

UDC 621.311.1.012.8: 621.3.016.352

論文

53-B 32

電力系統の動揺特性解析のための等価集約モデル

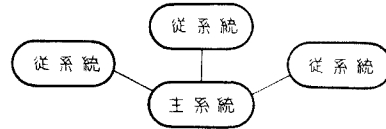
正員 武田 捷 一 (三菱電機)

1. はじめに

電力系統は近年設備の効率化, 供給信頼度の向上を目指して広域連系を更に強化する傾向にあるが, このような大規模かつ広範囲に分布する交流系統の固有の問題として定態安定度の悪化が懸念され, この点より最大送電電力が制約される心配もある。このように, 今後更に重要な意味を持つ系統の定態的性質を解析するにあたって, 従来多く問題となった事故後の第一波に対する過度安定度の解析とは異なった困難が存在する。後者の場合は, 時間が短いために外乱の影響が局部的で, その結果外部の系統を1機または適当に簡略化した系統モデルを用いることができた⁽¹⁾。しかし, 前者においては外乱が全系統に波及した結果, 系統全体が動揺する長周期で減衰の遅い振動が対象となるので, この現象をシミュレーションなどの計算により再現するためには系統全体を模擬したモデルが必要となり, その結果, 膨大な記憶容量と計算時間が要求される。ちなみに西地域の実測結果⁽²⁾によれば, 系統全体に波及した4~5秒周期の動揺が観察される。

そこで本論文では, このような困難をできるだけ軽減する目的で, 連系系統の定態的性質を調べるための発電機を減らした等価集約モデルの構成について考察した。このような試みは, 従来よりよく用いられている系統の一部を短絡容量を用いて簡略化する方法, また最近では文献(3)などに見られるが, いずれにしてもモデルの等価性について理論的に十分考察した例はないように思われる。そこでその第1歩として, 上記の目的には必ずしも十分なモデルとはいえないが, 発電機に x_d' 背後の電圧を一定とするモデルを用いた簡単な場合について系統の集約方法および計算例を報告する。

次に, 本論文での系統集約に対する基本的な考え方を説明する。第1図は以下の議論の対象となる連系系



第1図 連系系統の概念

Fig. 1. Schematic idea of interconnected systems.

統の概念を示したもので, 図のように系統が主系統と従系統に分割できるものとし, 各従系統は主系統と1点で連系されているものとする。いま, シミュレーション計算の目的を主系統内で発生した事故その他の外乱による主系統内の電力, 電圧変動のようすを求めることに限定するならば, 従系統のモデルとして別段従系統を正確に模擬したものを用いる必要はない。すなわち, 各従系統を主系統との連系点より見た特性, 換言すれば連系点の電圧の任意の変動に対してそこを通過する電流, あるいは電力が等しくなるモデルであればいかに簡略なものを用いても, 上記の目的には何ら支障を来さないことは明らかである。この考え方によって, 従系統の発電機数を減らした等価集約モデルの構成法を次節で考える。

2. 等価モデルの条件と構成法

〈2.1〉等価モデルの条件 n 機よりなる, 従系統の動きを表現する数式モデルは次のように書ける。各発電機が過渡リアクタンス x_d' と慣性定数 M によって表わされると考え, 連系点の位相角, 電圧を θ_0, V_0 , また各発電機の x_d' 背後のそれを $\theta_i, V_i (i=1, \dots, n)$ とし, これらの点より見た従系統の x_d' を含めた $n+1$ 次のアドミタンス行列を

$$Y = \{G_{ij}\} + j \{B_{ij}\} \dots\dots\dots (1)$$

とすると, 各発電機の出力 P_i は

$$P_i = \sum_{j=0}^n V_i V_j \{G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)\} \dots\dots\dots (2)$$

また, 連系点より力入する潮流 P_0, Q_0 は

Reduced-Order Modeling for Power System Transient Analysis.
By Shoich Takeda, Member (Central Research Lab, Mitsubishi Electric Corp.).
武田捷一: 正員, 三菱電機(株)中央研究所

$$P_0 = \sum_{j=0}^n V_0 V_j \{G_{0j} \cos(\theta_0 - \theta_j) + B_{0j} \sin(\theta_0 - \theta_j)\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\theta_0 = \sum_{j=0}^n V_0 V_j \{G_{0j} \sin(\theta_0 - \theta_j) - B_{0j} \cos(\theta_0 - \theta_j)\} \dots\dots\dots (4)$$

である。各発電機の運動はその機械入力を P_{mi} として、

$$M_i \ddot{\theta}_i = P_{mi} - P_i \dots\dots\dots (5)$$

となる。すなわち、従系統は $P_{mi}, V_i (i=1, \dots, n)$ を一定とすれば、 $\theta_i, \dot{\theta}_i (i=1, \dots, n)$ を内部変数、 θ_0, V_0 を入力、 P_0, Q_0 を出力とする非線形形状方程式 (2)~(5) 式で表わされる。従って、これの等価モデルは入力 θ_0, V_0 のあらゆる変化に対して出力 P_0, Q_0 の変化が (2)~(5) 式によって求められるものと等しくなるモデルでなければならないが、このような非線形システムと、この意味で等価でしかも簡略なモデルが存在するとは一般に考えられない。

そこで本論文では、等価モデルの使用目的を次に示すように限定することによって、その範囲内でのみ等価性が成立すればよいと考えることにする。

(1) 使用目的 系統動揺が線形近似方程式で近似され得る程度の軽微なものであるとき、主系統内に見られる動揺のようすを求めること。

この目的の範囲内で等価性を保つためには、まず次の条件が満たされねばならない。

(a) 条件 1 (2)~(5) 式を、動作点で線形化した状態方程式と等しい入出力関係を持つ。

この条件によって系統の定態安定度性質が不変に保たれるが、システム理論によれば入出力関係の等しい等価線形システムの中で可制御かつ可観測なものが最小次元であることが証明されており⁽⁴⁾、本論文でもこの考え方に基いて等価集約モデルを導出する。

次に、このモデルを、実際の計算に用いるときの矛盾、不都合を避けるために更に 2 条件を付加する。

(b) 条件 2 連系点における初期潮流状態が一致する。

(c) 条件 3 連系点より見た従系統の駆動点アドミタンスが等しい。

条件 3 は主系統内の短絡事故時の主系統内の状態変化を等しくするためのもので、これによって系統の受けるじょう乱を近似できる。

以上 3 条件を満足するものを以下、本論文では等価モデルと呼ぶことにする。

〈2.2〉等価モデルの構成法 等価モデルの構成法を 2 段階にわけて説明する。まず第 1 段階として、

n 機からなる従系統の線形動揺方程式よりその入出力関係を表わす n 次の伝達関数を求め、更にこれの不必要な部分を消去した等価な m 次 ($m < n$) の伝達関数を算出する。次に第 2 段階として、この伝達関数と同じ入出力関係を持つ並列 m 機系の構成法を示し、更にこの方法が結果的に条件 2, 3 をも満足する等価集約モデルの構成法となっていることを述べる。

(1) 第 1 段階 n 機従系統の運動は (2)~(5) 式によって表わされるが、 P_{mj} および x_d' 背後の電圧 V_i は一定とし、(2)~(5) 式を残りの変数 $\theta_0, V_0, \theta_1, \dots, \theta_n$ についてその動作点付近で線形近似して線形化動揺方程式を求めると、(2), (5) 式より

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \Delta \theta \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \Delta \theta_0 \\ \Delta V_0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

また、(3), (4) 式より

$$\begin{bmatrix} \Delta P_0 \\ \Delta Q_0 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} \Delta \theta \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} \Delta \theta_0 \\ \Delta V_0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

が得られる。ここで θ は $\theta_1, \dots, \theta_n$ を要素とする n 次ベクトル、 $\Delta \theta, \Delta \theta_0, \Delta V_0, \Delta P_0, \Delta Q_0$ はそれぞれ $\theta, \theta_0, V_0, P_0, Q_0$ の微小変動分とする。また、行列 A, B, C, D は動作点におけるヤコビアンで、その要素はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} a_{ij} &= -(1/M_i)(\partial P_i / \partial \theta_j) \\ b_{i1} &= -(1/M_i)(\partial P_i / \partial \theta_0) \\ b_{i2} &= -(1/M_i)(\partial P_i / \partial V_0) \\ c_{1j} &= \partial P_0 / \partial \theta_j, \quad c_{2j} = \partial Q_0 / \partial \theta_j \\ d_{11} &= \partial P_0 / \partial \theta_0, \quad d_{12} = \partial P_0 / \partial V_0 \\ d_{21} &= \partial Q_0 / \partial \theta_0, \quad d_{22} = \partial Q_0 / \partial V_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

である。更に系統のヤコビアンの重要な性質として

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=0}^n a_{ij} + b_{i1} &= 0, \quad i=1, \dots, n \\ \sum_{j=0}^n c_{ij} + d_{i1} &= 0, \quad i=1, 2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

が成立していることに注意したい。

さて、(6), (7) 式は $\Delta \theta_0, \Delta V_0$ を入力、 $\Delta P_0, \Delta Q_0$ を出力とする状態方程式の形をしているので、その入出力関係を伝達関数を用いて表わすと

$$\begin{bmatrix} \Delta P_0 \\ \Delta Q_0 \end{bmatrix} = \{D + C(sI - A)^{-1}B\} \begin{bmatrix} \Delta \theta_0 \\ \Delta V_0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $s = p^2$ 、 p はラプラス演算子、 I は単位行列である。この伝達関数を $G(s)$ とすると

$$G(s) = \begin{bmatrix} d_{11} + u(s)/q(s), & d_{12} + w(s)/q(s) \\ d_{21} + v(s)/q(s), & d_{22} + z(s)/q(s) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

と書けて、 $q(s)$ は A の特性多項式で n 次、 $u(s), \dots, z(s)$ は $n-1$ 次の多項式となることがわかる。このとき $q(s)=0$ の根 q_1, \dots, q_n は A の固有値でもある。一方、 $\Delta\dot{\theta}=A\Delta\theta$ は連系点を無限大母線 ($\Delta\theta_0=\Delta V_0=0$) と仮定したときの従系統の動揺方程式であるので、よほど特殊な潮流状態でない限り A の固有値は実数と考えられる〔正定値行列と対称行列の積である行列の固有値は実数となるが、 A は (8) 式よりそれに近い〕。また、これが重根を持つことも実系統の計算では特殊な例に限られるので、以下議論を簡単にするために、 q_1, \dots, q_n が相異なる実数の場合のみに限定する。このような仮定を設けると $G(s)$ の各要素は 1 次の部分分数に展開できて、

$$G_{11}(s) = d_{11} + \sum_{i=1}^n u_i / (s - q_i) \dots\dots\dots (12)$$

$$G_{21}(s) = d_{21} + \sum_{i=1}^n v_i / (s - q_i) \dots\dots\dots (13)$$

$$G_{12}(s) = d_{12} + \sum_{i=1}^n w_i / (s - q_i) \dots\dots\dots (14)$$

$$G_{22}(s) = d_{22} + \sum_{i=1}^n z_i / (s - q_i) \dots\dots\dots (15)$$

と書ける。これに (9) 式を考慮すれば、 G_{11}, G_{21} は

$$G_{11}(s) = \sum_{i=1}^n u_i' s / (s - q_i), \quad u_i = u_i' q_i \dots (16)$$

$$G_{21}(s) = \sum_{i=1}^n v_i' s / (s - q_i), \quad v_i = v_i' q_i \dots (17)$$

とも書ける〔詳細は付録 (1) に示した〕。

次に、等価モデルを実際に求めるためには系統定数と潮流状態より定まる (6), (7) 式より (12)~(17) 式の係数を数値として算出しなければならない。 q_i については既に述べたように A の固有値として求まる。残りの係数については行列 A を対角行列に相似変換する変換行列 T によって変換された等価システムの行列 $F=TB, H=CT^{-1}$ の要素 f_{ij}, h_{ij} を用いて

$$\left. \begin{aligned} u_i &= h_{1i} f_{i1}, & w_i &= h_{1i} f_{i2} \\ v_i &= h_{2i} f_{i1}, & z_i &= h_{2i} f_{i2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

とすることもできるが、付録 1 に示した計算方法は変換行列を算出する必要がなくより簡単である。また、(18) より

$$u_i z_i = v_i w_i \dots\dots\dots (19)$$

が常に成立しているので z_i を求める必要はないが、数値計算誤差の補正には有効である。

以上のようにして部分分数の形で得られた伝達関数の各項で、もし

$$u_i = v_i = w_i = z_i = 0 \dots\dots\dots (20)$$

となるものがあれば、そのような項を除いても全体の

入出力関係に何ら変化のないことは自明である。すなわち (20) 式の成立する項をすべて除いて残りが m 次となったとすると、よく知られているように、この m 次の伝達関数が元のシステムの状態空間の可制御かつ可観測な部分空間のみを受継いだ最小次元の等価システムを表わしている⁽⁴⁾。このことは逆に言えば、いま求めようとしている等価集約モデルが条件 1 を満足するためには、この m 次の伝達関数をその入出力関係として持たねばならないことになる。そこで次の段階として、この伝達関数を入出力関係として持つような m 機系統を構成する方法を述べる。

(2) 第 2 段階 以上によって得られた m 次の伝達関数において、各項がそれぞれ第 2 図に示す 1 機モデルで表わせること、そしてその結果全体が並列 m 機の等価な系統に還元できることを示す。

第 2 図は、左端の連系点母線にインピーダンス jx を介して発電機(過渡期アクタンス x_d' , 慣性定数 M) が接続され、その端子にアドミタンス $g+jb$ の負荷を持つ系統であるが、この系統の発電機端子を消去して連系点と発電機 x_d' の背後より見たアドミタンス行列を

$$Y = \begin{bmatrix} G_i + jB_i & G + jB \\ G + jB & G_0 + jB_0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

とする (連系点側が G_i, B_i)。発電機の x_d' 背後の電圧 $E=1$ 、その位相角を δ とすれば発電機出力 P_i は

$$P_i = G_0 + V_0 \{ G \cos(\delta - \theta_0) + B \sin(\delta - \theta_0) \} \dots\dots\dots (22)$$

また、連系点より流入する潮流 P_{0i}, Q_{0i} は

$$P_{0i} = G_i V_0^2 + V_0 \{ G \cos(\delta - \theta_0) - B \sin(\delta - \theta_0) \} \dots\dots\dots (23)$$

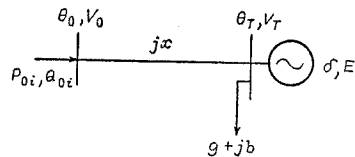
$$Q_{0i} = -B_i V_0^2 - V_0 \{ G \sin(\delta - \theta_0) + B \sin(\delta - \theta_0) \} \dots\dots\dots (24)$$

であるが、これらを微小変分について展開すると

$$\Delta P_i = K_3 V_0 (\Delta\delta - \Delta\theta_0) + K_4 \Delta V_0 \dots\dots (25)$$

$$\Delta P_{0i} = -K_1 V_0 (\Delta\delta - \Delta\theta_0) + (K_2 + 2G_i V_0) \Delta V_0 \dots\dots\dots (26)$$

$$\Delta Q_{0i} = -K_2 V_0 (\Delta\delta - \Delta\theta_0)$$



第 2 図 等価 1 機モデル

Fig. 2. Equivalent one-machine model.

$$-(K_1 + 2B_i V_0) \Delta V_0 \dots\dots\dots (27)$$

と書ける。このとき各係数は $\theta_0 = 0$ とおくと

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= G \sin \delta + B \cos \delta \\ K_2 &= G \cos \delta - B \sin \delta \\ K_3 &= B \cos \delta - G \sin \delta \\ K_4 &= B \sin \delta + G \cos \delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

である。そこで、第2図の系統の伝達関数を(6)~(11)式と同様の操作によって求めると

$$\left[\begin{array}{cc} u's/(s-q), & 2G_i V_0 + v'/V_0 + w/(s-q) \\ v's/(s-q), & -2B_i V_0 - u'/V_0 + z/(s-q) \end{array} \right] \dots\dots\dots (29)$$

$$\left. \begin{aligned} q &= K_3 V_0 / M \\ u' &= K_1 V_0, \quad w = K_1 K_4 V_0 / M \\ v' &= K_2 V_0, \quad z = K_2 K_4 V_0 / M \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

の形に書けるので、この係数 $q \sim z$ が与えられたとき第2図の系統定数を以下のように逆算することができる。

$$M^2 = u'^2 (u'^2 + v'^2) / (u'^2 q^2 + w^2 V_0^2) \dots (31)$$

$$\tan \delta = u' (u' - Mq) V_0 / (u' v' + M w V_0) \dots\dots\dots (32)$$

$$B = (u' + Mq) / 2V_0 \cos \delta \dots\dots\dots (33)$$

$$G = (u' - Mq) / 2V_0 \sin \delta \dots\dots\dots (34)$$

また、 P_{0i}, Q_{0i} を適当に与えると

$$G_i = (P_{0i} - v') / V_0^2 \dots\dots\dots (35)$$

$$B_i = -(Q_{0i} + u') / V_0^2 \dots\dots\dots (36)$$

と求まるので、結局

$$1/x = G_i B / G - B_i \dots\dots\dots (37)$$

$$1/x_d' = (G^2 + B^2) (B + x B B_i + x G G_i) \dots\dots\dots (38)$$

$$g = G/x x_d' (G^2 + B^2) \dots\dots\dots (39)$$

$$b = 1/x + 1/x_d' - g B / G \dots\dots\dots (40)$$

そして発電機端子は

$$\tan \theta_T = x P_{0i} / (x Q_{0i} - V_0^2) \dots\dots\dots (41)$$

$$V_T^2 = \{x^2 P_{0i}^2 + (V_0^2 - x Q_{0i})^2\} / V_0^2 \dots (42)$$

$$P_i = V_T \sin (\delta - \theta_T) / x_d' \dots\dots\dots (43)$$

と求まる。また、(28)式で $u' z = v' w$ の関係があるので、以上の計算に z は必要ではない。この部分の詳細は付録(2)に示した。

さて、以上に示したように従系統の伝達関数(14)~(17)式の各項は、第2図の系統の伝達関数(29)式と一致することがわかったので、各項は(31)~(43)式を用いて第2図の系統に復元できる。そしてその結果、従系統の伝達関数全体はこのようにして求めた m 機が、同一の連系点母線に並列に接続された系統(第4図参

照)によって復元されることになる。但し両者の伝達関数が完全に一致し、復元された m 機集約系統が条件1を満足するためには、(14)、(15)式の定数項 d_{12}, d_{22} についても一致する必要がある。

すなわち、

$$\sum_{i=1}^m (2G_i V_0 + v_i' / V_0) = d_{12} \dots\dots\dots (44)$$

$$\sum_{i=1}^m (2B_i V_0 + u_i' / V_0) = -d_{22} \dots\dots\dots (45)$$

が成立する必要がある。ところが、(35)、(36)式において G_i, B_i を決めるとき P_{0i}, Q_{0i} を任意に選べたので、

$$\sum_{i=1}^m P_{0i} = P_0, \quad \sum_{i=1}^m Q_{0i} = Q_0 \dots\dots\dots (46)$$

として、連系点における潮流に矛盾のないように選ぶことにする(条件が満足される)。すると(44)式は(35)式と(46)式によって

$$\sum_{i=1}^m (2P_{0i} - v_i') = 2P_0 - \sum_{i=1}^m v_i' = d_{12} V_0 \dots\dots\dots (47)$$

と書ける。一方、(3)式の P_0 は(8)、(9)式によって

$$P_0 = G_{00} V_0^2 - \sum_{j=1}^n c_{2j} = G_{00} V_0^2 + d_{21} \dots (48)$$

また、

$$d_{12} V_0 = 2G_{00} V_0^2 + \sum_{j=1}^n V_j \partial P_0 / \partial V_j \dots (49)$$

となつて、更に(付11)式より

$$\sum_{i=1}^m v_i' = d_{21} \dots\dots\dots (50)$$

であるから、(47)式は

$$\begin{aligned} 2P_0 - \sum_{i=1}^m v_i' &= G_{00} V_0^2 + d_{21} + d_{12} V_0 - G_{00} V_0^2 - d_{21} \\ &= d_{12} V_0 \dots\dots\dots (51) \end{aligned}$$

結局、(44)式は成立している。(45)式についても同様であるから、(46)式に従って P_{0i}, Q_{0i} を選べば伝達関数の定数項は必然的に一致し、その結果、条件1と条件2が完全に満足されたことになる。更に、このとき(44)式に(48)、(50)、(51)式を代入すれば

$$\sum_{i=1}^m G_i = G_{00} \dots\dots\dots (52)$$

同様に

$$\sum_{i=1}^m B_i = B_{00} \dots\dots\dots (53)$$

となるので条件3も同時に満足されていることがわかる。

以上によって、従系統の伝達関数(14)~(17)式の係数より(31)~(40)式を用いて求める並列 m 機系統が求める等価集約モデルとなっていることがわかった。但し(46)式によっても P_{0i}, Q_{0i} は一意に決まらないので、その結果得られる等価モデルも一意ではない。実用上は P_0, Q_0 を容量の大きい (M の大きい) 発電機 1 機または数機に割当てておけば、残りの小さな発電機を近似的に省略するとき便利である。また、このようにして得られた集約系統の発電機もとの系統のそれとの対応を物理的に理解することは困難であるが、ただ各発電機は行列 A の固有値と対応しているためその固有ベクトルを調べることによって数学的な対応はつくので、これについては第 3 章の計算例でふれることにする。

〈2・3〉 集約過程と近似 以上主として等価集約モデルを構成する理論的な面を述べてきたが、現実の系統において(20)式が厳密に成立して低次の集約モデルが得られることはまれで、現実には必ず近似が必要となる。そこで次に集約の物理的な側面と近似の指標について述べる。

伝達関数の各項の係数は適当な定数 c_i と(16), (17) (19)式を用いて

$$\left. \begin{aligned} u_i &= u_i' q_i, & w_i &= u_i' c_i \\ v_i &= v_i' q_i, & z_i &= v_i' c_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (54)$$

と書けるので、(20)式が近似的に成立している項では $u_i' = v_i' \approx 0$ または $q_i = c_i \approx 0$ (55) となっているはずである。これを(30)式と比較すると前者は $K_1 = K_2 \approx 0$ となり(28)式より

$$G = B \approx 0 \dots\dots\dots (56)$$

後者は、 $K_3 = K_4 \approx 0$ より(56)式となるか、または

$M \approx \infty$ である。そこで $M < \infty$ と $M \approx \infty$ の場合に分けてその物理的意味を考えてみる。

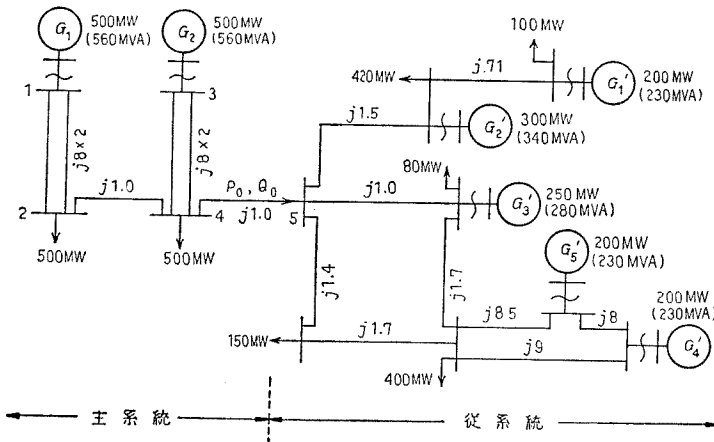
(1) $M < \infty$ の場合 (56)式より、このような項は発電機が非常に大きなインピーダンスを介して連系点に接続されている場合に相当し、その発電機が動揺を始めても連系点を通過する潮流に及ぼす影響は無視し得る程度に小さいので(可観測でない状態に対応している)、これを省略しても系統全体の等価性は保たれる。このとき省略の判定には(55)式を用いればよいが、 $M < \infty$ のため $q_i = c_i \approx 0$ ならば結局 $u_i' = v_i' \approx 0$ となるので、判定指標として

$$\mu_i = \sqrt{u_i'^2 + v_i'^2} \dots\dots\dots (57)$$

を各項ごとに求めて比較し、他に比して十分小さいものを省略すればよい。このときそのような i に対して $P_{0i} = Q_{0i} = 0$ とすれば、(35), (36)式より $G_i = B_i \approx 0$ となり条件 2, 3 も満足される。また $q_i \approx 0$ ならば省略される項について(31)式より $M = 0$ となり、結果的に省略される発電機は、容量の小さいものになっている。

(2) $M \approx \infty$ を許す場合 上記集約過程以外に $q_i = c_i \approx 0$ で $u_i' = v_i' \neq 0$ (58)

となる場合が考えられ、 $G = B \neq 0, M \approx \infty$ となる。これは連系点に G, B を介して無限大母線が接続されている場合に相当し、連系点の θ_0, V_0 が変動しても動揺しないため(可制御でない状態に対応している)集約の対象となる。但しこれは条件 2, 3 を満たすために無限大母線として残す必要がある。また(58)式となるのは、元の従系統が無限大母線に近い発電機を持つ場合以外に通常の例ではあまり見られないが、判定指標として(57)式に加えて、 $|q_i|$ の値を検討すれば完



第 3 図 例題に用いた系統
Fig. 3. A system for example.

全である。

3. 計算例

前節で述べた系統の等価集約法を第3図の系統に適用した例を次に示す。第3図を連系線4-5によって連系された系統と考え、その左側を主系統、右側を従系統、母線5を連系点と定める。各ラインのインピーダンス (pu 1,000MVA)、各発電機の出力(MW)と、定格(MVA)および各負荷の消費有効電力は、図中に示した。また発電機の定数は自己容量ベースで $M=8$ 秒, $x_d'=0.3$, 変圧器 $x=0.11$ である。その他の細かい数値は省略する。

この従系統の等価集約モデルを第2章に述べた順に従って求める。まず(6)式の行列 A の5個の固有値とその固有ベクトルは第1表のように、また各固有値に対応する伝達関数(14)~(17)式の各項の係数および(57)式の μ は第2表のように求まるので、この判定指標に従って第4, 5項を省略して初めの3項より3機系を復元することにする。いま、元の系統において連系線潮流 $P_0=Q_0=0$ としているので、

$$P_{oi}=Q_{oi}=0 \quad i=1,2,3 \dots\dots\dots (59)$$

第1表 固有値と固有ベクトル
Table 1. Eigen values and eigen vectors.

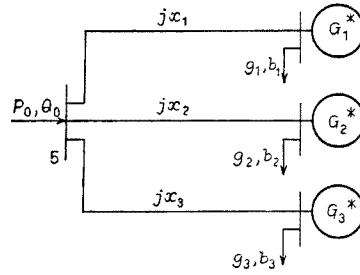
No.	固有値	固有ベクトル				
1	-29.76	1.0	0.83	0	0	0.
2	-26.60	0	0	0.36	1.0	0.99
3	-75.04	0	0	1.0	-0.22	-0.21
4	-90.88	1.0	-0.85	0	0	0
5	-96.70	0	0	-0.004	-0.99	1.0

第2表 伝達関数の係数
Table 2. Transfer function coefficients.

No.	u'	v'	w	z	μ
1	0.435	-0.036	9.09	-0.752	0.436
2	0.498	-0.105	13.2	-2.79	0.509
3	0.176	-0.074	7.13	-3.00	0.191
4	0.0114	-7×10^{-4}	0.439	-0.024	0.011
5	10^{-5} 以下		10^{-3} 以下		6×10^{-6}

第3表 等価モデルの定数
Table 3. Consts for the equivalent systems.

No.	M (秒)	δ (度)	G (pu)	B (pu)	x (pu)	x_d' (pu)	θ (pu)	b (pu)
1	4.532	19.89	0.1143	0.4217	1.759	0.5545	0.6135	0.1076
2	5.111	28.41	0.1443	0.4881	1.170	0.8546	0.5567	0.1409
3	0.8436	25.59	0.0093	0.1906	0.5880	4.703	0.0918	0.0209



第4図 等価3機モデル

Fig. 4. Equivalent three-machine model.

と定めて(31)~(40)式に従って等価モデルの定数を求めたのが第3表(数値は1,000MVAベース)で、結局第4図に示した等価集約モデルが得られる。これを以下3機モデルと呼ぶことにし、別に近似と誤差の関係を見るために第4図において G_3^* を除いた系統を2機モデルと呼ぶ。

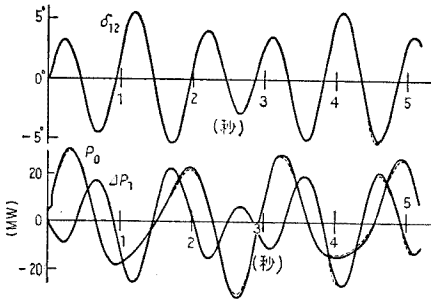
このようにして得られた $G_1^* \sim G_3^*$ が、元の従系統の $G_1' \sim G_5'$ とどのように対応するかを第1表の固有ベクトルによってある程度知ることができる。固有ベクトルは変換された新しい状態変数と元の状態変数との対応を示しているのので、例えば G_1^* の相差角は元の系統の G_1' と G_2' のそれを $1:0.83$ の比率で合成したものと言える。これを物理的におおざっぱな解釈をすれば、 G_1^* は G_1' と G_2' をまとめたものと考えてもよいであろう。同様にして G_2^* は G_3', G_4', G_5' をまとめたもの、 G_3^* については G_3' と G_4', G_5' が逆位相で振動する動揺を無視させないために設けられたものと考えることができる。ここで、元の系統の発電機の慣性定数はすべて自己容量ベースで8秒としたので、この比率で等価モデルの各発電機の定格を求めると、 G_1^* は567MVAとなって G_1' と G_2' の合計と、また G_2^*, G_3^* は639MVA, 105MVA となってこの合計は G_3', G_4', G_5' の合計とほぼ一致するのは興味深い。

次に、求まった等価モデルが第3図の主系統に連系されたときの動揺を元の系統のそれと比較するために、次の2ケースのシミュレーション計算の結果を示す。

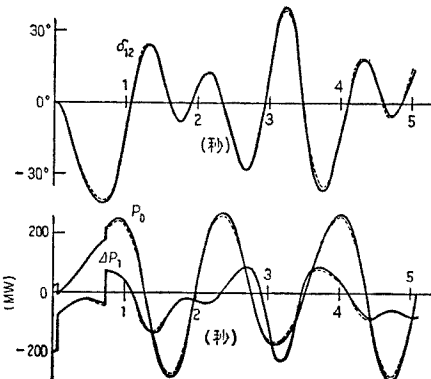
〔ケースA〕 母線3に3LSが発生、3サイクル後に復旧した場合。

〔ケースB〕 送電線1-2の1回線に途中で3LSが発生、4サイクル後に事故回線を除去、更に40サイクル後に再開路をした場合。

この2種類の外乱による動揺を見るために、主系統の G_1 を基準にした G_2 の相差角 δ_{12} , G_1



第 5 図 シミュレーション結果 (ケース A)
Fig. 5. Simulation curves for case-A.



第 6 図 シミュレーション結果 (ケース B)
Fig. 6. Simulation curves for case-B.

の出力変動分 ΔP_1 , 連系線潮流 P_0 をケース A は第 5 図, ケース B は第 6 図に示した。

図中実線は第 3 図の元の系統の場合, 点線は 2 機モデルを用いた場合である。3 機モデルを用いた場合については実線との差が図示できない程度に小さいために特に記していない。

この結果より第 4 図の 3 機モデルは従系統の等価集約モデルとして所期の目的を十分に満たしており, 特にケース B では動揺幅が δ_{12} で 40° , P_1 は定常出力の 40% にまで達しており線形近似の領域を超えていると思われるが, 等価モデルとしての機能は十分果たしていることがわかる。2 機系モデルについては若干の誤差が見られるが, その原因の一つとして第 4 表 (ケース A については復旧時, ケース B については再閉路時の主系統 G_1, G_2 の周波数偏差を記した) よりわかるように, 事故中に発電機が受ける加速に若干の差が見られるが, これは G_3^* を省略したために従系統の駆動点アドミタンスに生じた 15% 程度の誤差のためと考えられる。

以上, 簡単な 5 機系統が発電機で約 1/2 に集約され

第 4 表 復旧時の発電機周波数偏差

Table 4. Frequency deviation of main system generators when fault cleared.

		Δf_1 (Hz)	Δf_2 (Hz)
ケース A	元の系統	0.0500	0.1110
	3 機モデル	0.0500	0.1111
	2 機モデル	0.0512	0.1126
ケース B	元の系統	0.5111	0.5170
	3 機モデル	0.5113	0.5178
	2 機モデル	0.5153	0.5314

る例を見たが, 大規模系統ほど集約率が良くなる可能性を秘めていると言える。この点について今後更に検討が必要である。

4. まとめ

系統の比較的軽微な動揺を解析するための等価集約モデルの構成法を提案し, その有効性を簡単な例題によって確認した。本論文は系統の等価集約モデルに対する理論的考察のほんの第一歩で, このような手法の実用化には実系統に近い規模のモデルによる検討, また制御器を含む詳細な発電機モデルを用いた場合の集約法の検討など多くの問題が今後に残されている。

文 献

- (1) B. Spalding, et al.: Use of Dynamic Equivalents and Reduction Techniques in Power System Transient Stability PSCC 2 (1975)
- (2) 中地域技術研究連絡会報告書
- (3) R. DeMello, et al.: Coherency-Based Dynamic Equivalents PICA Proceedings (1975)
- (4) L. Zadeh, et al.: System Theory (1969)

付 録

1. 伝達関数の計算法 状態方程式の伝達関数は固有計算を用いて容易に部分分数の形に展開できる。

(11)式の行列の各要素は 1 入力 1 出力の状態方程式

$$\dot{x} = Ax + bu, y = c'x + du \dots\dots\dots (付 1)$$

の伝達関数に相当しており

$$F(s) = d + c'(sI - A)^{-1}b \dots\dots\dots (付 2)$$

と書ける。ここで

$$\det(I + bc') = 1 + c'b \dots\dots\dots (付 3)$$

の関係を用いると

$$\begin{aligned} \det\{(sI - A) + d^{-1}bc'\} \\ = \det(sI - A) \det\{I + d^{-1}(sI - A)^{-1}bc'\} \\ = \det(sI - A) (1 + d^{-1}c'(sI - A)^{-1}b) \end{aligned} \dots\dots\dots (付 4)$$

を得る。従って $\bar{A}=A-d^{-1}bc'$ とすれば

$$F(s)=d \cdot \det(sI-\bar{A})/\det(sI-A) \dots (付5)$$

と書くことができる。A と \bar{A} の固有値をそれぞれ $q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n$ とすると、これは更に

$$F(s)=\frac{d(s-p_1)\dots(s-p_n)}{(s-q_1)\dots(s-q_n)} \dots (付6)$$

となり、いま A の固有値に重複がなければ留数計算より

$$F(s)=d+\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{s-q_i} \dots (付7)$$

と求まる。行列の固有値は QR 法により、100 次元程度でも容易に求まるので、以上の方法が伝達関数を (付7) 式の形で求めるのに有効と思われる。

また、e を要素がすべて 1 の n 次ベクトルとしたとき

$$Ae+b=0, c'e+d=0 \dots (付8)$$

の関係があれば $\bar{A}e=Ae+b=0$ となるので \bar{A} はゼロ固有値を持つ。従って

$$F(s)=\frac{d s(s-p_1)\dots(s-p_{n-1})}{(s-q_1)\dots(s-q_n)} \\ =\sum_{i=1}^n \frac{k_i/s}{s-q_i} \dots (付9)$$

とも書ける。このとき

$$k_i=k_i'/q_i \dots (付10)$$

である。また (付7) と (付9) 式を比較すると

$$\sum_{i=1}^n k_i'=d \dots (付11)$$

となっている。

2. 系統定数の導出 (28) 式より

$$K_1+K_3=2B \cos \delta, K_2+K_4=2G \cos \delta$$

$$K_1-K_3=2G \sin \delta, K_4-K_2=2B \sin \delta$$

であるから

$$\frac{K_1-K_3}{K_2+K_4}=\frac{K_4-K_2}{K_1+K_3}=\tan \delta \dots (付12)$$

となり、(30) 式を用いて係数に置換えると

$$\frac{u'^2-Mu'q}{u'v'+MwV_0}=\frac{MwV_0-u'v'}{u'^2+Mu'q}=\tan \delta \dots (付13)$$

これより M と tan δ が求まる。また (23), (24) 式は

$$\left. \begin{aligned} P_{oi} &=G_i V_0^2+K_2 V_0 \\ Q_{oi} &=-B_i V_0^2-K_1 V_0 \end{aligned} \right\} \dots (付14)$$

と書けるので、これより G_i, B_i が求まる。

次に、(21) 式のアドミタンスは $B_1=1/x_d', B_2=1/x$ のとき

$$G+jB=B_1 B_2/\{g+j(b-B_1-B_2)\} \dots (付15)$$

$$G_i+jB_i=-jB_2+B_2^2/\{g+j(b-B_1-B_2)\} \dots (付16)$$

となるので

$$\left. \begin{aligned} Gg-B(b-B_1-B_2) &=B_1 B_2 \\ G(b-B_1-B_2)+Bg &=0 \\ G_i g-(B_i+B_2)(b-B_1-B_2) &=B_2^2 \\ G_i(b-B_1-B_2)+g(B_i+B_2) &=0 \end{aligned} \right\} \dots (付17)$$

これより B_1, B_2, g, b を求めると、(37)~(40) 式となる。