Ф. Ветро, О накрытиях со специальными слоями и группой монодромии S_d, *Изв. РАН. Сер. матем.*, 2012, том 76, выпуск 6, 39–44

DOI: https://doi.org/10.4213/im7862

УДК 512.772.5+515.162.8

Ф. Ветро

О накрытиях со специальными слоями и группой монодромии S_d

Рассматриваются разветвленные накрытия степени d над Y с группой монодромии S_d, k простыми точками ветвления, $n-k$ специальными точками и фиксированными данными ветвления в специальных точках, где Y – гладкая связная комплексная проективная кривая рода $g \geqslant 1$, а n и k – целые числа такие, что $n > k > 0$. Показано, что соответствующие пространства Гурвица неприводимы при $k > 3d-3$.

Библиография: 15 наименований.

Ключевые слова: пространства Гурвица, специальные слои, разветвленные накрытия, монодромия, действия кос.

Введение

Вычисление неприводимых компонент пространств Гурвица – одна из классических задач алгебраической геометрии. Первый результат в этой области принадлежит самому Гурвицу и состоит в том, что пространство Гурвица общих накрытий над $\mathbb{P}^1$ степени d с n точками ветвления неприводимо (см. [1]). За последние 30 лет было получено много обобщений этого результата (см., например, [2]–[9]). В работе Вик. С. Куликова [5] рассматриваются накрытия над $\mathbb{P}^1$ степени d с группой монодромии S_d, k простейшими точками ветвления (т. е. с ветвлением 2-го порядка) и $n-k$ специальными точками, фиксируются данные ветвления в специальных точках и доказывается неприводимость соответствующих пространств Гурвица при $k > 3d-3$ [5, теорема 3.3]. В настоящей статье этот результат распространяется на накрытия гладких связных комплексных проективных кривых рода не менее 1. Мы доказываем, что соответствующие пространства Гурвица неприводимы при $k > 3d-3$, и тем самым обобщаем результат Вик. С. Куликова в случае кривых рода не менее 1.

Разветвленные накрытия $f_1\colon X_1 \to Y$ и $f_2\colon X_2 \to Y$ степени d над Y называются *эквивалентными*, если существует биголоморфное отображение $\pi\colon X_1 \to X_2$ такое, что $f_2 \circ \pi = f_1$. Класс эквивалентности накрытия f_1 обозначается через $[f_1]$. Будем также обозначать перестановку $h^{-1}th$ через t^h, а подгруппу в S_d, порожденную перестановками $t_1, \dots, t_l$, через $\langle t_1, \dots, t_l \rangle$.

§ 1. Пространства Гурвица $H^{S_d}_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}(Y)$

Пусть X, Y – гладкие связные комплексные проективные кривые, причем род Y равен g, и пусть d, n, k – целые числа, $d \geqslant 3$, $n > k > 0$. Мы рассматриваем разветвленные накрытия $f\colon X \to Y$ степени d над Y с группой монодромии S_d, имеющие k простых точек ветвления и $n-k$ специальных точек.

Пусть $C_1, \dots, C_r$ – классы сопряженности в S_d, не содержащие перестановок $(1,2)$ и id, а $q_1, \dots, q_r$ – положительные целые числа такие, что

$$q_1 + \dots + q_r = n - k.$$

Обозначим через $H^{S_d}_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}(Y)$ пространство Гурвица классов эквивалентности описанных выше накрытий, локальная монодромия которых при каждом $i = 1, \dots, r$ в ровно q_i из $n - k$ специальных точках принадлежит C_i.

Фиксируем точку b_0 кривой Y и конечное подмножество D в Y такие, что $b_0 \in Y - D$. По теореме Римана о существовании накрытий (см. [10, предложение 1.2]) имеется взаимно однозначное соответствие между:

(i) множеством классов эквивалентности разветвленных накрытий степени d над Y с множеством точек ветвления D;

(ii) множеством классов эквивалентности гомоморфизмов $m\colon \pi_1(Y - D, b_0) \to S_d$ с образом, равным транзитивной подгруппе группы S_d, причем гомоморфизмы m и m' эквивалентны, если существует перестановка $h \in S_d$ такая, что $m'([\gamma]) = h^{-1}m([\gamma])h$ для всех $[\gamma] \in \pi_1(Y - D, b_0)$.

Далее через D и m обозначаются соответственно множество точек ветвления и гомоморфизм монодромии накрытия f.

Определение 1. Упорядоченный набор $(t_1, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g) := (\underline{t}, \underline{\lambda}, \underline{\mu})$ перестановок из S_d называется *системой Гурвица*, если $t_i \neq \mathrm{id}$ ни для какого $i \in \{1, \dots, n\}$ и $t_1 \cdots t_n = [\lambda_1, \mu_1] \cdots [\lambda_g, \mu_g]$. Подгруппа в S_d, порожденная элементами t_i, λ_s, μ_s, $i = 1, \dots, n$, $s = 1, \dots, g$, называется *группой монодромии* данной системы Гурвица. Две системы Гурвица $(\underline{t}, \underline{\lambda}, \underline{\mu})$ и $(\underline{t}', \underline{\lambda}', \underline{\mu}')$ считаются *эквивалентными*, если существует перестановка $h \in S_d$ такая, что $t'_i = h^{-1}t_ih$, $\lambda'_s = h^{-1}\lambda_sh$ и $\mu'_s = h^{-1}\mu_sh$ для всех $i = 1, \dots, n$ и $s = 1, \dots, g$.

Замечание 1. Упорядоченный набор $(t_1, \dots, t_n)$ перестановок из S_d (при $t_i \neq \mathrm{id}$ ни для какого i) является системой Гурвица, если $t_1 \cdots t_n = \mathrm{id}$.

Пусть $(\gamma_1, \dots, \gamma_n;\ \alpha_1,\ \beta_1, \dots, \alpha_g,\ \beta_g)$ – стандартная система образующих группы $\pi_1(Y - D, b_0)$. Образы элементов $\gamma_1, \dots, \gamma_n, \alpha_1, \beta_1, \dots, \alpha_g, \beta_g$ при гомоморфизме m задают класс эквивалентности систем Гурвица $[t_1, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots \dots, \lambda_g, \mu_g]$ с группой монодромии S_d таких, что k перестановок t_i – транспозиции и ровно q_i элементов t_i принадлежат C_i при $i = 1, \dots, r$. Обозначим множество классов эквивалентности всех таких систем Гурвица через $A^0_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}$. Заметим, что при фиксированных замкнутых кривых $(\gamma_1, \dots, \beta_g)$ указанного выше вида теорема Римана о существовании позволяет нам отождествить $A^0_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}$ с множеством классов эквивалентности $[f] \in H^{S_d}_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}(Y)$ таких, что f имеет множество ветвления D.

§ 2. Действия кос

Далее через $Y^{(n)}$ обозначается n-я симметрическая степень кривой Y, а через Δ – подмножество коразмерности 1 в $Y^{(n)}$, состоящее из всех непростых дивизоров. В этом параграфе мы напоминаем, как образующие группы кос $\pi_1(Y^{(n)} - \Delta, D)$ действуют на системах Гурвица. Это действие изучали А. Гурвиц [1], Т. Граббер, Дж. Харрис, Дж. Старр [11] и В. Канев [3].

Образующими группы кос $\pi_1(Y^{(n)} - \Delta, D)$ являются элементарные косы σ_i, $i = 1, \dots, n - 1$, а также косы ρ_{js}, τ_{js}, где $1 \leqslant j \leqslant n$ и $1 \leqslant s \leqslant g$ (см. [12]–[14]).

С каждой образующей σ_i связаны два преобразования σ_i' и $\sigma_i'' = (\sigma_i')^{-1}$, называемые *элементарными преобразованиями* и действующие следующим образом. Все элементы λ_s, все μ_s и t_h при $h \neq i, i+1$ остаются на месте, а пара (t_i, t_{i+1}) переходит при σ_i', σ_i'' в пары $(t_i t_{i+1} t_i^{-1}, t_i)$, $(t_{i+1}, t_{i+1}^{-1} t_i t_{i+1})$ соответственно (см. [1]). Обозначим через

$$\rho_{js}',\ \rho_{js}'' = (\rho_{js}')^{-1}, \qquad \tau_{js}',\ \tau_{js}'' = (\tau_{js}')^{-1}$$

пары преобразований, отвечающих косам ρ_{js} и τ_{js} соответственно. Нам понадобится следующий результат.

Предложение 1 [3, теорема 1.8]. *Пусть $(t_1, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g)$ – система Гурвица. Положим $u_0 = \mathrm{id}$, $u_s = [\lambda_1, \mu_1] \cdots [\lambda_s, \mu_s]$ при $s = 1, \dots, g$. Тогда действия кос*

$$(t_1, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g) \to (t_1', \dots, t_n'; \lambda_1', \mu_1', \dots, \lambda_g', \mu_g')$$

задаются следующим образом:

1) *для ρ_{is}' при $1 \leqslant i \leqslant n$, $1 \leqslant s \leqslant g$ имеем $t_j' = t_j$ для всех $j \neq i$, $\lambda_l' = \lambda_l$ для всех l, $\mu_l' = \mu_l$ для всех $l \neq s$,*

$$(t_i, \mu_s) \to (t_i', \mu_s') = (a_1^{-1} t_i a_1, b_1^{-1} t_i^{-1} b_1 \mu_s),$$

где

$$a_1 = (t_1 \cdots t_{i-1})^{-1} u_{s-1} \lambda_s (u_s^{-1} u_g)(t_{i+1} \cdots t_n)^{-1}, \qquad b_1 = (t_1 \cdots t_{i-1})^{-1} u_{s-1} \lambda_s;$$

2) *для τ_{is}' при $1 \leqslant i \leqslant n$, $1 \leqslant s \leqslant g$ имеем $t_j' = t_j$ для всех $j \neq i$, $\lambda_l' = \lambda_l$ для всех $l \neq s$, $\mu_l' = \mu_l$ для всех l,*

$$(t_i, \lambda_s) \to (t_i', \lambda_s') = (c_1^{-1} t_i c_1, d_1^{-1} t_i d_1 \lambda_s),$$

где

$$c_1 = t_{i+1} \cdots t_n (u_s^{-1} u_g)^{-1} \mu_s (u_{s-1})^{-1} t_1 \cdots t_{i-1}, \qquad d_1 = t_{i+1} \cdots t_n (u_s^{-1} u_g)^{-1} \mu_s;$$

3) *для ρ_{is}'' при $1 \leqslant i \leqslant n$, $1 \leqslant s \leqslant g$ имеем $t_j' = t_j$ для всех $j \neq i$, $\lambda_l' = \lambda_l$ для всех l, $\mu_l' = \mu_l$ для всех $l \neq s$,*

$$(t_i, \mu_s) \to (t_i', \mu_s') = (a_2^{-1} t_i a_2, b_2^{-1} t_i b_2 \mu_s),$$

где

$$a_2 = t_{i+1} \cdots t_n (u_s^{-1} u_g)^{-1} \lambda_s^{-1} (u_{s-1})^{-1} t_1 \cdots t_{i-1}, \qquad b_2 = t_{i+1} \cdots t_n (u_s^{-1} u_g)^{-1};$$

4) *для τ_{is}'' при $1 \leqslant i \leqslant n$, $1 \leqslant s \leqslant g$ имеем $t_j' = t_j$ для всех $j \neq i$, $\lambda_l' = \lambda_l$ для всех $l \neq s$, $\mu_l' = \mu_l$ для всех l,*

$$(t_i, \lambda_s) \to (t_i', \lambda_s') = (c_2^{-1} t_i c_2, d_2^{-1} t_i^{-1} d_2 \lambda_s),$$

где

$$c_2 = (t_1 \cdots t_{i-1})^{-1} u_{s-1} \mu_s^{-1} (u_s^{-1} u_g)(t_{i+1} \cdots t_n)^{-1}, \qquad d_2 = (t_1 \cdots t_{i-1})^{-1} u_{s-1}.$$

Заметим, что преобразования ρ_{js}', ρ_{js}'', τ_{js}' и τ_{js}'' переводят t_j в элементы из того же класса сопряженности. Кроме того, если $\lambda_1 = \dots = \lambda_s = \mu_1 = \dots$ $\dots = \mu_{s-1} = \mathrm{id}$, то ρ_{1s}' переводит μ_s в $t_1^{-1} \mu_s$.

Аналогично, если $\lambda_1 = \dots = \lambda_{s-1} = \mu_1 = \dots = \mu_{s-1} = \mathrm{id}$, то τ_{1s}'' переводит λ_s в $t_1^{-1} \lambda_s$.

Замечание 2. Действия образующих ρ_{js} и τ_{js} подробно изучались в работе [11], где действия кос, аналогичные используемым нами, применялись, в частности, для доказательства неприводимости пространств Гурвица простых накрытий с полной группой монодромии над кривыми положительного рода. С помощью этих результатов в [15] было доказано существование сечений однопараметрического семейства комплексных рационально связных алгебраических многообразий.

Определение 2. Две системы Гурвица называются *брэйд-эквивалентными*, если одна из них получается из другой конечным числом преобразований σ'_i, ρ'_{js}, τ'_{js}, σ''_i, ρ''_{js}, τ''_{js}, где $1 \leqslant i \leqslant n-1$, $1 \leqslant j \leqslant n$ и $1 \leqslant s \leqslant g$. Два упорядоченных набора перестановок $(t_1, \dots, t_l)$ и $(t'_1, \dots, t'_l)$ называются *брэйд-эквивалентными*, если $(t'_1, \dots, t'_l)$ получается из $(t_1, \dots, t_l)$ конечным числом преобразований вида σ'_i, σ''_i. Будем обозначать брэйд-эквивалентность через $\sim$.

§ 3. Неприводимость $H^{S_d}_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}(Y)$

Далее Y – гладкая связная комплексная проективная кривая рода $g \geqslant 1$. Пусть $\underline{e} = (e_1, \dots, e_s)$ – разбиение числа d, задающее цикловый тип перестановок из C_1. Через $|\underline{e}|$ обозначим число $\sum_{i=1}^{s}(e_i - 1)$.

Нам потребуются следующие результаты.

Лемма 1 [8, предложение 3]. *Пусть $(t_1, t_2, \dots, t_l)$ – такой набор перестановок из S_d, что t_1 имеет цикловый тип $\underline{e}$, а $t_2, \dots, t_l$ – транспозиции. Если $l - 1 + |\underline{e}| \geqslant 2d$, то набор $(t_1, t_2, \dots, t_l)$ брэйд-эквивалентен набору $(t'_1, t'_2, \dots, t'_{l-2}, t'_{l-1}, t'_l)$ такому, что t'_1 имеет цикловый тип $\underline{e}$, $t'_2, \dots, t'_l$ – транспозиции, $t'_{l-1} = t'_l$ и $\langle t'_1, t'_2, \dots, t'_{l-2}\rangle = \langle t'_1, \dots, t'_{l-2}, t'_{l-1}, t'_l\rangle$.*

Лемма 2 [3, лемма 2.1]. *Пусть $(t_1, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g)$ – система Гурвица перестановок из S_d. Допустим, что $t_i t_{i+1} = \mathrm{id}$, и обозначим через H подгруппу S_d, порожденную элементами*

$$\{t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+2}, \dots, t_n, \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g\}.$$

Тогда для любого $h \in H$ исходная система Гурвица брэйд-эквивалентна системе $(t_1, \dots, t_{i-1}, t_i^h, t_{i+1}^h, t_{i+2}, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g)$.

Теорема 1 [5, теорема 3.3]. *Пространство Гурвица $H^{S_d}_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}(\mathbb{P}^1)$ неприводимо при $k > 3d - 3$.*

С помощью лемм 1, 2 мы обобщим результат теоремы 1 в случае кривых рода не менее 1.

Теорема 2. *Пространство Гурвица $H^{S_d}_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}(Y)$ неприводимо при $k > 3d - 3$.*

Доказательство. Пусть отображение $\delta\colon H^{S_d}_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}(Y) \to Y^{(n)} - \Delta$ сопоставляет каждому классу эквивалентности накрытий $[f]$ множество точек ветвления накрытия f. Как отмечено в [10], топология пространства $H^{S_d}_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}(Y)$ такова, что δ – топологическое накрытие. Поэтому группа кос $\pi_1(Y^{(n)} - \Delta, D)$ действует на $A^0_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}$ (см. § 1). Орбиты этого действия находятся во взаимно однозначном соответствии со связными компонентами пространства $H^{S_d}_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}(Y)$. Поскольку это пространство гладко, для доказательства его неприводимости достаточно установить, что оно связно, т. е. что группа $\pi_1(Y^{(n)}-\Delta,D)$ действует на $A^0_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}$ транзитивно. Для доказательства этой транзитивности, в свою очередь, достаточно установить, что каждый класс эквивалентности систем Гурвица из $A^0_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}$ брэйд-эквивалентен классу вида $[\underline{\tilde t};\mathrm{id},\dots,\mathrm{id}]$. Действительно, поскольку класс эквивалентности $[\underline{\tilde t}]$ принадлежит $A^0_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,0}$, требуемое утверждение будет вытекать из теоремы 1.

Шаг 1. Пусть $[\underline{t};\underline{\lambda},\underline{\mu}]\in A^0_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}$ и η – любая транспозиция из S_d. Покажем, что класс $[\underline{t};\underline{\lambda},\underline{\mu}]$ брэйд-эквивалентен классу вида $[\dots,\eta,\eta,\dots;\underline{\lambda},\underline{\mu}]$.

Элементарными преобразованиями вида σ''_i можно передвинуть одну из перестановок класса сопряженности C_1 на первое место, а транспозиции – на места с номерами $2,\dots,k+1$. Таким образом, набор $\underline{t}$ брэйд-эквивалентен набору вида $(t'_1,t'_2,\dots,t'_{k+1},\dots,t'_n)$, где t'_1 принадлежит C_1, а $t'_2,\dots,t'_{k+1}$ – транспозиции.

Из предположения $k>3d-3$ вытекает, что $k+|\underline{e}|>3d-3\geqslant 2d$. Поэтому набор перестановок $(t'_1,t'_2,\dots,t'_{k+1})$ удовлетворяет всем условиям леммы 1 и, следовательно, брэйд-эквивалентен набору вида $(t''_1,t''_2,\dots,t''_{k+1})$, где t''_1 имеет цикловый тип $\underline{e}$, $t''_2,\dots,t''_{k+1}$ – транспозиции, $t''_k=t''_{k+1}$ и

$$\langle t''_1,t''_2,\dots,t''_{k-1}\rangle=\langle t''_1,\dots,t''_{k-1},t''_k,t''_{k+1}\rangle.$$

Поскольку группа монодромии системы Гурвица $(\underline{t}'';\underline{\lambda},\underline{\mu})$ равна S_d, по лемме 2 класс $[\underline{t}'';\underline{\lambda},\underline{\mu}]$ брэйд-эквивалентен классу вида $[\dots,\eta,\eta,\dots;\underline{\lambda},\underline{\mu}]$, где η – произвольная транспозиция из S_d, что и требовалось доказать.

Шаг 2. Покажем, что любой класс $[\underline{t};\lambda_1,\mu_1,\dots,\lambda_g,\mu_g]\in A^0_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}$ брэйд-эквивалентен классу вида $[\underline{\tilde t};\mathrm{id},\dots,\mathrm{id}]$.

Воспользуемся индукцией по $\sum_{h=1}^g(|\lambda_h|+|\mu_h|)$. Если $\sum_{h=1}^g(|\lambda_h|+|\mu_h|)=0$, то $\lambda_h=\mathrm{id}$ и $\mu_h=\mathrm{id}$ для всех $h=1,\dots,g$. Поэтому будем считать, что $\sum_{h=1}^g(|\lambda_h|+|\mu_h|)>0$. Тогда по крайней мере одна из перестановок λ_h или μ_h отлична от id.

Если $\lambda_1\neq\mathrm{id}$, то пусть η – такая транспозиция, что $|\eta\lambda_1|=|\lambda_1|-1$. Согласно шагу 1, действуя лишь элементарными преобразованиями и не пользуясь сопряжением, можно заменить класс $[\underline{t};\lambda_1,\mu_1,\dots,\lambda_g,\mu_g]$ на класс вида $[\dots,\eta,\eta,\dots;\underline{\lambda},\underline{\mu}]$. После этого мы переносим одну из транспозиций η на первое место и применяем τ''_{11}. Тогда λ_1 преобразуется в $\lambda'_1=\eta\lambda_1$, причем $|\lambda'_1|<|\lambda_1|$. Теперь требуемое утверждение вытекает из предположения индукции.

Если $\lambda_1=\mathrm{id}$ и $\mu_1\neq\mathrm{id}$, то выберем транспозицию η такую, что $|\eta\mu_1|<|\mu_1|$. Согласно шагу 1, действуя лишь элементарными преобразованиями, заменим $[\underline{t};\lambda_1,\mu_1,\dots,\lambda_g,\mu_g]$ на класс вида $[\dots,\eta,\eta,\dots;\underline{\lambda},\underline{\mu}]$. Опять перенесем одну из транспозиций η на первое место, но подействуем теперь преобразованием ρ'_{11}. Тогда μ_1 преобразуется в $\mu'_1=\eta\mu_1$ и требуемое утверждение вытекает из предположения индукции.

Если $\lambda_s\neq\mathrm{id}$ и $\lambda_1=\dots=\lambda_{s-1}=\mu_1=\dots=\mu_{s-1}=\mathrm{id}$, то действуем аналогично, но применяем на этот раз преобразование τ''_{1s}, чтобы перевести λ_s в $\eta\lambda_s$, $|\eta\lambda_s|<|\lambda_s|$. Точно так же, если $\mu_s\neq\mathrm{id}$ и $\lambda_1=\dots=\lambda_s=\mu_1=\dots$ $\dots=\mu_{s-1}=\mathrm{id}$, применяем ρ'_{1s}, чтобы перевести μ_s в $\eta\mu_s$, $|\eta\mu_s|<|\mu_s|$. В этих двух случаях требуемое утверждение последует из предположения индукции.

Шаг 3. На шаге 2 мы показали, что любой класс $[\underline{t}; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g] \in A^0_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}$ брэйд-эквивалентен классу вида $[\tilde{\underline{t}}; \mathrm{id}, \dots, \mathrm{id}]$. Заметим теперь, что класс эквивалентности $[\tilde{\underline{t}}]$ принадлежит $A^0_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,0}$. По теореме Римана о существовании этот класс отвечает некоторому классу эквивалентности накрытий из $H^{S_d}_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}(\mathbb{P}^1)$. Поскольку $k > 3d-3$, пространство Гурвица $H^{S_d}_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}(\mathbb{P}^1)$ неприводимо по теореме 1.

Теорема доказана.

Список литературы

1. A. Hurwitz, "Ueber Riemann'sche Flächen mit gegebenen Verzweigungspunkten", *Math. Ann.*, **39**:1 (1891), 1–60.
2. I. Berstein, A. L. Edmonds, "On the classification of generic branched coverings of surfaces", *Illinois J. Math.*, **28**:1 (1984), 64–82.
3. V. Kanev, *Irreducibility of Hurwitz spaces*, Preprint № 241, Dipartimento di Matematica ed Applicazioni, Università di Palermo, 2004; arXiv: math/0509154.
4. P. Kluitmann, "Hurwitz action and finite quotients of braid groups", *Braids* (Santa Cruz, CA, 1986), Contemp. Math., **78**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1988, 299–325.
5. Вик. С. Куликов, "Полугруппы разложений на множители и неприводимые компоненты пространства Гурвица", *Изв. РАН. Сер. матем.*, **75**:4 (2011), 49–90; англ. пер.: V. S. Kulikov, "Factorization semigroups and irreducible components of the Hurwitz space", *Izv. Math.*, **75**:4 (2011), 711–748.
6. S. Mochizuki, "The geometry of the compactification of the Hurwitz scheme", *Publ. Res. Inst. Math. Sci.*, **31**:3 (1995), 355–441.
7. С. М. Натанзон, "Топология двумерных накрытий и мероморфные функции на вещественных и комплексных алгебраических кривых", *Труды семинара по векторному и тензорному анализу*, 1988, № 23, 79–103; англ. пер.: S. M. Natanzon, "Topology of 2-dimensional coverings and meromorphic functions on real and complex algebraic curves", *Selecta Math. Soviet.*, **12**:3 (1993), 251–291.
8. F. Vetro, "Irreducibility of Hurwitz spaces of coverings with one special fiber", *Indag. Math. (N.S.)*, **17**:1 (2006), 115–127.
9. B. Wajnryb, "Orbits of Hurwitz action for coverings of a sphere with two special fibers", *Indag. Math. (N.S.)*, **7**:4 (1996), 549–558.
10. W. Fulton, "Hurwitz schemes and irreducibility of moduli of algebraic curves", *Ann. of Math.* (2), **10** (1969), 542–575.
11. T. Graber, J. Harris, J. Starr, *A note on Hurwitz schemes of covers of a positive genus curve*, arXiv: math/0205056.
12. J. S. Birman, "On braid groups", *Comm. Pure Appl. Math.*, **22**:1 (1969), 41–72.
13. E. Fadell, L. Neuwirth, "Configuration spaces", *Math. Scand.*, **10** (1962), 111–118.
14. G. P. Scott, "Braid groups and the group of homeomorphisms of a surface", *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, **68**:3 (1970), 605–617.
15. T. Graber, J. Harris, J. Starr, "Families of rationally connected varieties", *J. Amer. Math. Soc.*, **16**:1 (2003), 57–67.

Ф. Ветро (F. Vetro)
E-mail: vediba@libero.it

Поступило в редакцию
08.08.2011

Перевод с английского А. В. Домрина