



TITLE:

On Mode Interactions in Reaction Diffusion
Equation with nearly degenerate
Bifurcations(Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Kidachi, Hideyuki

CITATION:

Kidachi, Hideyuki. On Mode Interactions in Reaction Diffusion Equation with nearly degenerate Bifurcations. 京都大学, 1980, 理学博士

ISSUE DATE:

1980-07-23

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/222706>

RIGHT:

氏 名 木 立 英 行
 き だち ひで ゆき
 学位の種類 理 学 博 士
 学位記番号 理 博 第 640 号
 学位授与の日付 昭 和 55 年 7 月 23 日
 学位授与の要件 学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
 研究科・専攻 理 学 研 究 科 物 理 学 第 一 専 攻
 学位論文題目 On Mode Interactions in Reaction Diffusion Equation
 with nearly degenerate Bifurcations
 (殆ど縮退した分岐点をもつ非線形反応拡散方程式のモード相互作用)

論文調査委員 (主 査) 教 授 富 田 和 久 教 授 松 原 武 生 教 授 恒 藤 敏 彦

論 文 内 容 の 要 旨

平衡構造はすべて soft mode instability として総括されるが、非平衡において現れる散逸構造には soft mode instability に加えて、時間に関して対称性の低下する hard mode instability が出現しうる。

この論文では、この 2 種の instability が互いに強く影響しあう事態を次の仮定の下に扱った。

(1) 2 種の instability による分岐現象は、定常状態としては、単一の分岐から発生する。

(2) 2 種の分岐は、制御パラメーターの空間においては極めて接近して起る。

(1), (2)の仮定の下において、分岐点からの距離が小さいとすれば、分岐点相互の距離も亦小さい量と考えることが許されるので、遁減摂動法を矛盾なく適用することが出来る。

一般の反応拡散方程式

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{F}(\vec{X})$$

は、定常状態 \vec{X}_s よりの変位 $\vec{x} = \vec{X} - \vec{X}_s$ に関して線型な部分 $L\vec{x}$ と、非線型な部分 \vec{N} とにわけて、

$$L\vec{x} = \vec{N}$$

の形に書かれるが、上記の仮定に基づいて分岐点からのずれに相当する微小量 ε を用いて

$$\begin{aligned} L &= L_0 + \varepsilon L_1 + \varepsilon^2 L_2 + \dots, \\ \vec{x} &= \varepsilon \vec{X}_1 + \varepsilon^2 \vec{X}_2 + \dots, \\ \vec{N} &= \varepsilon^2 \vec{N}_2 + \dots, \end{aligned}$$

とおき、さらに遁減摂動法の考えから、

$$\frac{\partial}{\partial t} = \sum_i \varepsilon^i \frac{\partial}{\partial T_i}, \quad (T_i = \varepsilon^i t)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \sum_i \varepsilon^i \frac{\partial}{\partial X_i}, \quad (X_i = \varepsilon^i x)$$

を導入して、 ε の各次数に従って整理すれば、

$$\begin{aligned} L_0 \vec{x} &= 0, \\ L_0 \vec{x}_2 + L_1 \vec{x}_1 &= \vec{N}_1, \\ L_0 \vec{x}_3 + L_1 \vec{x}_2 + L_2 \vec{x}_1 &= \vec{N}_2, \dots \end{aligned}$$

がえられる。

ここで、

$$x_1 = \zeta(T, X) e^{i\Omega_c t} e_1 + \phi(T, X) e^{i k_c x} e_2 + C. C.$$

とおけば、振巾 ζ および ϕ はいずれも、時間空間的に $(\Omega_c^{-1}, k_c^{-1})$ に比べて緩やかに変化すると解されるが、 ζ 、 ϕ の大きさは、高次の方程式の解の存在条件を用いて

$$\frac{\partial \zeta}{\partial T} = (r_\zeta - C_{\zeta\zeta} |\zeta|^2 - C_{\zeta\phi} |\phi|^2) \zeta + D_\zeta \nabla_{\mathbf{R}}^2 \zeta$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial T} = (r_\phi - C_{\phi\phi} |\phi|^2 - C_{\phi\zeta} |\zeta|^2) \phi + D_\phi \nabla_{\mathbf{R}}^2 \phi$$

のような、結合した TDGL 型方程式から定まることが導かれる。

申請者は、この方程式の解を

$$\zeta(T, R) = \rho^\zeta e^{i\theta^\zeta} e^{iQR}$$

$$\phi(T, R) = \rho^\phi e^{i\theta^\phi} e^{iQR}$$

とおき、 ρ と θ の方程式に直して解析を進めた結果、次の4種の可能な場合を見出した。

	(ρ_ζ^2)	(ρ_ϕ^2)
(1) 定常状態	0	0
(2) リズム状態	ρ_1	0
(3) パターン状態	0	ρ_2
(4) 振動するパターン	ρ_1^*	ρ_2^*

ここにえられた、第(4)の状態は従来指摘されていない新しい型のものであり、この状態が不安定化すれば、巨視的カオスの現れる可能性のあることも示された。(参考論文(1)参照)

参考論文 (1)

主論文で見出した新たな場合(4)に関連して、この状態が不安定化すれば、巨視的カオスが発生しうることを示したものである。

参考論文 (2) (速報)

参考論文 (3) (本論文)

非平衡開放系における熱雑音の特性として、非可逆循環の存在と、その hard mode instability との関連を、レーザー発振に際しての undamped spiking を例として、論じたものである。

参考論文 (4) (速報)

参考論文 (5) (本論文)

準安定状態の崩壊過程を熱揺ぎとして扱う Fokker-Planck 方程式を固有問題として見直す新しい方

法によって論じたものである。

論文審査の結果の要旨

熱平衡状態にある巨視的体系において、温度を下げて行くと、空間的対称性の低下した状態が、協同現象として連続的に出現することは、相転移の問題としてよく知られているが、これとは別に、平衡を遠く離れた状況の下でも類似の現象が起る。すなわち、外部から系に与える物理量の流れを制御して、系を熱平衡から遠く離して行けば、ある点で不連続的に対称性の低下した構造が出現するという意味で、相転移類似現象が起る。これは熱平衡につながる熱力学的分枝が不安定化して生ずる新しい事態であり、平衡構造に対して散逸構造という名で総称される。

散逸構造の特徴は、空間のみならず、時間についても対称性が低下しうる点にあり、それだけ生ずる状態は平衡構造に比べて多様である。その意味で散逸構造は、最近では物理学のみならず、物理学と他の諸分野（例えば数学、生物学、宇宙物理学、等）との接点における学際的問題として注目を受けている問題である。

申請者は、本論文において、このような散逸構造が不連続的に出現する様子を、多種のモードの相互作用という、従来よりも複雑な状況の下で、数学的分岐理論によって扱い、非平衡に特有の多様な事態を分類し、鳥瞰した。

特に、空間、時間の夫々について対称性の低下したモードが期待されるだけでなく、両者が相互に強い影響を及ぼし合う事態を想定し、そこから生ずる新たなモードを注意して取扱った。

問題に解析的接近を試みるために、次のような仮定によって問題を制限した。すなわち、

(1) 1つの定常状態（同一の自明解）から、空間的対称性の低下したパターン型モードと、時間的対称性の低下したリズム型モードの両方が発生するとする。

(2) 上記2種の分岐現象は、制御パラメーターの空間において、極めて接近して起るとする。

以上(1)、(2)の仮定に基づいて、遁減摂動法を適用した結果、3つの独立変数に対して、非線型結合項をもった、連立の、TDGL型方程式（Time Dependent Ginzburg Landau equations）が導出された。

申請者はさらに、この方程式を化学反応に関する Brussel 模型という具体例に適用し、そこにあらわれる可能な事態の多様性を詳細に論じた。結果として、パターン型モード、リズム型モードが夫々単独に現れる場合は従来と類似であるが、新しい事態として、空間的波動の振巾も、時間的振動の振巾も共に有限であるような事態の存在しうることを見出された。また、この最後の状態が不安定化した場合には、一般に準周期運動だけでなく、非周期運動、すなわち巨視的カオス状態の発生する可能性があることをも指摘した。

全体として、制限された条件下ではあるが、パターン型、リズム型の2種のモードが強く相互作用する事態に焦点を合せ新事態の発生を予言した点は前例が少なく、この分野に対して極めて意義深い寄与であると言えることが出来る。

参考論文は、非平衡系の熱揺ぎに関するもの、本論文の延長にあたる仕事、等を含んでいるが、いずれも、非平衡非線型現象に対する申請者の関心と造詣をよく示している。

以上を要するに、申請者の本論文は、理学博士の学位に値するものと認める。