

# STATISTISCHE METHODEN UND IHRE ANWENDUNGEN

Von

Dr. rer. nat. Erwin Kreyszig

o. Professor für Statistik  
an der Universität Karlsruhe

mit 82 Abbildungen und zahlreichen Tabellen

Vierter, unveränderter Nachdruck der 7. Auflage

VANDENHOECK & RUPRECHT  
IN GÖTTINGEN

# Inhalt

## Kapitel 1. Einleitung

1	Vorbemerkungen über das Wesen der mathematischen Statistik . . .	13
2	Einige Anwendungsgebiete der mathematischen Statistik . . . . .	15
3	Zur Arbeitsweise in der mathematischen Statistik . . . . .	16

## Teil I. Beschreibende Statistik

### Kapitel 2. Häufigkeitsverteilungen

4	Tabellarische Darstellung. Häufigkeit . . . . .	21
5	Graphische Darstellungen . . . . .	26
6	Klassenbildung . . . . .	29
7	Summenhäufigkeitsfunktion einer Stichprobe . . . . .	33

### Kapitel 3. Mittelwert und Varianz einer Stichprobe

8	Mittelwert und Varianz einer Stichprobe . . . . .	37
9	Vereinfachte Berechnung des Mittelwertes und der Varianz . . . . .	40
10	Berechnung des Mittelwertes und der Varianz aus der Häufigkeitsfunktion . . . . .	43
11	Analogie zwischen Häufigkeits- und Massenverteilungen . . . . .	47

## Teil II. Wahrscheinlichkeitstheorie

### Kapitel 4. Grundbegriffe

12	Zufallsexperiment. Ereignis. Häufigkeit. . . . .	50
13	Summe und Produkt von Ereignissen . . . . .	52
14	Der klassische mathematische Wahrscheinlichkeitsbegriff . . . . .	55
15	Der Wahrscheinlichkeitsbegriff in der Statistik . . . . .	57
16	Einige Bemerkungen zu den Axiomen . . . . .	61
17	Zur praktischen Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten . . . . .	63
18	Additionssatz für beliebige Ereignisse . . . . .	64
19	Bedingte Wahrscheinlichkeit. Multiplikationssatz . . . . .	65
20	Unabhängige Ereignisse. . . . .	68

### Kapitel 5. Wahrscheinlichkeitsverteilungen

21	Zufallsvariable . . . . .	71
22	Diskrete Verteilung. Wahrscheinlichkeitsfunktion . . . . .	74
23	Einige einfache Beispiele . . . . .	75
24	Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen . . . . .	76
25	Verteilungsfunktion einer diskreten Verteilung . . . . .	78
26	Stetige Verteilung . . . . .	80
27	Analogie zwischen Wahrscheinlichkeits- und Massenverteilungen . . . . .	84

**Kapitel 6. Maßzahlen einer Verteilung**

28	Mittelwert einer Verteilung . . . . .	85
29	Varianz einer Verteilung . . . . .	87
30	Mathematische Erwartung . . . . .	90
31	Momente einer Verteilung . . . . .	92
32	Schiefe einer Verteilung . . . . .	94
33	Momenterzeugende und charakteristische Funktion . . . . .	95
34	Lineare Skalentransformation . . . . .	97

**Kapitel 7. Permutationen und Kombinationen**

35	Permutationen. Fakultäten . . . . .	99
36	Kombinationen ohne Wiederholung . . . . .	101
37	Kombinationen mit Wiederholung . . . . .	103
38	Binomialkoeffizienten . . . . .	104

**Kapitel 8. Spezielle diskrete Verteilungen**

39	BERNOULLI- oder Binomialverteilung . . . . .	107
40	Mittelwert und Varianz der Binomialverteilung . . . . .	111
41	Einige Anwendungen der Binomialverteilung . . . . .	112
42	POISSON-Verteilung . . . . .	115
43	Anwendungen der POISSON-Verteilung . . . . .	117
44	Varianz und Schiefe der POISSON-Verteilung . . . . .	119
45	Hypergeometrische Verteilung . . . . .	120
46	Vergleich der hypergeometrischen Verteilung und der Binomialverteilung . . . . .	122

**Kapitel 9. Normalverteilung**

47	GAUSS- oder Normalverteilung . . . . .	126
48	Verteilungsfunktion der Normalverteilung . . . . .	126
49	Zum Gebrauch der Tafeln 3a und 3b in Anhang 5 . . . . .	130
50	Annäherung der Binomialverteilung durch die Normalverteilung . . . . .	133
51	Gesetz der großen Zahlen . . . . .	136

**Kapitel 10. Wahrscheinlichkeitsverteilungen mehrerer Zufallsvariablen**

52	Zweidimensionale Verteilungen . . . . .	138
53	Diskrete zweidimensionale Verteilung . . . . .	140
54	Stetige zweidimensionale Verteilung . . . . .	143
55	Randverteilungen . . . . .	144
56	Unabhängige Zufallsvariable . . . . .	148
57	Funktionen mehrerer Zufallsvariablen . . . . .	150
58	Mathematische Erwartung, Mittelwert . . . . .	152
59	Varianz . . . . .	154

**Kapitel 11. Testverteilungen**

60	Chi-Quadrat-Verteilung, Gammafunktion . . . . .	157
61	Weitere Eigenschaften der Chi-Quadrat-Verteilung . . . . .	160
62	t-Verteilung von STUDENT . . . . .	161

## Teil III. Beurteilende Statistik

**Kapitel 12. Näherungswerte für unbekannte Konstanten**

63	Mittelwert. Varianz. Momentenmethode . . . . .	167
64	Schätzfunktion. Erwartungstreue. Wirksamkeit . . . . .	168
65	Konsistente Schätzfunktion . . . . .	171
66	Wahrscheinlichkeitspapier . . . . .	173
67	Maximum-Likelihood-Methode . . . . .	177
68	Beispiele zur Maximum-Likelihood-Methode . . . . .	179

**Kapitel 13. Konfidenzintervalle**

69	Konfidenzintervalle für den Mittelwert einer Normalverteilung mit bekannter Varianz . . . . .	184
70	Theorie zu Abschnitt 69 . . . . .	186
71	Summe normaler Zufallsvariablen. Lineare Transformation . . . . .	188
72	Konfidenzintervalle für den Mittelwert einer Normalverteilung mit unbekannter Varianz . . . . .	191
73	Theorie zu Abschnitt 72 . . . . .	194
74	Konfidenzintervalle für die Varianz der Normalverteilung . . . . .	195
75	Konfidenzintervalle für den Parameter $p$ der Binomialverteilung . . . . .	198
76	Konfidenzintervalle bei beliebigen Verteilungen . . . . .	200

**Kapitel 14. Testen von Hypothesen, Entscheidungen**

77	Ein Beispiel zur Einführung . . . . .	204
78	Typen von Alternativen. Fehler beim Testen . . . . .	207
79	Anwendung auf die Normalverteilung . . . . .	210
80	Kontrollkarten . . . . .	215
81	Vergleich der Mittelwerte zweier Normalverteilungen . . . . .	218
82	Theorie zu Abschnitt 81 . . . . .	223
83	Vergleich der Varianzen zweier Normalverteilungen . . . . .	224

**Kapitel 15. Tests für Verteilungsfunktionen**

84	Chi-Quadrat-Test . . . . .	229
85	Zwei Beispiele zum Chi-Quadrat-Test . . . . .	231
86	KOLMOGOROFF-SMIRNOW-Test . . . . .	234
87	Beispiel zum KOLMOGOROFF-SMIRNOW-Test . . . . .	236

**Kapitel 16. Varianzanalyse**

88	Vergleich der Mittelwerte mehrerer Normalverteilungen . . . . .	239
89	Vereinfachte Rechnung . . . . .	242
90	Theorie zu Abschnitt 88 . . . . .	246
91	Doppelte Varianzanalyse . . . . .	248
92	Verlauf des Tests bei der doppelten Varianzanalyse . . . . .	250
93	Beispiel. Vereinfachte Rechnung . . . . .	252

**Kapitel 17. Paare von Messungen. Regression**

94	Regressionsgerade. Prinzip der kleinsten Quadrate . . . . .	258
95	Beispiele. Vereinfachte Rechnung . . . . .	262
96	Herleitung zu Abschnitt 94 . . . . .	266
97	Regressionsgerade der Grundgesamtheit . . . . .	267

98	Konfidenzintervalle für den Regressionskoeffizienten . . . . .	270
99	Konfidenzintervalle für den Mittelwert . . . . .	273
100	Test beim Regressionskoeffizienten . . . . .	276
101	Theorie zu Abschnitt 98—100 . . . . .	279
102	Regression und Varianzanalyse . . . . .	283
103	Test der Linearität der Regression . . . . .	286
104	Nichtlineare Regression. Prinzip der kleinsten Quadrate . . . . .	291
105	Test bei nichtlinearer Regression . . . . .	296
<b>Kapitel 18. Korrelation</b>		
106	Korrelationskoeffizient der Stichprobe . . . . .	300
107	Korrelationskoeffizient der Grundgesamtheit . . . . .	307
108	Zweidimensionale Normalverteilung . . . . .	312
109	Tests und Konfidenzintervalle beim Korrelationskoeffizienten . . . . .	316
110	Korrelationskoeffizient und Regressionskoeffizienten . . . . .	320
<b>Kapitel 19. Theorie der Meßfehler, Ausgleichsrechnung</b>		
111	Arten von Meßfehlern, Genauigkeitsmaße . . . . .	324
112	Gewogener Mittelwert . . . . .	329
113	Vermittelnde Beobachtungen. Fehlerfortpflanzungsgesetz . . . . .	331
114	Ausgleichsgeraden und -kurven . . . . .	335
<b>Kapitel 20. Verteilungsunabhängige Verfahren</b>		
115	Vorzeichentest . . . . .	337
116	Test für beliebigen Trend . . . . .	339
117	Testen der Zufälligkeit in Stichproben . . . . .	340
118	Ein Rangtest . . . . .	343
<b>Kapitel 21. Entscheidungstheorie</b>		
119	Entscheidungsproblem. Verlust. Risiko . . . . .	346
120	Beispiele . . . . .	349
121	Allgemeine Bemerkungen zur Entscheidungstheorie . . . . .	353
122	Verlust und Nutzen . . . . .	355
123	Minimax-Prinzip . . . . .	359
124	Bayes-Prinzip . . . . .	365
<b>Anhang 1. Zusätze . . . . .</b>		<b>371</b>
<b>Anhang 2. Aufgabenlösungen . . . . .</b>		<b>383</b>
<b>Anhang 3. Literatur . . . . .</b>		<b>399</b>
<b>Anhang 4. Englische Fachausdrücke . . . . .</b>		<b>400</b>
<b>Anhang 5. Zahlentafeln . . . . .</b>		<b>416</b>
<b>Anhang 6. Formelzusammenstellung . . . . .</b>		<b>442</b>
<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>		<b>448</b>