

## 研究速報

サンプル値 $H_\infty$ 制御による空気圧シリンダの制御\*

木村 哲也\*\*, 藤岡 久也\*\*\*, 渡海 浩一\*\*\*\*, 高森 年\*\*\*\*

Sampled-Data  $H_\infty$  Control for a Pneumatic Cylinder System

Tetsuya KIMURA, Hisaya FUJIOKA, Koichi TOKAI and Toshi TAKAMORI

A sampled-data  $H_\infty$  control is applied for a pneumatic cylinder system and its effectiveness is examined experimentally. Compared to the conventional continuous-based  $H_\infty$  control, the experimental results show that the sampled-data control achieves superior performance not only for long sampling periods but also for short sampling periods.

Key Words : sampled-data  $H_\infty$  control, digital control, pneumatic cylinder, robust control

## 1. はじめに

空気圧系は、摩擦特性、バルブの流量特性、管路特性など厳密なモデル化が困難な要素が多い。そのため、高精度・高性能な制御をする場合、モデル化誤差を考慮に入れたロバストな制御系設計を行う必要がある。ロバスト制御の中でも特に $H_\infty$ 制御が注目されており、実験を通して有効性も確認されている<sup>1)</sup>。

一方、制御系の実現に当たってはデジタル補償器を用いることが主流となっている。連続時間の制御対象を離散時間の補償器で制御するサンプル値系の補償器の設計は、従来連続時間補償器を設計し、双一次変換などの近似を用いて離散化する方法が主に用いられていた。しかし、この手法は設計段階で近似を用いる為、サンプリング周期が長くなると安定性さえ保証されない。ところで近年、サンプル値制御系の新たな設計法に関する研究が盛んに行われている(例えば文献2))。なかでも、連続時間系での $H_\infty$ 制御に対応するサンプル値系の $H_\infty$ 制御が提案されサンプル点間応答を陽に考慮した補償器の設計が可能となり<sup>3)</sup>、その実用例も報告されてきている<sup>4)</sup>。しかし、この設計法を空気圧システムに適用した例はこれまでにあまり報告されておらず、空気圧システムでの有用性は不明である。そこで本研究では、このサンプル値 $H_\infty$ 制御を空気圧シリンダに適用し、従来用いられている連続時間をベースとした設計法と比較し有効性を実験的に検証する。

## 2. 実験装置とモデル化

本研究では文献1)と同一の装置を用いる。使用するシステムの構成を図1に示す。コンピュータからの離散出力 $u_d$ がD/A変換器を介して連続量の制御入力 $u$ を与える。PWM回路(変調波200(Hz))により高速のオンオフ型電磁弁が駆動し、シリンダへの空気の流入、流出が行われる。これにより、ピストンの位置 $x$ が決定されポテンシオメータで測定される。ポテンシオメータの出力 $y$ はA/D変換器を介してコンピュータへの入力 $y_d$ となる。シリンダは内径0.03(m)、ストローク0.04(m)のばね付き単動シリンダであり、制御入力電圧 $u$ のレンジは $\pm 10$ (V)である。

ここでは簡単のため、ピストン内の気体の変化は等温、静止摩擦は0と仮定し、電磁弁の遅れは無視する。また無負荷で実験を行った。ノミナルプラントを定めるための平衡点は、 $x=0.02$ (m)とする。この時、文献1)より制御対象の設計モデルとして次式が得られる。

$$P(s) = \frac{295}{s^3 + 137s^2 + 153000s} \quad (1)$$

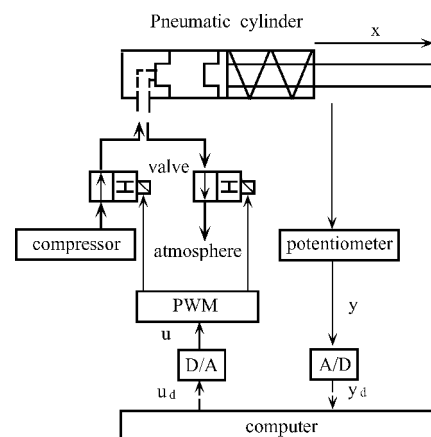


Fig. 1 Experimental apparatus

\*平成14年9月24日 原稿受付

\*\*長岡技術科学大学

(所在地 〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町1603-1)

E-mail: kimura@mech.nagaokaut.ac.jp

\*\*\*京都大学大学院情報学研究所

\*\*\*\*神戸大学工学部

ここで、稼動部（ピストン）の全質量は0.179 (kg)、粘性係数は24.5 (Ns/m)、供給圧力798 (kPa)、基準圧力約360 (kPa) とした。また、このプラントの固有周波数は約60 (Hz) であることに注意しておく。

### 3. 補償器の設計

ロバスト安定性の制約の下で、状態に対する外乱除去特性を最適化する $H_\infty$ 補償器の設計を考える。設計に用いた一般化プラントをFig. 2に示す。ただし、 $P(s)$ は(1)式のノミナルプラント、 $W_T$ は乗法的変動に対する重み関数、 $\alpha$ と $\beta$ はプラントの状態に対する重みと安定性の比率を決定する重み、 $W_\alpha$  (定数行列) は各状態間の重みである。ここではノルム制約 $\gamma = 1$ の下で、 $\alpha$ に対する最適化を行い状態に対する外乱除去特性を最適化する。一般化プラントで用いた $A_p, B_p, C_p, D_p$ , 重み関数 $W_T$ および $W_\alpha, \beta$ の値は以下のものである。値の決定にあたっては、連続時間ベース設計においてサンプリング周期1 msでのステップ応答実験結果が最も良くなるよう実験的に決定した。

$$A_p = \begin{bmatrix} -67.9 & -371 & 0 \\ 400 & -69.1 & 0 \\ 0 & -2.14 & 0 \end{bmatrix}, B_k = \begin{bmatrix} -0.345 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_p = [0 \quad 0 \quad 1], D_p = 0, \beta = 0.01$$

$$W_T = \frac{s^2 + 150s + 15800}{22300}, W_\alpha = \text{diag}(1, 1, 3)$$

この一般化プラントに基づき、連続時間ベースによる設計法とサンプル値系による設計法を適用し、それぞれのデジタル補償器を設計して比較を行う。ここで言う連続時間ベースによる設計法とは、連続時間系の $H_\infty$ 制御問題により設計された $H_\infty$ 補償器を、双一次変換により離散化することによりデジタル補償器を得る設計法である。さらに連続時間ベースでは文献5)の、サンプル値では文献6)の手法を用いて1型のサーボ補償器を設計した。これらの計算にはXmathのHsysモジュール<sup>7)</sup>を用いた。

Fig. 3にサンプリング周期 $\tau$ を変えて計算した外乱除去指標 $\alpha$ の最適値 $\alpha_{opt}$ を示す。ここで $\tau = 160$  (ms) がロバスト安定化可能な最大のサンプリング周期であった。図より、サンプリング周期が長くなるにつれて外乱除去性能 $\alpha_{opt}$ は急激に悪くなるのがわかる。とくに $\tau = 1$  (ms)の時でも $\alpha_{opt}$ の値は連続時間の時の値と比較して約1/3になっていることがわかる。経験的には、制御対象の帯域

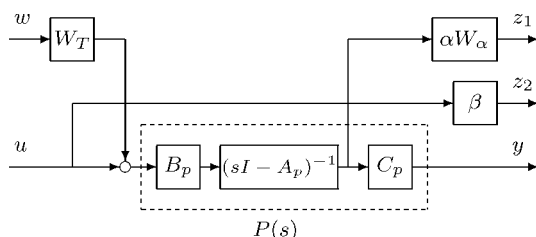


Fig. 2 generalized plant

の10倍の早さのサンプリング周期(この場合は約1.7(ms))であれば離散化の影響は現れないとされているが、Fig. 3の結果よりこの経験則が必ずしも正しくないことがわかる。

Fig. 4にサンプリング周期を1 (ms), 80 (ms), 160 (ms) と変えて計算した補償器のゲイン線図を示す。連続時間ベース設計の場合、ナイキスト周波数近傍で違いが見られるもののサンプリング周期を変えてもゲイン線図にあまり変化は無い (Fig. 4-a)。これに対してサンプル値設計の場合、サンプリング周期が長くなると全ての周波数帯域にわたってゲインが下がっていることがわかる (Fig. 4-b)。

### 4. 実験結果および考察

ステップ応答実験により比較を行った。サンプリング周期を1 (ms), 80 (ms) とした時の結果をFig. 5に示す(サンプル点上の応答のみ表示。見やすくするため各点間は直線で結んである)。図中、実線は位置、点線は入力電圧を表す。ステップの初期位置は0.015 (m)、目標値は0.02 (m) とした。

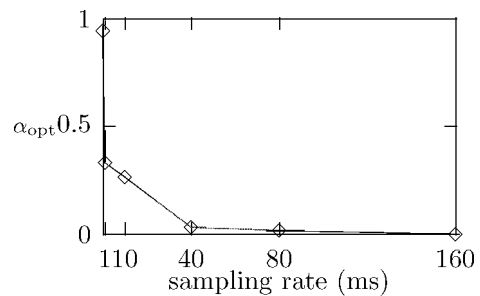
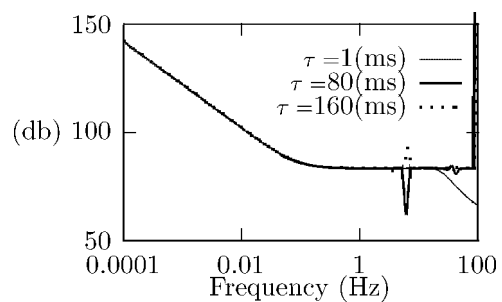
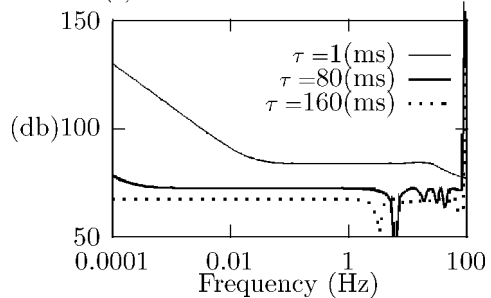


Fig. 3 optimal disturbance attenuation level plots



(a) continuous-based controllers



(b) sampled-data controllers

Fig. 4 gain plots of digital controllers

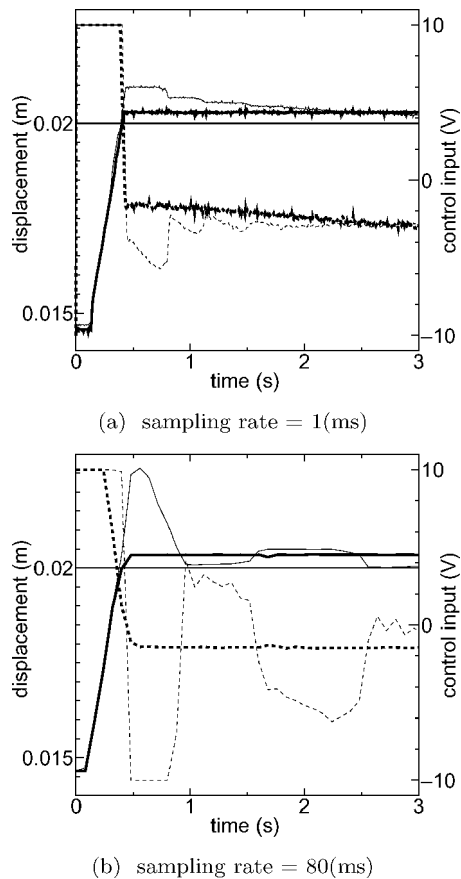


Fig. 5 step responses (solid/dashed: displacement/control input, thick/thin: sampled-data/continuous-based)

サンプリング周期 1 (ms) の時の結果をFig. 5-aに示す。サンプル値設計では0.4 (mm) の定常偏差はあるものの、0.4 (s) で整定しており良好な応答といえる。なおこの定常偏差はシリンダのシール部にある大きな静止摩擦が原因と思われる。これに対し連続時間ベース設計では、0.9 (mm) のオーバーシュートが生じ、このため整定までに2.5 (s) かかっている。制御電圧を見ると、両者とも約0.4 (s) まで最大電圧を出力している (飽和している)。詳細に見るとサンプル値設計の方が若干早く制御電圧が小さくなり始めており、これがオーバーシュート量の差の原因と考えられる。

サンプリング周期80 (ms) の時の結果をFig. 5-bに示す。サンプル値設計では1 (ms) の応答と変化はない。これに対し連続時間ベース設計では、オーバーシュートが2.5 (mm) に大きくなり振動的になり始めている。制御電圧を見ると、サンプル値設計では1 (ms) と比較して1 サンプリング周期 (80 (ms)) 早く値が小さくなり始めているのに対し、連続時間ベース設計では1 (ms) の時と同じ時間だけ最大電圧を出力している。これはFig. 4の補償器のゲイン線図からも連続時間ベース設計ではサンプリング周期が変化してもゲインが変化しないことから予想できる結果である。

サンプリング周期を160 (ms) としても80 (ms) の時と同様、サンプル値設計では1 (ms) の応答と変化はない。これに対し連続時間ベース設計ではより振動的になり安定限界に達していることが確認された。

またシミュレーションを用いて、静止摩擦と飽和が無い場合でも実験結果と同様にサンプル値設計の有効性を確認しているが、紙面の都合で結果は割愛する。

## 5. おわりに

本論文では、サンプル値 $H_\infty$ 制御を空気圧シリンダに適用し、従来用いられている連続時間ベースの設計と比較を行った。

ここでは外乱除去特性とロバスト安定性を考慮した $H_\infty$ 補償器の設計を行った。計算の結果、サンプリング周期 $\tau$ を長くすると急激に外乱除去性能が悪化することが示された。特にサンプリング周期が1 (ms) のときでも連続時間の場合と比較して外乱除去性能が約1/3に悪化していた。経験的にはこのサンプリング周期では双一次変換による離散化の影響は表れないとされるが、この経験則が必ずしも正しくないことが示された。

ステップ応答実験を行い次のことがわかった：サンプリング周期1 (ms) の時でも両者の結果は一致せず、前述の経験則が成り立たないことが示された。連続時間ベース設計では $\tau=80$  (ms) で振動的になり始めるのに対し、サンプル値設計では $\tau=160$  (ms) でも安定な応答を示した。

実験結果では、静止摩擦や制御入力飽和の影響が表れている。このようなノミナルプラントで考慮していない要素が存在する実際の空気圧制御系においても、ステップ応答実験よりサンプル値 $H_\infty$ 制御が有効性であることが確認された。

最後にサンプル値制御に関して有益な助言を頂きました原辰次教授 (東京大学) に感謝致します。

## 参考文献

- 1) 林, 田所, 高森: 外乱オブザーバを用いた空気圧アクチュエータの制御— $H_\infty$ 最適設計—, 日本機械学会関西支部70期定時総会講演会, 132/134 (1995)
- 2) 山本, 原, 藤岡: サンプル値制御理論 I-IV, システム/制御/情報, Vol. 43, Nos. 8, 10, 12, pp. 436/443, 561/568, 660/668 (1999), Vol. 44, Nos. 2, 4, 6, pp. 78/86, 223/231, 336/343, (2000)
- 3) T. Chen and B. Francis, Optimal Sampled-Data Control Systems, Springer-Verlag (1995)
- 4) 平田他: サンプル値 $H_\infty$ 制御理論を用いたハードディスクのフォロイング制御, 計測自動制御学会論文集, Vol. 36, No. 2, 172/179 (2000)
- 5) S. Hara, H. Fujioka, T. Kosugiyama, and T. Asai: Syn-

- 
- thesis of Robust Tracking Systems Based on  $H_\infty$  Control. 計測自動制御学会論文集, Vol. 32, No. 4, 502/509 (1996)
- 6) S. Hara and H. Fujioka: Synthesis of Digital Servo Controller Based on Sampled-Data  $H_\infty$  Control, 第22回制御理論シンポジウム予稿集, 21/24 (1993)
- 7) S. Hara, Y. Yamamoto, H. Fujioka and A. Takeda: Hsys Module Manual, 住商エレクトロニクス, Co., Ltd. (1995)