

단시간 푸리에 변환과 맥놀이를 이용한 강건한 결함 진단법

Robust Damage Diagnostic Method Using Short Time Fourier Transform and Beating

이 호 철*

Hocheol Lee

(2005년 7월 6일 접수 : 2005년 8월 23일 심사완료)

Key Words : Short Time Fourier Transform(단시간 푸리에 변환), Structural Damage(구조물 결함), Beating Phenomena(맥놀이현상), Impact Excitation(충격가진)

ABSTRACT

A robust damage detection method using short-time Fourier transform and beating phenomena is presented as an estimating tool of the healthiness of large structures. The present technique makes use of beating phenomena that manifest themselves when two signals of similar frequencies are added or subtracted. Unlike most existing methods based on vibration signals, the present approach does not require an analytic model for target structures. Furthermore, the main advantage of the proposed method compared to the competing diagnostic method using vibration data is its robustness. The proposed method is not affected by the amplitude of exciting signals and the location of exciting points. From a measuring view point, the location of sensing point have no influence on the performance of the present method. With a view to verifying the effectiveness of this method, a series of experiments are made and the results show its possibility as a robust damage diagnostic method.

1. 서 론

삼풍백화점 붕괴와 성수대교 붕괴라는 20세기의 말을 우울하게 장식했던 대형 참사를 이야기하지 않아도 대형구조물의 안전성을 지속적으로 평가하는 기술은 '인간의 행복을 위해 복무한다.'는 공학의 본질적 특성상 관련 공학자들의 지속적인 관심 영역일 수 밖에 없다. 특히 최근에 전 국민을 불안에 떨게 했던 지진 사건은 초대형 참사를 불러일으킬 가능성이 매우 높은 자연 재해인 지진으로부터 한반도가 결코 자유로운 지역이 아님을 새삼 일깨워주는 것으로 내진

설계와 관련하여 대형 구조물의 안전성을 평가하는 기술에 많은 역량이 집중되어야 할 필요가 있음을 이야기하고 있다.

일반적으로 기계장치에서 발생하는 결함의 경우 꼭 필요한 경우라면 경제적인 손실을 감수하고서라도 해당 기계장치를 해체하여 정밀검사를 수행할 수 있다. 하지만 빌딩이나 교각 등과 같은 대형 건축 구조물들은 해체 자체가 불가능하기 때문에 구조물을 해체하거나 더 나아가서 구조물에 어떠한 부정적인 영향도 주지 않으면서 구조물의 건전성(healthiness)을 평가하는 '비파괴적(nondestructive)'인 검사방법이 필요하다는 것은 주지의 사실이다.

비파괴적인 방법이건 파괴적인 방법이건 '대상의 건전성을 평가한다'라고 하는 것은 다음의 3가지 질문에 대하여 충분한 정보를 획득했음을 의미하는 것이라 볼 수 있다.

* 책임저자 : 정희원, 대구가톨릭대학교 기계자동차공학부
E-mail : hclee21@cu.ac.kr
Tel : (053)850-2712, Fax : (053) 850-2710

(1) 평가의 대상이 되는 구조물에 결함이 존재하는가?

(2) 만일 대상에 결함이 존재한다면 결함의 정도는 어떠한가?

(3) 만일 대상에 결함이 존재한다면 결함의 위치는 어디인가?

(4) 결함의 존재는 구조물의 건전성에 어느 정도 영향을 미치고 있는가?

이러한 일련의 질문에 대해서 정성적(qualitative)인 혹은 정량적(quantitative)인 정보를 총체적으로 혹은 부분적으로 제공하기 위하여 지금까지 많은 우수한 기술들이 개발되어왔다. 이 논문은 (1)번 질문에 대한 답을 하기 위한 연구로 결함의 유무에 대한 새로운 평가기법을 제시하고자 한다. 이 논문에서 주 관심대상으로 삼고 있는 대형구조물의 건전성 평가기술 분야에서도 이 (1)번 질문에 대한 대답은 매우 중요한 연구주제로 이에 대한 답을 얻기 위해서 많은 기법들이 제안되어왔다. 이러한 기법들 중에서 확고부동한 고유의 기술적 영역을 점하고 있는 방법 중 하나가 구조물의 진동특성을 이용하는 방법이다.

구조물에서 획득한 진동신호와 이 신호에 포함된 동특성 정보의 변화를 이용해서 해당 구조물의 건전성을 평가하는 기법은 여타의 기법(예를 들어 초음파를 이용한 기법)들과 비교했을 때 구조물의 건전성을 총체적으로 평가할 수 있다는 장점이 있는 반면, 결함의 크기가 매우 작으면 저주파수 대역의 신호로는 경제적인 방법으로 결함의 존재유무를 판단하기 어려운 단점이 있다. 이와 관련하여 지금까지 이루어진 연구들을 해당 연구가 가진 장점과 극복해야할 문제점의 관점에서 짚어보고 이 연구에서 제안하는 기법이 가지는 장점에 대해서 설명하고자 한다.

구조물 전체의 동특성은 국소적인 결함이든 전체적인 결함이든 결함이 발생하는 경우에 일정정도의 변화를 경험하게 된다. 이 변화 여부를 판단하여 건전성을 평가하는 기법은 대상 구조물의 모달 파라미터(modal parameter)를 추출하고 해당 모달 파라미터의 변화여부를 추적하는 것이 주종을 이루고 있다. 예를 들어 Messina⁽¹⁾ 등은 결함에 따른 고유진동수 변화의 민감도를 이용해서 건전성을 평가하는 방법을 개발하였으며 Panday⁽²⁾는 고유진동수에 고유모드를 추가로 측정하여 결함의 유무여부는 물론 결함의 위치와 진행정도에 대한 정보까지 찾아낼 수 있는 방법

을 제안하였다. 특히, 고유진동수는 모달 파라미터 중 에서 가장 주요하게 사용되는 구조물의 특성으로 다른 분야의 다양한 기술들과 함께 구조물의 건전성 평가에 적용되어 왔다.⁽³⁻⁵⁾ 대표적인 예로 최근에 Hong⁽⁶⁾ 등은 Wavelet이라는 신호처리 기법을 이용하여 결함이 없는 상태에서의 구조물의 모달 파라미터를 필요로 하지 않는 기법을 제안하여 대부분의 기존 기법들이 결함이 없는 상태의 구조물에 대한 정보를 필요로 한다는 점을 극복하기도 하였다.

상기 평가기법들은 특정한 적용분야에서 나름대로 강점을 가지고 있지만 실제 상황에 적용하는 경우에 몇 가지 극복해야할 문제점을 가지고 있기도 하다. 예를 들어 고유진동수를 이용하는 기법의 경우 결함의 정도가 작은 경우에 고유진동수의 변화를 찾아내는 작업은 그리 용이한 것이 아니며 민감도를 구하는 계산은 매우 많은 시간을 요구하는 작업이 되기 쉽다. 또한 모드형상을 이용하는 경우 Lim⁽⁷⁾ 등이 지적인 바와 같이 실험을 통해서 적은 오차범위에서 모드형상을 구하는 것은 그리 간단한 일이 아니다. 위에서 언급한 대부분의 방법들이 어떠한 형태로든 결함을 진단하고자하는 구조물의 해석적 모델을 필요로 한다는 점에서 일반 구조물에 쉽게 적용하기 어렵다는 점 때문에 현재 이를 극복하기 위한 많은 연구가 진행 중에 있다.

위에서 지적한 단점을 극복하기 위해서 Cattarius⁽⁸⁾ 등은 시간영역에서의 정보를 그대로 사용하는 방법을 제안하였다. 이들은 결함의 유무가 다른 동일 형상의 구조물이 같은 중심주파수를 가지는 단시간 하중을 받을 때, 같은 점에서 측정된 두 신호의 차이에서 발생하는 맥놀이 현상을 이용하면 해석모델 없이도 결함을 파악할 수 있음을 보였다. 하지만 그들이 제시한 방법은 가진 장치와 측정 장치로 피에조 세라믹(piezo-ceramic)을 사용해서 특정형태의 동일한 가진 신호만을 사용해야한다는 점에서 현실상황에서 경제적으로 구현해내기에는 치명적인 제약점을 안고 있다.

이 연구에서는 단시간 푸리에 변환(short time fourier transform)과 맥놀이 현상을 이용하여 다음과 같은 특징을 장점으로 가지는 결함진단 기법을 제안하고자 한다.

(1) 일반적인 충격 가진을 사용하되 특별한 가진 장치(예를 들어 impact hammer)를 필요로 하지 않는다.

(2) 가진점 및 가진력의 변화에 크게 의존하지 않는 강건한 특성을 가진다.

(3) 통상적인 가속도 센서를 사용하여 얻어지는 진동신호를 계측한다.

(4) 측정점의 변화에 크게 영향받지 않는 강건한 특성을 가진다.

2. 본 론

2.1 맥놀이 현상

진폭이 거의 같으며 주파수가 비슷한 두 개의 정현파 신호를 더하거나 뺀 뒤(이후의 논의에서는 빼는 경우만 고려한다.)에 결과를 살펴보면 두 신호의 평균 주파수에 해당하는 고주파 신호가 두 주파수간의 차이의 반에 해당하는 저주파 신호에 실려 있는 형태의 신호를 얻게 되는데 이와 같은 현상을 '맥놀이 (beating)' 현상이라고 부른다.

예를 들어 서로 비슷한 주파수($w_1 \approx w_2$)와 임의의 위상(ϕ_1, ϕ_2)을 가지는 두 정현파 신호 $y_1 = \cos(w_1 t + \phi_1)$, $y_2 = \cos(w_2 t + \phi_2)$ 의 차이를 계산하면 맥놀이 현상의 의미를 수학적 방법으로 쉽게 파악할 수 있다.

$$y_2 - y_1 = \cos(w_2 t + \phi_2) - \cos(w_1 t + \phi_1) \quad (1)$$

$$= 2 \cos(w t + \phi) \cos(\Omega t + \Phi)$$

식 (1)에서 알 수 있듯이 서로 비슷한 두 주파수가 더해지게 되면 두 주파수의 평균에 해당하는 고주파 신호(w)의 크기가 두 주파수 차의 반에 해당하는 Ω (이를 맥놀이 주파수라고 부른다)의 주파수로 변화하게 된다. 식 (1)에 나타난 각각의 기호가 의미하는 바는 다음과 같다.

$$w = \frac{w_2 + w_1}{2}, \quad \Omega = \frac{w_2 - w_1}{2}$$

$$\phi = \frac{\phi_2 + \phi_1}{2}, \quad \Phi = \frac{\phi_2 - \phi_1}{2}$$

Fig. 1에 이러한 맥놀이 현상이 실제로 어떻게 나타나는지 보이기 위하여 주파수가 각각 $w_1 = 10\pi$, $w_2 = 11\pi$ 인 신호 y_1 , y_2 (Fig. 1(a), (b))와 이 두 신호를 뺀 결과에 대응하는 신호(Fig. 1(c))를 보였다.

$$y_1 = \cos(10\pi t), \quad y_2 = \cos(11\pi t)$$

Fig. 1에서 알 수 있듯이 두 정현파 신호의 차이를 (a),(b)로부터는 잘 구별할 수 없지만 두 신호의 차이(c)에서는 명확하게 구분할 수 있음을 알 수 있다. 물론 이 맥놀이 현상은 두 신호의 위상(ϕ_1, ϕ_2)이 다른 경우에도 일관되게 나타난다.

한 가지 유념할 사항은 맥놀이를 이용하여 두 주파수의 차이를 구하는 것이 시각적 및 계산상의 편의성을 도모하여 사용자로 하여금 보다 용이한 판단을 할 수 있다는 것은 사실이지만 주파수영역에서 얻을 수 없는 정보를 맥놀이 현상을 이용해서 얻을 수는 없다는 것이다. Cattarius⁽⁸⁾는 그의 논문에서 마치 주파수영역에서 얻을 수 없는 정보까지 맥놀이를 이용해서 얻을 수 있다는 오류를 범한 바가 있는데 이 오류를 다음과 같이 증명해보도록 하자.

서로 비슷한 주파수($w_1 \approx w_2$)를 가지는 두 개의 정현파 신호를 다음과 같이 가정하자.

$$y_1 = \cos(w_1 t), \quad y_2 = \cos(w_2 t)$$

먼저 주파수 영역에서 두 개의 서로 다른 주파수를 얼마나 자세하게 구별할 수 있는지에 대한 조건을 얻기 위해서 이 두 신호에 대하여 샘플링 주기 Δt (샘플링 주파수는 f)로 N 개의 샘플을 계측했다고 가정하자. 이때 주파수 분해능(frequency resolution) Δw 은 Rayleigh의 조건에 의해서 다음과 같다.

$$\Delta w = 2\pi \Delta f = \frac{2\pi}{N \Delta t}$$

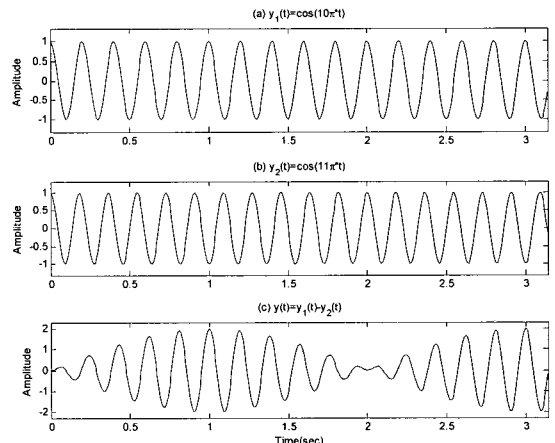


Fig. 1 Example of beating phenomena

두 주파수 w_1, w_2 가 구별이 가능하려면 두 주파수의 차이가 이 주파수 분해능보다 커야 할 것이므로 다음 조건을 만족해야한다.

$$w_1 - w_2 > \Delta w = \frac{2\pi}{N\Delta t} \quad (2)$$

다음으로 시간영역에서 맥놀이 신호를 이용하여 두 개의 서로 다른 주파수를 구분할 수 있는 조건을 찾아보자. Fig. 2에 맥놀이 현상을 도식적으로 표현하였는데 그림에서 알 수 있는 바와 같이 측정된 신호의 길이($N\Delta t$)가 최소한 맥놀이 주기(T)의 길이 이상을 포함하고 있어야 w_1, w_2 의 차이를 맥놀이 주기를 통해서 계산이 가능할 것이다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$T < N\Delta t$$

그런데 맥놀이 주파수와 T 는 다음 관계에 있기 때문에 식 (2)에서 얻어지는 결과와 똑 같은 결과를 얻게 된다.

$$T = \frac{2\pi}{w_1 - w_2}$$

결국, 주파수 영역에서 얻을 수 있는 정보의 양은 시간영역에서 얻을 수 있는 정보의 양보다 크거나 작지 않다. 다만 맥놀이 현상을 이용하면 미소한 주파수 차이를 있는 그대로 보여주지 않고 역수에 해당하는 값을 사용함으로써 그 차이를 극대화하여 사용자에게 시각적 및 계산상의 편의를 가져다준다는 장점을 가지고 있다.

2.2 구조물의 진동신호와 맥놀이 현상

구조물에 결함이 발생하는 경우 결함으로 인해서 구조물의 동특성이 변화하지만, 만일 구조물의 결함

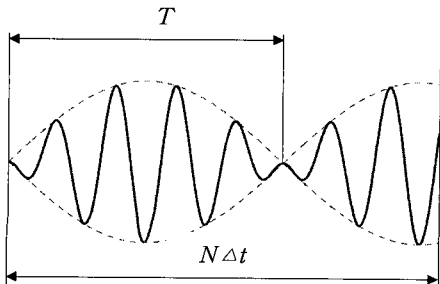


Fig. 2 Measured time span vs beating period

이 크지 않다면, 결함이 없는 구조물의 고유진동수와 결함이 있는 구조물의 고유진동수간의 차이 역시 매우 작을 것이다. 따라서 이를 주파수영역에서 확인하는 것은 그리 바람직한 방법이라 할 수 있다. 앞서 살펴본 바와 같이 맥놀이 현상은 이러한 차이를 극명하게 드러내는 역할을 해주어 관찰자로 하여금 고유진동수의 변화 여부 및 정량적인 판단하는데 매우 유용한 도구가 될 수 있다.

구조물에 충격가진을 가하면 구조물이 가지는 대부분의 모드가 가진 되고 이를 적절한 센서로 계속하면 각각의 고유 모드들이 합해진 신호를 얻을 수 있다. 결함이 없는 구조물에 충격가진을 가했을 때 얻어지는 신호에 포함된 i 번째 고유모드에 관련된 신호 $y_h^i(t)$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y_h^i(t) = A_h^i \cos(k_h^i x_h^i - w_h^i t + \phi_h^i)$$

여기서 아래첨자 h 는 결함이 없는 구조물을, w_h^i 는 고유진동수를, k_h^i 는 파동수(wave number)를 나타내고 x_h^i 는 결함이 없는 구조물에서 신호를 측정된 지점을 나타내며 ϕ_h^i 는 해당 신호의 위상천이(phase shift)양을 나타내는데 이는 가진 지점의 정보를 반영하고 있다. A_h^i 는 시간에 따라서 감쇠하는 신호의 크기를 나타내는데 맥놀이 현상을 관찰함에 있어 감쇠의 영향은 신호의 크기조절을 통해서 제거하는 것이 가능하기 때문에 단지 신호의 크기로 간단하게 표현하였다.

만일 위에서 언급한 구조물에 결함이 발생한다면 결함의 위치에 따라 차이가 있으나 일반적으로 고유진동수 및 파동수에 변화가 발생할 것이다. 이렇게 결함이 발생한 구조물에서 측정된 i 번째 고유모드에 해당하는 신호를 $y_d^i(t)$ 라 하고 변화된 고유진동수, 파동수, 위상 및 크기를 각각 w_d^i, k_d^i, ϕ_d^i , 그리고 A_d^i 라고 하자.

$$y_d^i(t) = A_d^i \cos(k_d^i x_d^i - w_d^i t + \phi_d^i)$$

마찬가지로 아래첨자 d 는 결함이 있는 구조물을, x_d^i 는 결함이 생긴 뒤에 구조물에서 신호를 측정된 지점을 나타낸다. 주목할 것은 결함이 생기기 전 후의 측정점과 관련된 x_h^i, x_d^i 는 물론이고 가진점과 관

런된 위상 ϕ_h^i, ϕ_d^i 도 결합이 생기기 전후에 있어 같을 필요는 없다는 것이다. 이것은 뒤에서 언급하겠지만 결합진단 방법 측면에서 매우 강건하게 만드는 장점으로 작용한다.

일반적으로 초기 결합으로 인해서 발생하는 고유진동수의 변화는 매우 작으므로 $w_h^i \approx w_d^i$ 라고 볼 수 있으므로 결합 발생 전후에 측정된 i 번째 고유모드에 해당하는 진동신호의 차이는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \xi_i(t) &= y_h^i(t) - y_d^i(t) \\ &= A_h^i \cos(k_h^i x_h^i - w_h^i t + \phi_h^i) \\ &\quad - A_d^i \cos(k_d^i x_d^i - w_d^i t + \phi_d^i) \quad (3) \\ &= 2A_h^i \cos(w_i t + \phi_i) \cos(\Omega_i t + \Phi_i) \\ &\quad + (A_h^i - A_d^i) \cos(k_d^i x_d^i - w_d^i t + \phi_d^i) \end{aligned}$$

여기서 w_i, Ω_i 와 ϕ_i, Φ_i 는 각각 다음과 같이 i 번째 모드의 맥놀이와 관련된 주파수와 위상이다.

$$\begin{aligned} w_i &= -\frac{w_h^i + w_d^i}{2}, \quad \Omega_i = -\frac{w_h^i - w_d^i}{2} \\ \phi_i &= \frac{(k_h^i x_h^i + k_d^i x_d^i) + (\phi_h^i + \phi_d^i)}{2} \\ \Phi_i &= \frac{(k_h^i x_h^i - k_d^i x_d^i) + (\phi_h^i - \phi_d^i)}{2} \end{aligned}$$

식 (3)에서 알 수 있듯이 A_h^i 와 A_d^i 의 크기가 거의 같거나 아니면 갈수록 조정만 된다면 측정된 두 진동신호의 차이로부터 맥놀이 현상을 관측하는 것이 가능하게 된다. 다시 말하면, $w_h^i \approx w_d^i$ 와 $A_h^i \approx A_d^i$ 인 조건을 만족한다면 가진점의 위치(ϕ_h^i, ϕ_d^i 에 영향을 줌)나 측정점의 위치(x_h^i, x_d^i 를 결합)에 상관없이 맥놀이 현상을 찾아낼 수 있다는 중요한 사실을 확인할 수 있다. 결론적으로, 결합으로 인해서 고유진동수에 변화가 생기지만 하면 서로 다른 두 가진점에서 가진하고 서로 다른 두 측정점에서 측정된 신호로부터 맥놀이 현상을 발견할 수 있다는 것을 의미한다. 후술하겠지만 가진점이나 측정점의 위치에 무관하게 강건한 측정방법이 되기 위해서는 $A_h^i \approx A_d^i$ 인 조건을 만족시켜줄 필요가 있다. 하지만 이는 측정신호를 획득한 후에 소프트웨어적인 방법(다단계 필터)을 적용하여 쉽게 구현이 가능하기 때문에 이 논문에서 제

시한 방법의 실용성에 장애요소로 작용하지 않는다.

특히, 비접촉 실시간 계측방법을 사용하는 경우, 기반의 진동이나 여타 외란 등에 의해서 측정점이 다소 바뀐다고 하더라도 측정된 진동데이터를 결합진단에 유용하게 사용할 수 있게 되어 강건한 결합진단방법을 구축할 수 있다는 장점이 있다. 이러한 사실은 동일한 점에서 측정된 데이터만을 요구하는 기존의 방법 (8)과 비교해 볼 때 매우 실용적임을 알 수 있다.

2.3 단시간 푸리에 분석과 맥놀이

2.2절에서 언급한 바와 같이 맥놀이 현상을 이용하면 구조물에서 발생한 특정 고유진동수의 미세한 변화를 상대적으로 용이하게 측정할 수 있다. 하지만 구조물에 발생한 결합은 특정한 고유진동수 하나에만 영향을 주는 것이 아니라 모든 고유진동수에 영향을 준다. 결합이 위치한 곳이 고유진동수의 절점(nodal point)에 해당하는 곳이면 아니건 관계없이 각각의 결합이 있는 구조물의 고유진동수는 결합의 영향으로 결합이 없는 경우의 고유진동수보다 작아지거나 커지게 된다.

Cattarius⁽⁸⁾은 잘 정의된 특정 주파수 대역을 가진 하는 가진 신호를 이용하는 방법으로 구조물의 결합을 진단하였으나 이 방법은 몇 가지 단점을 안고 있다. 먼저 센서, 구동기의 설치 및 가진 과정이 매우 번거롭고 경제적이지 못하다는 점에서 실용성이 떨어진다. 또한 각각의 고유모드를 별도로 가진한다는 것은 진단에 소요되는 시간 및 신호를 획득한 후에 이루어지는 신호처리에 요구되는 시간 측면에서도 불리함을 안고 있다는 것을 의미한다.

이 연구에서 이용하고자 하는 맥놀이 현상은 기본적으로 시간 영역에서 정보를 얻어내는 기법임을 2.1절에서 알 수 있었다. 또 Cattarius가 이용한 방법 같이 각각의 모드에 대한 정보를 별도로 얻어내지 않고 충격가진을 통해서 전 주파수 대역을 가진하기 때문에 주파수 영역에서의 분석도 필요하게 된다. 즉, 시간영역에서의 분석과 주파수영역에서의 분석이 동시에 가능한 시간-주파수 분석법(time-frequency analysis)이 필요하게 된다. 일반적으로 시간-주파수 분석법은 시간에 따라서 변화하는 신호의 주파수 특성을 해석하는 도구로 개발되었으나 이 연구에서는 여러 주파수 대역에서 발생하는 시간영역에서의 변화에 대한 정보를 동시에 얻어내기 위해서 채택하였다.

시간영역에서의 정보와 주파수영역에서의 정보를

동시에 살펴보는 이른바 시간-주파수 해석기법으로는 단시간 푸리에 변환(short-time Fourier transform), 위그너빌 분포(Wigner-Vile distribution), 그리고 웨이블릿 변환(wavelet transform) 등이 대표적이다.⁽⁹⁾ 이 연구에서는 비교적 간섭에 대한 영향이 적으면서 주파수축의 정보를 직접적으로 얻어 낼 수 있는 단시간 푸리에 변환을 선택하였다.

단시간 푸리에 변환이란 주어진 시간영역에서의 신호에 대하여 일정한 길이를 가지는 창함수(window function)을 설정한 뒤에 이 창함수를 시간영역에서 이동시키면서 각각의 신호에 대해서 푸리에 변환을 수행하여 각각의 시간대에서 주파수 정보를 얻어내는 방법이다. 신호 $y(t)$ 에 대하여 창함수 $h(t)$ 를 이용한 단시간 푸리에 변환을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$STFT_y(w, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)h(t-\tau)e^{-jw\tau}dt$$

한편, 결함이 없는 구조물에 충격 가진을 가한 뒤 측정된 신호 $y_h(t)$ 와 결함이 있는 구조물에서 측정된 신호 $y_d(t)$, 그리고 이 두 신호의 차이에 해당하는 $\xi(t)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} y_h(t) &= \sum_i y_h^i(t) \quad , \quad y_d(t) = \sum_i y_d^i(t) \\ \xi(t) &= y_h(t) - y_d(t) \\ &= \sum_i y_h^i(t) - \sum_i y_d^i(t) \\ &= \sum_i [y_h^i(t) - y_d^i(t)] \\ &= \sum_i 2A_d^i \cos(w_i t + \phi_i) \cos(\Omega_i t + \Phi_i) \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서 적절한 진폭 조정을 통해서 식 (3)에 존재하는 맥놀이를 제외한 성분은 모두 제거되었다고 가정하였다. 이렇게 얻어진 신호 $\xi(t)$ 에 대해서 단시간 푸리에 변환을 수행하면 주어진 모든 대역에서의 고유진동수에서 발생하는 모든 맥놀이 현상을 효과적으로 보여줄 수 있는 도구가 될 수 있다.

$$STFT_{\xi}(w, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi(t)h(t-\tau)e^{-jw\tau}dt$$

즉, 단시간 푸리에 변환을 이용하면 $\xi(t)$ 안에서

포함된 각각의 고유진동수에서 맥놀이 현상이 어떻게 일어나는지를 일괄적으로 알아 낼 수 있고 맥놀이 주파수를 측정하면 고유진동수의 변화량을 계산해 낼 수 있다.

2.4 실험을 통한 검증

이 절에서는 단시간 푸리에 변환을 이용하여 결함이 있는 구조물에서 얻어낸 신호(이하 '결함 신호'라 칭함)와 결함이 없는 구조물에서 얻어낸 신호(이하 '무결함 신호'라 칭함)의 차에 해당하는 신호에서 발생하는 맥놀이 현상을 쉽게 파악할 수 있다는 것을 실험적으로 보이고자 한다. 특히 통상적인 주파수 응답을 이용하여 분별하기 곤란한 고유진동수의 변화도 맥놀이를 이용하면 상대적으로 쉽게 분별이 가능하다는 것을 보이고자 한다.

Fig. 3에 검증을 위한 실험에 사용된 시편을 보였다. 실험은 양단 자유(free-free)인 경계조건을 가지는 사각 단면의 보(beam)에 대해서 진행하였다. 보의 재질은 알루미늄 합금으로 길이는 1m이고 단면은 변의 길이가 10cm인 정사각형이며, 탄성계수(Young's modulus)와 밀도는 각각 72 GPa과 2700 kg/m³인 것을 사용하였다. 결함은 보의 정중앙에 폭이 $w=2$ mm이고 깊이가 $h=4$ mm인 홈을 만들어 구현하였다. 보 구조물의 가진은 충격망치(impact hammer)를 사용하였고 응답신호는 가속도계를 이용하여 계속하였다.

양끝이 자유의 경계조건을 가지는 보의 진동은 보의 중앙점을 기준으로 좌우대칭 혹은 점대칭의 모드 형상을 보이므로 실험은 보의 왼쪽 반에 대해서만 진행하였다. Fig. 3에 표시된 바와 같이 측정점 혹은 가진점은 왼쪽 끝에서 10cm 간격으로 떨어진 5개를 사용하였다.

Fig. 4는 결함이 없는 보에 대하여 얻어진 주파수 응답 함수와 결함이 있는 보에 대해서 얻어진 주파수

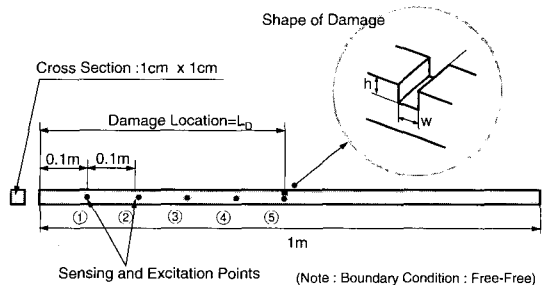


Fig. 3 Schematic configuration of experiments

응답 함수를 함께 보여주고 있다. 측정된 신호는 가진점과 측정점이 모두 5번인 경우에 해당한다. 그림에서 알 수 있듯이, 예를 들어 $f=700$ Hz 근처의 고유진동수와 같이 결합이 있는 경우와 없는 경우의 주파수 차이가 큰 경우에는 주파수 영역에서 그 차이를 찾아내는 것이 상대적으로 용이하지만 많은 경우 주파수의 차이를 확인하는 것은 쉽지 않다. 실제 주파수 차이를 측정하면 Table 1과 같다.

Table 1에서 알 수 있듯이 첫 번째 고유진동수는 F.R.F상에서는 확인이 힘든 작은 양의 변화가 발생했음을 알 수 있다. 참고로 여기서 두 번째와 네 번째 고유진동수에서 거의 변화가 없는 것은 Fig. 5에서 확인할 수 있는 바와 같이 결합이 위치한 부분이 해당 모드에서 변형이 거의 발생하지 않는 곳이기 때문이다(중앙 측정점 5번).

단시간 푸리에 변환과 맥놀이 현상을 이용해서 주파수 변화를 찾아내는 방법을 이용하기 위해서 Fig. 4의 F.R.F를 구하는데 사용했던 두 시간영역의 신호와 두 신호의 차에 해당하는 신호를 구하였고 이를 Fig. 6에 보였다. Cattarius가 사용한 방법에서는 고유진동수 부근의 대역만을 가진하는 가진 장치를 사용하였기 때문에 맥놀이 현상이 가진된 주파수에 대해서만 발생하게 되고 그 결과 맥놀이 주기 T 를 쉽게 구

할 수 있고 식 (5)을 이용해서 고유진동수의 변화를 계산하는 것이 가능하지만 이 연구에서 채택한 방법에서는 충격 가진을 사용하기 때문에 Fig. 6에서 볼 수 있는 바와 같이 시간영역에서는 맥놀이 현상을 쉽게 구분해낼 수 없다.

$$\Delta f = \frac{1}{T} \tag{5}$$

이제 주어진 차이 신호에 단시간 푸리에 변환을 적용하여 이 시간-주파수 분석법의 유용성을 확인해보자. Fig. 7은 Fig. 6(c)에서 사용한 차이신호에 단시간 푸리에 변환을 적용한 결과를 보여주는 spectrogram이다.⁽¹⁰⁾ 그림에서 확인할 수 있듯이 50 Hz, 280 Hz, 700 Hz 부근에 존재하는 고유진동수에서 발생한 변화가 맥놀이 현상으로 나타나고 있음을 확인할 수 있다. Spectrogram을 이용한 단시간-푸리에 분석의 결과에서 맥놀이 주기는 해당 주파수(예를 들어 첫 번째 고유진동수인 52 Hz)에서 시간축 상의 변화를 통

Table 1 Natural frequencies of undamaged and damaged beams (unit: Hz)

Mode No.	1	2	3	4	5
Healthy	52	143.5	281.5	463.5	689.5
Damaged	50	143.5	272.5	463.5	668.5

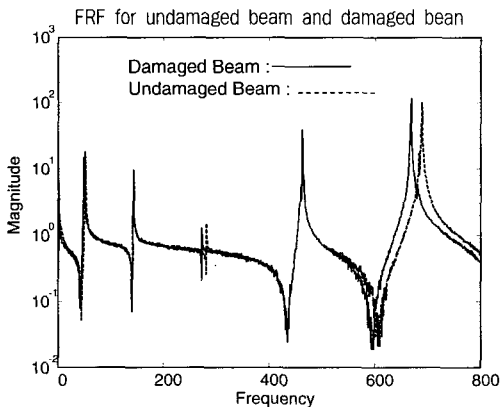


Fig. 4 Comparison of F.R.F for undamaged and damaged beams

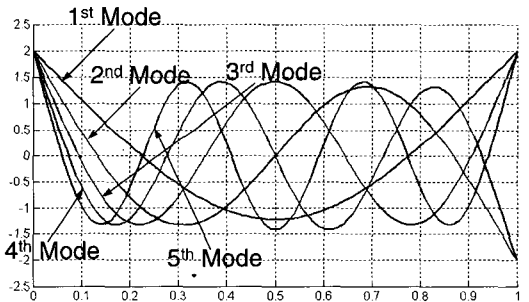


Fig. 5 Natural modes of a free-free 1 m-length beam

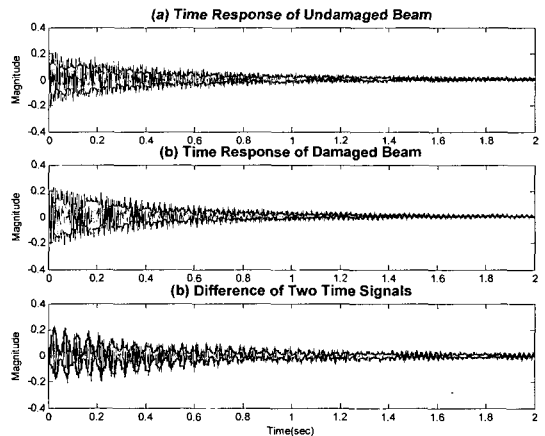


Fig. 6 Time response of undamaged(a) and damaged(b) beams and their difference(c)

해서 계산할 수 있다. Fig. 8은 단시간 푸리에 분석의 결과로 나오는 2차원 행렬에서 주파수를 52 Hz로 고정하여 얻어지는 시간축 상의 변화를 보여주고 있다. 해당 고유진동수에서 발생하는 변화를 계산하려면 맥놀이 주기에 해당하는 T 를 추출하고 식 (5)를 사용하면 된다.

F.R.F상에서 계산된 주파수 변화량과 맥놀이 현상을 이용해서 계산된 주파수의 변화량을 Table 2에서 비교하였다. Table 2에서 첫 번째 고유진동수의 경우 F.R.F의 결과와 맥놀이를 이용한 결과가 상대적으로 큰 차이를 보이는 이유는 F.R.F상에서 얻어진 결과가 curve fitting을 통해서 얻은 결과가 아니라 단순

히 최대치를 찾는 알고리즘을 이용해서 얻어졌고 주파수가 낮은 만큼 정해진 주파수 분해능에서 발생할 수 있는 오차의 영향이 더 크기 때문이다.

이와 같이 단시간 푸리에 분석을 이용하면 주파수 영역에서의 정보와 시간영역에서의 정보를 함께 볼 수 있기 때문에 구조물의 각 고유주파수에서 발생하는 변화를 총체적으로 파악하는 것이 가능해진다.

2.5 결함진단법의 강건성

앞서 언급한 바와 같이 이 연구에서 제안한 결함진단법은 두 가지 측면에서 강건성을 가지고 있다. 먼

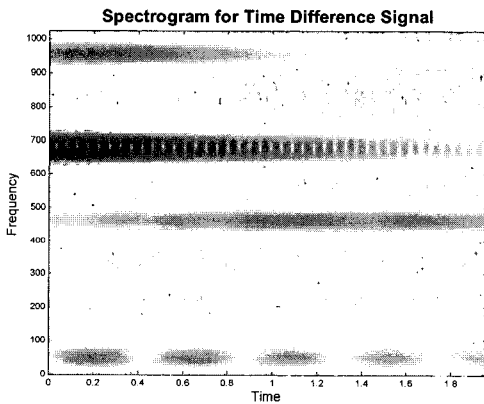


Fig. 7 Spectrogram for difference signal of Fig. 6(c)

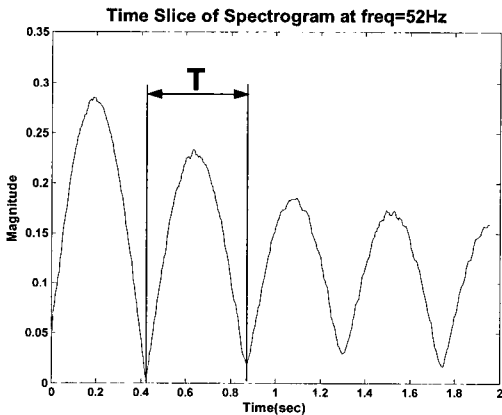


Fig. 8 Time evolution at 52 Hz of spectrogram

Table 2 Frequency changes for each vibration mode (unit: Hz)

Mode No.	1	2	3	4	5
F.R.F	2	0	9	0	21
Beating	2.2	0	8.9	0	20.5

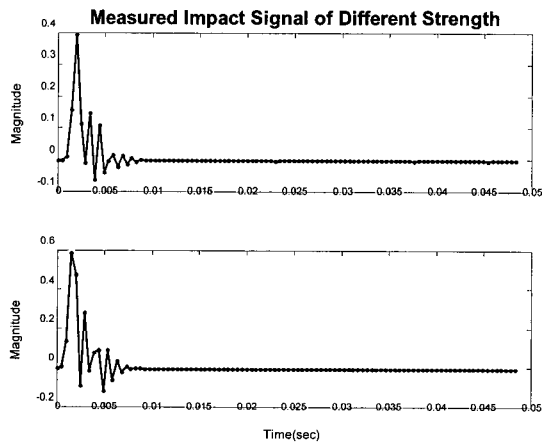


Fig. 9 Two impact signals of different strength

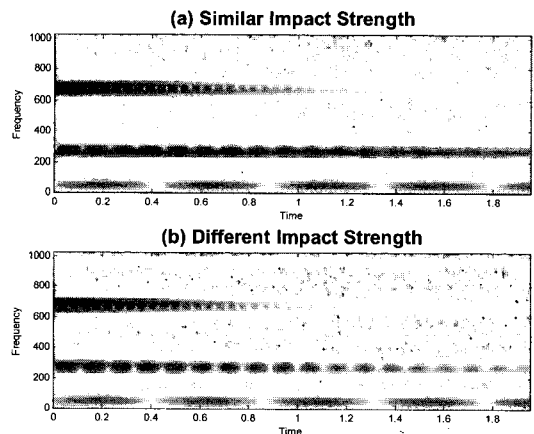


Fig. 10 Spectrogram for different impact excitations

Table 3 Impact and response points (refer to Fig. 3)

	Impact location	Response location
Healthy	1	1
Damaged	3	2

저 Cattarius가 제안한 방법의 경우 가진점이 결합 전후의 구조물에 있어 매우 정확한 위치에 있어야 하며 가진점에 가해지는 신호도 일정한 신호를 사용해야 한다. 이러한 이유로 사용할 수 있는 가진 방법이 매우 제한적이다. 하지만 이 연구에서 제안한 방법의 경우 가진점이 일정할 필요도 없으며 가진점에 가해지는 신호의 크기가 결합의 전후에 있어 차이가 있어도 맥놀이 현상이 관측됨을 확인할 수 있다.

먼저 충격가진에 사용된 신호의 크기가 다른 경우에 대해서 살펴보자. Fig. 9는 이를 실험적으로 증명하기 위해서 사용한 서로 다른 크기를 가지는 충격가진 신호를 보여주고 있다. 가진력의 크기는 최대치를 기준으로 약 50%의 차이를 보이고 있다. 결합의 전후에 있어 같은 가진점과 측정점을 사용하되 가진의 크기를 이와 같이 달리하여 실험을 진행하고 이를 통해서 얻어지는 차이신호를 단시간-푸리에 변환한 결과를 Fig. 10에 보였다. 두 결과가 약간의 차이를 보이지만 각 고유주파수에서 맥놀이 현상이 선명하게 나타남을 확인할 수 있다.

가진의 크기가 많이 다른 경우에는 식 (3)의 $A_h^i - A_d^i$ 항의 영향으로 맥놀이 신호가 묻혀 보이지 않는 결과를 낳게 된다. 이 경우에는 다단계 필터(multi-level filter)를 이용해서 각각의 고유주파수의 크기를 제조정한 뒤에 단시간 푸리에 변환을 적용할 필요가 있다.⁽¹¹⁾

다음으로 결합이 있는 구조물의 충격점, 측정점과 결합이 없는 구조물의 충격점, 측정점의 위치에 무관하게 결합을 평가할 수 있는 강건한 진단기법임을 보이고자 한다. 예를 들어, Table 3과 같이 서로 다르

Spectrogram for different sensing and excitation points

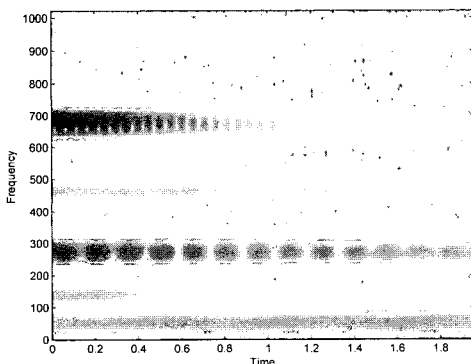


Fig. 11 Spectrogram for different sensing and exciting points

게 설정된 충격점과 응답점을 이용하여 얻은 차이신호에 대해서 단시간 푸리에 변환을 적용한 결과를 Fig. 11에 보였다. 물론 실제상황에서 Table 3에서와 같은 방법으로 계측을 진행할 가능성은 많지 않지만 비접촉 실시간 결합진단이 강건하기 위해서 충격점이나 응답점이 약간 이동한다고 하더라도 그 진단 결과가 크게 영향을 받아서는 안 된다는 점에서 또 다른 장점이라 할 수 있다.

Fig. 11에서 알 수 있듯이 충격점과 응답점이 상이한 경우에도 이 연구에서 제안한 기법을 적용하면 맥놀이 현상을 잘 파악할 수 있다는 사실을 알 수 있다. 단, 측정점이 특정 고유모드의 절점(nodal point)에 위치하는 경우 해당 고유진동수의 변화를 감지할 수 없다는 단점이 존재하기 때문에 이를 극복하기 위해서는 가능하면 한 곳 이상에서 측정신호를 획득하고 각각에 대해서 이 방법을 적용하는 식으로 극복할 필요가 있다.

3. 결 론

이 연구에서는 구조물의 결합을 경제적이면서 강건하게 찾을 수 있는 진단 방법을 제안하였다. 맥놀이 현상과 단시간 푸리에 변환을 이용하면 구조물의 결합으로 인해 발생하는 고유진동수의 미소한 변화를 효과적으로 추적할 수 있다는 사실을 보였으며 이를 실험을 통하여 검증하였다. 이 연구에서 제안한 결합진단 방법은 가진에 사용되는 신호의 변화 및 측정점 혹은 응답점의 변화에 대해서 민감하지 않으며 해석 모델을 요구하지 않는다는 측면에서 또 고가의 가진장치를 요구하지 않는다는 측면에서 매우 실용적인 결합진단 기법이라 하겠다.

이 연구에서는 맥놀이를 이용하여 결합의 존재유무를 판단하는 방법을 제시하였으나 현재 후속 연구로 결합의 위치 및 정도를 맥놀이를 이용한 방법으로 찾아내는 방법에 관한 연구가 진행되고 있다.

참 고 문 헌

- (1) Messina, A., Williams, E. and Contursi, T., 1998, "Structural Damage Detection by a Sensitivity and Statistical-based Method", Journal of Sound and Vibration, Vol. 216, No. 5, pp. 791~808.

(2) Panday, A. and Biswas, M., 1995, "Damage Diagnosis of Truss Structures by Estimation of Flexibility Changes", *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 10, pp. 104~117.

(3) 조종철, 정명조, 김웅식, 김효정, 김태형, 2003. "결합을 가진 증기발생기 U-튜브의 진동특성", *한국소음진동공학회논문집*, 제 13 권, 제 5 호, pp. 400~408.

(4) Wang, X., Hu N., Fukunaga, Hisao, and Yao, Z. H., 2001, "Structural Damage Identification Using Static Test Data and Changes in Frequencies", *Engineering Structures*, Vol. 23, pp. 610~621.

(5) Yan, Y. J. and Yam L. H., 2004, "Detection of Delamination Damage in Composite Plates Using Energy Spectrum of Structural Dynamic Responses Decomposed by Wavelet Analysis", *Computers and Structures*, Vol. 82, pp. 347~358.

(6) Hong, J. C., Kim Y. Y. and Lee, H. C.,

2002, "Damage Detection Using the Lipschitz Exponent Estimated by the Wavelet Transform: Application to Vibration Modes of a Beam", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, pp. 1803~1816.

(7) Lim, T. W., 1991, "Structural Damage Detection Using Modal Test Data", *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 12, pp. 2271~2274.

(8) Cattarius, J., Inman, D. J., 1997, "Time Domain Analysis for Damage Detection in Smart Structures", *Mechanical System and Signal Processing*, Vol. 11, No. 3, pp. 409~423.

(9) Mallat, S., 1998, *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press, New York, Chap.4.

(10) Mathworks Inc., 2002, *Matlab Signal Processing Tool Box User Guide*, pdf-version, pp. 4~32.

(11) Vaidyanathan, 1993, *Multirate Systems and Filter Banks*, Prentice Hall, pp. 164.