

# 单曲率特征自由曲面的相似性比较算法

王洪申, 汪雨蓉, 赵红红, 闫金堂

(兰州理工大学机电工程学院, 甘肃 兰州 730050)

**摘要:**研究具有单一曲率特征的B样条表达的自由曲面形状相似性评价问题,提出了一种基于曲率特征的相似性评价算法。首先计算相比较的2个曲面上各点法向矢量和,并将该和矢量作为Z轴,使2个曲面Z轴对齐;然后用垂直于Z轴的平面分别截切两曲面,得到2个曲面各自的截交线集合;最后,设计了平面曲线相似性比较算法,实现2个截交线集合中对应曲线的相似性比较,并以此作为评价2个曲面相似性的依据。算法通过平面截切的方法将三维空间的曲面相似性比较问题转化到二维空间来实现,有效地降低了问题的复杂度。算法在姿态调整中仅需对齐一个坐标轴,简单易行。为检验算法的效果,分别对不同类型单一曲率特征B样条曲面进行仿真实验,结果表明,提出的自由曲面相似性比较算法可行有效。

**关键词:**单曲率特征;EMD;曲线相似性;曲面相似性

**中图分类号:**TP391

**文献标志码:**A

**文章编号:**1000-2758(2018)05-1004-09

随着CAD/CAM技术的发展和在工程中的普及,三维CAD模型在设计和加工中的重用问题日显突出,三维模型的相似性评价是模型检索和重用的核心技术,受到广泛关注,学者们对三维CAD模型的相似性比较方法进行了较深入的研究,如Hilaga等<sup>[1]</sup>提出基于Reeb图的三维网格模型拓扑匹配方法;Bespalov等<sup>[2]</sup>对网格化处理的CAD模型进行形状检索,发现机械零件拓扑结构的微小变化会引起相似度的巨大差异;Bespalov等<sup>[3]</sup>提出基于尺度空间分解的层次特征分割方法,用于三维CAD模型的局部相似性比较。由于工程特性或美观的需要,自由曲面在工业产品中应用越来越多,自由曲面造型复杂、加工困难,重用自由曲面设计模型和数控加工规划具有更好的工程意义,这使得评价自由曲面相似性显得尤为迫切。You等<sup>[4]</sup>构建拓扑图,通过检测独立最大团方法,计算汽车覆盖件曲面模型的相似性;王洪申等<sup>[5]</sup>采用区域生长法对STL格式的自由曲面进行分割构建拓扑结构,利用赋权二分图最优匹配算法进行相似性比较;Fu等<sup>[6]</sup>研究鼠标、相机等自由曲面模型的相似性,提出基于高斯曲率积分的相似性比较方法;王洪申等<sup>[7]</sup>提出距离-曲率

形状分布的方法,以距离-曲率矩阵的相似度得到曲面模型的相似性描述;张开兴等<sup>[8]</sup>从曲率云图中提取特征点的类Sift算子,通过比较局部特征的相似性实现2个曲面相似性的评价。Li等<sup>[9-10]</sup>运用层次分割图(HPG)表达注塑模具,并基于HPG图运用子图同构算法计算模具间的相似性。Huang等<sup>[11]</sup>提出一种以加工重用为目的的自由曲面相似性评价与检索方法。首先对曲面进行内容编码,初步过滤掉不匹配的对象,然后用D2算法<sup>[12]</sup>和子图同构算法评价自由曲面的相似性。已有研究都是通过设计抽象的几何描述子来表达自由曲面的几何特征,而在将自由曲面表达成几何描述子的过程中,不可避免地丢失了部分自由曲面的几何特征,从而限制了对曲面的几何形态描述能力。为了能以更细的粒度描述自由曲面的几何特征,又能满足检索对计算速度的需要,本文依据曲面曲率,提出适用于单曲率特征自由曲面相似性比较算法。该算法首先调整三维曲面的姿态,使相比较的曲面的Z轴方向一致,然后将待比较曲面做切片处理提取表面上的截交线,以截交线上一系列点的曲率为依据判别相应曲线的相似性,将2个曲面的相似性度量转换为2

簇平面曲线的相似性比较,以降维思想简化曲面相似性评价问题。

## 1 单曲率特征自由曲面的含义

曲面上点的曲率信息是曲面形状描述中极其重要的一个属性,能够可靠地反应曲面的形状特征。由微分几何知,曲面上某点处的 2 个主曲率为  $k_1, k_2$ , 它们的乘积称为曲面该点处的高斯曲率,常以  $K$  表示,它们的平均数称为曲面该点的平均曲率,常以  $H$  表示。根据曲面上点的高斯曲率和平均曲率将自由曲面的特征定义为如下 A, B, C 3 类(如图 1 所示),本文研究的“单曲率特征的自由曲面”定义为:曲率特征单一,只有凸特征或凹特征或鞍型特征的简单自由曲面。

A 类:  $K > 0, H < 0$  的曲面称为单一凸自由曲面,如图 1a) 所示;

B 类:  $K > 0, H > 0$  的曲面称为单一凹自由曲面,如图 1b) 所示;

C 类:  $K \leq 0$  的曲面称为单一鞍型自由曲面,又叫双曲抛物面,如图 1c) 所示。

本文约定:类型相同单特征自由曲面才有评价相似性意义,如果曲面类型不同则认为不具有相似性。

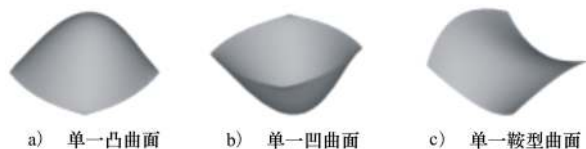


图 1 单曲率特征的自由曲面分类

## 2 单曲率特征自由曲面的相似性比较算法

本文研究的是 B 样条表达的自由曲面的相似性评价算法,所设计算法的总体思路如图 2 所示,将一个自由曲面描述为一簇平面曲线的集合,2 个自由曲面之间的相似性可以通过曲面上对应的 2 簇曲线的相似性来衡量。曲面上点的曲率信息能形象地描述曲面形状,本文设计的算法以点的曲率为核心参数,计算 2 个曲面上已提取的对应曲线的相似值,用所有相似值的平均值来评估 2 个单曲率特征自由

曲面的相似性。

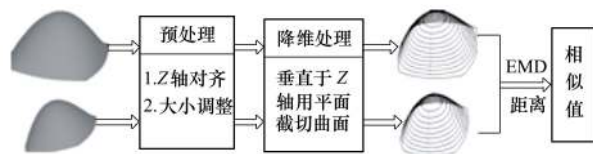


图 2 本文算法思路

### 2.1 曲面做 Z 轴对齐处理

调整曲面模型在欧氏空间的摆放位置,将曲面的 Z 轴对齐。如图 3a) 所示,两凸曲面在空间的摆放位置不统一,2 个面上各点法矢量和分别为  $N_1, N_2$ , 由于曲面的位置不一致,可能无法得到正确相似性比较结果;通过对齐处理,如图 3b) 所示,使两曲面的法矢矢量之和的方向一致,均指向 Z 坐标轴的方向,即两曲面的 Z 轴对齐,此时曲面做截切处理,一一对应的截交线更能反映曲面的真实相似度,提高算法的精度。具体实现过程如下:

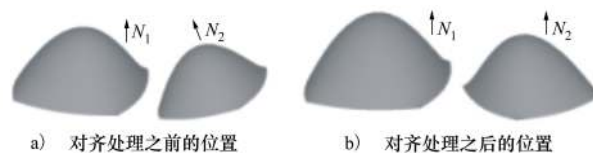


图 3 凸面对齐处理

1) 设  $S = \{S_1, S_2\}$  表示待比较相似性的同类单曲率特征的一个自由曲面集,首先依据曲面点的曲率值大小(不考虑正负号,只考虑数值的大小),分别在曲面  $S_1$  和  $S_2$  上遍历取点  $P_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 。曲率值大反映曲面的弯曲程度大,取分布较密集的点才能更准确地表达曲面的真实形状;曲率值小反映曲面的弯曲程度小,可以取分布较稀疏的点。遍历取点的步骤如下:

**步骤 1** 输入参数化( $u \in [0, 1], v \in [0, 1]$ )的曲面,在曲面上沿  $u, v$  方向按等参数间隔均匀取点,点数为  $100 \times 100$ ,计算所有点的曲率的平均值  $\bar{k}$  并找到最小曲率  $k_{\min}$  和最大曲率  $k_{\max}$ ;

**步骤 2** 选定一个搜索起点  $P_1$  (本文设起点为  $u = 0, v = 0$  处的点);

**步骤 3** 固定起点的  $u$  参,根据  $\bar{k}$  与起点曲率  $k$  的大小,在  $v$  参方向以参数距离  $\Delta v$  寻找下一个曲面点,直到  $v$  参方向的数值越界;

1) 依据前面所述,曲面上分布点的曲率较大时,所取的点比较密集,反之则所取的点比较稀疏,

因此当  $k \neq 0$  时, 设

$$\Delta v = \begin{cases} a_1 \cdot \frac{\bar{k}}{k} + b_1, & k_{\min} \leq k \leq \bar{k} \\ a_2 \cdot \frac{\bar{k}}{k} + b_2, & \bar{k} < k \leq k_{\max} \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $a_1, a_2, b_1, b_2$  是设定的计算参数, 且  $a_1 \neq 0, a_2 \neq 0, b_1 \neq 0$ ;

公式(1)中:  $k_{\min} \leq k \leq \bar{k}$  时设  $\Delta v = \Delta v_1$ , 则

$$a_1 + b_1 \leq \Delta v_1 \leq a_1 \cdot \frac{\bar{k}}{k_{\min}} + b_1 \quad (2)$$

$\bar{k} < k \leq k_{\max}$  时, 设

$$\Delta v = \Delta v_2, \text{ 则 } a_2 \cdot \frac{\bar{k}}{k_{\max}} + b_2 \leq \Delta v_2 \leq a_2 + b_2 \quad (3)$$

根据曲面参数  $v$  的取值范围, 确保大曲率 ( $\bar{k} < k \leq k_{\max}$ ) 点的参数距离始终小于小曲率 ( $k_{\min} \leq k \leq \bar{k}$ ) 点的参数距离, 可得

$$\begin{cases} 0 < \Delta v_1 < 1 \\ 0 < \Delta v_2 < 1 \\ (\Delta v_2)_{\max} < (\Delta v_1)_{\min} \end{cases} \quad (4)$$

由公式(2)~(4)解得

$$\begin{cases} 0 < a_1 < \frac{k_{\min}}{\bar{k} - k_{\min}}, & -a_1 < b_1 < 1 - a_1 \frac{\bar{k}}{k_{\min}} \\ 0 < a_2 \leq \frac{k_{\max}}{k_{\max} - \bar{k}}, & -a_2 \frac{\bar{k}}{k_{\max}} < b_2 \leq 1 - a_2 \end{cases} \quad (5)$$

公式(5)中, 在给定范围内先确定参数  $a_1, a_2$  的取值, 再由  $a_1, a_2$  确定参数  $b_1, b_2$  的取值。将  $a_1, a_2, b_1, b_2$  值带入到公式(1)中即可确定每次取点的  $\Delta v$  的值;

2) 当  $k = 0$  时, 取  $\Delta v = b_1$ , 此处  $b_1$  与 1) 中的意义相同, 且  $b_1 \neq 0$ ;

**步骤 4** 固定起点的  $v$  参数, 在参数曲线  $v = 0$  上以同样方法计算参数距离  $\Delta u$  寻找下一个  $v$  参数线的起点, 再重复步骤 3, 找到该  $v$  参数线上相应的曲面点;

**步骤 5** 重复步骤 4, 直到  $u$  参数线方向的数值越界, 即可按曲率大小搜索到整个表面上的点。

计算已搜索点的法向量  $N_i$ , 所有法向量求和, 然后按照和法矢  $N = \sum_{i=1}^n N_i$  的方向, 把曲面与三维笛卡尔坐标系中的  $Z$  轴对齐, 使得曲面的和法矢  $N$  与

单位向量  $V = (0, 0, 1)$  平行, 即曲面的和法矢方向和  $Z$  轴一致。

本文输入图 4 所示的凸曲面, 计算公式(5), 取  $a_1 = 10^{-4}, b_1 = 0.03, a_2 = 0.02, b_2 = 0.002$ , 4 个参数值带入公式(1)找到表面上的所有点(图 4 中的黑色十字交叉点)。

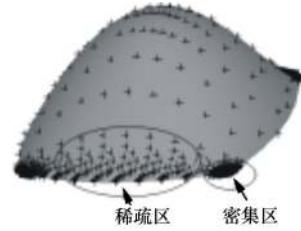


图 4 凸曲面上取点

### 2.2 调整曲面大小

在工程中, 有时讨论自由曲面的相似性并不考虑曲面的大小, 为了消除曲面尺度对相似性评价的影响, 此时需要对曲面进行比例缩放。曲面满足  $Z$  方向的对齐后, 对其中一个单曲率特征的自由曲面(本文选曲面  $S_2$ ) 做比例缩放变换以调整大小, 使两曲面在  $Z$  坐标轴的方向具有相同的曲面高度, 用相同数目的等距平面分别截切 2 个曲面, 处理结果如图 5 所示( $XOZ$  面内的实体投影图, 其中黑色线条是截切处理后生成的截交线)。图 5a) 的 2 个凸特征自由曲面  $S_1$  和  $S_2$  的形状相似、大小差异明显, 工程应用中需要考虑曲面大小尺度对相似性评价的影响时, 曲面不缩放, 直接对其进行截切处理, 计算曲面的相似度量值(相似值为 0.491), 用于评价考虑曲面大小时的相似性; 若将曲面缩放, 消除两曲面的大小差异, 如图 5b) 所示, 使两曲面在  $Z$  方向具有相同的高度范围, 相应的相似度量值为 0.126, 符合人的感官判断, 这种情况适用于工程应用中不考虑曲面大小时的相似性评价。

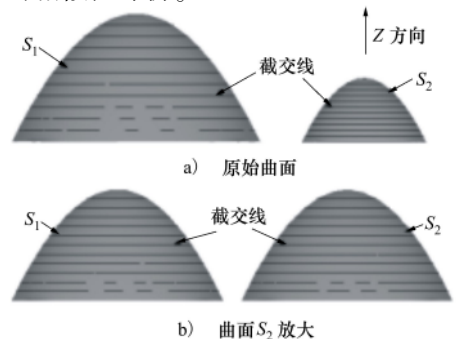


图 5 凸曲面的缩放变换

### 2.3 曲面做截切处理

三维自由曲面模型的表面形状较复杂,微小变化会引起曲面的不同,直接比较其相似性有一定的难度。而曲面做平面截切处理可将三维空间曲面形状的描述问题转换为二维平面曲线的形状描述问题,简化曲面相似性的比较。因此以降维的思想,用垂直于  $Z$  轴的相同数量(设为  $m$ )的等距平行平面  $T = \{T_i\} (i = 1, 2, \dots, m)$  分别截切曲面  $S_1$  和  $S_2$ ,在曲面  $S_1$  和  $S_2$  上生成各自的等高线,得到一一对应的平面曲线(如图 5 所示)。设  $M_1, M_2$  分别是曲面  $S_1$  和  $S_2$  上分布的截交线集合,则:

$$M_1 = \{Curve_i \mid Curve_i \subset S_1\} (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$M_2 = \{Curve'_i \mid Curve'_i \subset S_2\} (i = 1, 2, \dots, m)$$

### 2.4 计算曲线的相似性

通过对曲面的截切处理,得到能反映单曲率自由曲面特性的一系列平面曲线,为了准确描述曲线特征、合理表征曲线的相似性,以曲率为变量,用两曲线曲率的 Earth Mover's Distance(EMD)值描述其相似性。EMD,也叫推土机距离,是一种距离度量的定义,能通过一次线性规划计算出 2 个大小不同(或相同)的几何或向量的距离。对于 2 条曲线,其形状大小越相近,EMD 值越小,相似度越高;反之,则表示其差别越大;形状大小完全相同时,EMD 恒为 0。

#### 1) 曲线相似性评价

接 2.3 节,在第一个交线集  $M_1$  的每条曲线  $Curve_i$  上沿曲线方向等弧长取点集  $P_i = \{P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{in}\}$  (本算法设定  $n = 100$ ),计算  $P_i$  中每个元素对应的曲率值  $K_i = \{k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{in}\}$ ;在第二个交线集  $M_2$  的每条曲线  $Curve'_i$  上按同样的方法取点集  $P'_i = \{P'_{i1}, P'_{i2}, \dots, P'_{in}\}$  (本算法设定  $n = 100$ ),计算  $P'_i$  中每个元素对应的曲率值  $K'_i = \{k'_{i1}, k'_{i2}, \dots, k'_{in}\}$ 。此处的曲率用相对曲率,即带有符号(正、负)的曲率值,符号的规定如下:曲线沿正向前进时逆时针转,曲率取正,曲线沿正向前进时顺时针转,曲率取负,即沿着曲线的正向找到一点切矢到下一点切矢转过的角度,角度逆时针曲率为正,角度顺时针曲率为负。然后依次输入有符号的  $K_i$  和  $K'_i$  中的对应元素,计算曲线  $Curve_i$  和  $Curve'_i$  的 EMD 值  $E_i$ ,记为:

$$E_i = (Curve_i, Curve'_i) = E_i(K_i, K'_i) (i = 1, 2, \dots, m)$$

(6)

公式(6)的  $E_i$  代表第  $i$  对曲线相似的度量值。

#### 2) 曲线相似性算法验证

为了验证 2 条平面曲线的相似性评价算法,设定 2 组曲线:Ellip1、Ellip2、Ellip3 和 Curve1、Curve2、Curve3、Curve4,同组曲线中,第一组为椭圆曲线,第二组为 B 样条曲线(包括开曲线和闭合曲线),其中 Curve1、Curve4 是形状大小相同、位置不同的 B 样条闭合曲线,如图 6~图 9 所示。

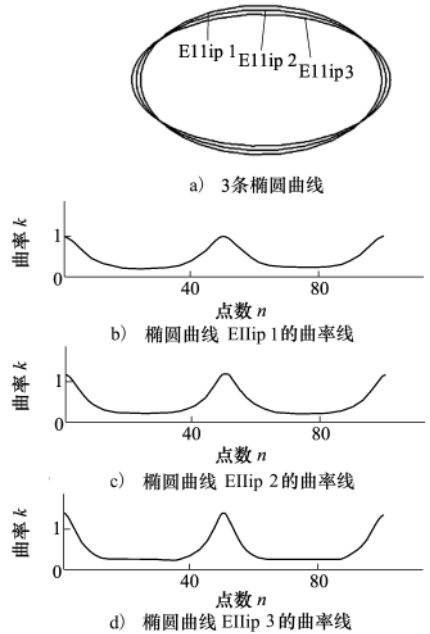


图 6 3 条椭圆曲线及其对应的曲率线

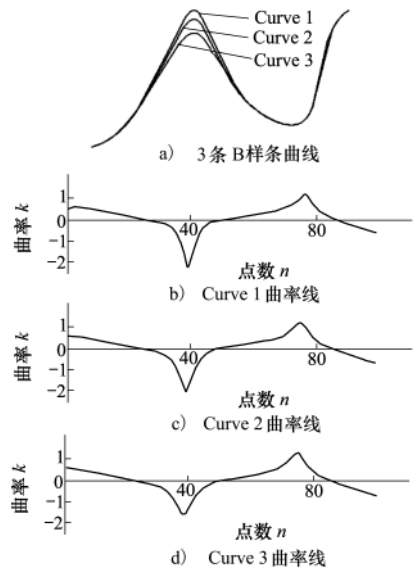


图 7 3 条相比较的 B 样条开曲线及其曲率线



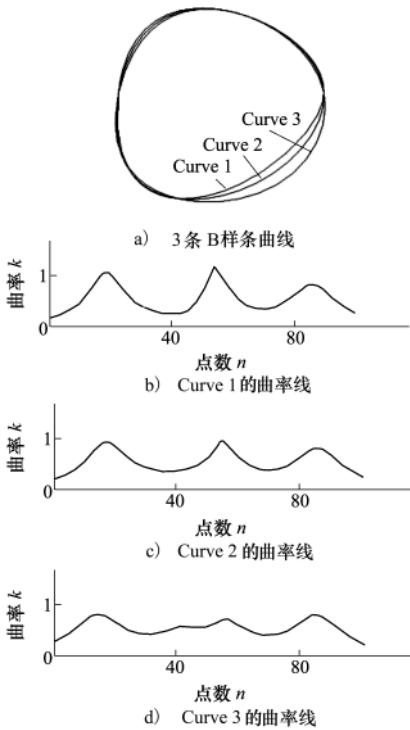


图 8 3 条相比较的 B 样条闭曲线及其曲率线

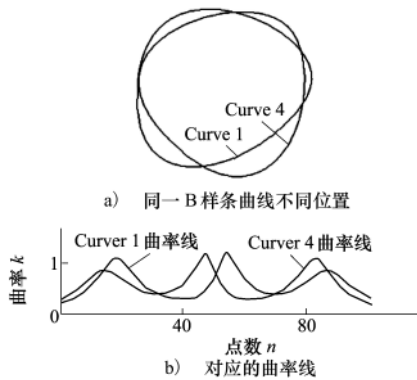


图 9 形状相同位置不同的 B 样条曲线及其曲率线

分别在每条曲线上沿曲线方向等弧长取相同数量(设为  $n$ ) 的点,并计算各点的曲率(相对曲率),作为 EMD 度量的参数,依次计算两两曲线的 EMD 值,为直观反映曲率大小的变化,在平面坐标系中绘制曲率分布线。由于不同曲线之间存在长度上的大小差异,因此需要对曲率分布线的尺度进行归一化,本文实例以曲线上等弧长的长度作为曲率线横坐标的间隔,其中横坐标代表所取点的数量(坐标原点是第一个点),纵坐标代表点的曲率值。

曲线的类型、相关数据及图形、对应的曲率线如图所示,图中取点数量  $n=100$  时曲线所对应的曲率线,曲线发生微小变化,则曲率线产生局部差异。计算同一曲线类型中两两对应曲线的 EMD 值度量其相似性,结果如表 1 所示。曲线图形是形状有微小差异的平面曲线,根据人的直观视觉判断,图 6 中椭圆曲线 Ellip1、Ellip2 的形状大小最相近, Ellip2、Ellip3 次之, Ellip1、Ellip3 的形状相差最大,计算结果,两两曲线的相似程度  $E_{ij}$  满足关系:  $E_{12}(\text{Ellip1}, \text{Ellip2}) > E_{23}(\text{Ellip2}, \text{Ellip3}) > E_{13}(\text{Ellip1}, \text{Ellip3})$ , 结论与人的感知相同。图 7 和图 8 中 B 样条曲线相似程度  $E_{ij}$  也满足如上关系式,结论与人的感知相同。图 9 所示的闭合曲线, Curve 1、Curve 4 的形状大小完全相同,但位置不同,评价的相似值恒为 0,评价结果与实际相符,表明选用 EMD 距离描述平面曲线相似性时,无需考虑曲线在平面内的方位。表 1 数据显示:无论描述椭圆曲线还是 B 样条曲线,两两曲线的相似度量值随着形状差异的增大呈递增趋势,符合人的感官判断,满足各曲线间实际的相似关系,所以在应用中,EMD 距离适用于平面曲线的相似性比较。

表 1 曲线图形的 EMD 度量值的比较

两两对应曲线	相似度量值(EMD)				
	$n=50$	$n=100$	$n=150$	$n=200$	
椭圆	Ellip1-Ellip2	0.043	0.042	0.042	0.042
	Ellip2-Ellip3	0.045	0.044	0.043	0.043
	Ellip1-Ellip3	0.088	0.085	0.085	0.084
开曲线	Curve1-Curve2	0.030	0.023	0.023	0.022
	Curve2-Curve3	0.042	0.038	0.037	0.037
	Curve1-Curve3	0.064	0.058	0.057	0.057
闭曲线	Curve1-Curve2	0.050	0.048	0.048	0.048
	Curve2-Curve3	0.051	0.052	0.053	0.053
	Curve1-Curve3	0.100	0.100	0.100	0.100
	Curve1-Curve4	0	0	0	0

### 2.5 计算曲面的相似度量值

三维曲面的表面形状映射为一组二维曲线,2 个相比较的三维曲面的相似性度量转化为对应的 2 组平面曲线的相似性度量。用 2.4 节公式(6) 计算对应曲线的相似值并求和即为两曲面的相似值。由于曲面做平面截切处理时,截切平面的数目变化会影响截交线相似性的总和,为了避免该问题,对曲线相似度量值的总和求平均值,以该平均值作为曲面的相似性评价指标,记作:

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^m E_i}{m} \quad (7)$$

式中,  $E_i$  表示第  $i$  条曲线的相似值,  $m$  表示两曲面分别垂直于  $Z$  轴被等距截切后所得的平面截交线的数量,  $\bar{E}$  表示两曲面相似性的评价价值。

## 3 实验与讨论

基于 OCC (Open CASCADE) 开源 3D 建模库, 以 Microsoft Visual Studio 2010 为集成开发环境,分

别用第一节中定义的 A, B, C 3 类单曲率特征自由曲面验证本文相似性评价算法。主要验证以下属性:(1) 自由曲面绕  $Z$  轴任意旋转对相似性评价结果的影响;(2) 曲面的缩放操作对相似性评价结果的影响;(3) 截交线的数量对相似性评价的影响。根据以上实验目的,对每类(A, B, C 类) 单曲率自由曲面构造 2 个 B 样条曲面,并分别设计 3 组实验,组号分别记为 X-I、X-II、X-III (X 取 A, B, C)。实验方法:X-I 组在曲面相似性比较中,不对曲面进行缩放操作,相比较的曲面位置是对齐的;X-II 组曲面不缩放,同时曲面  $S_2$  绕  $Z$  坐标轴做旋转变换;X-III 组对曲面进行缩放。对每组实验分别用 10 种截切间距截切曲面,由公式(7) 计算两曲面的相似度量值,在实验中,曲面的每条截交线上参与计算的点均取 100 个。

### 3.1 曲面的相似性评价实验数据

图 10~图 12 为单曲率特征自由曲面的 3 种基本类型曲面实验图例,表 2~表 4 是实验所得的数据。

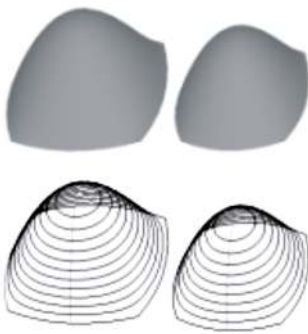


图 10 凸特征自由曲面的实验 (A 组实验表 2)

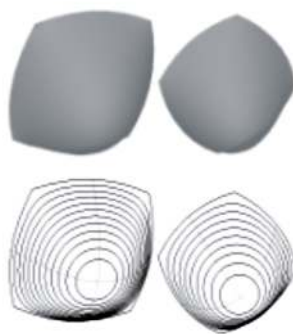


图 11 凹特征自由曲面的实验 (B 组实验表 3)

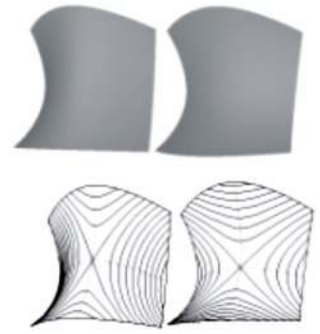


图 12 鞍型特征自由曲面的实验 (C 组实验表 4)

表 2 凸特征自由曲面的相似性比较

序号	截面数目	$\bar{E}$		
		A-I	A-II	A-III
1	10	0.042	0.042	0.019
2	20	0.045	0.045	0.020
3	30	0.046	0.046	0.021
4	40	0.047	0.047	0.021
5	50	0.048	0.048	0.021
6	60	0.049	0.049	0.021
7	70	0.049	0.049	0.022
8	80	0.050	0.050	0.022
9	90	0.050	0.050	0.022
10	100	0.050	0.050	0.022

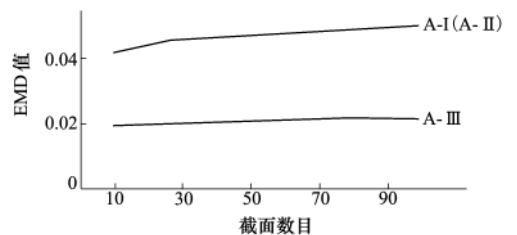


图 13 凸曲面不同截面数目的 EMD 分布线图

表 3 凹特征自由曲面相似性比较

序号	截面数目	$\bar{E}$		
		B- I	B- II	B- III
1	10	0.040	0.040	0.020
2	20	0.041	0.041	0.021
3	30	0.042	0.042	0.021
4	40	0.042	0.042	0.022
5	50	0.042	0.042	0.022
6	60	0.043	0.043	0.022
7	70	0.043	0.043	0.023
8	80	0.043	0.043	0.023
9	90	0.043	0.043	0.023
10	100	0.043	0.043	0.023

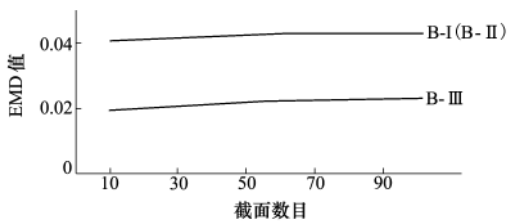


图 14 凹曲面不同截面数目的 EMD 分布线图

表 4 型特征的自由曲面相似性比较

序号	截面数目	$\bar{E}$		
		C- I	C- II	C- III
1	10	0.125	0.125	0.102
2	20	0.122	0.122	0.103
3	30	0.122	0.122	0.104
4	40	0.122	0.122	0.105
5	50	0.123	0.123	0.106
6	60	0.123	0.123	0.106
7	70	0.125	0.125	0.109
8	80	0.122	0.122	0.105
9	90	0.122	0.122	0.106
10	100	0.122	0.122	0.106

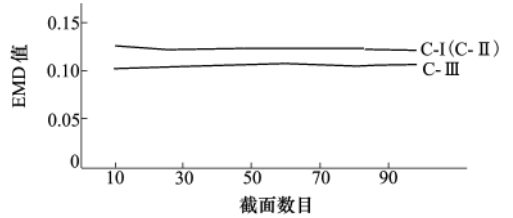


图 15 鞍型面不同截面数目的 EMD 分布线图

### 3.2 相似性评价实验分析与讨论

通过对表 2~4 中的实验数据分析可知,本文算法具有如下属性:(1)当截面间距相同时,X-I 组与 X-II 组的  $\bar{E}$  值相同,表明评价结果与曲面绕 Z 轴旋转位置无关;(2)X-I 组和 X-III 组数据对比可知,曲面缩放和不缩放,对相似性指标的数值有影响,但从图 13~15 可以看出,X-I 组和 X-III 的 EMD 分布图线变化关系一致,表明本文算法对曲面缩放和不缩放的相似性比较对相似性的变化趋势没有影响;(3)对曲面的截切数量(截切间距不同)会对相似性数值产生影响,但随着截切间距缩小,相似性评价指标收敛于定值(见图 13~15 的 EMD 分布线图);此外,当截面间距变化时,相对 X-I 组结果,X-III 组的  $\bar{E}$  数值更小,数值也更稳定。由算法的描述可知,算法的时间复杂度为  $O(m)$  ( $m$  为曲面的截面数目)。

## 4 结 论

曲率是曲面的重要微分几何特性,其大小与自由曲面模型在欧氏空间的摆放位置无关,本文利用曲率的这种属性设计了单曲率自由曲面相似性评价算法。首先运用降维思想,用垂直于 Z 轴的平面对单曲率特征的 B 样条曲面做截切处理,得到曲面与截面的交线信息,将三维空间模型转换为较简单的二维平面图形的集合,然后以 EMD 距离度量平面曲线的相似性,由此反映自由曲面的相似性,方法可靠,便于计算,对考虑曲面大小和不考虑曲面大小的情况都适用。通过大量的实验验证,设计的算法简单可行,并具有如下属性:(1)对相比较的 2 个自由曲面仅需对齐一个坐标轴;(2)算法既适用于考虑大小的曲面相似性评价,也适用于不考虑大小的曲面相似性评价;(3)相似性评价指标收敛。

## 参考文献:

- [1] Hilaga M, Shinagawa Y, Kohmura T, et al. Topology Matching for Fully Automatic Similarity Estimation of 3D Shapes[C]// Conference on Computer Graphics & Interactive Techniques, Tokyo, 2001:203-212
- [2] Bespalov D, Regli W C, Shokoufandeh A. Reeb Graph Based Shape Retrieval for CAD[C]// Asme International Design Engineering Technical Conferences & Computers & Information in Engineering Conference, Chicago, 2003:229-238
- [3] Bespalov D, Regli W C, Shokoufandeh A. Local Feature Extraction and Matching Partial Objects[J]. Computer-Aided Design, 2006, 38(9):1020-1037
- [4] You C F, Tsai Y L, Liu K Y. Representation and Similarity Assessment in Case-Based Process Planning and Die Design for Manufacturing Automotive Pannels[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2010, 51(1):297-310
- [5] 王洪申,张树生,白晓亮,等. 基于区域分割的三维自由曲面相似性评价算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2011, 23(2):305-313  
Wang Hongshen, Zhang Shusheng, Bai Xiaoliang, et al. 3D Freeform Surface Similarity Assessment Algorithm Based on Region Segmentation [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2011, 23(2):305-313 (in Chinese)
- [6] Fu J, Joshi S B, Simpson T W. Shape Differentiation of Freeform Surfaces Using a Similarity Measure Based on an Integral of Gaussian Curvature[J]. Computer-Aided Design, 2008, 40(3):311-323
- [7] 王洪申,张树生,白晓亮,等. 三维 CAD 曲面模型距离-曲率形状分布检索算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(5):762-770  
Wang Hongshen, Zhang Shusheng, Bai Xiaoliang, et al. 3D CAD Surface Model Retrieval Algorithm Based on Distance and Curvature Distributions[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2010, 22(5):762-770 (in Chinese)
- [8] 张开兴,白晓亮,张树生. 基于局部形状特征的自由曲面相似性评价方法[J]. 计算机集成制造系统, 2014, 20(3):530-536  
Zhang Kaixing, Bai Xiaoliang, Zhang Shusheng. Similarity Assessment Approach of Freeform Surface Based on Local Features [J]. Computer Integrated Manufacturing System. 2014, 20(3):530-536 (in Chinese)
- [9] Li Z, Zhou X, Liu W, Niu Q, Kong C. A Similarity-Based Reuse System for Injectionmold Design in Automotive Interior Industry[J]. Int J Adv Manuf Technol, 2016, 87(5/6/7/8):1783-1795
- [10] Li Z, Zhou X, Liu W, et al. A Geometry Search Approach in Case-Based Tool Reuse for Mould Manufacturing[J]. Int J Adv Manuf Technol, 2015, 79(5/6/7/8):757-768
- [11] Huang R, Jiang J F, He K J, et al. An Effective Freeform Surface Retrieval Approach for Potential Machining Process Reuse[J]. Int J Adv Manuf Technol, 2017, 91:4341-4358
- [12] Osada R, Funkhouser T, Chazelle B, et al. Shape Distributions[J]. ACM Trans Graph, 2002, 21(4):807-832



# The Similarity Comparison Algorithm of Free-Form Surfaces with Single Curvature Feature

Wang Hongshen, Wang Yurong, Zhao Honghong, Yan Jintang

(College of Mechanical and Electronic Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** This paper studies the shape similarity evaluation of free-form surfaces expressed by B-spline with single curvature feature and proposes a similarity evaluation algorithm based on curvature feature. Firstly, we calculate the normal vector direction of the two surfaces compared, and use it as the  $Z$  axis, so that the two surfaces are aligned on the  $Z$  axis. Then, the two surfaces are cut with planes that all perpendicular to the  $Z$  axis, and the intersection sets of two surfaces are obtained respectively. Finally, we design the similarity algorithm of plane curves to realize the similarity comparison of corresponding curves in the two sets of intersection, and which is used as the basis for evaluating the similarity between two surfaces. The algorithm transforms the problem of similarity comparison between 3D surfaces into two dimensional space by plane cutting method, and reduces the complexity of the problem effectively. The algorithm only needs to align one coordinate axis in the process of posture adjustment, so it is easy to implement. In order to test the effect of the algorithm, simulation experiments on different type of single curvature feature B-spline surfaces are carried out. The results show that the proposed similarity comparison algorithm of free-form surfaces is feasible and effective.

**Keywords:** single curvature feature; EMD; similarity of curves; similarity of surfaces