



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 52 за 2019 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

[Лахно В.Д.](#)

Трансляционно-  
инвариантная биполяроная  
теория сверхпроводимости  
и спектроскопические  
эксперименты

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Лахно В.Д. Трансляционно-  
инвариантная биполяроная теория сверхпроводимости и спектроскопические эксперименты //  
Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 52. 20 с. doi:[10.20948/prepr-2019-52](https://doi.org/10.20948/prepr-2019-52)  
**URL:** <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-52>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**В.Д.Лахно**

**Трансляционно-инвариантная  
биполяронная теория сверхпроводимости  
и спектроскопические эксперименты**

**Москва — 2019**

*Лахно В.Д.*

**Трансляционно-инвариантная                            биполяроная                            теория  
сверхпроводимости и спектроскопические эксперименты**

Объяснение природы сверхпроводящей щели в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) представляет собой фундаментальную задачу, от решения которой зависит понимание механизма сверхпроводимости. Вплоть до настоящего времени эта задача не была решена. С середины двадцатого столетия, когда Бардин, Купер и Шриффер построили свою теорию сверхпроводимости, стало общепринятым считать, что щель является коллективным феноменом электронных возбуждений. В данной работе продемонстрировано, что, согласно трансляционно-инвариантной биполяроная теории ВТСП, разные типы экспериментов в качестве щели измеряют различные величины. С помощью туннельных экспериментов определяется энергия биполяронов, в то время как в методе фотоэмиссионной спектроскопии углового разрешения измеряется фононная частота, для которой электрон-фононное взаимодействие является максимальным. Естественное объяснение получают такие явления, как наличие кинков в спектральных измерениях щели, угловая зависимость щели, наличие псевдощели и др.

**Ключевые слова:** конденсат Бозе-Эйнштейна, спектроскопия углового разрешения, рамановское рассеяние.

*Lakhno V.D.*

**Translation-invariant biparon theory of superconductivity and spectroscopic experiments**

The explanation of the nature of superconducting gap in high temperature superconductors (HTSC) is a fundamental task which solution can lead to the understanding of superconducting mechanism. However, it has not been fully solved yet. From the mid of the twentieth century when Bardeen, Cooper and Schrieffer constructed their theory it has been believed that a superconducting gap is a collective phenomenon of electron excitations. In this work it is demonstrated that according to translation-invariant biparon theory of HTSC the different types of experiments measure for the gap different values. Thus tunneling experiments determine the biparon energy for a superconducting gap. On the other hand, the angle – resolved photoemission spectroscopy method measures the phonon frequency for which the electron-phonon interaction is maximum. Such effects as kinks in spectral measurements of gap, its angular dependence, existence of pseudogap and others have got natural explanations.

**Key words:** Bose-Einstein condensate, angle-resolved spectroscopy, Raman scattering

## 1. Введение

В работах [1], [2] была построена трансляционно-инвариантная (ТИ) биполярона теория сверхпроводимости (СП), основанная на гамильтониане электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ) Пекара-Фрёлиха, когда ЭФВ, в отличие от теории Бардина-Купера-Шриффера (БКШ) [3], нельзя считать слабым. Роль куперовских пар в этой теории играют ТИ-биполяроны, корреляционный размер которых ( $\sim 1$  нм) много меньше, чем у куперовских пар ( $\sim 10^3$  нм). Согласно [1], [2], в высокотемпературных сверхпроводящих (ВТСП) материалах ТИ-биполяроны образуются вблизи поверхности Ферми и представляют собой заряженный бозе-газ, способный испытывать конденсацию Бозе-Эйнштейна (БЭК) при высокой критической температуре, которая определяет температуру СП перехода.

В отличие от куперовских пар, ТИ-биполяроны имеют собственный спектр возбуждений, определяющий термодинамические свойства бозе-газа ТИ-биполяронов. Этот спектр имеет щель, которая в изотропной полярной среде равна частоте оптического фона  $\omega_0$ . При этом случаю слабого ЭФВ (предел БКШ) соответствует неравенство  $\omega_0 \gg |E_B|$ , случаю промежуточной связи —  $\omega_0 \approx |E_B|$ , а случаю сильной связи —  $\omega_0 \ll |E_B|$ , где  $|E_B|$  — энергия ТИ-биполярона. Согласно [2], число ТИ-биполяронов  $N_B$  равно:  $N_B \approx N|E_B|/2E_F$ , где  $N$  — полное число электронов,  $E_F$  — энергия Ферми, т.е.  $N_B \ll N$ . Отсюда, в частности следует, что при расчёте лондоновской глубины проникновения в ТИ-биполярона теории для расчёта концентрации носителей сверхпроводящего тока при низких температурах следует использовать величину  $N_B$ , а не полное число носителей тока  $N$  как в БКШ. Для высокотемпературных сверхпроводников этот факт был доказан экспериментально в работе [4], в которой измерялась лондоновская длина проникновения в передопированных СП.

Развитая в [1], [2] теория хорошо совмещается с термодинамическими характеристиками ВТСП материалов, а также с их магнитными характеристиками [5]. Этих фактов, однако, недостаточно, чтобы однозначно судить о непротиворечии ТИ-биполярона теории СП другим экспериментальным фактам.

В настоящее время имеется большое число методов, позволяющих изучать свойства спаренных состояний и вытекающие из этих свойств следствия. Цель данной работы — проанализировать, в какой мере данные современных спектроскопических методов, включающих тунNELьную сканирующую микроскопию (СТМ), сопутствующие ей методы квазичастичной интерференции, методы фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением (ARPES) и рамановского (комбинационного) рассеяния совместимы с представлениями о ТИ-биполярона механизме ВТСП.

Статья устроена следующим образом. В §2 обсуждаются особенности туннельных экспериментов, вытекающие из свойств ТИ-биполяронов. Показано, что наличие в спектральных характеристиках и измерениях кондактанса кинков является естественным следствием ТИ-биполярной теории.

В §3 обсуждаются данные ARPES экспериментов. Показано, что эти данные соответствуют тому, что СП щель в ВТСП материалах имеет фононную природу, как это вытекает из ТИ-биполярной теории СП.

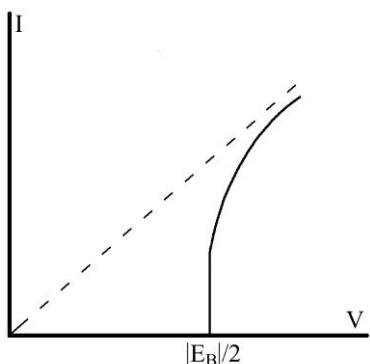
В §4 данные по комбинационному рассеянию сопоставляются с выводами, вытекающими из ТИ-биполярной теории.

В §5 даётся обсуждение полученных результатов.

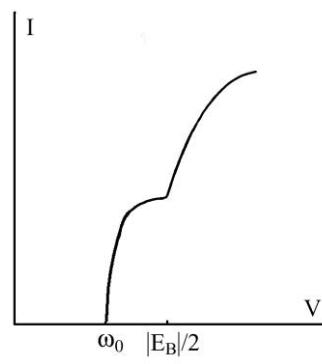
## 2. Туннельные характеристики

Туннельные характеристики в случае ТИ-биполярной теории СП имеют свои особенности. Как обычно, при рассмотрении туннельных явлений, например, при рассмотрении перехода из сверхпроводника в нормальный металл через туннельный контакт, будем отсчитывать энергию от основного состояния СП. В ТИ-биполярной теории СП основным состоянием является биполярное, энергия которого лежит ниже уровня Ферми этого СП в нормальном состоянии на величину энергии биполярона  $|E_B|$ . Таким образом, при туннельном контакте СП с нормальным металлом уровень Ферми нормального металла будет совпадать с энергией основного состояния СП. Отсюда следует, что одночастичный ток для такого контакта будет иметь обычный вид (Рис. 1.).

Особенность возникает при рассмотрении двухчастичного тока. Эта особенность связана с тем, что спектр возбуждённых состояний ТИ-биполярона отделён от основного состояния величиной фононной частоты  $\omega_0$ . По этой причине вольт-амперная характеристика двухчастичного тока будет иметь вид, изображённый на рис. 1, с заменой  $|E_B/2|$  на  $\omega_0$ . В итоге суммарная вольт-амперная характеристика будет иметь вид рис. 2.



*Рис. 1.* Вольт-амперная характеристика одночастичного тока



*Рис. 2.* Вольт-амперная характеристика полного тока

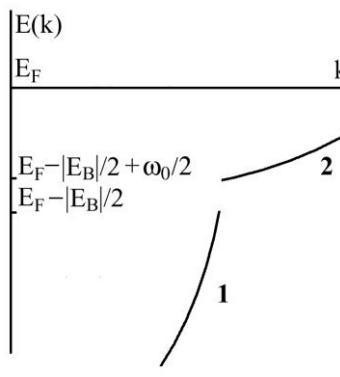
Кривая  $I-V$  изображена в случае  $\omega_0 < |E_B|/2$ . В противоположном случае величины  $\omega_0$  и  $|E_B|/2$  следует поменять местами. Область  $I-V$  кривой, определяемой значениями  $\omega_0 < V < |E_B|/2$ , соответствует кинку, который отсутствует в БКШ теории.

Со спектральной точки зрения, кинк соответствует переходу от одночастичного спектра электронов с энергией, лежащей ниже  $E_F$  на величину  $|E_B|/2$ , к двухчастичному ТИ-биполярному спектру возбуждённых состояний, который в одночастичной схеме лежит в области  $(E_F - |E_B|/2 + \omega_0/2, E_F)$ , как это показано на рис. 3.

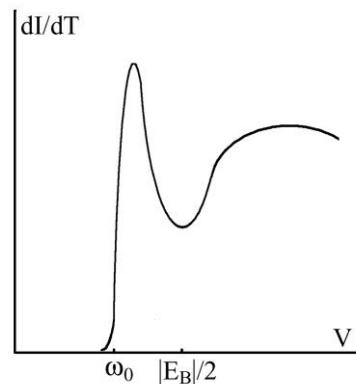
Приведённая на рис. 3 зависимость  $E(k)$  соответствует ARPES наблюдениям кинков в большом числе ВТСП материалов (см., например, обзор [6]). Так, например, согласно [6] в хорошо изученном купрате Bi2212 энергия кинка ( $|E_B|/2$ ) составляет 70 meV.

На рис. 4 изображена типичная для ВТСП зависимость  $dI/dV$  от  $V$ , приведённая на рис. 2. На ней кинку соответствует провал справа от высокого пика.

Заметим, что в силу того, что ТИ-биполяроны существуют и при  $T > T_c$ , кривая  $dI/dV$  при температуре выше критической будет качественно сохранять вид, изображённый на рис. 4. Таким образом, величина  $|E_B|/2$  будет играть роль псевдощели в одночастичных переходах, а  $|E_B|$  – роль псевдощели в двухчастичных переходах. Этот вывод находится в полном соответствии с многочисленными туннельными экспериментами в ВТСП [6]-[8].



*Рис. 3.* Кинку соответствует щель при переходе с нормальной ветви 1 на ТИ-биполярную ветвь 2 при энергии, равной  $E_F - |E_B|/2$



*Рис. 4.* Зависимость контактанса  $dI/dV$  от  $V$ , соответствующего вольт-амперной характеристике, изображённой на рис. 2

### 3. Фотоэмиссионная спектроскопия с угловым разрешением (ARPES)

Наряду с СТМ, одним из прямых методов, дающих информацию о свойствах сверхпроводящей щели, является метод фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением [9]. Будучи дополненным данными СТМ и данными метода квазичастичной интерференции, этот метод даёт наиболее полные данные о свойствах СП щели. В последнее время получил развитие также метод двойной фотоэлектронной спектроскопии, являющийся обобщением ARPES на случай двух частиц, в котором осуществляется фотоэмиссия двух электронов с определёнными импульсами  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$  и соответствующими этим импульсам энергиями  $E_1$  и  $E_2$  [10]. Несмотря на обилие данных, полученных методом ARPES, природа ВТСП щели остаётся до сих пор неясной. В большой степени это связано с тем, что вплоть до настоящего времени отсутствовала единая теория ВТСП. Если исходить из того, что СП механизм обусловлен куперовским спариванием, то в случае сильного фрёлиховского ЭФВ это приводит к ТИ-биполярной теории ВТСП [1,2]. В отличие от биполяронов с нарушенной симметрией, ТИ-биполяроны делокализованы в пространстве, и поляризационная потенциальная яма у них отсутствует (поляризационный заряд равен нулю). Согласно [1], [2], ТИ-биполярон имеет в спектре щель, имеющую фононную природу. В ТИ-биполярной теории СП биполяроны образуются вблизи поверхности Ферми в форме заряженного бозе-газа (погруженного в электронный газ), который конденсируется на уровне, лежащем ниже уровня Ферми на величину, равную энергии основного состояния биполярона, что приводит к СП состоянию. Спектр возбуждений такого газа имеет щель, равную фононной частоте. В этом разделе мы покажем, что фотоэмиссионный спектр, получаемый в ARPES, содержит как раз такую щель, а рассмотренная нами в предыдущем разделе щель  $|E_B|/2$ , определяемая из двухчастичного тока методом СТМ, не имеет отношения к измерениям щели методом ARPES.

С этой целью будем исходить из общего выражения для измеряемой в ARPES интенсивности поглощения света  $I(\vec{k}, \omega)$  в виде:

$$I(\vec{k}, \omega) = A(\vec{k}, \omega)F(\omega)M(k, \omega). \quad (1)$$

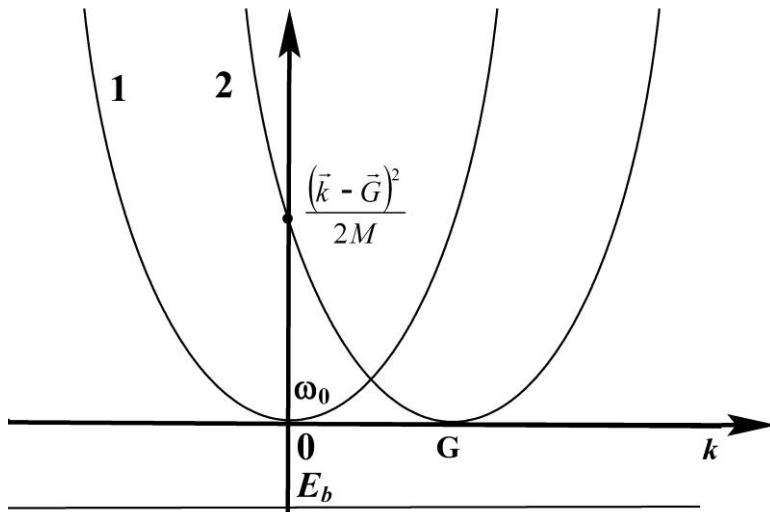
В случае измеряемой методом ARPES интенсивности поглощения света ТИ-биполяронами фигурирующие в (1) величины имеют другой смысл, нежели в случае одноэлектронной фотоэмиссии.

В случае рассматриваемого нами бозе-конденсата  $\vec{k}$  имеет смысл импульса бозона, а  $\omega$  – энергии бозона,  $A(\vec{k}, \omega)$  – однобозонная спектральная функция,  $F(\omega)$  – функция распределения Бозе-Эйнштейна,  $M(\vec{k}, \omega)$  – матричный элемент, описывающий переходы из начального в конечное состояние бозона.

В нашем случае роль заряженного бозона, принимающего участие в поглощении света, выполняет биполярон, спектр энергий которого определяется выражением [1, 2]:

$$\varepsilon_k = E_B \Delta_{k,0} + \left( E_B + \omega_0(\vec{k}) + \frac{k^2}{2M} \right) (1 - \Delta_{k,0}), \quad (2)$$

где  $\Delta_{k,0} = 1$ , если  $k = 0$ ,  $\Delta_{k,0} = 0$ , если  $k \neq 0$ , функция распределения которого равна  $F(\omega) = [\exp(\omega - \mu) - 1]^{-1}$ . При  $\vec{k} = 0$  ТИ-биполярон находится в основном состоянии, а при  $\vec{k} \neq 0$  – в возбуждённом состоянии с энергией  $E_B + \omega_0(\vec{k}) + k^2/2M$ , где  $\omega_0(\vec{k})$  – зависящая от волнового вектора фононная частота,  $M = 2m$ ,  $m$  – эффективная масса электрона.



*Рис. 5 Схематическое изображение перехода биполярона в возбуждённое состояние в результате поглощения кванта света*

Для дальнейшего анализа важно отметить, что энергия биполярона в возбужденных состояниях, отсчитываемая в уравнении (2) от  $E_B$ , может быть проинтерпретирована как энергия фона  $\omega_0(\vec{k})$  и кинетическая энергия двух электронов, связанных с этим фононом. Последняя в схеме расширенных зон имеет вид:  $(\vec{k} + \vec{G})^2 / 2M$ , где  $\vec{G}$  – обратный вектор решётки (рис. 5). В методе ARPES измеряется спектр начальных состояний, который в рассматриваемом нами случае представляет собой спектр низколежащих возбуждений ТИ-биполярона. В связи с этим можно пренебречь вкладом в этот спектр одно- и двухчастичных возбуждений электронного (полярона) газа, в который погружены биполяроны, поскольку плотность состояний ТИ-биполярона вблизи их основного состояния намного больше плотности состояний электронного спектра. Таким образом, мы заведомо исключаем рассмотрение таких явлений, как осцилляция Гааза-ван Альфвена и Шубникова-де Гааза [11]-

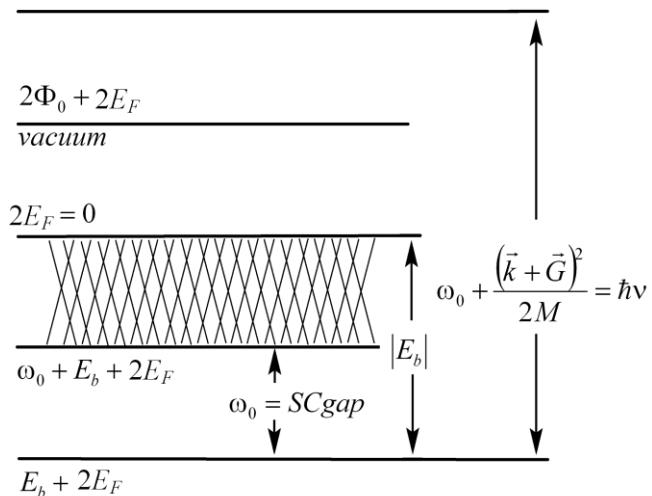
[13]. Ввиду того, что кинетическая энергия, соответствующая вектору обратной решётки (или целому числу векторов обратной решётки) очень велика, из всего спектра биполярона, определяемого (2), мы должны учесть только уровни  $E_B$  с  $k=0$  и  $E_B + \omega_0(\vec{k})$  с  $k \neq 0$  в качестве спектра начальных состояний. Другими словами, с использованием спектральной функции  $A(\omega, \vec{k}) = -(1/\pi)\text{Im}G(\omega, \vec{k})$ , где  $G(\omega, \vec{k}) = (\omega - \varepsilon_k - i\epsilon)^{-1}$  – функция Грина биполярона, выражение для интенсивности (1) может быть представлено в виде:

$$I(\vec{k}, \omega) \sim \frac{1}{(\omega - E_B)^2 + \varepsilon_1^2} \cdot \frac{1}{(\omega - E_B - \omega_0(\vec{k}))^2 + \varepsilon_2^2}, \quad (3)$$

который является подгонкой функции распределения  $F$  с  $\mu = E_B$  и функции Грина  $G$  посредством лоренцианов, где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  определяют ширину бозевского распределения и биполяронных уровней соответственно (матричный элемент  $M(\vec{k}, \omega)$ , входящий в (1), имеет плавную зависимость от энергии и волнового вектора, поэтому этой зависимостью можно пренебречь).

Таким образом, в результате поглощения света парой электронов (исходно находящихся в биполяронном состоянии) методом ARPES измеряется кинетическая энергия электронов с импульсами  $k_e$ , которые выбиваются из образца в вакуум в результате поглощения фотона с энергией  $\hbar\nu$ . Закон сохранения энергии в этом случае принимает вид:

$$\begin{aligned} \hbar\nu &= \omega_0(\vec{k}) + \frac{(\vec{k} + \vec{G})^2}{2M} = \zeta + \frac{k_e^2}{m_0} + \omega_0(\vec{k}), \\ \zeta &= 2\Phi_0 + |E_B|, \end{aligned} \quad (4)$$



*Рис. 6* Схема энергетических уровней при измерении спектра методом ARPES. Заштрихована область непрерывного спектра, лежащего ниже уровня Ферми

что иллюстрирует рис. 6, где  $\Phi_0$  – работа выхода электронов из образца,  $m_0$  – масса свободного электрона в вакууме. Согласно рис. 6, при образовании биполярона вблизи энергии Ферми  $E_F$  энергия двух электронов становится равной  $2E_F + E_B$ .

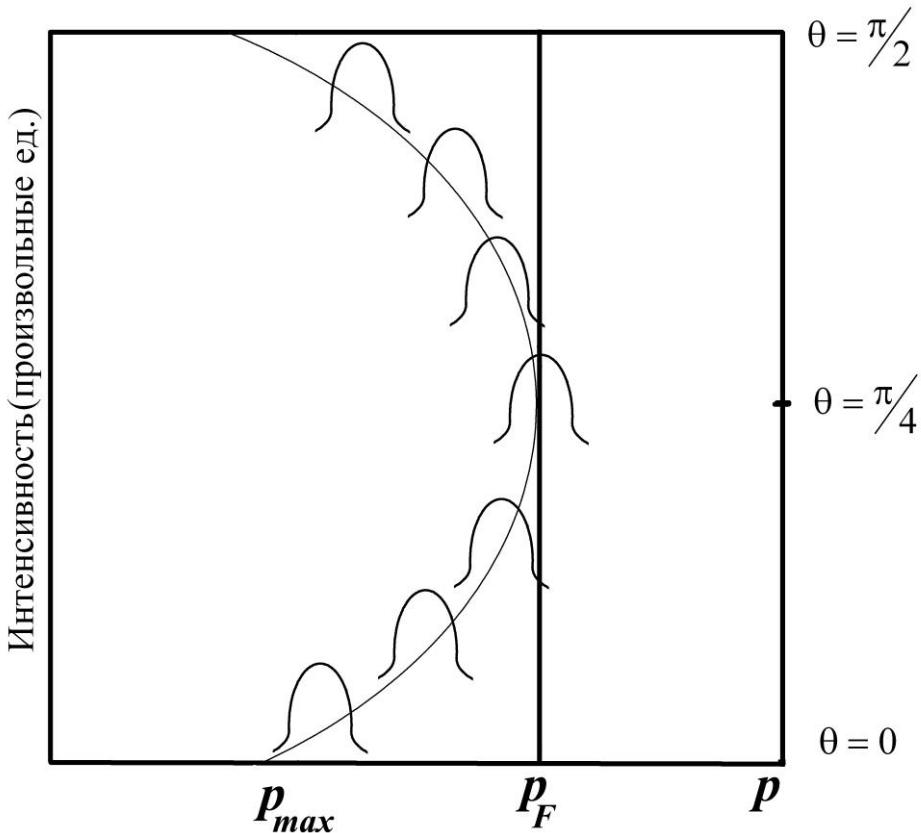
При этом электроны переходят из состояния с  $p_F$ , где  $p_F$  – фермиевский импульс, в некоторое состояние с импульсом  $p$  под поверхностью Ферми (т.к.  $E_B < 0$ ). В методе ARPES измеряется спектр начальных состояний, отсчитываемых от энергии  $2 \cdot p^2 / 2m$ , соответствующей энергии двух электронов с импульсом  $p$ . В результате в ARPES измеряется энергия  $\omega_i = 2E_F + E_B - p^2 / m$ .

Таким образом, если биполярон с энергией  $\omega = \omega_i = E_B + 2\vec{v}_F(\vec{p}_F - \vec{p})$ , лежащей в области существования биполяронного газа  $(2E_F + E_B, 2E_F)$ , где  $\vec{v}_F$  – скорость фермиевского электрона, поглощает фотон с энергией  $\hbar\nu$ , то образующийся в ходе распада биполярона фонон фиксируется в методе ARPES как щель  $\omega_0(\vec{k})$ , а два электрона с кинетической энергией  $k_e^2 / m_0$ , определяемой (4), эмитируются из образца.

В рассматриваемом сценарии в каждом акте поглощения света из образца эмитируют два электрона с одинаковыми импульсами. Это явление может быть обнаружено методом ARPES, если электронный детектор поместить прямо на поверхность образца, поскольку кинетическая энергия разлёта эмитируемой пары электронов в вакууме (не скомпенсированная притягивающим потенциалом в биполяронном состоянии) составляет несколько электрон-вольт.

Таким образом, методом ARPES, согласно изложенному, измеряется фононная частота  $\omega_0(k)$ , которая сопоставляется СП щели, и, следовательно, в купратных ВТСП с  $d_{x^2-y^2}$  симметрией её угловая зависимость даётся выражением  $\omega_0(\vec{k}) = \Delta_0 |\cos k_x a - \cos k_y a|$ . Указанная угловая зависимость  $\omega_0(k)$  приводит к угловой зависимости интенсивности  $I(\omega_i, \vec{p}) \sim A(\omega_i, \vec{p})$ , определяемой уравнением (3) (Рис. 7), которая обычно наблюдается в ARPES экспериментах [9], [14], [15]. Вид зависимости  $I(\omega_i, \vec{p})$  предполагает, что имеется также симметричная относительно уровня Ферми зависимость пиков поглощения от  $\vec{p}$ . Эта зависимость не приведена на рис. 7, так как вследствие малой заселённости состояний с  $p > p_F$  их интенсивность поглощения будет очень мала [16].

Экспериментальная проверка эффекта эмиссии Т1-биполяронов как целого важна для понимания механизма спаривания. Так, согласно [15], только один электрон должен эмитироваться из образца с дисперсией начальных состояний, определяемых при  $k \neq 0$  формулой:  $\varepsilon_k^{Bog} = \sqrt{k^4 / 4M^2 + \Delta^2(k)}$  (где  $\varepsilon_k^{Bog}$  – спектр боголюбовской квазичастицы), отличной от спектра (2).

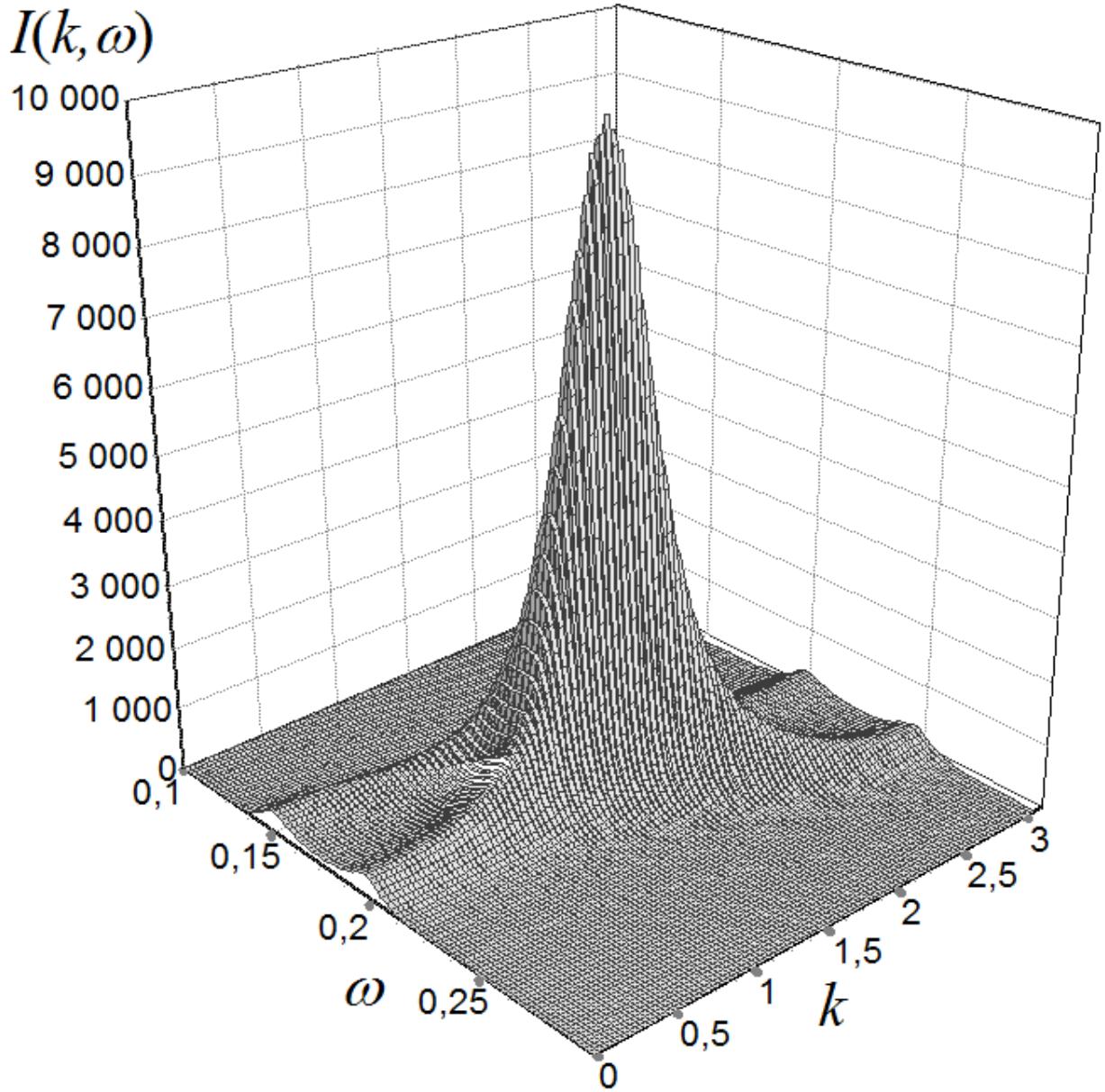


*Rис. 7.* Схематическое изображение угловой зависимости интенсивности поглощения согласно (3) для  $\omega = \omega_i$

Использование спектров  $\varepsilon_k^{Bog}$  и (2) для описания угловой зависимости интенсивности приводит к качественному согласию с данными ARPES с доступным на сегодняшний день разрешением. Эксперименты с более высоким разрешением должны дать ответ на вопрос о том, носит ли СП конденсат в купратах фермионный характер или ТИ-биполярный?

Из спектра  $\omega_0(k)$  следует, что в нодальном направлении купратных сверхпроводников константа ЭФВ становится бесконечной. Таким образом, для биполяронов в этом случае реализуется режим сильной связи. На рис. 8 показана типичная зависимость интенсивности поглощения  $I(\omega_i, \bar{p})$ , наблюдаемая в экспериментах ARPES [14].

Изображённая на рис. 8 зависимость следует из выражения для интенсивности (1) со спектральной функцией, которая соответствует спектру ТИ-биполярона (2) и которая не может быть получена из спектральной функции (3) из работы [16], в которой для спектра используется боголюбовский спектр  $\varepsilon_k^{Bog}$ , а вместо бозевского распределения  $F(\omega)$  используется фермиеvская функция распределения. Этот результат может рассматриваться как аргумент в пользу ТИ-биполярного механизма СП.



*Рис. 8.* Зависимость интенсивности поглощения  $I(k, \omega)$  (произвольные единицы) от  $k$  и  $\omega$  (эВ), определяемой (3), для параметров:  $|E_B| = 0,2$  эВ,  $\Delta_0 = 0,05$  эВ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,01$  эВ и волнового вектора  $k$  в антинодальном направлении. Постоянная решётки полагается равной единице

Рассмотренные выше особенности в спектре поглощения ARPES будут себя проявлять также в тунNELьных экспериментах в форме тонкой структуры (кинков) на измеряемых вольт-амперных характеристиках (§2). Для этого, в отличие от традиционных ARPES измерений с высокоэнергетическими источниками фотонов ( $\hbar\nu = 20 - 100$  эВ), для наблюдения этих особенностей необходимо использовать источники низкоэнергетических фотонов ( $\hbar\nu = 6 - 7$  эВ) и с более высоким, чем обычное, разрешением по импульсам [17]-[20].

В работе [21] также теоретически была рассмотрена возможность наблюдения эмиссии куперовских пар методом ARPES для обычных СП. В частности, авторы [21] показали наличие пика в эмиссионном токе куперовских пар, соответствующего нулевой энергии связи занятых двухэлектронных состояний. Рассмотренный в [21] пик соответствует переходу с энергией  $\hbar\nu$ , определяемой (4) с энергией связи  $\sim 1$  мэВ, что находится на пределе точности измерений методом ARPES. В случае высокотемпературных сверхпроводников энергия связи может быть в десятки раз больше, что делает в них более реальной проверку рассматриваемых эффектов. Основным отличием полученных здесь результатов от полученных в [21] является наличие угловой зависимости пика поглощения (рис. 6,7), характерной для ВТСП материалов.

Обсудим кратко температурную зависимость интенсивности  $I(\omega_i, \vec{p})$ . Согласно уравнению (1), она определяется температурной зависимостью  $F(\omega)$ .

Для  $T < T_c$ , где  $T_c$  – температура СП перехода  $F(\omega) \approx N_0(T)$  для  $\omega = E_B$ , где  $N_0(T)$  – число бозонов (биполяронов) в конденсате, которое определяет температурную зависимость интенсивности поглощения. Величина  $N_0(T)$  уменьшается при увеличении  $T$  и, вообще говоря, обращается в ноль при температуре СП перехода, обращая в ноль интенсивность поглощения. В действительности, однако, этого не происходит, т.к. в ноль обращается только бозе-конденсатная часть. Согласно ТИ-биполяронтной теории СП при  $T > T_c$ , биполяроны существуют и в отсутствие конденсата. В этом случае заселённость основного состояния таких биполяронов будет уменьшаться с ростом температуры, обращаясь в ноль при температуре  $T^*$ , соответствующей переходу из псевдощелевого в нормальное состояние.

Этот вывод подтверждается экспериментами ARPES в СП и псевдощелевой фазах [22], в которых продемонстрировано, что угловая зависимость СП щели  $d$ -типа аналогична угловой зависимости плотности состояний в псевдощелевой фазе. В то же время имеются существенные отличия между экспериментальными данными ARPES в СП и псевдощелевой фазах. В СП фазе пик интенсивности поглощения расположен ниже уровня Ферми, что соответствует резкому спектральному пику плотности состояний бозе-конденсата, определяемого уравнением (3), в то время как в псевдощелевой фазе этот пик будет отсутствовать ввиду отсутствия в ней конденсата [23]. В этих условиях, ввиду роста заселённости возбуждённых биполяронтных состояний с ростом температуры, интенсивность пика поглощения в ARPES экспериментах будет с ростом температуры уменьшаться и достигать минимума в антинодальном направлении и максимума – в нодальном.

#### 4. Комбинационное рассеяние

Несмотря на то что комбинационное рассеяние не даёт углового разрешения [24], полученные на его основе экспериментальные данные также свидетельствуют о фононной природе щели в ВТСП. Как было показано в [1],

[2], спектр, определяемый (2), может быть интерпретирован как спектр перенормированных фононов. Рассеяние такими фононами света с частотой  $\nu$  будет приводить к появлению в рассеянном свете сателлитных частот  $\nu_+^B = \nu + |\varepsilon_k^B|$  и  $\nu_-^B = \nu - |\varepsilon_k^B|$ , где  $\varepsilon_k^B$  определяется (2). В случае широких зон проводимости, т.е. когда выполняется неравенство  $G^2/M \gg \max\omega_0(k)$ , расщеплённые линии  $\nu_\pm^B$  перекрываются и образуют зону с максимумом, смещённым к стоксовской ветви  $\nu_-$ . Так как в рассматриваемой модели биполярный газ помещён в полярный газ с числом биполяронов, много меньшим числа поляронов, то интенсивность биполярных сателлитов будет много слабее интенсивности ТИ-полярных сателлитов:  $\nu_+^P = \nu + |\varepsilon_k^P|$  и  $\nu_-^P = \nu - |\varepsilon_k^P|$ ,  $\varepsilon_k^P = E_P \Delta_{k,0} + (\omega_0 + k^2/2m) \cdot (1 - \Delta_{k,0})$ ,  $E_P$  – энергия ТИ-полярона. Как и в случае обычного комбинационного рассеяния, интенсивность рассеяния на поляронах и биполяронах будет много слабее интенсивности рэлеевского рассеяния, соответствующего частоте  $\nu$ .

В экспериментах по комбинационному рассеянию [25], действительно, при  $T < T_c$  появляется широкий пик, который, согласно рассматриваемой интерпретации, соответствует уширенным частотам  $\nu_\pm^{B,P}$ . В полном соответствии с экспериментом, положение этого пика не зависит от температуры. В теории комбинационного рассеяния, основанной на БКШ, напротив, положение пика должно соответствовать ширине щели СП и при  $T = T_c$  соответствующая этой ширине частота должна обращаться в ноль.

Результаты комбинационного рассеяния также подтверждают, что ТИ-биполяроны не разрушаются при  $T = T_c$ , а продолжают существовать в псевдощелевой фазе. Измерение температурной зависимости интенсивности комбинационного рассеяния основано на вычитании интенсивности поглощения в нормальной и сверхпроводящей фазах. Получаемая разность, согласно излагаемому подходу, полностью определяется рассеянием на бозеконденсате и в полном согласии с экспериментом является температурно зависимой, обращаясь в ноль при  $T = T_c$ .

## 5. Заключительные замечания

В данной статье мы практически не использовали какую-либо специфику механизма спаривания электронов или дырок. Так, например, как в модели Хаббарда, так и в  $t-J$  модели при описании ВТСП оксидов меди те же самые дырки принимают участие как в формировании антиферромагнитных флюктуаций, так и в спаривании, обусловленном обменом этими флюктуациями. Если взаимодействие дырок с магнитными флюктуациями приводит к образованию ТИ-магнитополярона, обладающих спектром  $\omega_0(k)$ , то этот спектр является также и спектром магнонов, перенормированным их взаимодействием с дырками (связанные магноны). Обмен такими магнонами

может приводить к образованию дырочных пар, т.е. к образованию магнитных ТИ-биполяронов, спектр которых, согласно ТИ-биполярной теории, и будет спектром  $\omega_0(k)$ , т.е. обладающим  $d$ -симметрией. По этой причине становится оправданным утверждение, что RVB сверхпроводник является просто предельным случаем БКШ СП с сильным взаимодействием [26].

Очевидно, что  $d$ -симметрия является спецификой купратных ВТСП и не представляет собой непременного требования существования ВТСП. Так, например, такое соединение, как сульфид серы ( $H_3S$ ), демонстрирует рекордное значение температуры перехода:  $T_c = 203\text{ K}$  (под высоким давлением [27]), не обладает магнитным порядком, но в нём имеется сильное ЭФВ. Ещё более рекордное значение  $T_c$  под высоким давлением недавно получено в соединении  $LaH_{10}$  с  $T_c = 260\text{ K}$  [28], также характеризуется сильным ЭФВ и отсутствием магнитного порядка.

В заключение отметим, что вопрос о механизме спаривания всё ещё остаётся открытым. Если таким механизмом является взаимодействие носителей тока с магнитными флуктуациями, то в рассматриваемом подходе частицами, склеивающими в пары электроны, будут не фононы, а магноны. При переходе из псевдофазы в нормальную фазу эта склеивающая мода исчезает, что приводит к распаду биполярона на два отдельных полярона с испусканием фонана (магнона).

В псевдощелевой фазе возможно наличие большого числа различных щелей, обусловленных присутствием фононов, магнонов, плазмонов и других типов элементарных возбуждений. В этом случае СП щель будет определяться типом элементарных возбуждений, имеющих максимальную силу взаимодействия с носителями тока.

## **Приложение. К возможности повышения $T_c$ физическими методами**

В настоящее время основным методом создания новых высокотемпературных сверхпроводников является химический, когда достижение рекордных значений температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  связано с изменением химической структуры сверхпроводника. В данном приложении рассматривается возможность достижения комнатных значений  $T_c$  на уже имеющихся высокотемпературных сверхпроводящих материалах физическими методами. Будем исходить из того, что СП фаза соответствует движущемуся в тонком приповерхностном слое бозе-конденсату и покоящемуся конденсату в объёме.

В работе 1941 года [29] Ландау построил двухжидкостную теорию сверхтекучести гелия II как альтернативную теориям Лондона и Тиссы [30,31], связывавших это явление с конденсацией Бозе-Эйнштейна. Эти две крайние точки зрения в известной степени примирил Боголюбов, который на примере

слабо-неидеального бозе-газа воспроизвёл фонон-ротонный спектр двухжидкостной модели Ландау и показал, что сверхтекучая компонента в этом случае представляет собой конденсат бозе-частиц [32]. Этого, однако, не произошло в случае сверхпроводимости. Как было указано Бардиным, Купером и Шриффером (БКШ) в [3], куперовские пары в обычных металлах малопригодны на роль бозе-частиц в силу их огромного перекрытия. Идея о том, что сверхтекучесть и сверхпроводимость – родственные явления, укрепилась только после открытия ВТСП, когда обнаружилось, что спаренные состояния в этих материалах обладают малой корреляционной длиной.

В настоящее время имеется большое число претендентов на роль фундаментальной бозе-частицы, ответственной за ВТСП. Конкурируют, однако, в основном две точки зрения. Согласно одной, механизм спаривания обусловлен, как и в БКШ [3], электрон-фононным взаимодействием. Согласно другой, спаривание носителей тока обусловлено магнитными флуктуациями [33].

Не вдаваясь в детали аргументации в пользу той или другой точек зрения, выберем в качестве спектра фундаментального бозона, ответственного за ВТСП, спектр ТИ-биполярона. Теория ВТСП на основе теории ТИ-биполярона была построена в [1], [2] с использованием спектра его возбуждённых состояний (2):

$$\varepsilon(\vec{k}) = \omega_0 + \frac{k^2}{2M}, \quad (\text{П1})$$

где  $\vec{k}$  – волновой вектор биполярона,  $\omega_0$  – частота оптического фонона,  $M = 2m$ ,  $m$  – эффективная масса зонного электрона, который в точности совпадает с ротонным спектром в теории сверхтекучести Ландау [29]:  $\varepsilon(\vec{k}) = 0$  соответствует основному состоянию ТИ-биполярона.

Покажем, что свойства бозе-газа ТИ-биполяронов в состоянии объяснить ряд свойств сверхпроводящей фазы в ВТСП.

С этой целью рассмотрим вопрос о движении бозе-конденсата ТИ-биполяронов, которое определяет сверхпроводящее состояние, более подробно. В случае равной нулю температуры  $T=0$  все ТИ-биполяроны находятся в сконденсированном состоянии. Если такой бозе-конденсат движется относительно кристаллической решётки образца, то полный импульс бозе-газа относительно решётки будет равен  $\vec{P}$ :

$$\vec{P} = \sum \vec{k} m(\vec{k}), \quad (\text{П2})$$

где  $m(\vec{k})$  – бозевская функция распределения ТИ-биполяронов. В сконденсированном состоянии каждый из ТИ-биполяронов имеет один и тот же импульс  $\vec{k}_u = M_{bp} \vec{u}$ , где  $\vec{u}$  – скорость ТИ-биполярона в конденсате (т.е. скорость бозе-конденсата),  $M_{bp}$  – масса биполярона. Соответственно, функция распределения  $m(\vec{k})$  в этом случае будет равна:

$$m(\vec{k}) = N_0 \Delta(\vec{k} - \vec{k}_u), \quad (\text{П3})$$

где  $N_0$  – число биполяронов в конденсате, которое при  $T=0$  равно полному числу ТИ-биполяронов  $N$ ,  $\Delta(k)=1$ , если  $k=0$  и  $\Delta(k)=0$ , если  $k\neq 0$ . Таким образом, полный импульс бозе-конденсата при  $T=0$ , очевидно, будет равен:  $\vec{P} = N_0 M_{bp} \vec{u} = NM_{bp} \vec{u}$ .

Рассмотрим теперь случай отличной от нуля температуры  $T < T_c$ , где  $T_c$  – температура сверхпроводящего перехода. В этом случае часть биполяронов находится в возбуждённом состоянии. Находясь в возбуждённом состоянии, биполярон может взаимодействовать с другими возбуждениями и дефектами кристалла. Такое взаимодействие приводит к тому, что газ возбуждённых состояний, находясь в равновесии с решёткой, как целое покоятся относительно решётки. В то же время газ возбуждений не в состоянии тормозить конденсатную часть, поскольку не может обмениваться с ней импульсом [34]. В итоге функция распределения всех ТИ-биполяронов в системе покоящегося бозе-конденсата будет иметь вид:

$$m(k) = N_0 \Delta(\vec{k}) + \left[ \exp\left(\frac{\epsilon(\vec{k}) + \vec{k}\vec{u}}{T}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad (\text{П4})$$

где  $\epsilon(\vec{k})$  – спектр возбуждённых состояний ТИ-биполярона. Здесь учтено, что в рассматриваемой системе отсчёта, связанной с бозе-конденсатом, газ возбуждений движется относительно неё вместе с решёткой со скоростью  $-\vec{u}$ .

Подстановка (П1), (П4) в (П2) приводит к следующей величине полного импульса  $P'$  возбуждений в системе покоящегося конденсата:

$$\vec{P}' = -M \vec{u} N', \quad (\text{П5})$$

$$N'/V = (MT/2\pi\hbar^2)^{3/2} F_{3/2}(\tilde{\omega}_0/T), \quad (\text{П6})$$

$$F_{3/2}(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{x^{1/2}}{e^{x+\alpha}-1} dx, \quad (\text{П7})$$

$$\tilde{\omega}_0 = \omega_0 - Mu^2/2, \quad (\text{П8})$$

где  $V$  – объём кристалла,  $N' = N - N_0$ .

Таким образом, полный импульс всех ТИ-биполяронов в лабораторной системе отсчёта, т.е. системе, связанной с кристаллической решёткой, будет равен:

$$\vec{P} = (N - N') M_{bp} \vec{u} = N_0 M_{bp} \vec{u}. \quad (\text{П9})$$

Из (П6)-(П8) следует, что существует предельная скорость движения бозе-конденсата:  $u < u_c$ ,  $u_c = \sqrt{2\omega_0/M}$ . Отсюда следует, что температура сверхпроводящего перехода  $T_c$  (которая получается из (П6) при  $N' = N$ ) зависит от скорости движения бозе-конденсата и достигает своей максимальной величины при  $\vec{u} = 0$ . С увеличением скорости конденсата  $T_c$  уменьшается и

достигает своего минимального значения:  $T_c = 3,31 \frac{n^{2/3} \hbar^2}{M}$  при  $\vec{u} = \vec{u}_c$ .

Что же произойдёт, если скорость движения бозе-конденсата превысит критическую скорость, т.е. если выполнится неравенство  $u > u_c$ ? Интеграл в (П7) в этом случае не существует, и стационарное движение оказывается невозможным. При  $P > P_c = N_0 M_{bp} u_c$  импульс от возбуждений начинает передаваться конденсату, тормозя его до тех пор, пока скорость конденсата не станет равной  $u_c$ .

Рассмотрим теперь случай, когда образец помещён в магнитное поле. В силу эффекта Мейснера магнитное поле приводит в движение бозе-конденсат в приповерхностном слое образца толщиной порядка лондоновской глубины проникновения. Таким образом, скорость  $\vec{u}$  в образце в магнитном поле оказывается распределённой неоднородно. Так как магнитное поле не проникает внутрь образца, то основная масса бозе-конденсата, содержащегося в образце, будет неподвижна, выполняя роль своеобразной «тёмной материи».

Отсюда следует, что  $T_c$  в приповерхностном слое и в глубине образца сильно различаются. Так, например, при концентрации биполяронов  $n_{bp} \approx 2 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ,  $m = m_0$ ,  $\omega_0 = 50 \text{ мэВ}$ , согласно (П6)-(П8) критическая температура в глубине образца (соответствующая  $\omega_0(u=0) = 50 \text{ мэВ}$ ) по сравнению с её поверхностным значением (соответствующим  $\omega_0(u=u_c)=0$ ) оказывается почти втрое выше. Для СП с  $T_c \approx 100 \text{ К}$  вовлечение объёмной части бозе-конденсата в движение может втрое увеличить  $T_c$ , т.е. превысить комнатную температуру. Возможно, это явление было реализовано в работе [35]. С этой целью в [35] использовалось переменное магнитное поле, разрушающее поверхностный СП слой, и переменный ток, приводящий в движение объёмный Бозе-конденсат.

## Библиографический список

- [1] Lakhno V.D. Superconducting properties of 3D low-density translation-invariant bipolaron gas // Adv. Cond Mat. Phys. 2018 1380986  
<https://doi.org/10.1155/2018/1380986>
- [2] Lakhno V.D. Superconducting properties of nonideal bipolaron gas // Physica C: Superconductivity and its applications 2019 v.561 p.1-8  
<https://doi.org/10.1016/j.physc.2018.10.009>.
- [3] Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.R. Theory of superconductivity // Phys. Rev. 1957 v.108 p.1175 DOI:<https://doi.org/10.1103/PhysRev.108.1175>
- [4] Božović I., He X., et al. Dependence of the critical temperature in overdoped copper oxides on superfluid density // Nature 2016 v.536, p.309  
[doi:10.1038/nature19061](https://doi.org/10.1038/nature19061)
- [5] Lakhno V.D. Superconducting properties of 3D low-density TI-bipolaron gas in magnetic field // Condensed Matter 2019 v.4(2) p.43  
[DOI:10.3390/condmat4020043](https://doi.org/10.3390/condmat4020043)

- [6] Garcia D.R., Lanzara A. Through a lattice darkly: shedding light on electron – phonon coupling in high T<sub>c</sub> cuprates // Adv. Cond. Mat. 2010 ID 807412, <http://dx.doi.org/10.1155/2010/807412>
- [7] Giubileo F., et al. Two gap state density in MgB<sub>2</sub>: a true bulk property of a proximity effect? // Phys. Rev. Lett. 2002 v.58, p.764  
[DOI:10.1103/PhysRevLett.87.177008](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.177008)
- [8] Giubileo F., et al. Strong coupling and double gap density of states in superconducting MgB<sub>2</sub>// Phys. Rev. Lett. 2001 v.87 p.17708  
[DOI:10.1103/PhysRevLett.87.177008](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.177008)
- [9] Damascelli A., Hussain Z., Shen Z.X. Angle-resolved photoemission spectroscopy of the cuprate superconductors // Rev. Mod. Phys. 2003 v.75 p.473
- [10] Hattass M., Jahnke T. et al. Dynamics of two-electron photoemission from Cu(111) // Phys. Rev. B 2008 v.77 p.165432  
[DOI:https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.165432](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.165432)
- [11] Vignolle B., Carrington A. et al. Quantum oscillations in an overdoped high-T<sub>c</sub> superconductor // Nature 2008 v.455 p.952  
[DOI:https://doi.org/10.1038/nature07323](https://doi.org/10.1038/nature07323)
- [12] Yelland E.A., Singleton J. et al. Quantum oscillations in the underdoped cuprate YBa<sub>2</sub>Cu<sub>4</sub>O<sub>8</sub>// Phys. Rev. Lett. 2008 v.100 p.047003  
DOI:10.1103/Phys.Rev.Lett.100.047003.URL:  
<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.100.047003>
- [13] Helm T., Kartsovnik M.V. et al. Evolution of the Fermi Surface of the Electron-Dopel High-Temperature Superconductor Nd<sub>2-x</sub>Ce<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub> Revealed by Shubnikov-de Haas Oscillations // Phys. Rev. Lett. 2009 v.103 p.157002; DOI 10.1103/ PhysRevLett.103.157002.URL  
<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.157002>
- [14] Borisenko S.V., Kordyuk A.A. et al. Estimation of matrix-element effects and determination of the Fermi surface in Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8+δ</sub> systems using angle-scanned photoemission spectroscopy// Phys. Rev. B 2001 v.64 p.094513  
DOI:10.1103/ PhysRevB.64.094513.URL  
<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.64.094513>
- [15] Shen K.M., Ronning F. et al. Missing quasiparticles and the chemical potential puzzle in the doping evolution of the cuprate superconductors// Phys. Rev. Lett. 2004 v.93 p.267002; DOI 10.1103/PhysRevLett.93.267002. URL  
[https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.93.267002.](https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.93.267002)
- [16] Matsui H., Sato T. et al. BCS-like Bogoliubov quasiparticles in high-T<sub>c</sub> superconductors observed by angle-resolved photoemission spectroscopy// Phys. Rev. Lett. 2003 v.90 p.217002; DOI 10.1103/ PhysRevLett.90.217002.  
URL [https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.90.217002.](https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.90.217002)
- [17] Vishik I.M., Lee W.S. et al. Doping-dependent nodal Fermi velocity of the high-temperature superconductor Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8+δ</sub> revealed using high-resolution angle-resolved photoemission spectroscopy// Phys. Rev. Lett. 2010

- v.104 p.207002; DOI 10.1103/ PhysRevLett. [104](#), 207002 (2010). DOI 10.1103/PhysRevLett.104.207002. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.104.207002>.
- [18] Plumb N.C., Reber T.J. et al. Low-energy (<10mev) feature in the nodal electron self-energy and strong temperature dependence of the Fermi velocity in  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ // Phys. Rev. Lett. 2010 v.105 p.046402; DOI:10.1103/PhysRevLett.105.046402. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.046402>.
- [19] Anzai H., Ino A. et al. Energy-dependent enhancement of the electron-coupling spectrum of the underdoped  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  superconductor// Phys. Rev. Lett. 2010 v.105 p.227002; DOI 10.1103/ PhysRevLett.105.227002. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.227002>.
- [20] Rameau J.D., Yang H.B. et al. Coupling of low-energy electrons in the optimally doped  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  superconductor to an optical phonon mode// Phys. Rev. B 2009 v.80 p.184513; DOI 10.1103/ PhysRevB.80.184513.URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.80.184513>.
- [21] Kouzakov K.A., Berakdar J., Photoinduced Emission of cooper pairs from superconductors// Phys. Rev. Lett. 2003 v.91 p.257007; DOI 10.1103/ PhysRevLett.91.257007.URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.257007>.
- [22] Varelogiannis G. Orthorhombicity mixing of s-and d-gap components in  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  without involving the chains// Phys. Rev. B 1998 v.57 p.R732; DOI [10.1103/ PhysRevB.57.R732](#)
- [23] Norman M.R., Pines D., Kallin C. The pseudogap: friend or foe of high  $T_c$ ? // Adv. Phys. 2005 v.54 p.715; DOI 10.1080/00018730500459906. URL <https://doi.org/10.1080/00018730500459906>
- [24] Devereaux T.P., Hackl R., Inelastic light scattering from correlated electrons// Rev.Mod.Phys. 2007 v.79 p.175; DOI 10.1103/ RevModPhys.79.175. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.79.175>
- [25] Misochnko O.V., Electronic Raman scattering in high-temperature superconductors // Phys. Usp. 2003 v.46 p.373; DOI 10.1070/PU2003v04n04ABEH001257. URL <https://ufn.ru/en/articles/2003/4/b>.
- [26] Kivelson S.A., Rokhsar D.S. Bogoliubov quasiparticles, spinons, and spin-charged decoupling in superconductors // Phys. Rev. B 1990 v.41 p.11693; DOI 10.1103/ PhysRevB.41.1163. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.41.1163>.
- [27] Drozdov A.P., Eremets M.I. et al. Conventional superconductivity at 203 kelvin at high pressures in the sulfur hydrite system // Nature 2015 v.525 p.73; DOI 10.1038/nature14964. URL <https://doi.org/10.1038/nature14964>.
- [28] Somayazulu M., Ahart M. et al. Evidence for Superconductivity above 260 K in Lanthanum Superhydride at megabar pressures // Phys. Rev. Lett. 2019 v.122(2) p.027001; DOI:<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.027001>

- [29] Ландау Л.Д., Теория сверхтекучести гелия II // ЖЭТФ 1941 т.11 стр.592;  
The Theory of Superfluidity of Helium II // J. Phys. U.S.S.R. 1941 v.5 p.71;  
JETP 1941 v.11 p.592
- [30] London F. The  $\lambda$ -Phenomenon of Liquid Helium and the Bose-Einstein Degeneracy // Nature 1938 v.141 p.643–644
- [31] Tisza L. Transport Phenomena in Helium II // Nature 1938 v.141 p.913
- [32] Боголюбов Н.Н. К теории сверхтекучести // Изв. АН СССР Сер. Физ. 1947 т.11(1) стр.77; On the theory of superfluidity // J. Phys. USSR 1947 v.11 p.23.
- [33] Scalapino D.J. A common thread: The pairing interaction for unconventional superconductors // Rev. Mod. Phys. 2012 v.84 p.1383,  
DOI:<https://doi.org/10.1103/RevModPhys.84.1383>
- [34] Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P. Statistical Physics, Part 2: Theory of Condensed State v.9 (1980), Butterworth-Heinemann. ISBN 978-0-7506-2636-1.
- [35] Pais S.C., Piezoelectricity-induced room temperature superconductor // Patent N: vs 2019/0058105A1, Pub. Date Feb.21, (2019).

## Оглавление

1. Введение .....	3
2. Туннельные характеристики .....	4
3. Фотоэмиссионная спектроскопия с угловым разрешением (ARPES) .....	6
4. Комбинационное рассеяние .....	12
5. Заключительные замечания.....	13
Приложение. К возможности повышения $T_c$ физическими методами.....	14
Библиографический список.....	17