

Time-Frequency analysis for nonlinear and non-stationary signals using HHT: A mode mixing separation technique

María Victoria Gasca, Maximiliano Bueno-López, Marta Molinas, and Olav Bjarte Fosso

Abstract— Time and frequency localizations are of crucial importance in the analysis of nonlinear and non-stationary processes, especially in systems with high level of complexity where detection of information/events, estimation of parameters and classification of signals in classes is necessary to take decisions. The Hilbert Huang Transform (HHT) offers an adaptive approach to analyze no-linear and non-stationary processes. This paper exposes the HHT approach and its new methodologies for improvement of the analysis, such as the masking process. Two examples are given to show the techniques, first a synthetic signal, representing a typical behavior of an electrical signal immersed in a power electronic environment and second a brain signal to extend the acknowledgment to a biological process. Finally a mode mixing separation technique is presented.

Index Terms— Empirical Mode Decomposition, Mode Mixing, Instantaneous Frequency

I. INTRODUCCIÓN

Durante muchos años, la teoría desarrollada por Joseph Fourier para el análisis de señales fue suficiente. En el caso de sistemas de potencia, esta técnica entregaba muy buenos resultados, esto debido a la naturaleza periódica de las señales y las pocas perturbaciones existentes en la red, la noción de frecuencia instantáneo era de relevancia en este tipo de sistemas [1].

Las nuevas tecnologías como la generación distribuida, cargas no lineales y la proliferación de dispositivos de electrónica de potencia han incrementado la complejidad de la red y causado problemas relacionados con calidad de potencia (lo que se ve reflejado en los cambios de forma de onda en la señal analizada). Esto ha motivado la búsqueda de nuevas estrategias de análisis que puedan ofrecer respuestas más adecuadas a las exigencias de estos sistemas de alta complejidad. Dentro de las técnicas emergentes se destaca la Transformada de Hilbert Huang (HHT) [2], la cual posee una muy buena resolución en el dominio del tiempo y la frecuencia y puede ser utilizada en el análisis de sistemas no lineales y no estacionarios. La transformada de Hilbert Huang está compuesta de un proceso de

descomposición de la señal denominado Descomposición Empírica en Modos (EMD por sus siglas en inglés equivalentes a Empirical Mode Decomposition) el cual es un método de análisis de datos adaptativo y consiste en descomponer una señal multicomponente en diferentes señales monocomponentes denominadas Función Intrínseca de Modo (IMF por sus siglas en inglés equivalentes a Intrinsic Mode Functions). La metodología ha reportado varios casos de éxito y se encuentran en la literatura especializada algunas referencias de aplicaciones interesantes en diferentes áreas del conocimiento [3], [4]. Sin embargo, una de las mayores desventajas que muestra la técnica se presenta cuando en la señal existen componentes frecuenciales muy cercanas entre sí, esto es más conocido como mezcla de modos (Mode Mixing en inglés). Así mismo la intermitencia en la señal hace que la técnica no presente buenos resultados, pues la descomposición no se hace adecuadamente. Para resolver este problema se han desarrollado algunas modificaciones en el algoritmo fundamental del EMD, entre ellas una técnica denominada Señal máscara (Masking signal en inglés) [5], la cual establece un método de separación de componentes frecuenciales que presentan mezcla de modos; sin embargo la selección de la señal máscara presenta algunos inconvenientes cuando las frecuencias son muy cercanas. Flandrin en [6] presenta un riguroso análisis matemático que explica el mecanismo por el cual la mezcla de modos ocurre como resultado del método EMD. Basándose en el mismo principio presentado en [6] por Flandrin, una nueva metodología para diseñar una señal máscara que permite hacer la separación de componentes entre frecuencias más cercanas se presenta y demuestra en [7]. Para abordar el problema de la mezcla de modos, Huang et al [8] presentan el método EMD por conjuntos (EEMD por sus siglas en inglés equivalentes a Ensemble Empirical Mode Decomposition) basado en análisis de ruido añadido (added noise) que inicialmente estuvo inspirado en la aplicación del EMD como equivalente a bancos de filtro [9].

En este artículo se hace una revisión del estado del arte de la Transformada de Hilbert-Huang y se mencionan algunos de los retos y enfoques que ha tomado en los últimos años. Se aborda el tema de la mezcla de modos el cual es uno de los principales problemas de la técnica y finalmente se da una visión general de la aplicación de la

M. V. Gasca Segura, is with Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia and Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, (mvgasca@utp.edu.co)

M. Bueno-López, is with Universidad de La Salle, Bogotá D.C., Colombia and Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, (mbueno@lasalle.edu.co)

M. Molinas is with the Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology, 7491 Trondheim, Norway (e-mail: marta.molinas@ntnu.no).

O. B. Fosso is with the Department of Electric Power Engineering, Norwegian University of Science and Technology, 7491 Trondheim, Norway (e-mail: olav.fosso@ntnu.no).

HHT con un caso de estudio, primero con una señal sintética y luego con una señal obtenida de un encefalograma (EEG). Otro de los objetivos que se busca cumplir con este artículo es acercar la metodología presentada a los estudiantes e investigadores hispanohablantes, ya que hasta donde se tiene conocimiento existe muy poca literatura sobre este tema en español, principalmente la presentada en [10]. El artículo está organizado de la siguiente forma. En la sección II se explica la transformada de Hilbert-Huang, llevada de la mano del algoritmo de descomposición empírica en modos. La sección III enmarca conceptualmente la frecuencia instantánea. El problema de mezcla de modos se explica en la sección IV. Posteriormente la sección V aplica las técnicas presentadas a las señales de prueba seleccionadas, se muestran dos estudios de caso y en cada uno de estos se presentan los resultados de las descomposiciones obtenidas con el EMD estándar, la forma de elección de la señal máscara y las descomposiciones obtenidas con esta modificación al algoritmo estándar. Finalmente en la sección VI se presentan algunas conclusiones y discusión sobre los resultados obtenidos.

II. TRANSFORMADA DE HILBERT-HUANG

La transformada de Hilbert-Huang, concepto que introdujo Norden Huang en [2], consiste en la descomposición de la señal original en varias señales en las que es posible identificar diferentes oscilaciones y que son llamadas IMFs, la descomposición se realiza hasta tener una señal monótonica lo cual indica que no pueden extraerse más IMFs. Sobre cada una de las IMFs obtenidas se puede aplicar la transformada de Hilbert y obtener la frecuencia instantánea, así como el espectro de Hilbert.

La Fig. 1 muestra el proceso de descomposición que permite extraer de la señal original las IMFs y el espectro de Hilbert mediante un algoritmo adaptativo llamado proceso de “sifting” el cual para mayor claridad se describe a continuación.

Proceso de “sifting”
1. Dada una señal $x(t)$: Encuentre los máximos y los mínimos locales.
2. Interpola entre los puntos máximos (mínimos) para crear una envoltura superior e_{max} (inferior e_{min}).
3. Genere la media $m(t) = (e_{min} + e_{max})/2$.
4. Extraiga la media de la señal para obtener la función IMF candidata $S = x(t) - m(t)$.
5. Verifique si S_i es una IMF. Si S_i no es una IMF, repita el proceso sobre S_i . Si S_i es una IMF entonces $IMF_1 = S_i$.

El nombre *sifting*, indica el proceso de remover la información de frecuencia más baja hasta que sólo quede la de alta frecuencia [3]. El algoritmo se repite sobre el residuo $x_1(t) = x(t) - IMF_1(t)$ para obtener $x_2(t)$ y IMF_2 y así recursivamente hasta que ya no se encuentren suficientes extremos para definir IMFs. Y la señal original estará reconstruida de la forma mostrada en (1).

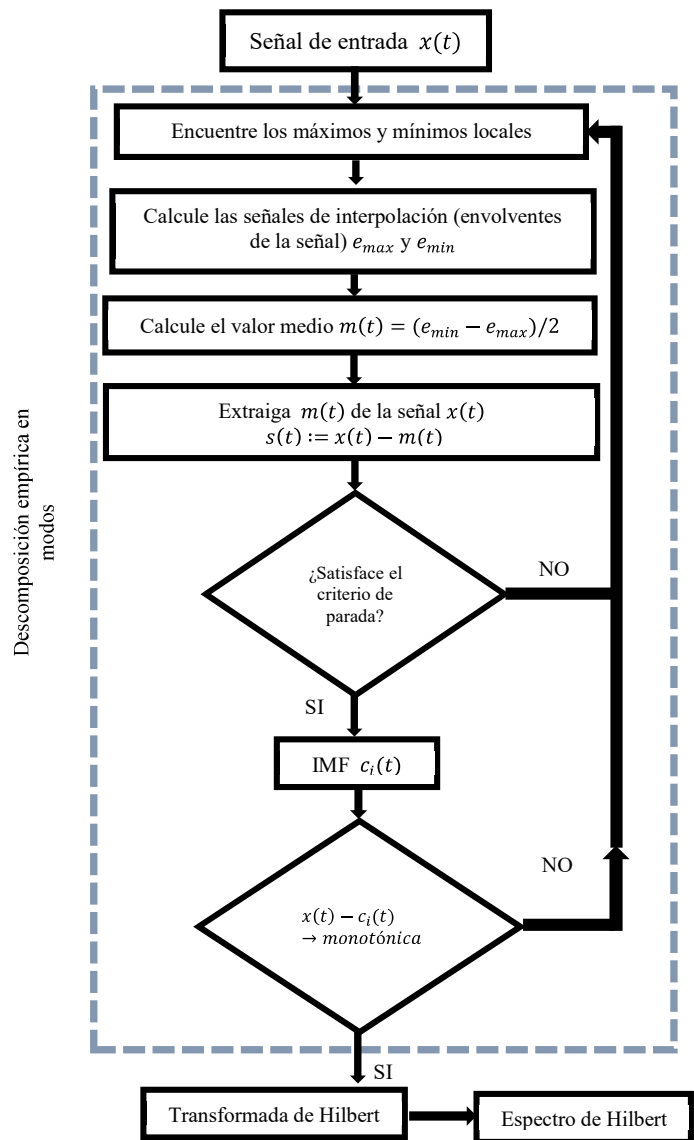


Fig. 1. Algoritmo de la Transformada de Hilbert-Huang.

$$x(t) = \sum_{i=1}^n IMF_i(t) + r(t), \quad (1)$$

donde $r(t)$ representa el residuo de la señal. El paso 5 consiste básicamente en conocer la definición de la IMF, que según Huang *et al.* [2], es una función que satisface dos condiciones, 1) el número de extremos y el número de cruces por cero difiere solo de uno, y 2) su media local es cero. Otros autores basados en esta definición dan otro criterio para definir la IMF como que las envolturas sean simétricas, o que solamente con cumplir el criterio donde la media sea cero ya cumple con la primera condición [11]. Al finalizar la descomposición se aplica la transformada de Hilbert a cada una de las IMF que componen la señal original y así se obtiene el espectro de Hilbert (*Hilbert Spectrum- HS*), el cual es una representación en amplitud y frecuencia instantánea con respecto al tiempo. En la siguiente sección se introduce al concepto de frecuencia instantánea y como se desarrolla a partir de la transformada de Hilbert.

III. FRECUENCIA INSTANTÁNEA

El concepto de frecuencia instantánea aparece como una extensión del análisis de Fourier, donde la frecuencia es definida a partir de funciones seno o coseno. Sin embargo para el tratamiento de señales no estacionarias y no lineales la definición original de Fourier no se cumple, debido a que la frecuencia y la amplitud varían a través del tiempo [2]. Es por esto que la transformada de Hilbert [12] abre la puerta al concepto de frecuencia instantánea así:

Para una señal real $x(t)$, la señal analítica $z(t)$ se define como:

$$z(t) = x(t) + i y(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (1)$$

donde $y(t)$ es la transformada de Hilbert de $x(t)$, esto es:

$$y(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(s)}{t-s} ds \quad (2)$$

donde P es el "Cauchy principal value". De (1) la amplitud es $a(t) = [x^2 + y^2]^{1/2}$ y la fase $\theta(t) = \arctan(y(t)/x(t))$, de donde se extrae que la frecuencia instantánea, como función del tiempo, está definida por:

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (3)$$

Otro de los conceptos importantes en el análisis de la frecuencia instantánea es el espectro de Hilbert (HS), el cual es una representación 3D de la amplitud y frecuencia instantánea como una función del tiempo para cada IMF. El HS se define así:

$$H_i(f, t) \triangleq \begin{cases} a_i(t) & \text{para } f = f_i(t) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

En general para una señal multicomponente, el espectro de Hilbert se define como la suma de los espectros de todas las IMFs:

$$H(f, t) \triangleq \sum_{i=1}^N H_i(f, t) \quad (4)$$

Donde N es el número total de IMFs.

IV. PROBLEMA DE MEZCLA DE MODOS

Al tratar de extender la aplicación de esta metodología a todo tipo de señales, se detectó que el EMD no es muy eficiente cuando aparecen intermitencias o cuando la señal presenta varias componentes frecuenciales muy cercanas entre sí. Esto se ha denominado como un problema de "mezcla de modos", lo que significa que en una IMF coexisten diferentes modos de oscilación [13]. Por otro lado, a pesar de que se reconstruye la señal perfectamente, las IMF obtenidas en el proceso no representan el verdadero efecto físico que está ocurriendo en la señal original.

Es por esto que se desarrollaron metodologías que buscan sobrellevar la mezcla de modos. Kaiser et al. [5] dan una solución, la cual consiste en involucrar una señal máscara (*masking signal*) para separar componentes frecuenciales cuando existen frecuencias cercanas en la señal, cosa que es difícil lograr simplemente aplicando EMD. Así mismo Huang et al. [5] presentan el EEMD, un nuevo método que consiste en agregar ruido blanco a la señal de manera similar al proceso de *sifting*, se hace repetidas veces de tal forma que se logra

eliminar las componentes frecuenciales indeseadas. A continuación se muestran los algoritmos para ambos enfoques.

A. Señal Máscara [5].

- Construya una señal máscara, $s(n)$, a partir de la información frecuencial de la señal original, $x(t)$
- Ejecute el EMD sobre $x_+(n) = x(n) + s(n)$ para obtener la IMF $z_+(n)$. Similarmente obtener $z_-(n)$ de $x_-(n) = x(n) - s(n)$.
- Defina la IMF como $z(n) = (z_+(n) + z_-(n))/2$

La idea es añadir una señal que permita extraer la frecuencia más alta en la primera IMF, y ya que esta señal máscara es conocida, al final del proceso se puede remover, de esta forma la señal original queda intacta y finalmente se logra hacer la descomposición de la señal independientemente del *mode mixing*.

B. EMD por conjuntos [8].

- Añadir una serie de ruido blanco (white noise series) a la señal indicada.
- Descomponer la nueva señal en IMFs con el método EMD estándar.
- Repetir el paso 1 y 2 continuamente, pero cada vez con diferente serie de ruido blanco. Hasta que se cumpla el criterio de parada establecido Existen dos criterios de parada según [8], repetir tres veces el número de *sifting* o fijarlo en 10.
- Obtener los componentes de las correspondientes IMFs de la descomposición.
- Obtener la media del conjunto (ensemble) correspondiente a las IMFs como resultado final.
- Obtener la media del conjunto (ensemble) correspondiente al residuo como resultado final.

Los efectos de la descomposición usando EEMD son que el ruido blanco añadido se cancela entre sí en el promedio final de las IMFs, esto a un alto costo de complejidad computacional.

En este artículo se presentan resultados empleando el EMD estándar y se compara con la aplicación de un nuevo método de separación basado en el uso de la señal máscara [7]. Este nuevo método está diseñado para separar señales espectrales cercanas entre sí.

V. CASO DE ESTUDIO

Con el objetivo de aclarar los conceptos presentados anteriormente, se presenta el análisis basado en la EMD, sobre una señal sintética y una señal EEG. Las señales presentan mezcla de modos, para resolver esto se aplica la metodología de la señal máscara en [7].

La señal sintética se describe en la ecuación (5) y se muestra en la Fig. 2.

$$x(t) = \text{sen}(2\pi * 4t) + \text{sen}(2\pi * 12t) + s_3$$

$$s_3 = \begin{cases} \text{sen}(2\pi * 18t) & \text{si } 1 < t < 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5)$$

La descomposición empírica en modos se muestra en la Fig. 3, donde en la primera IMF se observa una mezcla de modos entre las frecuencias de 12 y 18 Hz, así mismo la siguiente IMF presentan mezcla de modos entre 4 y 12 Hz y finalmente en la tercera queda la componente frecuencial de 4 Hz. De igual forma en la Fig. 4 se muestran las frecuencias instantáneas que corresponden a cada IMF.

Cabe notar que al conocer a priori la señal a analizar, se espera que en la descomposición de la señal sea visible la separación de los modos que componen la señal. Por esta razón se aplica la señal máscara con la forma $s(n) = a_0 \text{sen}(2\pi \bar{f}t)$ donde a_0 y \bar{f} se obtienen según [7] y se explica así: los parámetros de la señal máscara se eligen a partir de un mapa de la relación entre amplitudes y frecuencias que se muestra en la Fig. 5, donde la región azul representa la separación de los modos mezclados de la señal original. En cuanto a frecuencia, esto se da cuando la relación $f/\bar{f} < 0.67$ (este número puede cambiar según la resolución utilizada en la construcción del mapa), donde f es la frecuencia más alta de la señal. En este caso la señal máscara que se utilizó fue $s(n) = 2\text{sen}(2\pi 28t)$.

Los resultados de este proceso se pueden observar en las figuras 6 y 7, donde se muestran las IMFs obtenidas al realizar la descomposición empírica y las respectivas frecuencias instantáneas. De la figura 5 se puede notar que se extraen los componentes frecuenciales como se espera, las frecuencias de 18, 12 y 4 Hz aparecen en las IMFs 1, 2 y 3 respectivamente.

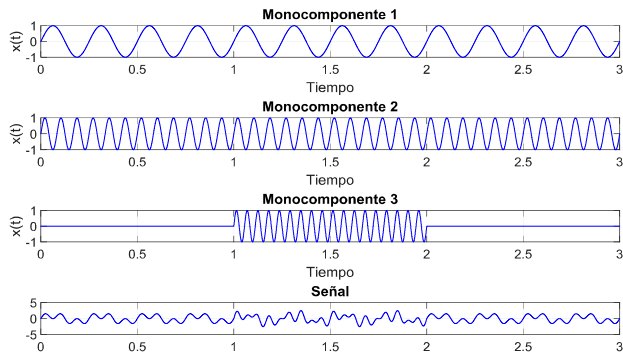


Fig. 2. Señal sintética empleada.

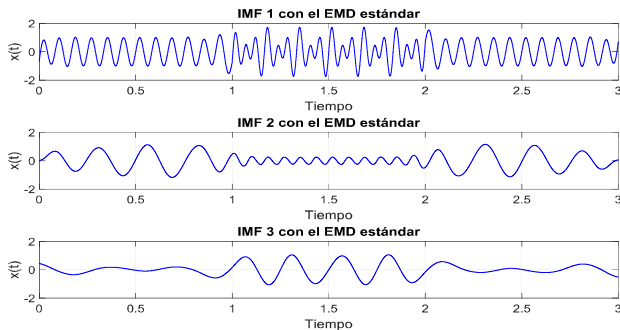


Fig. 3. Descomposición usando EMD estándar.

Otro de los campos importantes donde se encuentran aplicaciones de HHT es en las señales provenientes de electroencefalogramas. Para mostrar algunas fortalezas de esta herramienta hemos utilizado la base de datos disponible en [14].

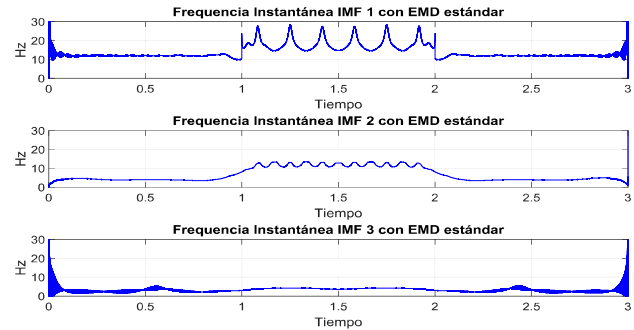


Fig. 4. Frecuencia instantánea obtenida mediante EMD estándar.

El conjunto de datos consiste en 5 subconjuntos (llamados Z, O, N, F, y S), cada uno contiene información proveniente de 100 canales la cual ha sido almacenada durante 20 s. La frecuencia de muestreo es de 173.61 Hz. Los subconjuntos Z y O han sido tomados de manera extracraneal mientras que N, F y S han sido tomados de forma intracraneal. En este caso utilizaremos la información de uno de los canales del subconjunto Z la cual fue tomada con un paciente en condición de ojos cerrados. La Fig. 8 muestra la señal EEG utilizada, la cual corresponde a uno de los canales que normalmente se adquieren en este tipo de aplicaciones.

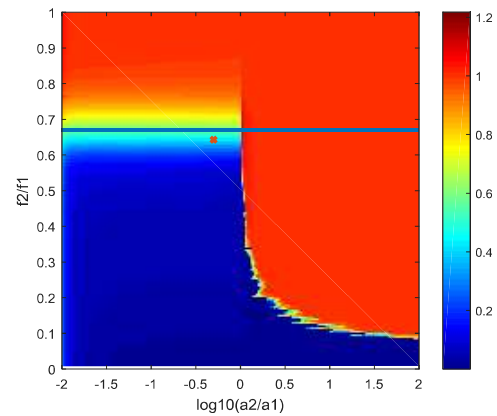


Fig. 5. Medida de rendimiento de separación para señales de dos modos, una representación 2-D.

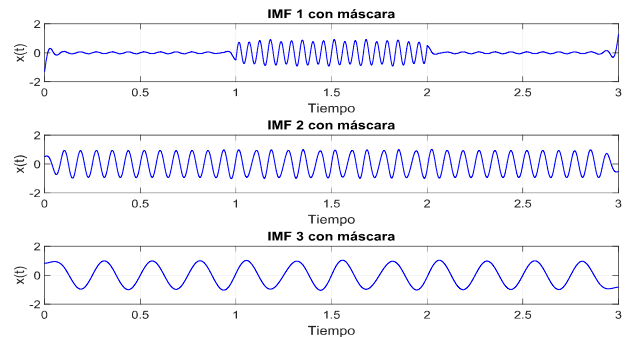


Figura 6. Descomposición usando EMD con máscara.

En este caso se ha aplicado el mismo proceso que con la señal sintética, inicialmente se realizó la descomposición empleando el algoritmo EMD estándar, las Figuras 9 y 10 muestran las IMFs y frecuencias obtenidas respectivamente. Posteriormente se seleccionó una señal máscara de acuerdo al principio presentado en [7] y se obtuvieron las IMFs y frecuencias instantáneas mostradas en las Figuras 11 y 12. La señal máscara

tiene la siguiente expresión: $s(n) = 150sen(2\pi 20t) + 150sen(2\pi 6t)$. Las frecuencias de esta señal se han seleccionado tomando como referencia la frecuencia instantánea del EMD estándar (Fig. 10), y la Fig. 5 donde se sugiere la relación que debe existir entre la frecuencia donde se observa mezcla de modos y la de la señal máscara.

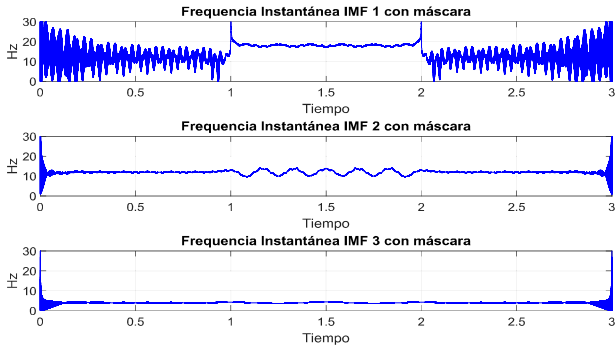


Figura 7. Frecuencia instantánea obtenida mediante EMD con máscara.

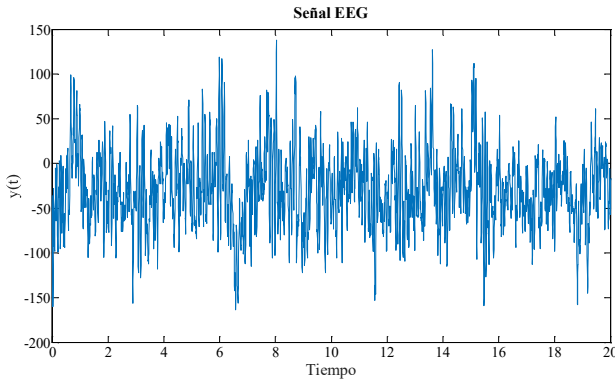


Figura 8. Señal EEG original.

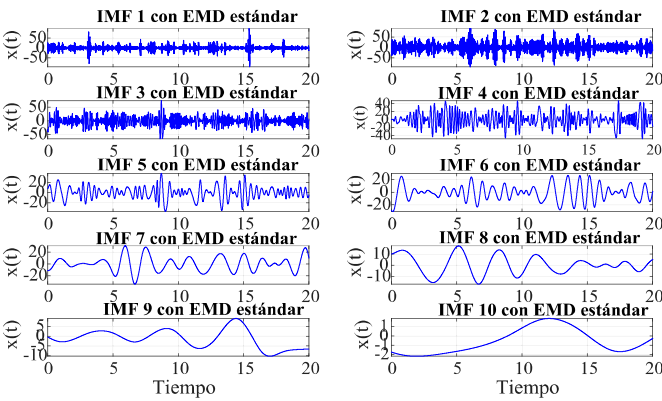


Figura 9. Descomposición usando EMD estándar para señal EEG.

Uno de los principales problemas que aparecen en la selección de la señal máscara es la identificación de las frecuencias donde se presenta la mezcla de modos, como se mencionó previamente, la teoría básica para este proceso se describe en [6] y [7]. En [7] se presenta una alternativa para identificar las señales que ese encuentran en el la mezcla de modos y se proponen las siguientes expresiones:

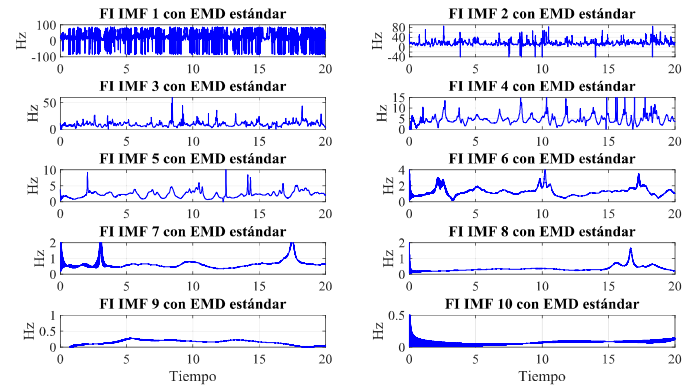


Figura 10. Frecuencia instantánea obtenida mediante EMD estándar para señal EEG.

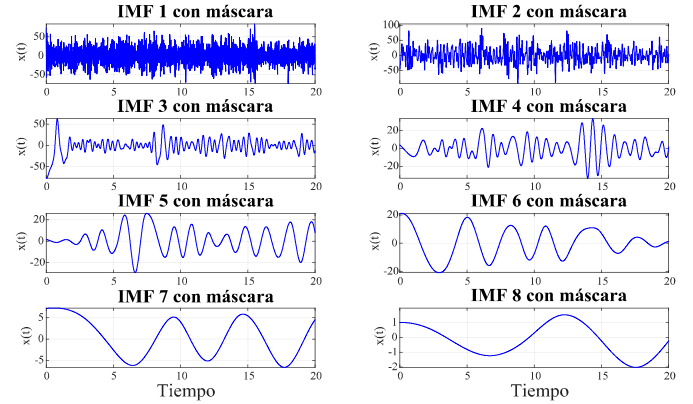


Figura 11. Descomposición usando EMD con máscara para señal EEG

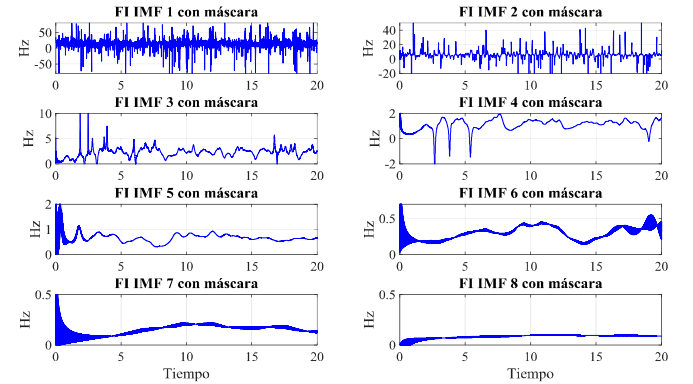


Figura 12. Frecuencia instantánea obtenida mediante EMD con máscara para señal EEG.

$$f_{2est} = Freq_{est} - (A_{est} \times (\Delta f)) / (A_{est} + B_{est}) \quad (6)$$

$$f_{1est} = F_{2est} + (\Delta f) \quad (7)$$

$$A_{est} = (V_{maxTH} + V_{minTH}) / 2 \quad (8)$$

$$B_{est} = (V_{maxTH} - V_{minTH}) / 2 \quad (9)$$

Donde:

f_{1est} y f_{2est} corresponden a las componentes frecuenciales donde aparece la mezcla de modos, A_{est} y B_{est} son las amplitudes de las componentes que presentan la mezcla de modos, V_{maxTH} y V_{minTH} son los valores máximos y mínimos de las amplitudes obtenidas de la transformada de

Hilbert (Fig. 14), $Freq_{est}$ es la frecuencia mínima instantánea detectada (Fig. 14) y Δf es la diferencia entre las frecuencias en las que se detecta mezcla de modos y puede calcularse como el número de picos por segundo en la señal de frecuencia instantánea. La utilidad del método radica en que los valores de las ecuaciones (6) y (7) pueden obtenerse directamente por inspección de las figuras de frecuencias y amplitudes instantáneas obtenidas procesando la transformada de Hilbert luego del EMD estándar. Dependiendo del tipo de señales que se estén analizando, las ecuaciones (6) y (7) pueden aplicarse directamente sobre la señal original o sobre las IMF obtenidas. En este caso, y a modo de ejemplo hemos aplicado el método en la primer IMF obtenida con el EMD estándar (Fig. 3). La Fig. 13 muestra una IMF donde se observa una mezcla de frecuencias (zona marcada por el rectángulo en color rojo y que corresponde al comportamiento de la señal entre el tiempo $t = 1s$ y $t = 2s$). Vale la pena aclarar que para mejorar la eficiencia del método propuesto, este se aplica en el intervalo de tiempo donde se detecta la mezcla de modos. Al considerar lo anteriormente descrito se obtienen los siguientes valores que al ser sustituidos en (6) y (7) permiten obtener las frecuencias donde se detecta mezcla de modos, las cuales corresponden para el caso de estudio a 18 Hz y 12 Hz.

$Freq_{est} = 14.72 \text{ Hz}$	Obtenido de Fig. 15
$A_{est} = 0.7405 \text{ V}$	Obtenido de la ecuación 8
$B_{est} = 1.1190 \text{ V}$	Obtenido de la ecuación 9
$\Delta f = 6 \text{ picos}$	Obtenido de Fig. 15
$f1_{est} = 18.3 \text{ Hz}$	Obtenido de la ecuación 7
$f2_{est} = 12.3 \text{ Hz}$	Obtenido de la ecuación 6

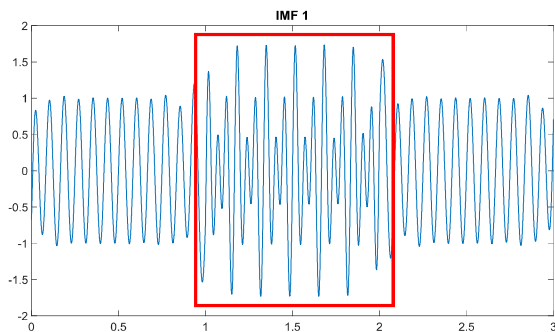


Figura 13. IMF donde se observa mezcla de modos en la señal original presentada en figura 2.

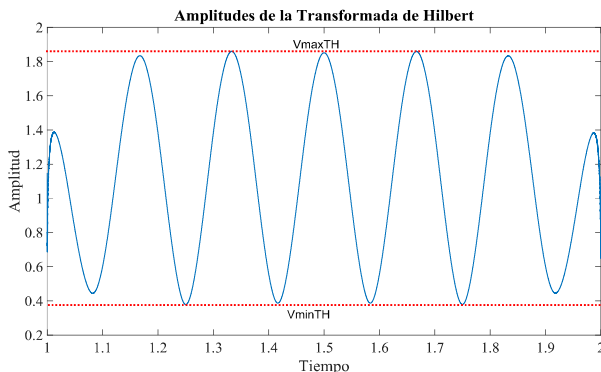


Figura 14. Amplitudes de la transformada de Hilbert de la IMF1 empleadas en las ecuaciones 8 y 9.

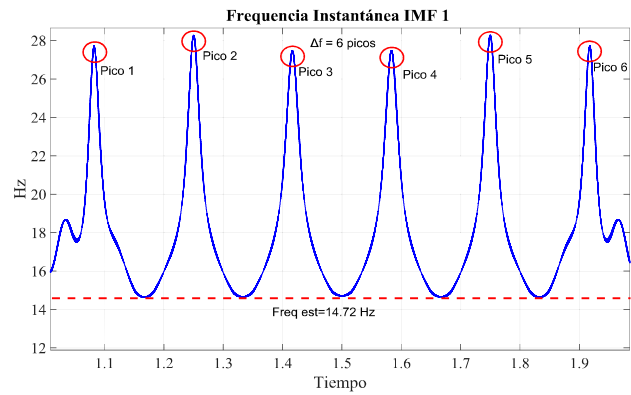


Figura 15. Frecuencia Instantánea de la IMF 1

VI. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

En este artículo hemos discutido uno de los conceptos de mayor relevancia cuando se utiliza la Transformada de Hilbert Huang (HHT por sus siglas en inglés): la mezcla de modos. El problema se estudia desde que es detectado al utilizar el EMD estándar. En la Fig. 3 se observan las 3 IMF's obtenidas para la señal de estudio. En la primera y segunda IMF se observa una mezcla de modos en el intervalo de tiempo $t = 1s$ y $t = 2s$. Esto es evidente también en la Fig. 4 donde se observan las frecuencias instantáneas. Para solucionar esto se ha creado una señal máscara la cual se ha seleccionado según la teoría propuesta en [7]. La Fig. 6 permite observar claramente como en cada una de las IMF obtenidas se identifica un solo tipo de oscilación y esto queda reflejado también en la Fig. 7 donde se puede deducir la frecuencia instantánea con mayor precisión que en la Fig. 4. Este procedimiento es bastante efectivo cuando se tiene conocimiento de las componentes frecuenciales que aparecen, si por el contrario estas no son conocidas no se tendría la información necesaria para utilizar la Fig. 5 y es en ese caso cuando las expresiones planteadas en las ecuaciones (6) – (9) aparecen como una opción.

La utilización del EMD estándar y de la señal máscara también ha presentado unos buenos resultados al ser aplicada en una señal EEG. Las Figuras 9 y 11 permiten observar como el número de IMF's se reduce al aplicar la señal máscara, lo cual indica que las componentes frecuenciales de la señal original se han agrupado con mayor precisión y es posible observar oscilaciones con mayor claridad desde las primeras IMF's obtenidas.

La estrategia propuesta en las ecuaciones (6) a (9) emerge como una alternativa para aplicar HHT en aquellas señales donde solo se tiene un conjunto de datos adquiridos pero no se conocen los valores de amplitud y frecuencia previamente; los primeros resultados obtenidos, los cuales son presentados en este artículo, dan un indicio del surgimiento de una nueva técnica para calcular la señal máscara.

Tanto en la señal sintética como en la señal EEG, ha sido posible descomponer la señal original en un conjunto de componentes que permiten analizar el comportamiento de un fenómeno físico asociado a cada IMF, en el caso específico de la señal EEG una de las principales aplicaciones que se está

realizando es la reconstrucción de la actividad neuronal y el diagnóstico de problemas de aprendizaje en infantes. Estas ideas están elaboradas en un trabajo realizado por los mismos autores en [15].

AGRADECIMIENTOS

This work was carried out during the tenure of an ERCIM 'Alain Bensoussan' Fellowship Programme. Technological University of Pereira and Balchen's scholarship from NTNU.

The authors also want to thank to François Béline and Clara Renard for developing the map in figure 5.

REFERENCIAS

- [1] Fourier, Joseph, "On the Propagation of Heat in Solid Bodies," Paris Institute, December 21, 1807
- [2] N. Huang, Z. Shen, S. Long, M. Wu, and H. Shih, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis," Proc. R. Soc. A-Mathematical Phys. Eng. Sci., 1998.
- [3] M. J. Afroni, D. Sutanto and D. Stirling, "Analysis of Nonstationary Power-Quality Waveforms Using Iterative Hilbert Huang Transform and SAX Algorithm," in IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 28, no. 4, pp. 2134-2144, Oct. 2013.
- [4] H. Li, S. Kwong, L. Yang, D. Huang and D. Xiao, "Hilbert-Huang Transform for Analysis of Heart Rate Variability in Cardiac Health," in IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics, vol. 8, no. 6, pp. 1557-1567, Nov.-Dec. 2011.
- [5] Ryan Deering and James F. Kaiser, "The Use of a Masking Signal to Improve Empirical Mode Decomposition," in Proceedings. (ICASSP '05). IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005., 2005, vol. 4, pp. 485-488.
- [6] G. Rilling and P. Flandrin, "One or Two Frequencies? The Empirical Mode Decomposition Answers," IEEE Trans. Signal Process., vol. 56, no. 1, pp. 85-95, Jan. 2008.
- [7] O. Fosso, M. Molinas, "Method for Mode Mixing Separation in Empirical Mode Decomposition," ArXiv DOI...September 2017
- [8] Z. Wu and N. Huang, "Ensemble empirical mode decomposition: A noise-assisted data analysis method," Advances in Adaptive Data Analysis World Sci., vol. 1, no. 1, pp. 1-41, 2019.
- [9] N. E. Huang and S. S. P. Shen, Hilbert-Huang Transform and its Applications, vol. 5. 2005.
- [10] M. A. Colominas, "Métodos guiados por los datos para el análisis de señales: contribuciones a la descomposición empírica en modos," Tesis doctoral, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina, 2016.
- [11] Z. Yang and L. Yang, "A new definition of the intrinsic mode function," Eng. Technol., vol. 60, no. 8620, pp. 822-825, 2009.
- [12] Leon Cohen, Time-frequency analysis: theory and applications. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1995.
- [13] D. Kim and H. Oh, "EMD: A Package for Empirical Mode Decomposition and Hilbert Spectrum," R J., vol. 1, no. 1, pp. 40-46, 2009.
- [14] R. G. Andrzejak, K. Lehnertz, F. Mormann, C. Rieke, P. David, and C. E. Elger, "Indications of nonlinear deterministic and finite-dimensional structures in time series of brain electrical activity: Dependence on recording region and brain state," Phys. Rev. E, vol. 64, no. 6, p. 61907, 2001.
- [15] M. Bueno, E. Giraldo, M. Molinas "Analysis of neural activity from EEG database on EMD frequency bands," ArXiv DOI...December 2017



María Victoria Gasca Segura received the bachelor degree in Electrical Engineer from Technological University of Pereira in 2016. She is studying in the same university the master in Electrical Engineer. In addition to the master studies, she is pursuing an academic internship at the Norwegian University of Science and Technology (NTNU). Her areas of interest are smart grids, optimization and control of power systems, renewable energy, among others.



Maximiliano Bueno-López is graduated as Electrical Engineer from Technological University of Pereira, Colombia. In 2006 he obtained the Master degree in Electrical Engineering at the same University. In 2012 he received the Ph.D. degree in Engineering at the National Autonomous University of Mexico. Currently, He is a postdoctoral researcher at the Department of Engineering Cybernetics at Norwegian University of Science and Technology in Trondheim, Norway; and fulltime Professor at Faculty of Engineering at The Universidad de La Salle in Bogotá, Colombia. His research interests are on Control Systems, Artificial Intelligence in Automatic Control, non-stationary signals and Rural electrification.



Marta Molinas received the Diploma degree in electromechanical engineering from the National University of Asunción, San Lorenzo, Paraguay, in 1992, the M.E. degree from the University of the Ryukyus, Nishihara, Japan, in 1997, and the D.Eng. degree from the Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan, in 2000. She was a Guest Researcher with the University of Padova, Padua, Italy, in 1998. From 2004 to 2007, she was a Post-Doctoral Researcher with the Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, Norway, where she joined as Professor with the Department of Electric Power Engineering from 2008 to 2014. She is currently a Professor with the Department of Engineering Cybernetics, NTNU. Her current research interests include stability of power electronics systems, harmonics, instantaneous frequency, and non-stationary signals from the human and the machine.



Olav Bjarte Fosso is Professor at the Department of Electric Power Engineering of the Norwegian University of Science and Technology (NTNU). He has previously held positions as Scientific Advisor and Senior Research Scientist at SINTEF Energy Research, Head of the Department of Electric Power Engineering 2009 – 2013 and Director of NTNU's Strategic Thematic Area Energy from September 2014 - September 2016. He has been Chairman of board NOWITECH (Norwegian Research Centre for Offshore Wind Technology) 2015-2017 and currently Board member of Energy21 (Norwegian National Strategy for Research, Development, Demonstration and Commercialization of New Energy Technology). He has been expert evaluator in Horizon2020 and in a number of science foundation internationally. His research activities involve hydro scheduling, market integration of intermittent generation and stability of isolated and integrated power systems.