日本機械学会論文集(B 編)
61 巻 588 号(1995-8)

論文 No. 95-0046

気泡の抗力係数に関する研究*
(第2報，気泡群の抗力係数と非定常流への適用性)

冨山明男[*1], 片岡勲[*2]
福田匠[*3], 坂口忠司[*1]

Drag Coefficients of Bubbles
(2nd Report, Drag Coefficient for a Swarm of Bubbles and its Applicability to Transient Flow)

Akio TOMIYAMA, Isao KATAOKA,
Takumi FUKUDA and Tadashi SAKAGUCHI

In the previous report, we proposed constitutive equations for a drag coefficient, C_D, of a single bubble in a stagnant liquid. Applicability of the proposed C_D to transient flow was examined in this report based on the relaxation time required for a stationary bubble to reach the terminal condition. As a result, it was confirmed that the bubble will reach the terminal condition after traveling a distance almost equal to 2d where d is the bubble diameter. Hence, we can apply the proposed C_D to transient flow provided that the whole flow field does not change much while the bubble moves the distance about 2d. Then, the proposed C_D was modified so as to be applicable to a swarm of bubbles. The modification was carried out using an empirical correlation for drift velocity of the swarm and balance of forces acting on a bubble in the swarm. Comparisons between measured and calculated transient bubble-induced natural circulation were conducted to verify the modified C_D. The calculation was carried out using a two-fluid model with the modified C_D. It was confirmed that the modified C_D can give good predictions.

Key Words: Multiphase Flow, Bubble, Constitutive Equation, Drag Coefficient, Transient Flow

1. 緒言

二流体モデルや粒子追跡法を用いて気液二相気泡流を解析する際には，界面抗力に関する精度のよい構成方程式が不可欠となる．しかしながら，現在行われている解析のほとんどは界面抗力の抗力係数として剛体球の標準抗力係数を採用しており[(1)~(5)]，流体物性や気泡形状が抗力係数に及ぼす影響は適切に評価されていない．この原因は，流体物性や気泡形状に応じて大きく異なる気泡の抗力係数を，数値計算に利用しやすい単純な構成方程式の形に整理したものがほとんどないためと考えられる[(6)(7)]．そこで第1報[(8)]では，静止液中の単一気泡を対象として，広範囲の流体物性と気泡径に適用できる簡便かつ高精度な抗力係数の構成方程式を提示した．この際，気泡の抗力係数は体系の汚れ具合にも依存すること[(9)]を考慮し，体系の汚れ具合を，高純度の系，中程度の汚れ系，十分汚れた系の3種に分類し，各系に適用できる3種の構成方程式を構築した．

二流体モデル等を用いて非定常気液二相気泡流を解析するためには，単一気泡の抗力係数を気泡群の効果を考慮したものに修正する必要がある．また，第1報に提示した構成方程式も含め既存の抗力係数の構成方程式[(9)]は，すべて終端上昇状態という定常状態を基礎に構築されている．したがって，非定常流に対する抗力係数の適用限界も明らかにしておく必要がある．

そこで本報では，まず非定常流への適用限界を，気泡が終端速度に到達するまでの時定数を基に検討する．次に，気泡群のドリフト速度に関する既存の実験事実[(10)]と気泡に働く力の釣合いを基に，単一気泡の抗力係数を気泡群の効果を考慮した抗力係数に拡張する．また，拡張した抗力係数の構成方程式の有効性を検討するために，非定常自然循環気泡流の実験結果[(3)]と二流体モデルに基づく計算結果とを比較検討する．

2. 単一気泡の抗力係数

気泡の抗力係数 C_D は，気泡径，流体の物性，流体の汚れ具合に応じて大きく異なる．第1報[(8)]では，静止液中単一気泡の抗力係数 C_{DT} を対象として，上記因子を考慮した以下の構成方程式を提示した．

（a） 高純度の体系：

* 原稿受付 1995年1月17日.
[*1] 正員，神戸大学工学部（〒657 神戸市灘区六甲台町 1-1）.
[*2] 正員，京都大学大学院工学研究科（〒606-01 京都市左京区吉田本町）.
[*3] 神戸大学大学院.

$$C_{DT}=\max\left[\min\left[\frac{16}{Re}(1+0.15Re^{0.687}),\ \frac{48}{Re}\right],\ \frac{8}{3}\frac{Eo}{Eo+4}\right] \quad \cdots\cdots(1)$$

(b)　中程度の汚れ系：

$$C_{DT}=\max\left[\min\left[\frac{24}{Re}(1+0.15Re^{0.687}),\ \frac{72}{Re}\right],\ \frac{8}{3}\frac{Eo}{Eo+4}\right] \quad \cdots\cdots(2)$$

(c)　十分汚れた系：

$$C_{DT}=\max\left[\frac{24}{Re}(1+0.15Re^{0.687}),\ \frac{8}{3}\frac{Eo}{Eo+4}\right] \quad \cdots\cdots(3)$$

ただし，Eo, Re は次式で定義される．

$$Eo=\frac{g(\rho_L-\rho_G)d^2}{\sigma} \quad \cdots\cdots(4)$$

$$Re=\frac{\rho_L V_R d}{\mu_L} \quad \cdots\cdots(5)$$

ここで，添字の G, L は気相，液相を意味する．また，Re は気泡レイノルズ数，Eo はエトベス数，ρ は密度，d は気泡の体積等価直径，μ は粘性係数，g は重力の加速度，σ は表面張力，V_R は気液間の相対速度，

$$V_R=V_G-V_L \quad \cdots\cdots(6)$$

である．

体系の汚れ具合を厳密に定義するのは困難であるが，水の場合，通常の水道水は中程度から十分に汚れた系に対応し，水道水を3回以上蒸留した場合は高純度系と考えてよい．式(1)～(3)の各式は，重力場中で安定な気泡が存在できる条件であれば任意の気泡径と流体物性に対して適用できる．一例として，式(1)，(2)を用いて計算した無限静止液中単一気泡の終端速度 V_T の無次元値，

$$Re_T=\frac{\rho_L V_T d}{\mu_L} \quad \cdots\cdots(7)$$

の計算値と文献(11)に整理されている実験値との比較結果を図1に示す．図1中の記号 M は二相の物性値

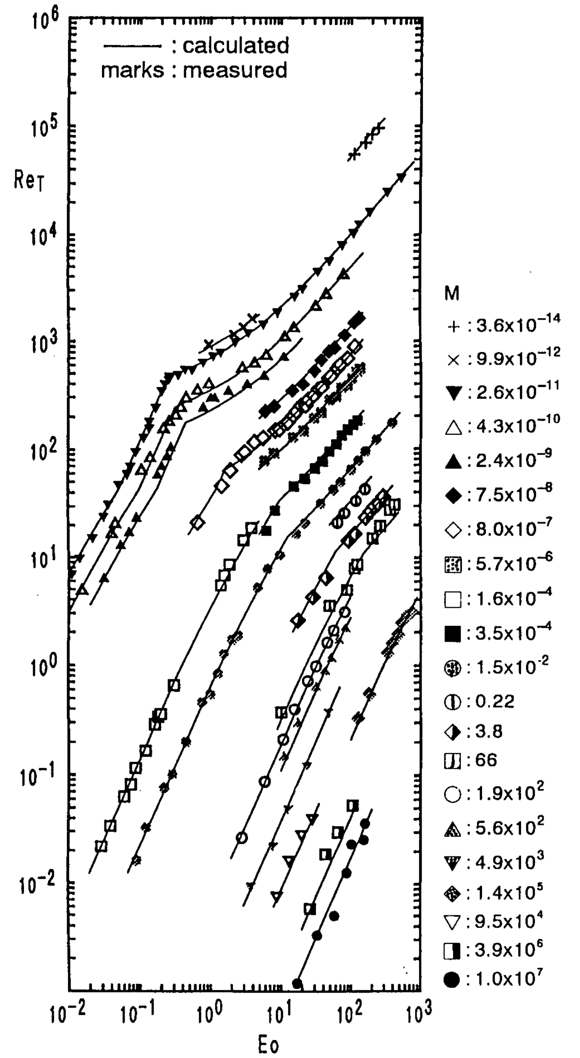


Fig. 1　Comparisons of measured and calculated Re_T of single bubbles in various stagnant liquids: marks; measured(11), lines; calculated using Eq.(2) for ●, ▼, □ and using Eq.(1) for the others.

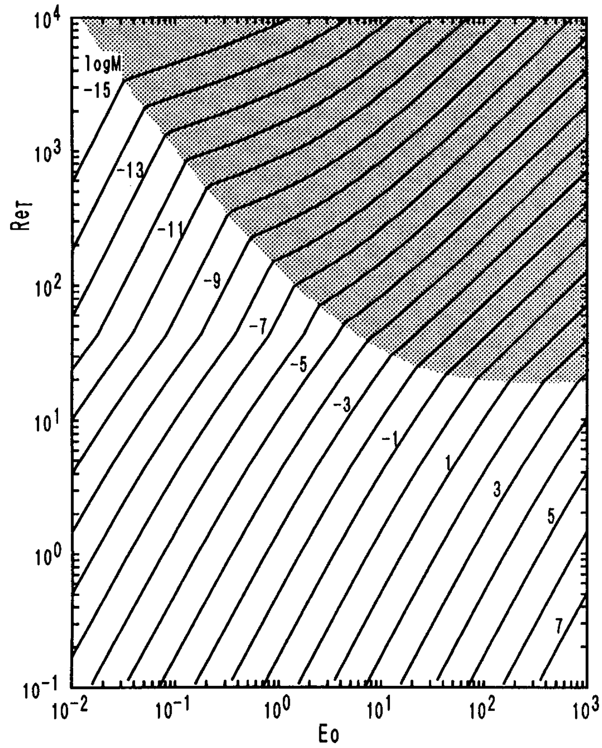


Fig. 2　The region where the wave velocity governs C_D (shaded region) and the region where the viscous force governs C_D (the other region): lines; nondimensional terminal velocities Re_T calculated using Eq.(2).

で構成されるモルトン数,

$$M=\frac{g\mu_L^4(\rho_L-\rho_G)}{\rho_L^2\sigma^3} \quad\cdots\cdots(8)$$

を意味する. $M=2.6\times10^{-11}$, 1.6×10^{-4}, 1.0×10^{7} の三条件の実験データはやや汚れた体系で取得されたデータであるため, 中程度の汚れ系の式(2)を用いて Re_T を計算している. その他の M では高純度系の式(1)を用いた. 図1より, $10^{-2}<Eo<10^3$, $10^{-14}<M<10^7$, $10^{-3}<Re<10^5$ という広範囲の条件に式(1)〜(3)を適用できることがわかる.

式(1)〜(3)は, いずれも

$$C_{DT}=\max\left[C_{D1}, C_{D2}\right] \quad\cdots\cdots(9)$$

という形をしている. ここで, C_{D1} は粘性力が支配的な場合の抗力係数を, C_{D2} は表面張力波や重力波の伝ぱ速度によって気泡の終端速度が規定される場合の抗力係数を意味する. 前者はおもに球形気泡に対応し, 後者は非球形気泡に対応する. 図2に, 抗力係数が C_{D1} から C_{D2} に切換わる条件を式(2)を用いて求めた結果を示す. 図2中の各実線は, M=一定の条件における無次元終端速度 Re_T を式(2)を用いて求めたものである. また, 網かけされた領域は C_{D2} によって抗力係数が与えられる条件を, 他の領域は C_{D1} によって抗力係数が与えられる条件を表している.

3. 非定常流への適用限界に関する考察

気液二相流の解析に使用されている抗力係数は, 静止液中における気泡の終端上昇速度を基に導出されている. したがって, 原則的には非定常流動現象にこれらの抗力係数は適用できない. しかしながら, 非定常状態における抗力係数のモデルは皆無であるため, 終端状態という定常状態における抗力係数が非定常解析にもそのまま使用されている現状にある. また, 非定常流に対する抗力係数の適用限界も検討されていない. 気泡が終端状態となるために要する時定数 τ が対象とする非定常流の時定数よりも十分小さければ, 終端状態を基礎とする抗力係数を解析に使用しても問題はないといえよう. そこで本章では, 静止液中単一気泡を対象として, 静止した気泡が終端速度に到達するまでの時定数 τ を基に非定常流への抗力係数の適用限界を考察する.

簡単のため, 「気泡は静止液中を鉛直方向に一次元上昇運動する」と仮定する. この場合, 気泡の運動方程式は次式で与えられる.

$$\tilde{\rho}\frac{dV_R}{dt}=-\frac{3}{4d}C_{DT}\rho_L V_R^2+(\rho_L-\rho_G)g \quad\cdots\cdots(10)$$

ここで, t は時間, $\tilde{\rho}$ は仮想質量を考慮した密度,

$$\tilde{\rho}=\rho_G+C_{VM}\rho_L \quad\cdots\cdots(11)$$

を表す. ただし, C_{VM} は仮想質量係数である.

まず, 粘性力が支配的で抗力係数が,

$$C_{DT}=\frac{A}{Re}=\frac{A\mu_L}{\rho_L V_R d} \quad\cdots\cdots(12)$$

の形に表される場合を考える. 係数 A は, 式(1)〜(3)に示したように低レイノルズ数の場合は汚れ具合に応じて16ないしは, 24の値となり, 高レイノルズ数の場合は48ないしは72の値となる定数である. 式(12)を式(10)に代入して整理すると次式を得る.

$$\frac{dV_R}{dt}=-K(V_R-V_T) \quad\cdots\cdots(13)$$

ただし,

$$K=\frac{3A\mu_L}{4d^2\tilde{\rho}} \quad\cdots\cdots(14)$$

$$V_T=\frac{4d^2(\rho_L-\rho_G)g}{3A\mu_L} \quad\cdots\cdots(15)$$

とおいた. 式(13)を初期条件,

$$V_R=0 \quad \text{at} \quad t=0 \quad\cdots\cdots(16)$$

の基で解くと, 以下の解が得られる.

$$V_R=V_T(1-e^{-Kt}) \quad\cdots\cdots(17)$$

通常の時定数の定義に準じて, 速度 V_R が

$$\frac{V_R}{V_T}=1-\frac{1}{e} \quad\cdots\cdots(18)$$

となる時間を時定数 τ とすると, 式(17)より,

$$\tau=\frac{1}{K}=\frac{4d^2\tilde{\rho}}{3A\mu_L} \quad\cdots\cdots(19)$$

となる. したがって, 気泡径と気泡の終端速度で無次元化した時定数 τ^* は,

$$\tau^*=\frac{V_T\tau}{d}=\frac{4}{3}\frac{1}{A}\frac{\tilde{\rho}V_T d}{\mu_L} \quad\cdots\cdots(20)$$

となる. τ^* は速度 $V_R=0$ の状態から終端状態 $V_R=V_T$ となるまでに気泡が気泡径 d の何倍程度移動するかを表している. 式(11)において, 仮想質量係数 C_{VM} が0.5程度の値であること[12], および ρ_G は ρ_L に比べ十分小さく無視できることを利用すると, $\tilde{\rho}$ を以下のように近似できる.

$$\tilde{\rho}\cong0.5\rho_L \quad\cdots\cdots(21)$$

したがって, 式(20)は

$$\tau^*\cong\frac{2}{3A}Re_T \quad\cdots\cdots(22)$$

となる. 工学上のほとんどの問題は中程度の汚れ系に対応するので, 中程度の汚れ系を対象とすると, 式(2)より $Re_T>43.4$ では $A=72$, $Re_T<1$ では $A=24$ となる. したがって, $Re_T<1$ の場合は,

$$\tau^*=\frac{2}{72}\cong0.028 \quad\cdots\cdots(23)$$

となり, 気泡はその直径の3%程度の距離を移動する

うちに終端状態に到達することがわかる．低レイノルズ数の気泡がこのように非常に小さな時定数を有することが，水素気泡法等によって流速場の測定を可能としている一要因といえる．一方，$Re_T>43.4$ では，

$$\tau^*=\frac{2}{216}Re_T \tag{24}$$

となる．上式より，$\tau^*>2$ となる条件を求めると，

$$Re_T>216 \quad \text{for} \quad \tau^*>2 \tag{25}$$

が得られる．$1<Re_T<43.4$ の範囲では，抗力係数が $C_{DT}=24(1+0.15Re_T^{0.687})/Re_T$ となるため解析的に時定数を評価できない．しかしながら，C_{DT} の値は $24/Re_T<C_{DT}<72/Re_T$ となるので，τ^* は $0.028<\tau^*<2$ となる．

次に，気泡の終端速度が表面張力波や重力波の伝ぱ速度で規定される場合を考える．この場合，抗力係数は次式で与えられる．

$$C_{DT}=\frac{8}{3}\frac{Eo}{Eo+4} \tag{26}$$

上記抗力係数には相対速度が含まれていないため，運動方程式(10)は以下の形となる．

$$\frac{dV_R}{dt}=-B(V_R^2-V_T^2) \tag{27}$$

ただし，

$$B=\frac{3C_{DT}}{4d}\frac{\rho_L}{\tilde{\rho}} \tag{28}$$

$$V_T^2=\frac{4(\rho_L-\rho_G)gd}{3C_{DT}\rho_L} \tag{29}$$

とおいた．式(27)を初期条件［式(16)］の下で解くと，

$$V_R=V_T\frac{1-\exp[-2V_TBt]}{1+\exp[-2V_TBt]} \tag{30}$$

となる．したがって，式(18)で定義される時定数 τ は次式で与えられる．

$$\tau=\frac{\log_e(2e-1)}{2V_TB}\cong\frac{0.745}{V_TB} \tag{31}$$

式(28)，(31)より，無次元時定数は，

$$\tau^*=\frac{V_T\tau}{d}=\frac{0.745}{Bd}=0.745\frac{4\tilde{\rho}}{3C_{DT}\rho_L} \tag{32}$$

となる．ここで，式(21)の近似と式(26)を用いると，

$$\tau^*\cong0.186\frac{Eo+4}{Eo} \tag{33}$$

を得る．上式より，$\tau^*>2$ となる条件を求めると，

$$Eo<\frac{4}{9.75}\cong0.41 \quad \text{for} \quad \tau^*>2 \tag{34}$$

となる．

図3に，式(25)，(34)を用いて Eo-Re_T 平面上に $\tau^*>2$ となる範囲を整理した結果を示す．図3中の網かけされた領域が $\tau^*>2$ に対応する．図3より，$\tau^*>2$ となる条件は，低モルトン数（$M<10^{-9}$）かつ低エトベス数（$Eo<0.41$）の領域に限定されていることがわかる．

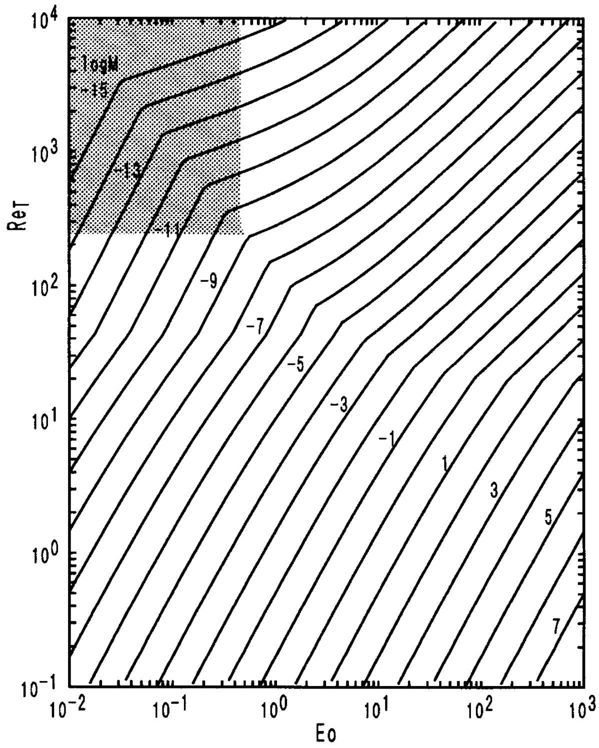


Fig. 3　Conditions for $\tau^*>2$: shaded region

常温常圧の水・空気系では $M=2.6\times10^{-11}$ なので，$\tau^*>2$ となるのは $0.15<Eo<0.41$ の区間に限定される．これは，気泡径に換算すると，$1.0\,\mathrm{mm}<d<1.7\,\mathrm{mm}$ に対応する．一方，沸騰水形原子炉の運転条件である 70 atm の飽和水・蒸気系では $M=3.2\times10^{-13}$ であり，$0.035<Eo<0.41$ において $\tau^*>2$ となる．これは，$0.3\,\mathrm{mm}<d<1.0\,\mathrm{mm}$ に対応する．工業上の実際的な問題における水・空気系ないしは高温高圧の飽和水・蒸気系気泡流では，通常，気泡径は 2 mm 程度以上である．したがって，$M<10^{-9}$ の場合に $\tau^*>2$ となるのはごく限られた問題においてのみといえる．また，高モルトン数（$M>10^{-9}$）の場合は，つねに τ^* は 2 以下となる．

以上より，広範囲の物性と気泡径において，気泡はその直径の2倍程度の距離を移動する間に終端状態となることが確認できた．したがって，気泡が $2d$ 程度の距離を移動する間に気泡周りの流れ場が大きく変化しないような非定常流動現象であれば，終端状態という定常状態で求められた抗力係数を解析に使用してもよいといえる．例えば，気泡径が 3 mm 程度の気泡を含む常温常圧の水・空気系気泡流の場合，気液間の相対速度は 0.2 m/s 程度である．したがって，気泡の時定数は 0.006 m/0.2 m/s=0.03 s 程度となる．このため，流れ場全体の変動の時間スケールが 0.03 s より十分大きい非定常現象であれば，終端速度に基づく抗力係

数を使用しても問題はないと判断できる．一方，圧力波の伝ぱ現象のように 10^{-3}〜10^{-4} s 程度の時間で流動状態が急激に変化する過渡現象を解析する場合には，抗力係数の妥当性は保証されない．したがって，このような急激な過渡現象に対する解析結果を考察する際には，十分な注意が必要といえる．

4. 気泡群の抗力係数

本章では，単一気泡の抗力係数を気泡群の抗力係数に拡張する．従来，気泡群の効果を組み込む方法として，抗力係数の構成方程式に含まれる気泡レイノルズ数の密度 ρ_L を，気泡周囲の気液混合体の密度に置き変える方法が用いられている[7]．しかしながら，抗力係数は気泡近傍の液相の速度分布や圧力分布によって定まる量であることを考えると，気泡レイノルズ数の定義式における密度は気泡群に対しても ρ_L とすべきであろう．流体の平均密度が ρ_L と異なるために生じる効果は，むしろ気泡周りの静圧分布の変化という形で具現化すると考えられる．そこで本研究では，静圧分布の変化を考慮した気泡に働く力の釣合いと気泡群のドリフト速度に関する既存の実験事実[10]を基に，単一気泡の抗力係数を気泡群の抗力係数に修正する．

以下，気泡群の抗力係数を対象とするために，すべての物理量を統計平均によって得られる瞬時局所的な量と考える．まず，拡張に必要な物理量を導入しておく[13]．気液各相の体積率 α_G, α_L は次式を満たす．

$$\alpha_G+\alpha_L=1 \quad \cdots\cdots(35)$$

また，各相の体積流束 J_G, J_L, 全体積流束 J_T, およびドリフト速度 V_{GJ} は以下の諸式で定義される．

$$J_G=\alpha_G V_G \quad \cdots\cdots(36)$$

$$J_L=\alpha_L V_L \quad \cdots\cdots(37)$$

$$J_T=J_G+J_L=\alpha_G V_G+\alpha_L V_L \quad \cdots\cdots(38)$$

$$V_{GJ}=V_G-J_T \quad \cdots\cdots(39)$$

式(39)に式(38)を代入し，式(6)，(35)を利用して整理すると，ドリフト速度と相対速度との間に成り立つ以下の関係式が得られる．

$$V_{GJ}=\alpha_L(V_G-V_L)=\alpha_L V_R \quad \cdots\cdots(40)$$

静止液中の気泡群のドリフト速度に関する既存の実験結果[10][14]より，ドリフト速度は単一気泡の終端速度 V_T を用いて以下のように表せることが知られている．

$$V_{GJ}=V_T\alpha_L^n \quad \cdots\cdots(41)$$

ここで，指数 n は1.5から2.0の値であり，代表的な値として $n=1.75$ が使用される場合が多い[5][14]．

式(40)，(41)より，気泡群の相対速度と単一気泡の終端速度との間には，以下の関係が成り立つことがわかる．

$$V_R=V_T\alpha_L^{n-1} \quad \cdots\cdots(42)$$

次に，気泡に働く力の釣合いを考える．静止液中単一気泡の場合，気泡周囲の静止液に関して以下の力の釣合いが成り立つ．

$$0=-\frac{dP}{dz}-\rho_L g \quad \cdots\cdots(43)$$

ここで，P は圧力，z は鉛直方向の座標を意味する．一方，気泡に働く力の釣合いは次式で与えられる．

$$0=-\frac{dP}{dz}-\frac{3}{4d}C_{DT}\rho_L V_T^2-\rho_G g \quad \cdots\cdots(44)$$

なお，抗力項における相対速度 V_R は単一気泡の終端速度に等しいので V_R を V_T に置き換えている．式(43)，(44)より dP/dz を消去すると，浮力と抗力の釣合いを表す周知の次式が得られる．

$$\frac{3}{4d}C_{DT}\rho_L V_T^2=(\rho_L-\rho_G)g \quad \cdots\cdots(45)$$

次に，定常的に上昇している空間的に一様に分布した気泡群を考える．この場合，気泡の膨張等による加速損失は位置損失に比べて十分小さく無視できる．したがって，気泡周囲の気液混合体に関する力の釣合いは次式で与えられる．

$$0=-\frac{dP}{dz}-(\alpha_L\rho_L+\alpha_G\rho_G)g \quad \cdots\cdots(46)$$

一方，気泡群中の一つの気泡に関する力の釣合いは次式で与えられる．

$$0=-\frac{dP}{dz}-\frac{3}{4d}C_D\rho_L V_R^2-\rho_G g \quad \cdots\cdots(47)$$

ここで，C_D は気泡群中の単一の気泡に対する抗力係数である．式(46)，(47)より dP/dz を消去すると次式を得る．

$$\frac{3}{4d}C_D\rho_L V_R^2=\alpha_L(\rho_L-\rho_G)g \quad \cdots\cdots(48)$$

流体の平均密度が ρ_L と異なるために，上式右辺の浮力項が式(45)とは異なっている．

式(45)，(48)より $(\rho_L-\rho_G)g$ を消去すると，静止液中単一気泡の抗力係数と気泡群中の一気泡の抗力係数の間に成り立つ以下の関係式が得られる．

$$C_D=C_{DT}\left[\frac{V_T}{V_R}\right]^2\alpha_L \quad \cdots\cdots(49)$$

上式に式(42)を代入すると，気泡群中の一気泡の抗力係数を単一気泡の抗力係数と体積率の関数として以下のように表せる．

$$C_D=C_{DT}\alpha_L^{3-2n} \quad \cdots\cdots(50)$$

上式中の C_{DT} に式(1)〜(3)の抗力係数を代入すれば，気泡群に対する抗力係数が得られる．

5. 数値計算例

以下，提案した抗力係数の有効性を検討するために，既報[3]に示した多次元二流体モデルの数値解法に抗力係数を組み込んで非定常自然循環気泡流を解析し，実験結果と比較検討する．

5・1 基礎方程式と構成方程式　以下に示す二次元 (x, z) 座標系における非圧縮性二流体モデルの質量保存式(51)，(52)，運動量保存式(53)，(54)，および体積率定義式(35)を基礎方程式に用いる．

$$\frac{\partial \alpha_G}{\partial t}+\nabla\cdot\alpha_G \boldsymbol{V}_G=0 \quad \cdots\cdots(51)$$

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial t}+\nabla\cdot\alpha_L \boldsymbol{V}_L=0 \quad \cdots\cdots(52)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}_G}{\partial t}+(\boldsymbol{V}_G\cdot\nabla)\boldsymbol{V}_G=-\frac{1}{\rho_G}\nabla P -\frac{\boldsymbol{M}_D+\boldsymbol{M}_{VM}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{Lift}}}{\alpha_G\rho_G}+\boldsymbol{g} \quad \cdots\cdots(53)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}_L}{\partial t}+(\boldsymbol{V}_L\cdot\nabla)\boldsymbol{V}_L=-\frac{1}{\rho_L}\nabla P +\frac{\boldsymbol{M}_D+\boldsymbol{M}_{VM}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{Lift}}}{\alpha_L\rho_L}+\boldsymbol{g}+\boldsymbol{F}_V \quad \cdots\cdots(54)$$

ここで，$\boldsymbol{V}$ は速度ベクトル，$\boldsymbol{g}$ は重力の加速度ベクトル，$\boldsymbol{F}_V$ は液相の粘性拡散項，$\boldsymbol{M}_D$, $\boldsymbol{M}_{VM}$, $\boldsymbol{M}_{\mathrm{Lift}}$ はおのおのの単位体積当たりの界面抗力，仮想質量力，揚力を表す．非圧縮性の仮定より両相の密度は一定であり相変化も考慮していない．また，気泡は液相中に分散しているので，気相の粘性拡散は無視している．

式(53)，(54)における $\boldsymbol{M}_D$, $\boldsymbol{M}_{VM}$, $\boldsymbol{M}_{\mathrm{Lift}}$ および $\boldsymbol{F}_V$ の i 成分 ($i=x$ or z) には，以下の構成方程式を用いる．

$$\boldsymbol{M}_D=\frac{1}{8}a_{\mathrm{int}}C_D\rho_L|\boldsymbol{V}_G-\boldsymbol{V}_L|(\boldsymbol{V}_G-\boldsymbol{V}_L) =K_{GL}(\boldsymbol{V}_G-\boldsymbol{V}_L) \quad \cdots\cdots(55)$$

$$\boldsymbol{M}_{VM}=\alpha_G\rho_L C_{VM}\left[\frac{\partial \boldsymbol{V}_G}{\partial t}+(\boldsymbol{V}_G\cdot\nabla)\boldsymbol{V}_G -\frac{\partial \boldsymbol{V}_L}{\partial t}-(\boldsymbol{V}_L\cdot\nabla)\boldsymbol{V}_L\right] \quad \cdots\cdots(56)$$

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{Lift}}=\alpha_G\rho_L C_{\mathrm{Lift}}(\boldsymbol{V}_G-\boldsymbol{V}_L)\times\mathrm{rot}\ \boldsymbol{V}_L \quad \cdots\cdots(57)$$

$$F_{V,i}=\frac{1}{\rho_L}\cdot\frac{\partial}{\partial x_m}\left[\mu_{TP}\left(\frac{\partial V_{L,i}}{\partial x_m}+\frac{\partial V_{L,m}}{\partial x_i}\right)\right] \quad \cdots(58)$$

ここで，a_{int} は界面積濃度，C_{Lift} は揚力係数，μ_{TP} は二相流の粘性係数である．また，式(58)の添字 m には総和規約を用いており，$m=x$, z について和をとる．

界面積濃度 a_{int} は，気泡の平均体積等価直径 d に基づく次式を用いて評価する．

$$a_{\mathrm{int}}=\frac{6\alpha_G}{d} \quad \cdots\cdots(59)$$

抗力係数 C_D には，中程度の汚れ系に対する単一気泡の抗力係数式(2)を式(50)に組み込んだ式を用いる．ただし，式(50)における指数 n は代表値1.75とする．また，比較のため，球形剛体粒子の標準抗力係数の補間式[15]，

$$C_{DT}=\frac{24}{Re}(1+0.15Re^{0.687})+\frac{0.42}{1+42\,500Re^{-1.16}} \quad \cdots\cdots(60)$$

を式(50)に組み込んだ式も使用する．

C_{VM}, C_{Lift} には，以下の定数値を使用する．

$$C_{VM}=0.5 \quad \cdots\cdots(61)$$

$$C_{\mathrm{Lift}}=0.3 \quad \cdots\cdots(62)$$

二相流の粘性係数には，液相中に分散して存在する小気泡の影響を簡易的に考慮するために Einstein[16] による懸濁液の粘性係数の式，

$$\mu_{TP}=(1+2.5\alpha_G)\mu_L \quad \cdots\cdots(63)$$

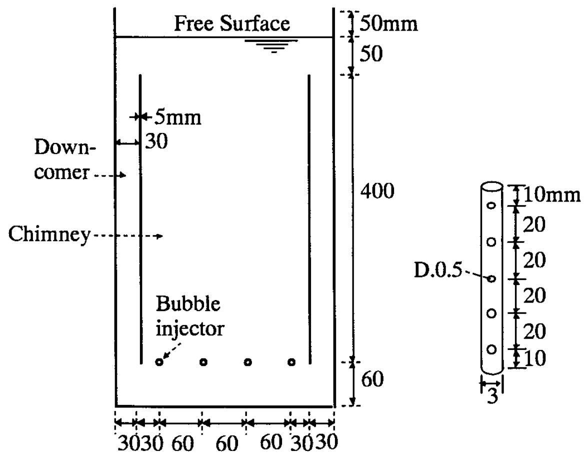
を用いる．

数値計算方法に関しては既報[3]を参照されたい．

5・2 計算対象　図4に実験装置の模式図を示す．本装置は自然循環沸騰水形原子炉のチムニー部，ダウンカマー部を二次元的に模擬したものである[3]．流体物性の影響を検討するために，常温・常圧の水あるいはグリセリン水溶液をアクリル製矩形容器に満たし，気泡注入管から空気を流入させた際の非定常気液二相自然循環流動を観察した．容器の奥行きは100 mmである．図4(b)に示すように気泡注入管には，外径3 mm，内径2 mmの真ちゅう管に等間隔に直径0.5

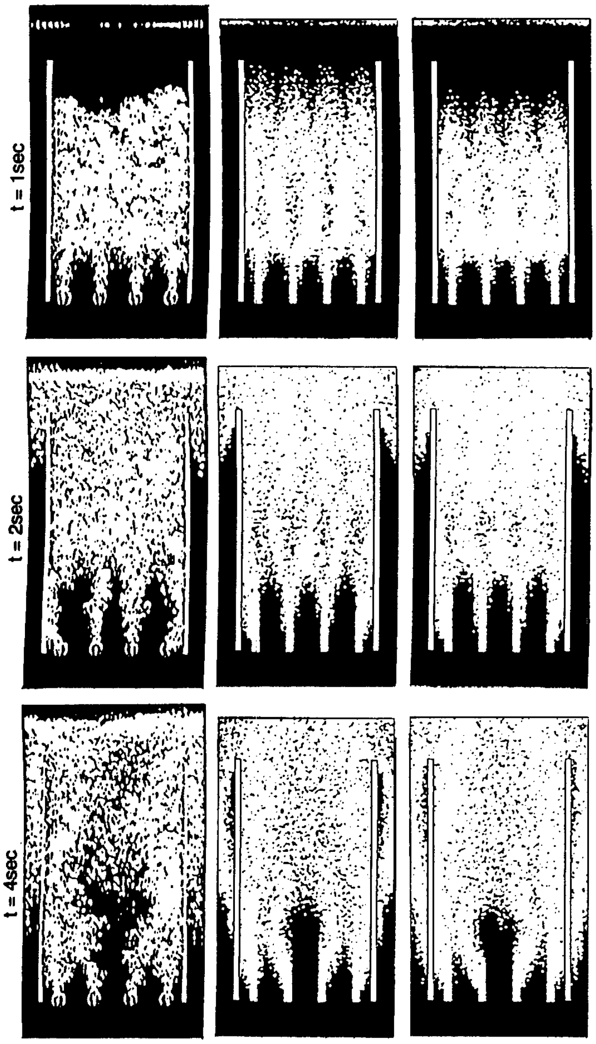
Table 1　Experimental conditions

case	Q_G cc/s	ρ_L kg/m^3	μ_L kg/(ms)	σ N/m	ρ_G kg/m^3	d mm	Eo –	M –
1	100	998	1.02×10^{-3}	0.074	1.17	3	1.2	2.62×10^{-11}
2	100	1205	1.47×10^{-2}	0.059	1.17	6	7.2	1.84×10^{-6}



(a) Experimental apparatus　(b) Bubble injector

Fig. 4 Schematic of experimental apparatus



(a) Measured (b) C_D for rigid spheres (c) Present model

Fig. 5 Comparison of measured and calculated flow patterns for air-water system (case 1)

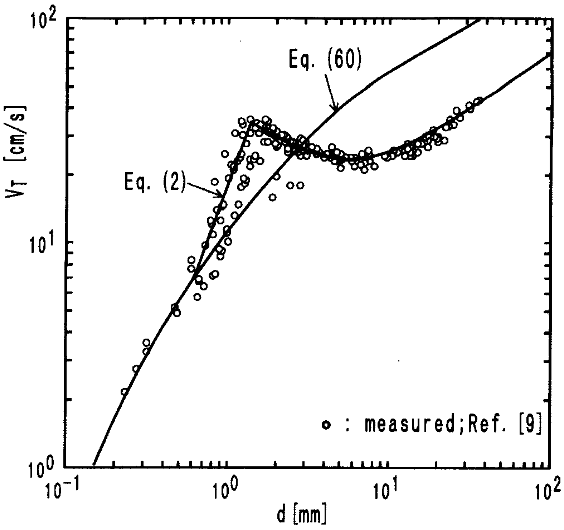
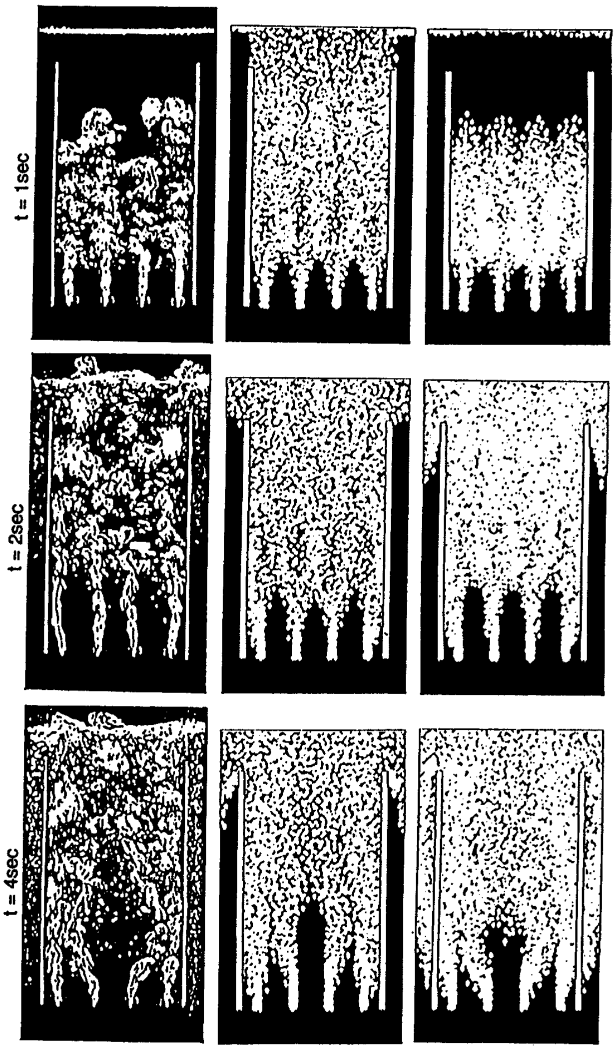


Fig. 6 Comparison of Eq.(2) and Eq.(60) for air-water system



(a) Measured (b) C_D for rigid spheres (c) Present model

Fig. 7 Comparison of measured and calculated flow patterns for air-glycerol solution system (case 2)

mm の穴を5個設けたものを用いた．気相はオイルフリーコンプレッサより減圧弁，流量調節弁，流量計を通して気泡注入管へ導いた．流量調節弁と流量計は4本の気泡注入管のおのおのに設けた．非定常流動状況の観測には，30 frame/s(シャッタ速度 1/1 000 s)のビデオカメラを用いた．グリセリン水溶液の μ_L, σ は，おのおの回転円筒形粘度計(Viscotestor VT-03, Lion 社)，毛細管上昇法を用いて測定した．また，密度 ρ_L は溶液の質量を体積で除して求めた．

実験条件を表1に整理しておく．ケース1, 2はおのおの水・空気系，グリセリン水溶液・空気系の実験に対応する．表1中の Q_G は気泡注入管1本当たりの空気流量を意味する．また，気泡径 d はスチルカメラによる流れ場の写真から読取った平均気泡径である．

5・3 計算結果および考察 計算は，空間刻み幅

を$\Delta x=\Delta z=1$ cmとして行った。二相水位を簡易的に考慮するために界面抗力係数と揚力係数を$\alpha_G>0.5$で零とした。境界条件は，壁面は滑り壁，容器上部は圧力一定とした。

図5に，水・空気系の実験結果と計算結果を示す(ケース1)。図5(a)に示す実験の画像はビデオプリンタを用いて印画したものである。一方，図5(b)は剛体球の抗力係数［式(50)，(60)］による計算結果，図5(c)は本研究で提案した抗力係数[式(2)，(50)]による計算結果である。気泡分布計算結果の画像は，気相体積率計算値から各計算セルに存在する気泡個数を算出し，セル内に気泡個数分だけランダムに平均気泡径に対応する白丸を描いたものである。実験の画像においても，気泡が1個でも存在すればその位置の画像は白くなるので，本描画方法は実験の画像と完全に対応している。

図5より，水・空気系で気泡径が3 mm程度の場合は，提示した抗力係数のみならず剛体球の抗力係数を用いても妥当な結果が得られていることがわかる。非定常流でも良好な結果が得られた理由の一つとして，本体系の全体的流動が気泡群の運動によって駆動される穏やかな非定常流であることが挙げられる。一方，剛体球近似でも妥当な結果が得られた理由は，抗力係数の式(2)と式(60)を比較することにより容易に理解できる。図6に式(2)，(60)を用いて計算した常温常圧の静止水中単一空気泡の終端速度を示す。参考として，文献(9)に記載されている終端速度の実験値を白丸で示しておく。図6より，気泡径が3 mm付近において式(2)と式(60)は実験値とよく一致していることがわかる。一方，$d>3$ mmでは両者は大きく異なるため，水・空気系の場合は$d=3$ mmが剛体球近似の適用限界であることがわかる。また，体系があまり汚れていない場合は，$0.7\ \mathrm{mm}<d<3$ mmの範囲の終端速度は剛体球近似の値よりも大きくなる。したがって，汚れが少ない場合は$d<0.7$ mmが剛体球近似の適用範囲といえる。水・空気系以外の場合の適用限界は厳密には式(60)と式(1)～(3)の比較によって求められるが，図2を用いてもおおよその判断が可能である。図2において網かけのない領域では粘性力により抗力係数が定まるため，剛体球近似の適用可能範囲にほぼ対応している。したがって，対象とする流れのEoとMが網かけのない領域に対応すれば，剛体球近似でも妥当な抗力係数が算出できる。

図7にグリセリン水溶液・空気系の結果を示す(ケース2)。本ケースは，$Eo=7.2$，$M=1.84\times10^{-6}$であるため図2の網かけされた領域に対応している。このため，剛体球近似では妥当な結果は得られていない。一方，本研究で提示した抗力係数は広範囲の流体物性と気泡径をカバーしているため，剛体球近似に比べ実験とより一致する結果を与えている。

6. 結　　言

本研究では，第1報に提示した静止液中単一気泡の抗力係数の構成方程式を基に，まず非定常流に対する抗力係数の適用条件を検討した。気泡の運動方程式を基に静止した気泡が終端速度に到達するまでの時定数を求めた結果，広範囲の流体物性と気泡径において，気泡はその直径の2倍程度の距離を移動する間に終端状態に到達することを確認した。したがって，気泡が直径の2倍程度移動する間に気泡周囲の流動状態が大きく変化しないことが抗力係数の適用条件といえる。次に，気泡に働く力の釣合いと気泡群のドリフト速度に関する既存の知見を基に，単一気泡の抗力係数を気泡群の抗力係数に拡張した。提示した抗力係数の妥当性を確認するために，非定常自然循環気泡流の実験結果と二流体モデルによる計算結果を比較検討した。その結果，提示した抗力係数は剛体球近似に基づく抗力係数に比べ良好な解を与えることを確認した。

文　　献

(1) Gofuku, A., ほか5名, 混相流, **7**-3(1993), 232.
(2) Murai, Y. and Matsumoto, Y., *Proc. ASME FED,* **185** (1994), 203.
(3) 冨山・ほか4名, 機論, **60**-580, B(1994), 3987.
(4) Thai Van, D., ほか4名, *Proc. ASME FED,* **185**(1994), 203.
(5) 日本原子力学会編, 気液二相流の数値解析, (1993), 76, 朝倉書店.
(6) Peebles, F. K. and Garber, H. J., *Chem. Eng. Prog.,* **49** (1953), 2.
(7) Ishii, M. and Chawla, T. C., *ANL,*79-105(1979).
(8) 冨山・片岡・坂口, 機論, **61**-587, B(1995), 2357.
(9) Clift, R., Grace, J. R. and Weber, M. E., *Bubbles, Drops, and Particles,* (1978), 2.
(10) Ishii, M., *ANL,* 77-47(1977).
(11) Grace, J. R., *Trans. Inst. Chem. Eng.,* **51**(1973), 116.
(12) 日本原子力学会編, 気液二相流の数値解析, (1993), 90, 朝倉書店.
(13) Wallis, G. B., *One-Dimensional Two-Phase Flow,* (1969), 90, McGraw-Hill, New York.
(14) Zuber, N. and Findlay, J. A., *Trans. ASME, J. Heat Transf.,* **87**(1965), 453.
(15) Clift, R. and Gauvin, W. H., *Proc. Chemeca '70,* **1** (1970), 14.
(16) 赤川, 気液二相流, (1974), 88, コロナ社.