

# Rigidité d'une zone tendue de béton armé

B. Espion

Assistant

M. Provost

Maître de Conférences

P. Halleux

Professeur, Directeur, Service Génie Civil, Université Libre de Bruxelles, Belgique.

*Les méthodes analytiques modernes de calcul des flèches des structures en béton armé, ainsi que les modélisations par éléments finis du comportement non linéaire du béton armé considèrent la contribution du béton tendu en phase fissurée à la rigidité d'ensemble de la structure. La plupart des théories proposées à ce jour dans ces domaines font appel à la relation liant la déformation moyenne d'une armature enrobée de béton fissuré et la déformation que prendrait cette même armature au droit d'une fissure. Les auteurs, constatant que très peu de données expérimentales supportent les différents modèles relevés dans la littérature, ont expérimenté des tirants en béton armé avec, comme paramètre de l'étude, le pourcentage géométrique d'armature. La déformation moyenne des tirants, mesurée sur de grandes bases, est comparée à différents modèles rencontrés dans la littérature. Un nouveau modèle, à la fois simple et adapté à des calculs analytiques non itératifs, est proposé.*

## 1. INTRODUCTION

Alors que les calculs des états ultimes de résistance des sections en béton armé font une unanimité relative dans la plupart des codes européens de construction, il est loin d'en être ainsi pour les états limites de service et particulièrement pour l'état limite de déformation. Certaines normes nationales prévoient encore que le calcul des flèches des structures en béton armé se fait sur la base de la théorie élastique des sections fissurées; d'autres font appel à des idéalizations purement empiriques des lois moment-courbure; enfin, dans une troisième catégorie de codes, on tient compte rationnellement de la contribution apportée à la rigidité de la structure par le béton tendu situé entre les fissures d'une pièce fléchie.

Indéniablement, cette dernière approche tend à se répandre.

Tous les modèles proposés dans la littérature qui étayent cette conception utilisent comme relation fondamentale la liaison entre la déformation moyenne d'une armature enrobée de béton fissuré et la déformation de cette même armature considérée isolément.

Le modèle physique le plus simple qui correspond à cette situation est celui du tirant en béton armé soumis

à traction pure. Ce genre de corps d'épreuve a souvent été utilisé pour étudier l'adhérence des armatures de même que la fissuration. Par contre, très peu d'auteurs ont rapporté dans la littérature des mesures de déformation moyenne effectuées sur des bases de longueur recouvrant plusieurs entre-distances de fissures. Comme c'est cette déformation qui est pertinente pour le calcul des déplacements d'ensemble des structures, il est apparu qu'une campagne d'essais ayant spécifiquement pour but de comparer des mesures expérimentales de cette déformation moyenne à quelques formules théoriques s'avérerait nécessaire; tel est l'objet du présent article.

Dans ce qui suit, on appellera loi de comportement d'un tirant en béton armé soumis à traction pure la relation entre l'effort normal appliqué à la pièce et la déformation mesurée sur une grande base (recouvrant plusieurs fissures) de cette même pièce, dans le sens de l'effort appliqué.

De même, la loi de comportement de l'armature constitutive de ce tirant est définie ici comme la relation entre l'effort normal appliqué au tirant, divisé par la section d'acier, et la déformation moyenne.

Ces lois de comportement n'interviennent pas seulement dans le cas des calculs analytiques des déplacements des pièces fléchies. La modélisation réaliste du

comportement non linéaire des structures par la méthode des éléments finis impose de tenir compte de la présence du béton tendu entre les fissures. Une loi simple, telle une de celles qui sont présentées dans cet article, par son approche macroscopique ou moyenne des déformations, se substitue avantageusement, dans certains cas, à l'approche microscopique traditionnelle. Enfin, on rencontre des situations où la connaissance de la loi de comportement de tirants en béton armé, utilisés comme éléments structuraux dans des constructions hyperstatiques, est nécessaire pour la détermination des sollicitations.

2. NOTATIONS

$\Omega_s$	section d'acier;
$\Omega_c$	section nette de béton;
$\omega = \Omega_s/\Omega_c$	pourcentage géométrique d'armature;
$N$	effort normal de traction appliqué au tirant;
$N_r$	valeur de $N$ pour laquelle apparaît la fissuration macroscopique;
$\sigma_s = N/\Omega_s$	contrainte dans les armatures au droit d'une section fissurée;
$E_s$	module d'élasticité des armatures;
$E_c$	module d'élasticité du béton;
$n = E_s/E_c$	coefficient d'équivalence des modules acier-béton (théorie élastique);
$\epsilon_m$	déformation moyenne du tirant ou de l'armature;
$\epsilon_s$	déformation des armatures au droit des sections fissurées;
$\beta_w$	résistance moyenne à la compression mesurée sur cubes de 400 cm <sup>2</sup> de section;
$f_c$	résistance à la compression du béton mesurée sur cylindres;
$f_{ct}$	résistance à la traction du béton mesurée sur éprouvettes;
$\sigma_{cr}$	résistance effective à la traction du béton;
$f_y$	limite d'élasticité des armatures;
$\sigma_{sr} = \sigma_{cr} (n + (1/\omega))$	valeur de $\sigma_s$ correspondant à l'apparition de la fissuration macroscopique du tirant;
$\epsilon_{sr}$	déformation correspondante des armatures.

3. DESCRIPTION GLOBALE DE LA LOI DE COMPORTEMENT

Lorsque l'on applique, lors d'un premier chargement, un effort de traction à un tirant en béton armé, on obtient la loi de comportement représentée à la figure 1.

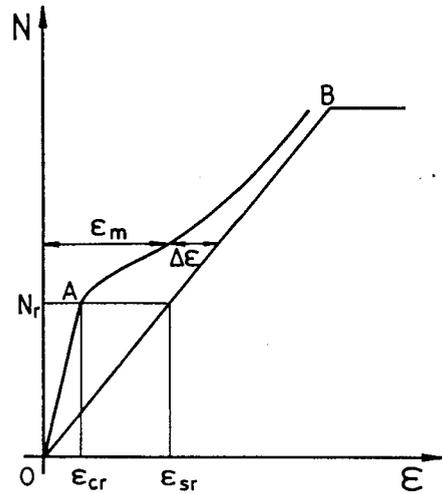


Fig. 1. — Loi de comportement d'un tirant en béton armé.

De O à A, le comportement est globalement élastique linéaire. En A, le béton atteint sa résistance à la traction et la fissuration commence à s'établir. La droite OB représente le diagramme de traction des aciers considérés isolément. Dans la zone d'utilisation considérée, on les supposera élastiques-parfaitement plastiques. En B, les armatures atteignent leur limite d'élasticité. Entre A et B, la fissuration du tirant, caractérisée par le nombre de fissures et par leur ouverture, s'installe progressivement. C'est l'étude de cette phase, qui voit la rigidité du tirant se réduire fortement pour tendre vers celle des aciers seuls, qui est importante dans les calculs des états limites de déformation.

Pour caractériser la loi de comportement du tirant dans cette phase, il suffit d'établir la relation :

$$\epsilon_m = \epsilon_s - \Delta\epsilon, \tag{1}$$

quantifiant la déformation moyenne du tirant ou des armatures.

Ainsi qu'on va le voir, les diverses lois proposées dans la littérature se différencient uniquement par l'expression de  $\Delta\epsilon$  qui représente la réduction de déformation due au béton tendu entre les fissures.

Dans les propositions les plus anciennes,  $\Delta\epsilon$  est une constante traduisant une distribution d'adhérence parfaitement plastique en phase fissurée. Une telle loi est représentée à la figure 2 a.

Cette forme de loi apparaît pour la première fois chez Johnson [1] :

$$\epsilon_m = \frac{1}{E_s} \left( \sigma_s - k \frac{\sigma_{cr}}{\omega} \right), \tag{2}$$

avec  $1/3 \leq k \leq 2/3$ ;  $k = 0,5$  en moyenne.

Palotas [2], par un raisonnement identique à celui de Johnson, mais en prenant une valeur conventionnelle pour  $k/(1+n\omega) = 0,7$ , valeur déduite des règlements soviétiques de l'époque, était arrivé à :

$$\epsilon_m = \epsilon_s - 0,7 \epsilon_{sr}. \tag{3}$$

Enfin, on trouve dans les anciennes propositions du CEB ([3], [4]),

$$\epsilon_m = \frac{1}{E_s} \left( \sigma_s - \frac{k_3}{\omega} \right), \quad (4)$$

avec  $k_3 = 30 \text{ kg/cm}^2$ , valeur recommandée pour des barres à adhérence améliorée.

Rabich [5], a proposé d'approcher la loi de comportement de l'armature enrobée en phase fissurée par la droite joignant A à B (fig. 2 b). Ceci procure une variation linéaire de  $\Delta\epsilon$  avec la charge, ce que l'on peut traduire mathématiquement par :

$$\epsilon_m = (\epsilon_s - \epsilon_{sr}) \frac{\epsilon_{cr} - \epsilon_y}{\epsilon_{sr} - \epsilon_y} + \epsilon_{cr}. \quad (5)$$

Il s'agit d'un modèle purement géométrique fondé sur l'observation de la tendance générale entre A et B. Il rend compte, d'une certaine manière, de l'installation progressive de la fissuration au prix d'une hypothèse illogique qui fait dépendre la loi de comportement en phase fissurée de la limite d'élasticité des aciers.

Rao [6] est le premier à avoir proposé une loi de variation de  $\Delta\epsilon$  en raison inverse de  $\sigma_s$  (fig. 2 c), mais sa formulation était spécifiquement adaptée à la détermination de la part reprise par le béton fissuré dans la rigidité flexionnelle de poutres en phase fissurée. Rostásy *et al.* ([7], [8]) ont étendu ce modèle au cas de tirants en béton armé et proposent :

$$\epsilon_m = \epsilon_s - \frac{\sigma_{cr}^2 (1 + n\omega)}{\omega^2 E_s \sigma_s}. \quad (6)$$

Il est facile de montrer que la formule (6) est identique à celle qui a été proposée récemment par Favre *et al.* [9] et qui, elle, semble provenir d'un raisonnement géométrique,  $\Delta\epsilon$  devant tendre vers zéro lorsque  $\sigma_s$  tend vers l'infini :

$$\epsilon_m = \epsilon_s - \frac{(\epsilon_{sr} - \epsilon_{cr})}{\sigma_s} \sigma_{sr}. \quad (7)$$

L'intérêt de cette dernière formule réside dans le fait que, d'une part, elle fait apparaître, en partie, la formule 15.5 du Code-modèle CEB [10] donnant l'allongement moyen de l'armature située dans la section d'enrobage et que, d'autre part, elle est directement transposable au cas de la flexion, car, ne faisant plus explicitement appel à  $\omega$ , elle n'exige plus non plus de connaître la surface de béton tendu participant à l'accroissement de rigidité.

Noakowski et Kupfer [11] ont également proposé une formule légèrement différente, représentée à la figure 2 d où  $\Delta\epsilon$  varie hyperboliquement avec  $\sigma_s$  :

$$\epsilon_m = \epsilon_s \left[ 1 - 0,6 (1 - n\omega) \frac{\epsilon_{sr}^2}{\epsilon_s^2} \right]. \quad (8)$$

Dans cette formule, issue comme d'autres d'un raisonnement théorique sur la distribution d'adhérence, les auteurs ont supposé que  $n\omega$  est petit devant l'unité. Si

tel n'était pas le cas, il serait plus rigoureux d'écrire :

$$\epsilon_m = \epsilon_s - \frac{0,6 \sigma_{sr}^2}{(1 + n\omega) E_s \sigma_s}. \quad (9)$$

Enfin, pour être complet, parmi les formules qui présentent une variation importante de  $\Delta\epsilon$  pour des charges légèrement supérieures à la charge de fissuration, il y a lieu de signaler la formule purement empirique de Holmberg et Lindgren dans [4] que l'on écrira sous la forme :

$$\epsilon_m = \epsilon_s - \frac{\epsilon_s \beta_1 \beta_2 \sigma_{cr}}{\omega (\omega \sigma_s - \beta_2 \sigma_{cr}) + \sigma_{cr} \beta_1 \beta_2}, \quad (10)$$

avec  $0,001 \leq \beta_1 \leq 0,002$  et  $1,0 \leq \beta_2 \leq 1,1$ .

Dans cette analyse bibliographique, on a repris uniquement les formules du type (1) où  $\epsilon_m$  peut être trouvé directement. Tel n'est pas le cas des propositions de Morita et Kaku [13] ou de Somayaji et Shah [12] où  $\epsilon_m$  est déterminé par un calcul numérique itératif.

Parmi les formules (2) à (10), certaines proviennent d'un raisonnement théorique ou d'une hypothèse géométrique, d'autres sont de nature purement empirique. Elles font toutes intervenir de manière déterminante  $\sigma_{cr}$  et  $\omega$ . Dans les textes supportant ces formules, on trouve au plus mention de seize essais à  $\omega$  constant pour la formule (2), de sept essais pour la formule (6) et de dix-neuf essais pour la formule (10). D'autre part, la gamme de  $\omega$  couverte par ces essais est très étroite. Dans ce qui suit, on rapporte les résultats d'essais effectués au Service Génie Civil de l'Université Libre de Bruxelles sur treize tirants avec, comme paramètre de l'étude, le pourcentage géométrique d'armature.

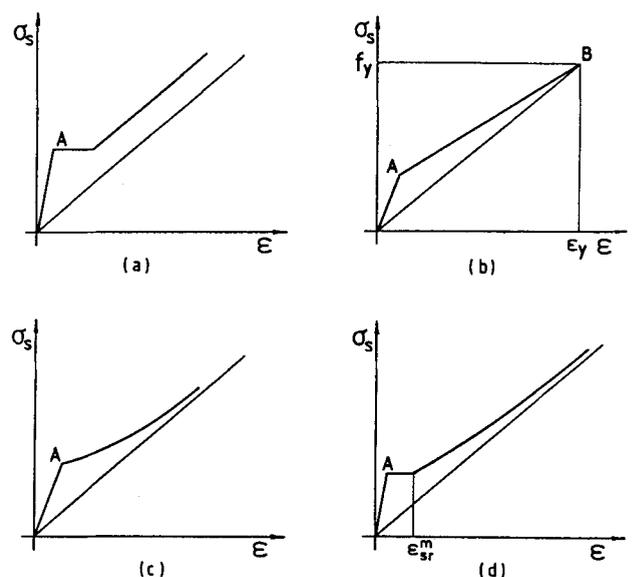


Fig. 2. — Modélisations diverses de la loi de comportement d'un tirant en béton armé.

TABLEAU I

Armature Ø (mm)	$\Omega_s$ (mm <sup>2</sup> )	$\Omega_c$ (mm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\beta_w$ (N/mm <sup>2</sup> )
4 Ø 6	113	22 387	0,50	35,4
4 Ø 8	201	22 299	0,90	45,4
8 Ø 6	226	22 274	1,00	29,1
4 Ø 10	314	22 186	1,40-I	37,2
4 Ø 10	314	22 186	1,40-II	31,0
4 Ø 10	314	22 186	1,40-III	36,7
4 Ø 10	314	22 186	1,40-IV	41,6
8 Ø 8	402	22 098	1,80	42,1
4 Ø 12	452	22 048	2,00	34,5
4 Ø 14	616	21 884	2,74	37,1
8 Ø 10	628	21 872	2,80	37,3
4 Ø 16	804	21 696	3,57	35,1
8 Ø 12	905	21 595	4,00	39,6

## 4. DESCRIPTION DES ESSAIS

Les corps d'épreuve sont des prismes de section carrée en béton armé de dimensions 150 × 150 × 1 500 mm. La disposition des armatures est symétrique par rapport à l'axe longitudinal de la pièce. Ces armatures, composées soit de quatre barres, soit de huit barres, sont solidaires de plaques d'about en acier auxquelles on applique directement l'effort de traction. Cet effort est appliqué de manière croissante en une vingtaine de paliers et la charge finale est atteinte après 2 à 3 heures d'essais. Sur deux faces opposées des prismes, on mesure l'allongement moyen sur une base de 1 m à l'aide de déformètres inductifs.

Les armatures sont des barres à adhérence améliorée de limite d'élasticité garantie égale à 400 N/mm<sup>2</sup>.

La composition du béton a été gardée constante pour tous les essais :

gravier roulé 4/28 : 1 250 kg;

sable du Rhin 0,2/3 : 620 kg;

ciment P40 : 340 kg;

eau : 188 l.

Les mesures de consistance, effectuées à la table à secousses, ont donné des valeurs comprises entre 1,75

TABLEAU II

$\omega$ (%)	$\sigma_{sr}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\Delta\varepsilon$ (10 <sup>-6</sup> )	$\sigma_s(C)$ (N/mm <sup>2</sup> )	$2\sigma_{sr}/\sigma_s(C)$
0,50	292	-	$\geq f_y$	-
0,90	212	-	$\geq f_y$	-
1,00	132	-	-	-
1,40-I	128	360	217	1,18
1,40-II	126	200	238	1,06
1,40-III	136	300	204	1,33
1,40-IV	130	230	264	0,98
1,80	116	220	226	1,03
2,00	82	140	182	0,90
2,74	80	190	166	0,96
2,80	80	180	204	0,78
3,57	60	85	140	0,86
4,00	56	100	124	0,90

et 1,90. Les prismes ont été coulés horizontalement. Le tableau I donne la description géométrique des pièces ainsi que la résistance à la compression du béton.

Aux figures 3 a et 3 b, on a reporté les lois de comportement expérimentales de dix des essais dans une représentation qui illustre de manière significative l'influence du pourcentage d'armature.

## 5. INTERPRÉTATION DES ESSAIS

## 5.1. Détermination de la résistance effective à la traction du béton

Le béton en place dans les prismes ne possède plus la même réserve de résistance à la traction que celle qu'auraient des éprouvettes non armées de même composition. Il est notamment le siège de contraintes résiduelles provenant, entre autres, du retrait empêché précédant la période d'essais. Comme l'interprétation fine des résultats d'essais exige la connaissance de la résistance à la traction effective du béton en place, on a déterminé celle-ci de la position apparente du point A (voir fig. 1) correspondant à la fin de l'état élastique. Les valeurs correspondantes de  $\sigma_{sr}$  sont indiquées au tableau II.

Comme on sait qu'en A,

$$\sigma_{sr} = \sigma_{cr} \left( n + \frac{1}{\omega} \right), \quad (9)$$

on a effectué une régression linéaire, par les moindres carrés, de  $\sigma_{sr}$  en  $1/\omega$ . On obtient la droite de régression suivante :

$$\sigma_{sr} = 29 + 1,4 \frac{1}{\omega} \quad (\text{N/mm}^2). \quad (12)$$

Le coefficient de corrélation vaut 0,97. Comme l'intervalle de confiance est beaucoup plus étroit sur le coefficient de régression que sur la constante de régression, on déduit du coefficient angulaire de la droite de régression la valeur de la résistance effective à la traction du béton des essais :  $\sigma_{cr} = 1,4 \text{ N/mm}^2$ .

Quant à  $\varepsilon_{cr}$ , si l'on adopte pour  $E_c$  la valeur  $E_c = 31 600 \text{ N/mm}^2$  (valeur moyenne des modules estimés par la formule empirique bien connue  $E_c = 5 200 \sqrt{\beta_w} \text{ N/mm}^2$ ), on trouve  $\varepsilon_{cr} = 44 \cdot 10^{-6}$ .

## 5.2. Appréciation des formules proposées

Une confrontation typique de loi de comportement expérimentale avec divers modèles théoriques est représentée à la figure 4.

Pour les pourcentages d'armature inférieurs à 1%, l'idéalisation linéaire (5) est très satisfaisante. Pour les pourcentages supérieurs, la proposition hyperbolique simple (6), (7) reproduit assez exactement la valeur expérimentale de  $\Delta\varepsilon$  dans la gamme des mesures effectuées. Il importe de souligner qu'avec un taux croissant

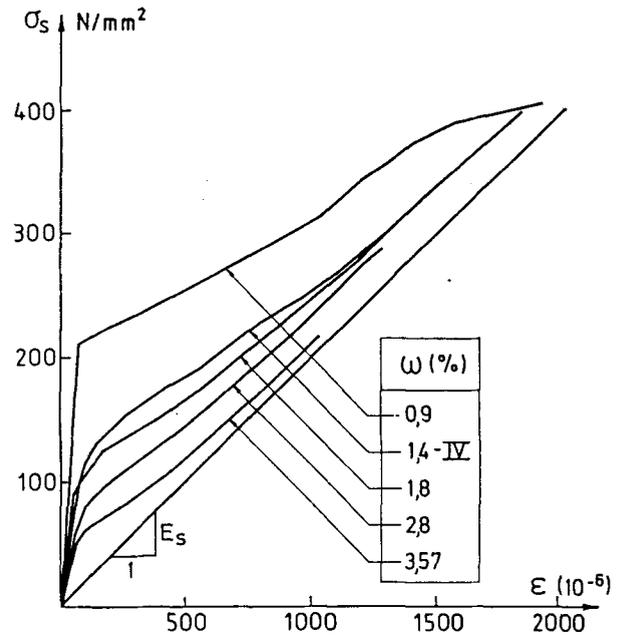
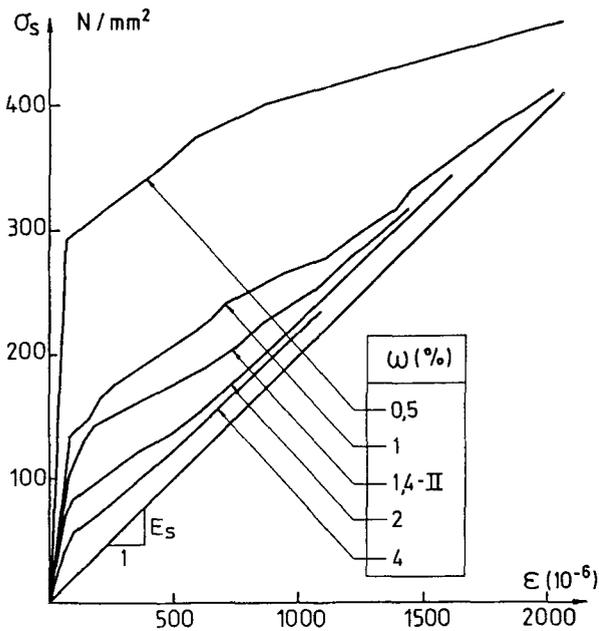


Fig. 3a et 3b. — Lois de comportement expérimentales.

d'armature et un taux croissant de contrainte, les données expérimentales ne permettent pas de rejeter, au-dessus d'un certain niveau de  $\sigma_s$  (que l'on peut fixer en première approximation à 200-250 N/mm<sup>2</sup>), l'hypothèse d'une non-variation de  $\Delta\varepsilon$ . A cet égard, pour des niveaux de contrainte supérieurs à ce seuil, la formule (2) donne également des résultats très satisfaisants.

Les formules (9) et (10) sous-estiment toujours  $\Delta\varepsilon$  alors que les formules (3) et (4) surestiment la part de rigidité reprise par le béton tendu entre les fissures.

Si l'on avait utilisé comme valeur de  $\sigma_{cr}$  le fractile  $f_{ctk\ 0,05}$  déduit conventionnellement des tableaux du Code-modèle CEB [10] avec  $f_c = 0,83 \beta_w$ , on aurait surestimé la résistance à la traction du béton et rejeté vers le haut le niveau théorique du point A. Ceci a pour conséquence de surestimer la valeur de  $\Delta\varepsilon$  par les formules qui attribuent une importance particulière à la juste estimation de la position de ce point, à savoir, les formules (5), (6), (7). Par contre, les formules où  $\Delta\varepsilon$  varie peu en fonction de la charge donnent encore des résultats satisfaisants, du moins pour les pourcentages d'armature supérieurs à 1% [(2), (9)]. Les mêmes observations que celles faites précédemment restent d'application pour les formules (3), (4), (10).

### 5.3. Proposition de modèle

Des remarques énoncées au paragraphe 5.2, on retiendra que le comportement des tirants à faible pourcentage d'armature est différent de celui de ceux à pourcentage important. Pour les premiers, la loi de comportement en phase fissurée est bien idéalisée par une droite joignant les points A et B. La loi de comportement en phase fissurée des tirants à pourcentage d'armature supérieur à 1% est, quant à elle, bien représentée par deux phases :

- une phase qui voit la fissuration s'établir et qui est caractérisée par un  $\Delta\varepsilon$  diminuant avec la charge;
- une phase pendant laquelle on peut considérer que  $\Delta\varepsilon$  reste constant, le nombre de fissures n'augmentant plus.

Ceci permet de proposer comme loi de comportement en phase fissurée une idéalisation bilinéaire (fig. 5) qui se superpose bien à l'hyperbole tendue [(6), (7)] en présence de forts pourcentages d'armature et à la droite joignant A à B dans le cas des faibles pourcentages,

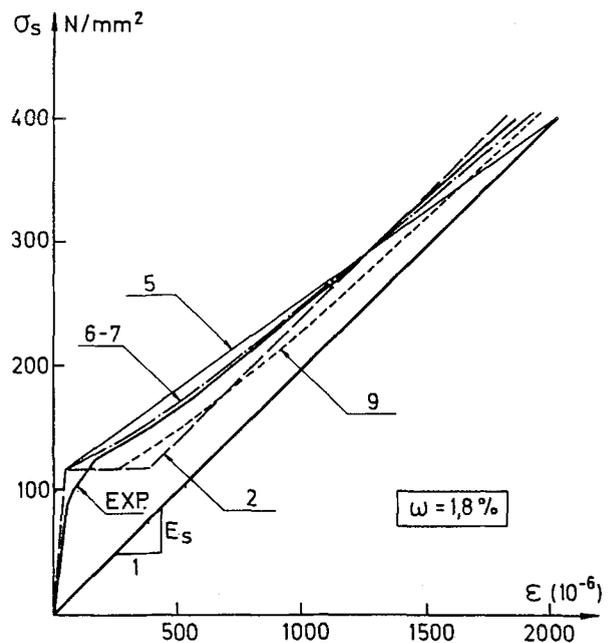


Fig. 4. — Confrontation théorie-expérience pour le tirant à  $\omega = 1,8\%$ .

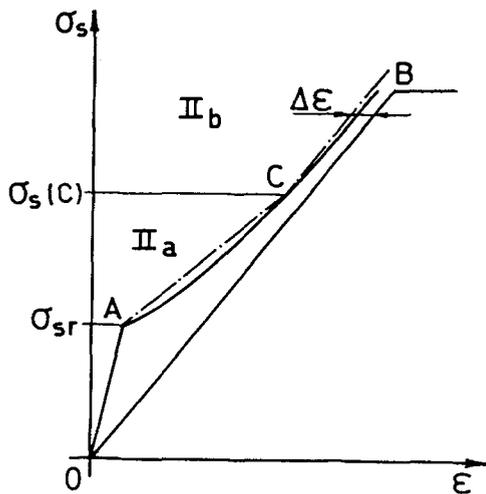


Fig. 5. — Modèle bilinéaire de la loi de comportement en phase II.

$\sigma_s(C)$  étant supérieur à  $f_y$ , dans ce cas. Un modèle multilinéaire présente en outre l'avantage d'être plus simple à utiliser qu'un modèle non linéaire, aussi bien dans le cas de calculs analytiques que dans le cas de calculs numériques.

La description d'un tel modèle en phase fissurée nécessite uniquement la connaissance de deux paramètres :  $\Delta\epsilon$  caractérisant la part constante de rigidité reprise par le béton tendu entre les fissures en phase II b et le niveau  $\sigma_s$  de C, noté  $\sigma_s(C)$ , correspondant à la fin de la phase II a.

Sur des figures représentant les lois de comportement expérimentales, on a ajusté la meilleure représentation d'un tel modèle. Les valeurs particulières de  $\Delta\epsilon$  et de  $\sigma_s(C)$  relevées sont renseignées au tableau II.

On a effectué une régression linéaire de  $\Delta\epsilon$  en fonction de  $1/\omega$ ; la droite de régression a pour équation :

$$\Delta\epsilon = \left( 18 + 3,55 \frac{1}{\omega} \right) 10^{-6}, \quad (13)$$

avec 0,80 comme coefficient de corrélation.

Si l'on admet que  $\Delta\epsilon$  doit avoir comme forme :

$$\Delta\epsilon = k \frac{\sigma_{sr}}{E_s \omega}, \quad (14)$$

il est remarquable de trouver comme valeur empirique de  $k$  la même valeur que dans la formule (2), soit  $k=0,5$ .

On suppose d'autre part que  $\sigma_s(C)$  correspond à l'intersection théorique des formules (2) et (6), (7), ce qui donne :

$$\sigma_s(C) = 2 \sigma_{sr}. \quad (15)$$

La validité de cette hypothèse est établie dans la dernière colonne du tableau II où est indiqué le rapport des valeurs expérimentales  $2 \sigma_{sr}/\sigma_s(C)$ .

## 6. CONCLUSIONS

La présente étude était rendue nécessaire par le fait que :

- depuis le dernier état de la question [14], p. 192-193, d'ailleurs incomplet à l'époque, des contributions nouvelles et importantes ont été publiées ([7], [8], [9], [11], [15]);

- les codes de calcul, du moins au niveau européen [16], commencent à tenir compte rationnellement, dans les calculs des états limites de déformation, de la participation du béton tendu entre les fissures;

- très peu d'évidence expérimentale venait étayer les modèles proposés.

Les auteurs se sont livrés à une recherche expérimentale ayant spécifiquement pour but de mettre en évidence l'influence du pourcentage géométrique d'acier tendu sur le phénomène de rigidification dû au béton tendu entre les fissures. La confrontation théorie-expérience a montré que :

- la résistance à la traction effective du béton en place est notablement plus basse que celle à laquelle on aurait pu s'attendre;

- lorsque celle-ci est correctement estimée, les formules (6), (7), qui sont à la base des recommandations actuelles [16] en matière de calcul des déplacements des poutres fléchies, donnent les meilleurs résultats, du moins au-dessus d'un pourcentage minimal d'armature.

Un modèle théorique simple, intéressant dans le cas de calculs analytiques non itératifs, a été proposé. Il rend bien compte de l'ensemble des essais couverts par cette étude expérimentale. Il contient l'apport physique principal des formules (5) d'une part, (6), (7) d'autre part : la dégradation de la rigidité d'un tirant en béton armé est localisée aux environs immédiats de la charge de fissuration; lorsque le nombre de fissures ne peut plus augmenter parce que l'intégrale des contraintes d'adhérence développées par la liaison acier-béton n'est plus suffisante pour faire apparaître dans le béton des contraintes normales de traction supérieures à sa résistance à la traction, la rigidité ne varie guère, voire plus du tout.

## RÉFÉRENCES

- [1] JOHNSON A. I. — *Deformations of reinforced concrete*. Mém. Ass. int. Ponts Charp., Zurich, vol. 11, 1951, p. 253-290.
- [2] PALOTAS L. — *Beiträge zur Berechnung der Rissicherheit*. Mém. Ass. int. Ponts Charp., Zurich, vol. 26, 1966, p. 365-397.
- [3] CEB. — *Fissuration*. Bulletin d'information, n° 61, Paris, 1967.
- [4] CEB. — *Fissuration*, Bulletin d'information, n° 89, Paris, 1973.
- [5] RABICH R. — *Beitrag zur Berechnung der Formänderungen von Stahlbetonbauteilen unter Berücksichtigung der Rissbildung*. Bauplan. Bautech., Heft 4, 1969, p. 184-187.

- [6] RAO P. S. — *Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte*. DAfStb., Berlin, Heft 177, 1976.
- [7] ROSTASY F. S., KOCH R., LEONHARDT F. — *Zur Mindestbewehrung für Zwang von Aussenwänden aus Stahlleichtbeton*. DAfStb., Berlin, Heft 267, 1976.
- [8] ROSTASY F. S., ALDA W. — *Rissbreitenbeschränkung bei zentrischem Zwang von Stäben aus Stahlbeton und Stahlleichtbeton*. Beton Stahlbetonb., Heft 6, 1977, p. 149-156.
- [9] FAVRE R., KOPRNA M., PUTALLAZ J. C. — *Deformation of concrete structures. Theoretical Basis for the Calculation*. AIPC periodica, Zurich, S-16/81, 1981.
- [10] CEB. — *Code Modèle pour les structures en béton*. Bulletin d'information, n° 124/125 F, Paris, 1978.
- [11] NOAKOWSKI P., KUPFER H. — *Versteifende Mitwirkung des Betons im Zugbereich von turmatigen Bauwerken*. Beton Stahlbetonb., Heft 10, 1981, p. 241-246.
- [12] SOMAYAJI S., SHAH S. P. — *Bond stress versus slip relationship and cracking response of tension members*. J. Am. Concr. Inst., May-June 1981, p. 217-225.
- [13] MORITA S., KAKU T. — *Cracking and deformation of reinforced prisms subjected to tension*. Colloquium IABSE-FIP-CEB-RILEM-IASS, Behaviour of Concrete Structures, Liège, II-3-2, 1975, p. 583-594.
- [14] EIBL J., IVANYI G. — *Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton*. DAfStb., Berlin, Heft 260, 1976.
- [15] LEONHARDT F. — *Vorlesungen über Massivbau, vierter Teil, Nachweis der Gebrauchsfähigkeit*. Springer-Verlag, Berlin, 1978.
- [16] CEB. — *Fissuration et déformation*. Bulletin d'information, n° 143, Paris, 1981.

---

## SUMMARY

**Rigidity of a reinforced concrete tensile zone.** — *Non linear methods for computing deflections of reinforced concrete linear structures in cracked stage are now spreading rapidly. In some latest reinforced concrete codes and manuals, the basic assumption regarding such calculations lies in the relationship between the mean steel (or concrete) strain and the steel strain in a fully cracked section. The authors have established a state-of-the-art for such relationships. All proposed formulas can practically be written in the following form:*

$$\varepsilon_m = \varepsilon_s - \Delta\varepsilon,$$

where  $\varepsilon_m$  stands for the mean steel and concrete strain,

$\varepsilon_s$  the steel strain in a cracked section and where  $\Delta\varepsilon$  represents the tension stiffening effect of concrete lying between the cracks. Various propositions have been made for the relationship between  $\Delta\varepsilon$  and the steel stress (e. g. constant, linear, hyperbolic, . . .); other important factors too are the strength of concrete in tension and the reinforcement ratio.

Considering that little experimental evidence supports the various propositions, an experimental program on thirteen reinforced concrete prisms (ties) subjected to uniaxial tension was carried out. The influence of the reinforcement ratio is especially studied. Careful assessment of the validity of previous formulas is made. A new bilinear relationship between the tension stiffening effect and the steel stress is proposed for analytical calculations.

---