



Recensioni

7 novembre 2010

## *Topology via Logic*

Steven Vickers

[Cambridge University Press, 1996]

Giovanni Cinà

**Reperibilità** Il libro, dato alle stampe nel 1989, ha conosciuto una ristampa nel 1990 e una versione paperback nel 1996. Si può trovare facilmente in internet ed acquistare ad un prezzo ragionevole.

**Prerequisiti** Nelle intenzioni dell'autore il libro dovrebbe essere una introduzione alla topologia per informatici ma, per la fortuna di chi è interessato agli sconfinamenti disciplinari e non è molto ferrato in informatica, finisce per essere molto di più. I riferimenti alla *computer science* infatti, per quanto presenti nel testo, costituiscono una parte non essenziale del discorso principale e servono più che altro a far apprezzare agli studiosi di quell'ambito i temi trattati nel libro. Non vi è dunque bisogno di alcuna prenoscenza di questo tipo per leggere il libro. Ciò che invece è senz'altro essenziale è la conoscenza della logica proposizionale e della teoria degli insiemi di base. Una certa familiarità con l'algebra può aiutare molto ad apprezzare il libro, se non altro perché chi non la possiede farà probabilmente più fatica in alcuni passaggi.

**Contenuti** Il percorso del libro, riassunto in una sintesi brutale, è il seguente. Partendo da alcune considerazioni filosofiche sulle asserzioni affermative e refutative, in particolare sulle procedure di decisione necessarie per verificare alcuni enunciati, l'autore arriva a definire quella che lui chiama la "logica delle osservazioni finite" (conosciuta anche come logica proposizionale geometrica dagli addetti ai lavori). Sfruttando le usuali tecniche di semantica algebrica viene definita la struttura algebrica che "corrisponde" a tale logica: il frame. Il passo successivo consiste nel sottolineare che i frames nella teoria dei reticoli altro non sono che topologie di aperti. Ripercorrendo all'indietro il percorso intrapreso, dagli insiemi aperti alla decidibilità degli enunciati, il nostro autore è in grado di affermare:

“The topology captures an essential computational notion, under the slogan “open sets are semidecidable properties”.

La riflessione tuttavia non termina qui. Quest'enfasi sulla struttura logica della topologia suggerisce la possibilità, intendendo gli insiemi aperti come proprietà e gli elementi dell'universo come individui, di una “lettura intensionale”: invece di costruire uno spazio topologico da un universo di oggetti (individui) e definire una famiglia di sottoinsiemi (proprietà) sulla base di questi, ossia con un approccio estensionale, è possibile adottare una famiglia di sottoinsiemi e costruire gli oggetti a partire dai sottoinsiemi a cui appartengono (ossia identificare ogni individuo con un sottoinsieme di proprietà, quelle da lui godute). Formalmente questo secondo approccio è rappresentato dalla Teoria dei locales, mentre il primo dalla Teoria degli spazi topologici. L'autore offre una cornice concettuale abbastanza generale da sussumere entrambe le teorie, i sistemi topologici, e mostra la connessione di questa con la logica delle osservazioni finite. In questo contesto sono successivamente sviluppati gli usuali concetti della topologia. Nel Capitolo 10 e 11, infine, dopo aver sviluppato gli strumenti matematici necessari, viene mostrato come la Teoria dei domini, utilizzabile per studiare la semantica dei linguaggi di programmazione (in particolare il libro considera i linguaggi tipizzati come C e C++), possa essere trattata topologicamente. Ma se la topologia, utilizzando l'approccio dei locales, assume un ruolo centrale nella strutturazione dei tipi di oggetti trattati dai linguaggi di programmazione, e i tipi (abusando in buona fede della terminologia) non sono altro che la specifica delle proprietà che un oggetto ha o può avere, ecco che la lettura intensionale trova un'applicazione pienamente consona alle istanze per cui era stata introdotta.

A chiusura del libro, ad interesse dei lettori più matematici, l'autore utilizza la teoria dei locales per trattare dei risultati sugli spettri di anelli e introduce il concetto di quantale, una struttura algebrica più generale del frame. Dal punto di vista logico i quantales sono modelli algebrici della logica lineare e formalizzano, nel contesto delle osservazioni finite, l'importanza dell'ordine e della molteplicità con cui le osservazioni sono effettuate.

**Struttura del testo** Il libro presenta alcuni accorgimenti volti a facilitarne la lettura. I primi due, ormai ampiamente in uso, sono un glossario della notazione e un indice analitico. Un terzo, a mio avviso particolarmente interessante, consiste in una differenziazione tipografica all'interno del testo. Inserirlo all'interno del discorso infatti vi sono alcune parti in un carattere leggermente più piccolo con cui l'autore discute l'argomento in questione da un diverso punto di vista (solitamente di teoria delle categorie). Con questo escamotage egli riesce ad arricchire la trattazione e a darle ulteriore profondità senza però appesantirla: chi infatti non conosce la teoria delle categorie o semplicemente non è interessato, riconoscendo la diversa foggia del brano, può saltare avanti senza perdere nulla di essenziale. Infine, il corpo teorico del testo è affiancato da diversi esempi.

**Considerazioni conclusive** Perché un filosofo dovrebbe leggere questo volume? Un grande pregio di questo testo è l'attenzione dedicata dall'autore agli aspetti logici e filosofici delle questioni sopra illustrate. Beninteso, tali aspetti sono spesso accennati e meriterebbero una trattazione assai più sistematica, ma non si può certo biasimare *Topology via Logic*, un testo in fondo scritto per informatici, per questa mancanza. Al contrario, la presenza di queste riflessioni in un testo che di filosofia non è non può che essere una nota di merito, nonché motivo di vivo interesse per coloro che sono interessati alla terra di confine fra matematica, informatica e filosofia. A mio avviso, inoltre, i libri che, come questo, hanno una vocazione

multidisciplinare, che illustrano le profonde connessioni fra diversi ambiti, che chiarificano ed esemplificano delle concettualizzazioni astratte con l'apporto di nuovi strumenti hanno un valore filosofico aggiunto. Ciò che ci viene offerto dal testo non è un'operazione di riduzionismo nel senso comunemente inteso, che comunque ha una sua importanza epistemologica e ontologica, ma un saggio di quanto i problemi possono essere proteiformi e della necessità teorica di un'indagine da più fronti.

## **A proposito degli autori**

### **Indirizzo di contatto**

Giovanni Cinà: [giovanni.cina@rifanalitica.it](mailto:giovanni.cina@rifanalitica.it).

## **Copyright**

© © © © 2010 Giovanni Cinà. Pubblicato in Italia. Alcuni diritti riservati.