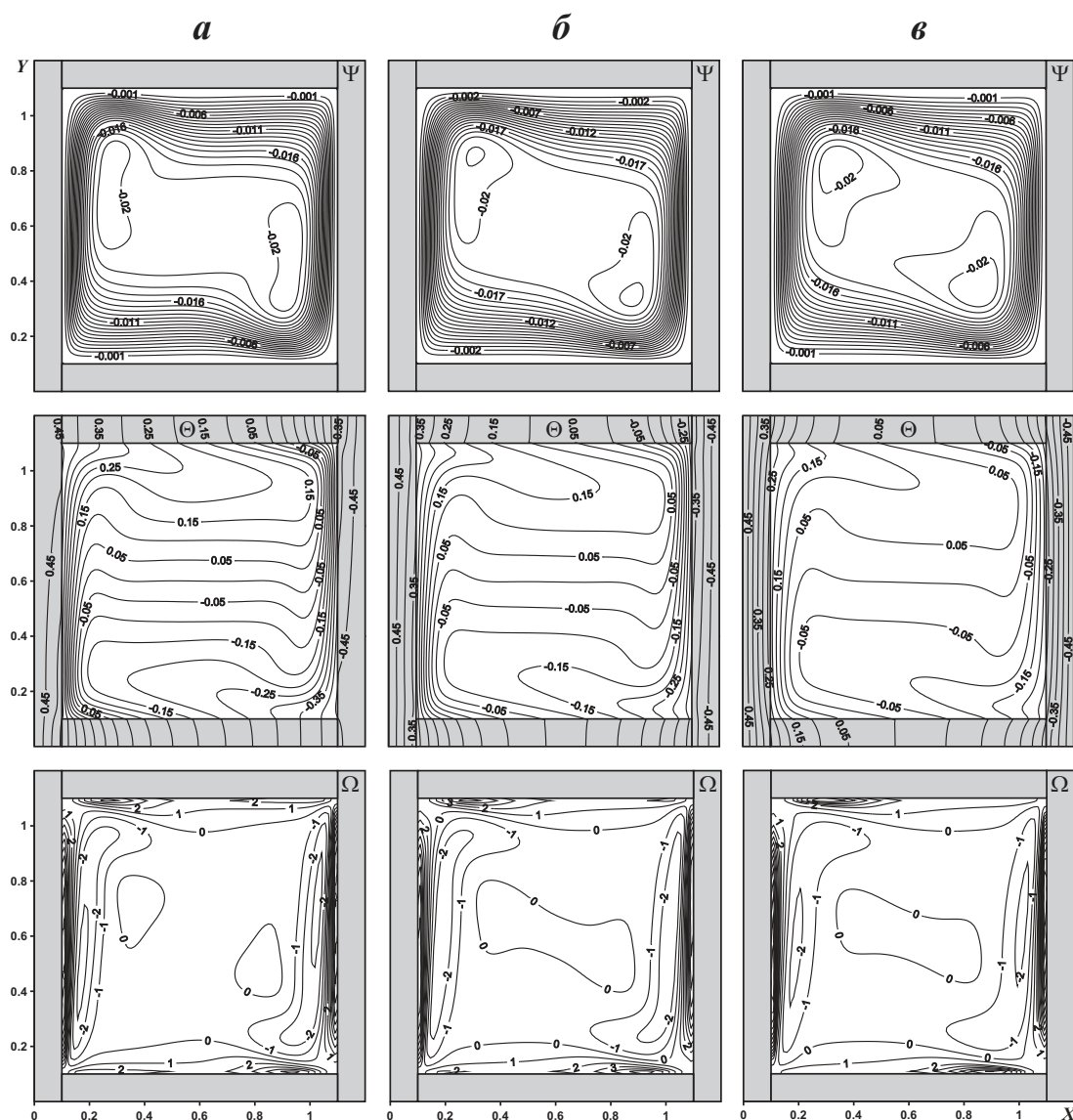


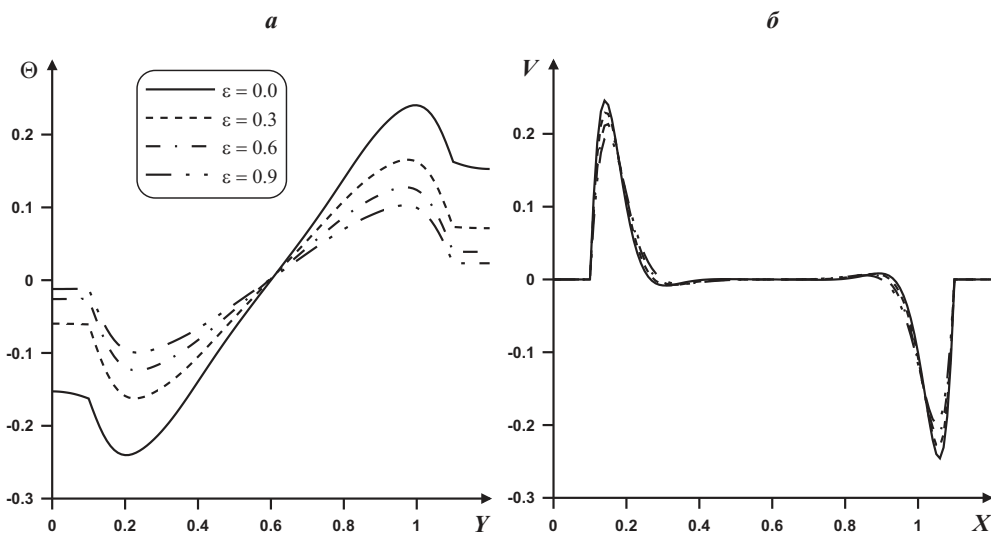
Рис. 4. Изолинии функции тока  $\Psi$ , температуры  $\Theta$  и завихренности  $\Omega$  при  $Ra = 10^6$ ,  $\lambda_{1,2} = 7.0$ :  $\epsilon = 0.0$  — а;  $\epsilon = 0.3$  — б;  $\epsilon = 0.9$  — в

## § 2. Результаты и обсуждение

Численные исследования рассматриваемой краевой задачи с соответствующими начальными и граничными условиями проведены при следующих значениях безразмерных комплексов:  $Ra = 10^4$ ,  $N_r = 36.36$ ;  $Ra = 10^5$ ,  $N_r = 77.91$ ;  $Ra = 10^6$ ,  $N_r = 166.21$ ;  $Pr = 0.7$ ;  $h/L = 0.1$ ;  $\tau = 100$ ;  $\xi = 0.9$ ;  $\epsilon = 0.0, 0.3, 0.6, 0.9$ ;  $\lambda_{1,2} = 1.0, 7.0, 15.0$ .

На рис. 4 представлены стационарные распределения линий тока, изотерм и изолиний завихренности при различных значениях степени черноты внутренних поверхностей газовой полости.

Учет особенностей излучающих поверхностей приводит к модификации структуры течения и поля температуры. При больших значениях приведенной степени черноты заметно снижение интенсивности конвективного теплопереноса в полости (см. рис. 4, в). Изменение размеров и формы внутренних циркуляционных зон, соответствующих значениям  $\Psi = -0.02$ , по всей видимости, обусловлено повышением термической инерционности газовой среды, вследствие появления дополнительного механизма переноса энергии. Подтверждением последнего тезиса является распределение изотерм в области решения. Повышение  $\epsilon$  отражается в снижении ско-



**Рис. 5.** Профили температуры (а) в сечении  $X = 0.6$  и вертикальной компоненты скорости (б) в сечении  $Y = 0.6$  при  $Ra = 10^6$ ,  $\lambda_{1,2} = 7.0$  и различных значениях степени черноты внутренних поверхностей полости

рости продвижения температурных волн со стороны изотермических стенок вглубь объекта и, соответственно, приводит к уменьшению температуры в полости (см. рис. 5,а). Анализируя полученные распределения, можно сделать вывод о том, что излучающие поверхности являются своеобразной преградой для тепловых волн, движущихся от вертикальных стенок. Поле завихренности, с одной стороны, характеризует формирование зон распространения гидродинамических возмущений от твердых стенок, а с другой стороны, наличие отрицательных значений  $\Omega$  внутри области отражает формирование закрученных течений в направлении по часовой стрелке. Рост степени черноты стенок проявляется в уменьшении абсолютных значений завихренности, что приводит к увеличению толщины температурного и динамического пограничных слоев.

Более детальная картина влияния  $\epsilon$  на профили температуры и вертикальной компоненты скорости представлена на рис. 5.

Увеличение степени черноты поверхностей проявляется в снижении абсолютных значений температуры не только в газовой полости, но и в нижней и верхней твердых стенках. Уменьшение температуры, а соответственно и теплового напора на границе раздела сред приводит к понижению скорости восходящих и нисходящих потоков вблизи вертикальных поверхностей.

На рис. 6 представлена зависимость среднего конвективного  $\overline{Nu}_{con} = \int_{0.1}^{1.1} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right|_{X=0.1} dY$  и среднего радиационного  $\overline{Nu}_{rad} = Nr \int_{0.1}^{1.1} |Q_{rad}|_{X=0.1} dY$  чисел Нуссельта от числа Рэлея и степени черноты внутренних поверхностей. Увеличение размеров полости, а соответственно и числа Рэлея, приводит к росту средних чисел Нуссельта. Повышение приведенной степени черноты границ газовой полости проявляется в снижении среднего конвективного числа Нуссельта и увеличении среднего радиационного числа Нуссельта. Для рассмотренной геометрии и выбранного диапазона изменения определяющих параметров было установлено, что  $\overline{Nu}_{rad} > \overline{Nu}_{con}$ . Существенный рост  $|\overline{Nu}_{rad} - \overline{Nu}_{con}|$  наблюдается при высоких значениях  $Ra$  и  $\epsilon$ . Таким образом, увеличение степени черноты, а соответственно, и доли радиационного механизма переноса энергии в общем процессе теплообмена отражается в ослаблении конвективных режимов транспорта массы, импульса и энергии.

На рис. 7 продемонстрировано влияние относительного коэффициента теплопроводности на распределения линий тока, изолиний температуры и завихренности. Увеличение  $\lambda_{1,2}$  связано с повышением коэффициента теплопроводности ограждающих твердых стенок, что отражается



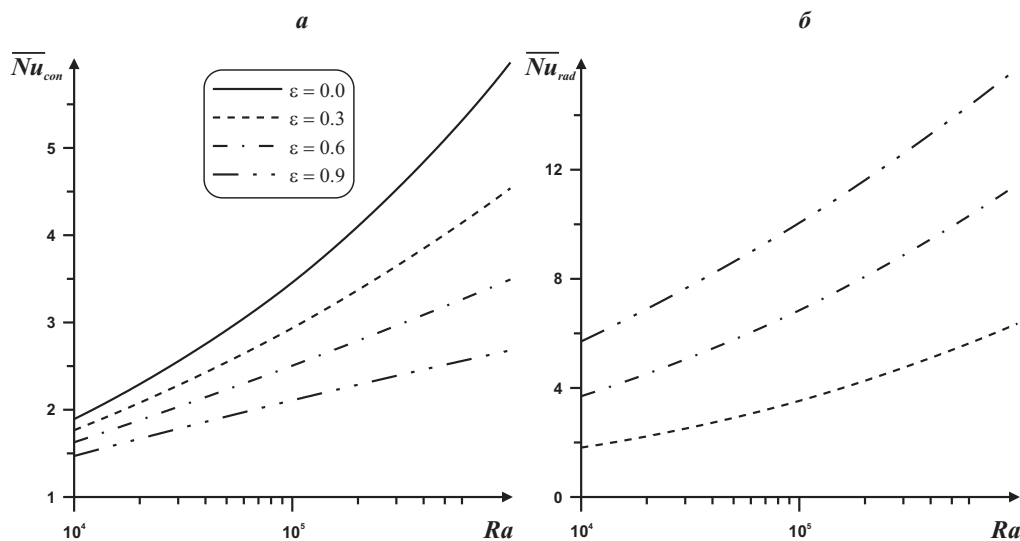


Рис. 6. Зависимости среднего конвективного (а) и радиационного (б) чисел Нуссельта от числа Рэлея и степени черноты внутренних поверхностей полости при  $\lambda_{1,2} = 7.0$

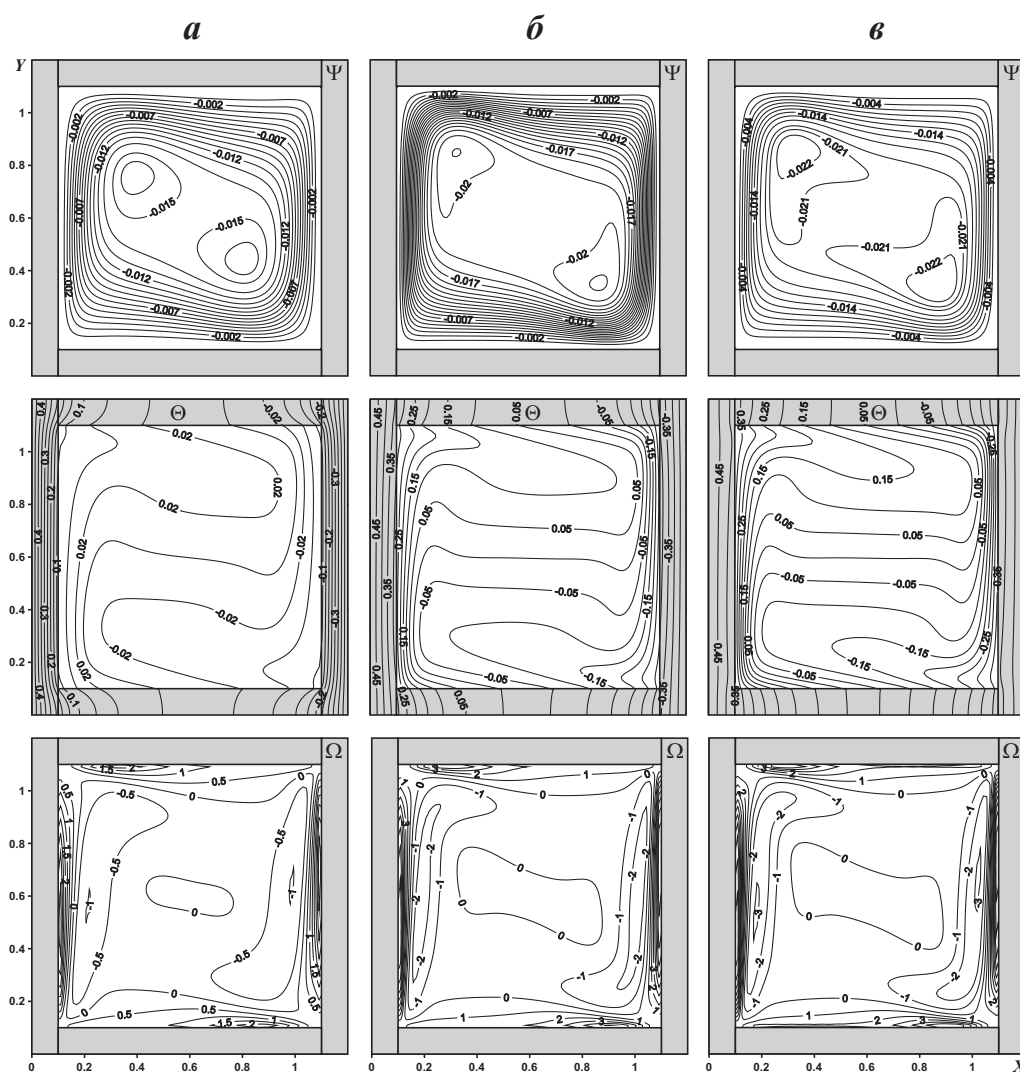
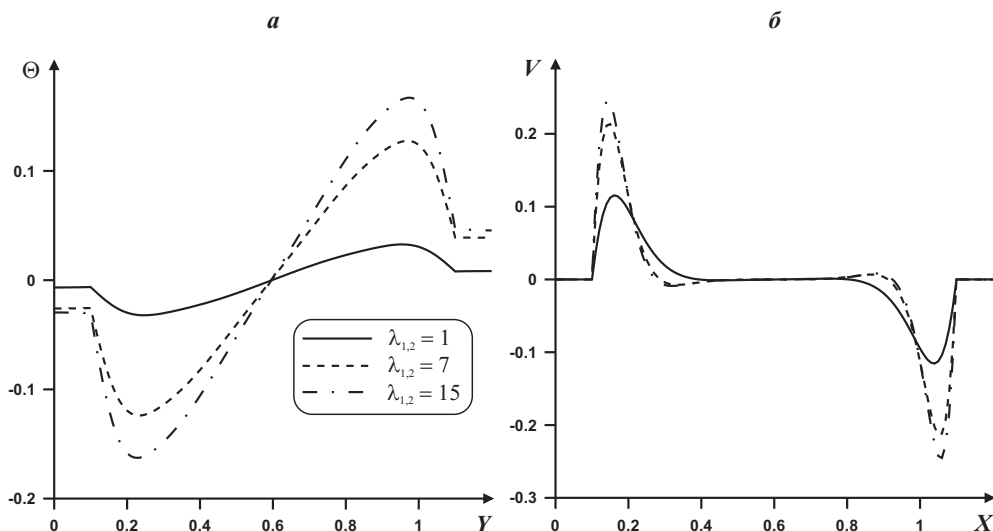


Рис. 7. Изолинии функции тока  $\Psi$ , температуры  $\Theta$  и завихренности  $\Omega$  при  $Ra = 10^6$ ,  $\epsilon = 0.6$ :  $\lambda_{1,2} = 1.0$  — а;  $\lambda_{1,2} = 7.0$  — б;  $\lambda_{1,2} = 15.0$  — в



**Рис. 8.** Профили температуры (а) в сечении  $X = 0.6$  и вертикальной компоненты скорости (б) в сечении  $Y = 0.6$  при  $Ra = 10^6$ ,  $\epsilon = 0.6$  и различных значениях относительного коэффициента теплопроводности

в росте скорости продвижения тепловой волны от изотермических стенок вглубь области. Последнее приводит к интенсификации конвективного переноса энергии в газовой полости, что проявляется в повышении значений функции тока. Изменение внутренней структуры течения при высоких  $\lambda_{1,2}$  связано с более интенсивным прогревом газовой полости и, соответственно, со значительным температурным напором, формирующимся в центральной части области решения. Рост температуры внутри полости (см. рис. 8а) при увеличении коэффициента теплопроводности ограждающих твердых стенок приводит как к значительному повышению вертикальной компоненты скорости вблизи поверхностей твердых стенок (см. рис. 8б), так и к уменьшению толщины динамического пограничного слоя.

Следует отдельно отметить интенсификацию образования зон распространения гидродинамических возмущений от поверхностей твердых стенок вглубь полости с ростом относительного коэффициента теплопроводности, представленную в виде изолиний завихренности (см. рис. 7). Увеличение степени сгущения изолиний  $\Omega$  вблизи границ раздела сред внутри газовой среды с ростом  $\lambda_{1,2}$  также отражает уменьшение толщины динамического пограничного слоя.

На рис. 9 представлена зависимость средних чисел Нуссельта от размеров газовой полости и коэффициента теплопроводности ограждающих твердых стенок при  $\epsilon = 0.6$ .

При увеличении  $\lambda_{1,2}$  наблюдается интенсификация как конвективного, так и радиационного механизмов переноса энергии. Причем наибольшей степенью роста обладает  $\overline{Nu}_{rad}$ .

В результате проведенных исследований были получены корреляционные соотношения для средних чисел Нуссельта в широком диапазоне изменения степени черноты внутренних поверхностей и относительного коэффициента теплопроводности:

$$\begin{cases} \overline{Nu}_{con} = 0.59\lambda_{1,2}^{0.675}\epsilon^{-0.562}, \\ \overline{Nu}_{rad} = 5.258\lambda_{1,2}^{0.54}\epsilon^{0.751}, \\ \overline{Nu}_{total} = \overline{Nu}_{con} + \overline{Nu}_{rad} = 5.537\lambda_{1,2}^{0.57}\epsilon^{0.414} \end{cases} \quad \text{при} \quad \begin{cases} 0.3 \leq \epsilon < 1, \\ 1 \leq \lambda_{1,2} \leq 15. \end{cases}$$

## Заключение

В работе проведено математическое моделирование сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой области, заполненной диатермичной средой, в достаточно широком диапазоне изменения числа Рэлея, коэффициента теплопроводности ограждающих твер-

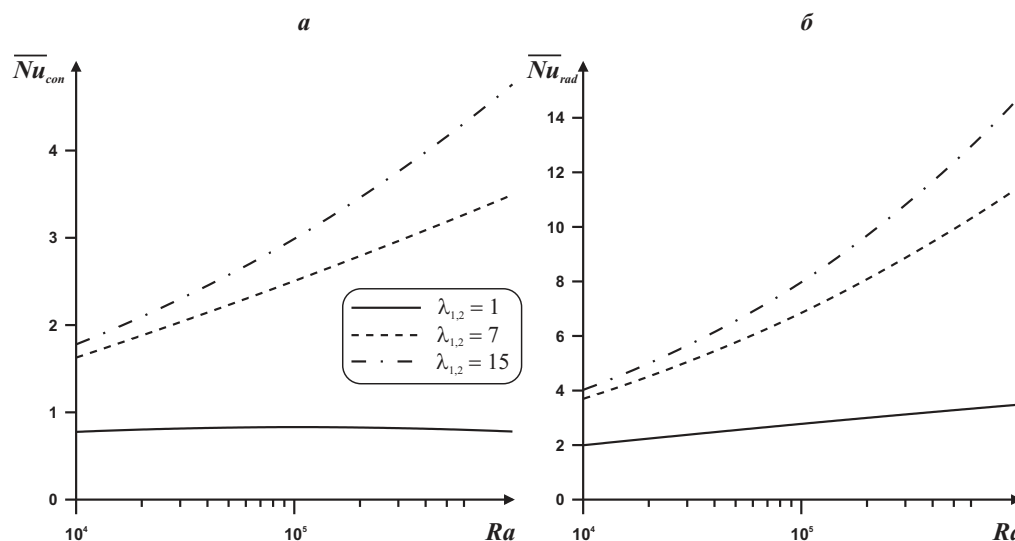


Рис. 9. Зависимости среднего конвективного (а) и радиационного (б) чисел Нуссельта от числа Рэлея и относительного коэффициента теплопроводности при  $\epsilon = 0.6$

дых стенок и степени черноты внутренних поверхностей газовой полости. Получены распределения изолиний функции тока, температуры и завихренности, характеризующие особенности анализируемого процесса. Установлено, что увеличение степени черноты проявляется в снижении среднего конвективного числа Нуссельта, увеличении среднего радиационного числа Нуссельта и, соответственно, в ослаблении конвективных режимов переноса массы, импульса и энергии. Показано также, что увеличение относительного коэффициента теплопроводности приводит как к интенсификации процесса переноса энергии, так и к уменьшению толщины динамического пограничного слоя. Установлены корреляционные соотношения для средних конвективного, радиационного и полного чисел Нуссельта в зависимости от  $\epsilon$  и  $\lambda_{1,2}$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Incropera F.P. Liquid cooling of electronic devices by single-phase convection. San Francisco: Wiley, 1999. 304 p.
2. Steinberg D.S. Cooling techniques for electronic equipment. San Francisco: Wiley, 1991. 512 p.
3. Дульнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В. Методы расчета тепловых режимов приборов. М.: Радио и связь, 1990. 312 с.
4. Калякин С.Г., Джусов Ю.П., Штейн Ю.Ю., Климанова Ю.В. Особенности естественной конвекции в контурах сложной формы // Известия высших учебных заведений. Ядерная энергетика. 2008. № 1. С. 95–104.
5. Polezhaev V.I., Bessonov O.A., Nikitin N.V., Nikitin S.A. Convective interaction and instabilities in GaAs Czochralski model // Journal of Crystal Growth. 2001. Vol. 230. № 1–2. P. 40–47.
6. Бердников В.С., Антонов П.В. Влияние формы дна тиглей на сопряжённый теплообмен в методе Бриджмена // Известия вузов. Материалы электронной техники. 2011. № 4. С. 21–28.
7. Yucel A., Acharya S., Williams M.L. Natural convection and radiation in a square enclosure // Numerical Heat Transfer, Part A. 1989. Vol. 15. P. 261–278.
8. Akiyama M., Chong Q.P. Numerical analysis of natural convection with surface radiation in a square enclosure // Numerical Heat Transfer, Part A. 1997. Vol. 31. P. 419–433.
9. Wang H., Xin S., Le Quere P. Numerical study of natural convection-surface radiation coupling in air-filled square cavities // C.R. Mecanique. 2006. Vol. 334. P. 48–57.
10. Шеремет М.А. Сопряженные задачи естественной конвекции. Замкнутые области с локальными источниками тепловыделения. Берлин: Lamdert Academic Publishing, 2011. 176 с.
11. Мартюшев С.Г., Шеремет М.А. Численный анализ сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой области // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2010. № 9. С. 96–106.

12. Martyushev S.G., Sheremet M.A. Characteristics of Rosseland and P-1 approximations in modeling nonstationary conditions of convection-radiation heat transfer in an enclosure with a local energy source // *Journal of Engineering Thermophysics*. 2012. Vol. 21. № 2. P. 111–118.
13. Kim D.M., Viskanta R. Effect of wall conduction and radiation on natural convection in a rectangular cavity // *Numerical Heat Transfer*. 1984. Vol. 7. P. 449–470.
14. Kim D.M., Viskanta R. Heat transfer by conduction, natural convection and radiation across a rectangular cellular structure // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 1984. Vol. 5. № 4. P. 205–213.
15. Mahmoud A.M., Ben-Nakhi A., Ben-Nakhi A., Alajmi R. Conjugate conduction convection and radiation heat transfer through hollow autoclaved aerated concrete blocks // *Journal of Building Performance Simulation*. 2011. Vol. 4. P. 1–15.
16. Nouanegue H.F., Muftuoglu A., Bilgen E. Heat transfer by natural convection, conduction and radiation in an inclined square enclosure bounded with a solid wall // *International Journal of Thermal Sciences*. 2009. Vol. 48. P. 871–880.
17. Mezrhab A., Bouali H., Amaoui H., Bouzidi M. Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center // *Applied Energy*. 2006. Vol. 83. P. 1004–1023.
18. Bouali H., Mezrhab A., Amaoui H., Bouzidi M. Radiation-natural convection heat transfer in an inclined rectangular enclosure // *International Journal of Thermal Sciences*. 2006. Vol. 45. P. 553–566.
19. Siegel R., Howell J.R. *Thermal radiation heat transfer*. London: Taylor and Francis, 2002. 868 p.
20. Алешкова И.А., Шеремет М.А. Математическое моделирование сопряженной термогравитационной конвекции в пористой среде // *Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки*. 2010. Вып. 2. С. 49–56.

Поступила в редакцию 05.06.2012

Мартюшев Семен Григорьевич, аспирант, кафедра теоретической механики, Томский государственный университет, 634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36.  
E-mail: Naabym@sibmail.com

Шеремет Михаил Александрович, к.ф.-м.н., доцент, кафедра теоретической механики, Томский государственный университет, 634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36; кафедра атомных и тепловых электрических станций, Томский политехнический университет, 634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30.  
E-mail: Michael-sher@yandex.ru

***S. G. Martyushev, M. A. Sheremet***

**Numerical analysis of conjugate convective-radiative heat transfer in an enclosure filled with diathermanous medium**

*Keywords:* complex heat transfer, natural convection, Boussinesq approximation, form factors.

Mathematical Subject Classifications: 76R108, 80A20

Complex heat transfer in an enclosure filled with diathermanous medium has been numerically analyzed. The domain of interest is a gas cavity bounded with the heat-conducting solid walls of finite thickness having diffuse grey inner surfaces. The boundary problem has been formulated in dimensionless variables such as «stream function–vorticity–temperature» and it has been solved by finite difference method. The effect levels of the Rayleigh number, the surface emissivity and the thermal conductivity ratio on flow patterns and heat transfer modes have been determined.

#### REFERENCES

1. Incropera F.P. *Liquid cooling of electronic devices by single-phase convection*, San Francisco: Wiley, 1999, 304 p.
2. Steinberg D.S. *Cooling techniques for electronic equipment*, San Francisco: Wiley, 1991, 512 p.

3. Dul'nev G.N., Parfenov V.G., Sigalov A.V. *Metody rascheta teplovykh rezhimov priborov* (Computing method of devices thermal conditions), Moscow: Radio y Sviaz', 1990, 312 p.
4. Kalyakin S.G., Dzhusov Yu.P., Shtein Yu.Yu., Klimanova Yu.V. Features of natural convection in circuits of complex form, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Yadern. Energ.*, 2008, no. 1, pp. 95–104.
5. Polezhaev V.I., Bessonov O.A., Nikitin N.V., Nikitin S.A. Convective interaction and instabilities in GaAs Czochralski model, *J. Crystal Growth.*, 2001, vol. 230, no. 1–2, pp. 40–47.
6. Berdnikov V.S., Antonov P.V. Form effect of bowls bottom on the conjugate heat transfer in Bridgman method, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat. Elektr. Tekhn.*, 2011, no. 4, pp. 21–28.
7. Yucel A., Acharya S., Williams M.L. Natural convection and radiation in a square enclosure, *Numer. Heat Transfer, Part A*, 1989, vol. 15, pp. 261–278.
8. Akiyama M., Chong Q.P. Numerical analysis of natural convection with surface radiation in a square enclosure, *Numer. Heat Transfer, Part A*, 1997, vol. 31, pp. 419–433.
9. Wang H., Xin S., Le Quere P. Numerical study of natural convection-surface radiation coupling in air-filled square cavities, *C.R. Mecanique*, 2006, vol. 334, pp. 48–57.
10. Sheremet M.A. *Sopryazhennye zadachi estestvennoi konveksii. Zamknutyie oblasti s lokal'nymi istochnikami teplovydeleniya* (Conjugate natural convection problems. Enclosures with local heat sources), Berlin: Lambert Academic Publishing, 2011, 176 p.
11. Martyushev S.G., Sheremet M.A. Numerical analysis of conjugate convective-radiative heat transfer in enclosure, *Vestn. Tomsk. Univ. Mat. Mekh.*, 2010, no. 9, pp. 96–106.
12. Martyushev S.G., Sheremet M.A. Characteristics of Rosseland and P-1 approximations in modeling nonstationary conditions of convection-radiation heat transfer in an enclosure with a local energy source, *J. Engineering Thermophysics*, 2012, vol. 21, no. 2, pp. 111–118.
13. Kim D.M., Viskanta R. Effect of wall conduction and radiation on natural convection in a rectangular cavity, *Numer. Heat Transfer*, 1984, vol. 7, pp. 449–470.
14. Kim D.M., Viskanta R. Heat transfer by conduction, natural convection and radiation across a rectangular cellular structure, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 1984, vol. 5, no. 4, pp. 205–213.
15. Mahmoud A.M., Ben-Nakhi A., Ben-Nakhi A., Alajmi R. Conjugate conduction convection and radiation heat transfer through hollow autoclaved aerated concrete blocks, *J. Building Performance Simulation*, 2011, vol. 4, pp. 1–15.
16. Nouanegue H.F., Muftuoglu A., Bilgen E. Heat transfer by natural convection, conduction and radiation in an inclined square enclosure bounded with a solid wall, *Int. J. Thermal Sciences*, 2009, vol. 48, pp. 871–880.
17. Mezrhab A., Bouali H., Amaoui H., Bouzidi M. Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center, *Applied Energy*, 2006, vol. 83, pp. 1004–1023.
18. Bouali H., Mezrhab A., Amaoui H., Bouzidi M. Radiation-natural convection heat transfer in an inclined rectangular enclosure, *Int. J. Thermal Sciences*, 2006, vol. 45, pp. 553–566.
19. Siegel R., Howell J.R. *Thermal radiation heat transfer*, London: Taylor and Francis, 2002, 868 p.
20. Aleshkova I.A., Sheremet M.A. Mathematical simulation of conjugate natural convection in porous medium, *Vestn. Udmurt. Univ. Mat. Mekh. Komp'yut. Nauki*, 2010, no. 2, pp. 49–56.

Received 05.06.2012

Martyushev Semen Grigor'evich, postgraduate student, Department of Theoretical Mechanics, Tomsk State University, pr. Lenina, 36, Tomsk, 634050, Russia.

E-mail: Naabym@sibmail.com

Sheremet Mikhail Aleksandrovich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Tomsk State University, pr. Lenina, 36, Tomsk, 634050, Russia; Tomsk Polytechnic University, pr. Lenina, 30, Tomsk, 634050, Russia.

E-mail: Michael-sher@yandex.ru