

**2. Über die Fortpflanzung
ebener elektromagnetischer Wellen längs einer
ebenen Leiterfläche und ihre Beziehung
zur drahtlosen Telegraphie;
von J. Zenneck.**

A. Fortpflanzung ebener elektromagnetischer Wellen längs
einer ebenen Leiterfläche. ¹⁾

Die Frage, wie sich ebene elektromagnetische Wellen längs der ebenen Oberfläche eines im übrigen unbegrenzten Leiters fortpflanzen, ist in zwei Spezialfällen behandelt worden. Die erste Bearbeitung der Frage, die ich kenne, findet sich bei E. Cohn²⁾; sie bezieht sich auf den Fall, daß der Leiter die elektrischen Eigenschaften eines Metalles hat. Im Anschluß an Cohn hat dann K. Uller³⁾ sich mit dem zweiten Spezialfall beschäftigt, wenn der Leiter durch eine gut leitende Flüssigkeit, z. B. Seewasser, gebildet wird.

Über den Fall, daß der Leiter ein beliebiges, unter Umständen sehr viel schlechteres Leitvermögen besitzt als z. B. Seewasser, hat Uller am Schluß seiner Abhandlung schon allgemeine Betrachtungen angestellt.⁴⁾ Aus Gründen, die sich

1) Die Bezeichnungen im folgenden sind:

E = elektrische Feldintensität,

M = magnetische „

ϵ = Dielektrizitätskonstante,

μ = Permeabilität,

σ = Leitvermögen,

ν = $\pi \times$ Wechselzahl,

$\iota = \sqrt{-1}$.

v = universelle Konstante = $\frac{1}{4\pi}$ im C.G.S.-System.

Größen ohne Index beziehen sich auf den Leiter, mit Index 0 auf Luft.

2) E. Cohn, Das elektromagnetische Feld p. 449 ff. Leipzig 1900.

3) K. Uller, Beiträge zur Theorie der elektromagnet. Strahlung. Diss. Rostock 1903.

4) l. c. p. 66: „*Süßwasser* hat eine geringere Leitfähigkeit ($\lambda_2 \sim 10^9$) . . . Sieht man daraufhin die Feldgleichungen (93) und die Gleichung (96) für die Strahlung an, so ergibt sich: das M -Feld und besonders das

später ergeben werden, erschien es mir wünschenswert, von dem elektromagnetischen Feld gerade in diesem Falle ein klares Bild zu bekommen, aus dem nicht nur der Einfluß des Leitvermögens des Leiters, sondern auch derjenige seiner Dielektrizitätskonstanten, außerdem der Einfluß eines Leitvermögens der Luft hervorgehen sollte.

Die Durchrechnung bietet gegenüber dem von Cohn und Uller behandelten Falle durchaus nichts Bemerkenswertes. Ich gebe im folgenden Gang und Resultate der Rechnung.

1. Die Ausgangsgleichungen.

Die Lage der X - und Z -Achse des Rechtskoordinatensystems, welches der Rechnung zugrunde gelegt wird, ist aus Fig. 1 ersichtlich, in welcher die schraffierte Fläche einen Durch-

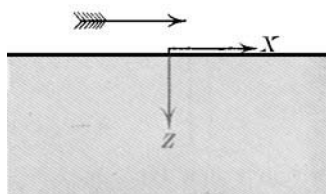


Fig. 1.

schnitt durch den Leiter bedeutet. Die Fortpflanzungsrichtung der ebenen Welle (gefiederter Pfeil in Fig. 1) falle mit der X -Achse zusammen. Die Richtung der Y -Achse sei diejenige des magnetischen Feldes. Diese Voraussetzungen haben zur Folge, daß

$$(1) \quad E_y = M_x = M_z = 0$$

wird und die übrigen Komponenten der Feldstärke mit einem Faktor

$$(1a) \quad F = e^{\iota(\nu t + s x)}$$

behaftet erscheinen.

E -Feld werden im Wasser viel größer, das im Isolator viel kleiner. Die E -Linien sind im Isolator wie auch im Wasser mehr geneigt. Der Prozentsatz der ins Wasser übergehenden Strahlung steigt auf etwa 5 Proz.

Gestein ist nicht metallisch leitend, sondern leitend im Sinne eines Elektrolyten. Unter diesem Gesichtspunkt ist es nicht schwer, aus den Gleichungen (91) die Modifikation, die eine horizontal-polarisierte Welle in Luft durch die Gegenwart des Erdbodens erfährt, in beiden Medien für die Nähe der ebenen Erdoberfläche aufzufinden. Indessen können wir uns die Rechnung ersparen, da die Werte der s und λ schwanken. So viel aber läßt sich sagen: der Erdboden absorbiert im Vergleich zu Seewasser einen bedeutend größeren Prozentsatz der Energie der in Luft vorbeiwandernden Welle.“

Die Maxwell'schen Gleichungen lauten dann:

$$\begin{aligned}(\sigma + \iota \nu \varepsilon) E_z &= -\nu \cdot \iota s M_y, \\(\sigma + \iota \nu \varepsilon) E_x &= \nu \cdot \frac{\partial M_y}{\partial x}, \\ \iota \nu \mu M_y &= \nu \cdot \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} - \iota s E_z \right).\end{aligned}$$

Ihre Lösung ist in *Luft* von der Form:

$$(2) \quad \begin{cases} M_{0y} = a_0 e^{-\iota r_0 z} \cdot F, \\ E_{0x} = -\iota r_0 \cdot \frac{\nu}{\sigma_0 + \iota \nu \varepsilon_0} \cdot a_0 e^{-\iota r_0 z} F, \\ E_{0z} = -\iota s \cdot \frac{\nu}{\sigma_0 + \iota \nu \varepsilon_0} \cdot a_0 e^{-\iota r_0 z} F. \end{cases}$$

im *Leiter*

$$(3) \quad \begin{cases} M_y = a e^{+\iota r z} \cdot F, \\ E_x = \iota r \cdot \frac{\nu}{\sigma + \iota \nu \varepsilon} \cdot a e^{+\iota r z} \cdot F, \\ E_z = -\iota s \cdot \frac{\nu}{\sigma + \iota \nu \varepsilon} \cdot a e^{+\iota r z} \cdot F. \end{cases}$$

Zwischen den Größen r , r_0 , s bestehen die Beziehungen

$$(4) \quad r_0^2 + s^2 = -\frac{\iota \nu \mu \cdot (\sigma_0 + \iota \nu \varepsilon_0)}{\nu^2},$$

$$(5) \quad r^2 + s^2 = -\frac{\iota \nu \mu \cdot (\sigma + \iota \nu \varepsilon)}{\nu^2}.$$

Die Grenzbedingungen liefern:

$$(6) \quad \begin{aligned} a &= a_0, \\ \frac{r_0}{\sigma_0 + \iota \nu \varepsilon_0} &= -\frac{r}{\sigma + \iota \nu \varepsilon}. \end{aligned}$$

Aus den Gleichungen (4), (5) und (6) folgt:

$$(7) \quad \begin{cases} s = -\sqrt{-\iota \alpha \cdot \frac{(1 + \iota q)(\beta + \iota q_0)}{(1 + \iota q) + (\beta + \iota q_0)}}, \\ r = \sqrt{-\iota \alpha \cdot \frac{(1 + \iota q)^2}{(1 + \iota q) + (\beta + \iota q_0)}}, \\ r_0 = \sqrt{-\iota \alpha \cdot \frac{(\beta + \iota q_0)^2}{(1 + \iota q) + (\beta + \iota q_0)}}, \end{cases}$$

wenn man die Abkürzungen

$$\alpha = \frac{\sigma \mu \nu}{\nu^2}, \quad q_0 = \frac{\nu \varepsilon_0}{\sigma},$$

$$\beta = \frac{\sigma_0}{\sigma}, \quad q = \frac{\nu \varepsilon}{\sigma}$$

benützt.

2. Voraussetzungen der Zahlenrechnung.

Als *Wechselzahl* der Schwingung ist im folgenden $10^6/\text{sec}$ ($\nu = \pi \cdot 10^6/\text{sec}$) entsprechend einer Wellenlänge in Luft von ca. 600 m angenommen.¹⁾ In welcher Weise die Kurven oder Zahlenangaben für andere Wechselzahlen benutzt werden können, ist jedesmal angegeben.

Für das *Leitvermögen* des Leiters wurden die verschiedensten Werte zwischen $\sigma = 10^{-9}$ und $\sigma = 10^{-17}$ C.G.S.²⁾ der Rechnung zugrunde gelegt. $0,6 \cdot 10^{-10}$ C.G.S. ist ungefähr das Leitvermögen einer wässrigen 5 proz. NaCl-Lösung, 10^{-17} ungefähr dasjenige von ganz trockenem Sand.

Der Einfluß des Leitvermögens der Luft ist in § 11 besonders besprochen; im übrigen ist das Leitvermögen der Luft als unmerklich angenommen ($\beta = 0$).

Als *Dielektrizitätskonstante* des Leiters wurden die verschiedensten Werte zwischen derjenigen der Luft und derjenigen für Wasser genommen. $k = \epsilon/\epsilon_0 = q/q_0$ variiert also zwischen 1 und 80.

3. Die Richtung des elektrischen Feldes.³⁾

a) Die Gleichungen (2) und (7) ergeben für *Luft*:

$$(8) \quad \begin{cases} \frac{E_{0x}}{E_{0z}} = \frac{r_0}{s} = -\sqrt{\frac{\epsilon q_0}{1 + \epsilon q}} = -\sqrt{\frac{q_0}{\sqrt{1 + q^2}}} \cdot e^{\epsilon \varphi_0}, \\ \operatorname{tg} 2 \varphi_0 = \frac{1}{q}. \end{cases}$$

(2 φ im ersten Quadranten.)

In den Kurven von Fig. 2 sind die Werte für

$$\left| \frac{E_{0x}}{E_{0z}} \right| = \sqrt{\frac{q_0}{\sqrt{1 + q^2}}}$$

(ausgezogene Kurven) und für den Phasenwinkel φ_0 (gestrichelte Kurven) dargestellt.

1) Die in Deutschland gesetzlich (Amtsblatt des Reichspostamts vom 30. März 1905) festgelegte Wellenlänge für Küstenstationen ist 365 m. Die Wellenlänge der Station Nauen der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie beträgt ca. 2000 m. Diejenige der Poldhu-Station der Marconigesellschaft ist noch etwas größer.

2) Leitvermögen des Quecksilbers = $1,063 \cdot 10^{-5}$ C.G.S.

3) Zur Diskussion der Verhältnisse nach anderen Gesichtspunkten vgl. E. Cohn, l. c.; A. Sommerfeld, Wied. Ann. 67. p. 277 ff. 1899.

b) Für den *Leiter* folgt aus den Gleichungen (3) und (7):

$$(9) \quad \begin{cases} \frac{E_x}{E_z} = -\frac{r}{s} = -\sqrt{\frac{\iota(1+\iota q)}{q_0}} = -\sqrt{\frac{V1+q^2}{q_0}} \cdot e^{-\iota\varphi}, \\ \operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{1}{q}, \end{cases}$$

(2φ im zweiten Quadranten), d. h. es ist:

$$\varphi = 90^\circ - \varphi_0,$$

$$\left| \frac{E_x}{E_z} \right| = \frac{1}{\left| \frac{E_{0x}}{E_{0z}} \right|}.$$

Es können demnach aus den Kurven von Fig. 2 auch die Verhältnisse im *Leiter* entnommen werden.

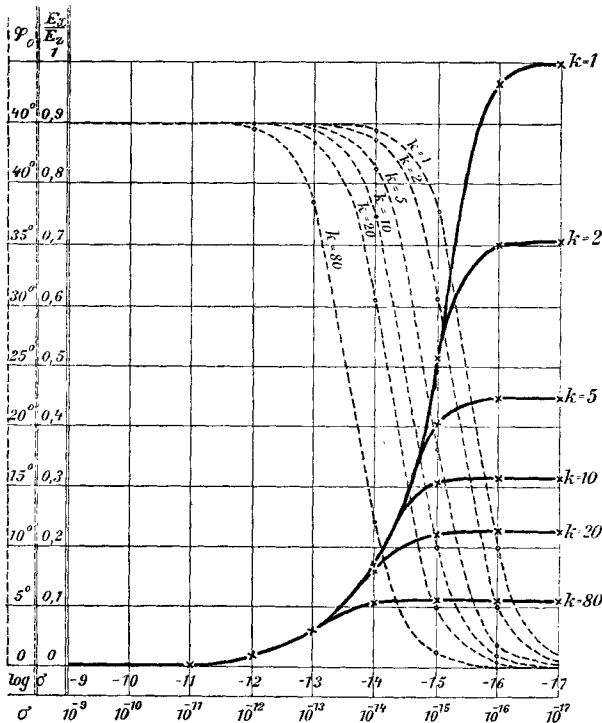


Fig. 2.

Sollen die Kurven für andere Wechselzahlen benutzt werden, so ergibt sich aus der Tatsache, daß in den Gleichungen (8)

und (9) nur die Größe q und q_0 , d. h. nur das Verhältnis ν/σ vorkommt, die folgende Regel: Man erhält die Werte für die Wechselzahl $a \cdot 10^6/\text{sec}$ und das Leitvermögen σ , indem man in Fig. 2 die Kurvenpunkte aufsucht, welche dem Leitvermögen σ/a entsprechen. Größere Wechselzahl wirkt also wie geringeres Leitvermögen.

c) Überblickt man die Kurven von Fig. 2, so sieht man, daß sowohl in Luft als im Leiter kein reines Wechselfeld vorhanden ist. Es kommt stets zu dem Wechselfeld eine mehr oder weniger große Drehfeldkomponente hinzu.

Man bekommt in bekannter Weise ein anschauliches Bild des Feldes, wenn man die resultierende Feldintensität durch einen Vektor darstellt. Die Endpunkte des Vektors während einer Periode liegen dann auf einer Ellipse mit der Eigenschaft (Fig. 3), daß

$$\frac{OB}{OA} = \left| \frac{E_x}{E_z} \right|,$$

$$\frac{OA_1}{OA} = \frac{OB_1}{OB} = \sin \varphi$$

ist.

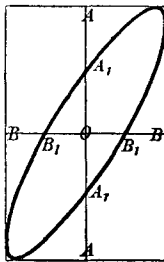


Fig. 3.

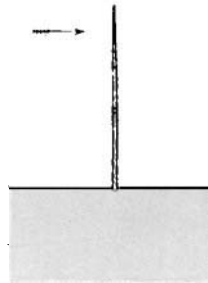


Fig. 4.

Für das Folgende interessiert hauptsächlich das Feld in unmittelbarer Nähe der Leiteroberfläche. Zeichnet man sowohl für Luft als für den Leiter nur die Hälfte der Ellipsen, so nehmen die typischen Fälle, die man bekommen kann, die folgende Form an

1. $\left| \frac{E_x}{E_z} \right|$ sehr klein gegen 1 (Fig. 4).

Das elektrische Feld in Luft und Leiter ist praktisch gesprochen ein reines Wechselfeld. Die Intensitätslinien ver-

laufen in Luft nahezu senkrecht, im Leiter nahezu parallel der Leiteroberfläche. Nach Fig. 2 ist dieser Fall realisiert, wenn der Leiter ein Leitvermögen besitzt, das nicht viel unter 10^{-12} bis 10^{-13} C.G.S. liegt. Die Dielektrizitätskonstante des Leiters ist dabei gleichgültig. Körper mit großer Dielektrizitätskonstante (80) entfernen sich von diesem Fall niemals sehr weit, wie gering auch ihr Leitvermögen sein mag.

2. $\left| \frac{E_x}{E_z} \right|$ nicht sehr klein; der Phasenwinkel φ_0 sehr klein (Fig. 5).

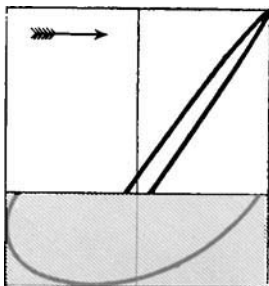


Fig. 5.

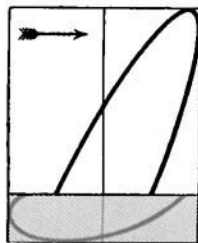


Fig. 6.

In Luft ist ein nahezu reines Wechselfeld vorhanden, dessen Richtung eine starke Neigung gegen die Normale zur Leiteroberfläche besitzt. Im Leiter ist die Drehfeldkomponente sehr bedeutend. Nach Fig. 2 kann dieser Fall eintreten bei kleiner Dielektrizitätskonstante; er ist um so besser realisiert, je schlechter gleichzeitig das Leitvermögen ist.

3. $\left| \frac{E_x}{E_z} \right|$ und der Phasenwinkel φ_0 nicht sehr klein (Fig. 6).

Auch in Luft tritt eine nicht unbeträchtliche Drehfeldkomponente auf. Die große Achse der Ellipse ist mehr oder weniger stark gegen die Normale zur Leiteroberfläche geneigt. Die Bedingung für diesen Fall ist ziemlich kleine Dielektrizitätskonstante und ein Leitvermögen des Leiters, das — bei der angenommenen Wechselzahl — nicht sehr weit von 10^{-15} C.G.S. entfernt ist.

4. Die Absorption der Wellen in der Fortpflanzungsrichtung.

a) Die Absorption der Wellen in der Richtung, in der sie sich längs der Leiteroberfläche ausbreiten (Richtung der

positiven X-Achse), bestimmt sich durch den Wert von s . Bringt man s auf die Form

$$(10) \quad s = -(A - \iota B),$$

so ist $1/B$ die Entfernung, welche die Amplitude der Welle auf $1/e$ reduziert. Diese Entfernung $1/B$ in Kilometern in ihrer Abhängigkeit von Leitvermögen und Dielektrizitätskonstante des Leiters bringt Fig. 7 zur Darstellung. Die Ordinaten der Kurven sind dem gemeinen Logarithmus von $1/B$ km proportional.

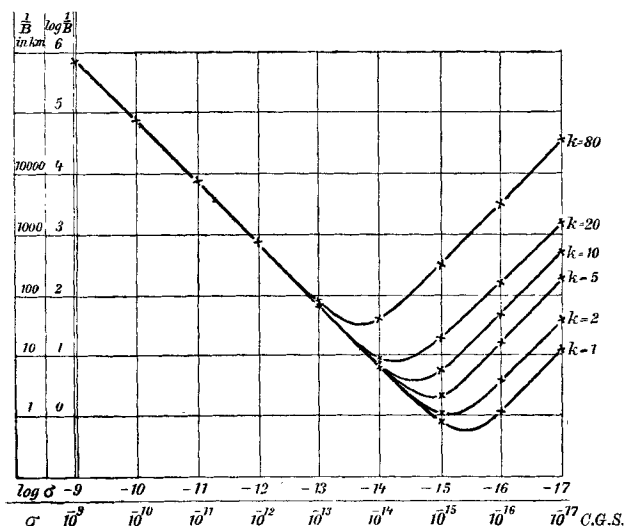


Fig. 7.

b) Die Kurven zeigen, daß bei vorgegebener Dielektrizitätskonstanten die Entfernung $1/B$ ein Minimum, d. h. die Absorption ein Maximum wird für ein ganz bestimmtes Leitvermögen. Wird das Leitvermögen noch schlechter, so wird die Absorption wieder geringer. Da die Absorption einerseits bei einem unendlich großen Leitvermögen, andererseits bei einem unendlich kleinen verschwindet, so bietet das Vorhandensein eines solchen ausgezeichneten Wertes des Leitvermögens nichts Auffallendes.

c) Sehr klar tritt aus den Kurven zutage der große Einfluß der Dielektrizitätskonstante des Leiters. Sie ist für die Größe der Absorption mindestens ebenso entscheidend wie das

Leitvermögen. Während bei der Dielektrizitätskonstante des Wassers ($k = 80$) die Entfernung, welche die Amplitude auf $1/e$ ihres Wertes herabdrückt, nicht unter 400 km heruntersinkt, fällt sie bei $k = 2$ auf etwa 1 km, bei $k = 5$ auf etwa 2 km.

d) Für die Abhängigkeit der Absorption von der *Wechselzahl* ergibt Gleichung (7) folgende Regel: die Entfernung $1/B$ für die Wechselzahl $a \cdot 10^9$ /sec, das Leitvermögen σ und die Dielektrizitätskonstante k bekommt man, wenn man in den Kurven den Wert von $1/B$ für die Dielektrizitätskonstante k und das Leitvermögen σ/a aufsucht und diesen Wert mit a dividiert. Die Wechselzahl der Schwingung besitzt demnach auf die Stärke der Absorption einen bedeutenden Einfluß bis herab zu demjenigen Leitvermögen, für welches die Absorption ein Maximum wird. Bei noch schlechterem Leitvermögen verschwindet der Einfluß der Wechselzahl um so mehr, je geringer das Leitvermögen ist.

5. Absorption der Wellen beim Eindringen in den Leiter.

Für die Absorption der Wellen beim Eindringen in den Leiter ist der imaginäre Teil von

$$r = C + i D$$

maßgebend. Der gemeine Logarithmus von $1/D$ (Zentimeter), der Tiefe, in welcher die Amplitude auf $1/e$ ihres Wertes

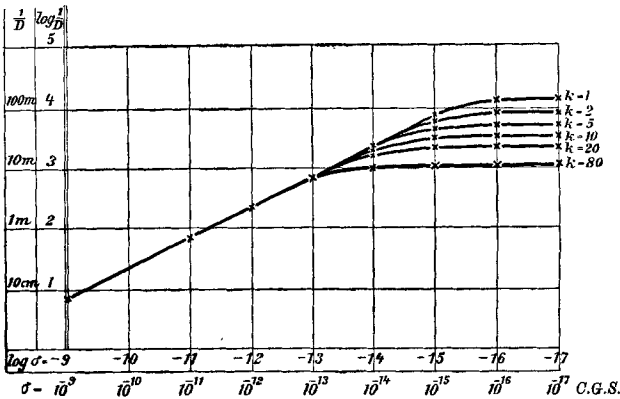


Fig. 8.

an der Leiteroberfläche herabgesunken ist, ist in Fig. 8 angegeben.

Bis herab zu einem Leitvermögen von 10^{-13} C.G.S. bleibt auch hier der Einfluß der Dielektrizitätskonstante unmerklich. Bei noch schlechterem Leitvermögen tritt er zwar hervor, erreicht aber nie eine derartige Bedeutung wie für die Gestalt des elektrischen Feldes oder die Absorption der Wellen längs der Leiteroberfläche.

Im Gegensatz zu letzterer ist die Absorption beim Eindringen in den Leiter außerordentlich stark. Was für die längs der Leiteroberfläche fortschreitenden Wellen 1 km bedeutet, ist für die in den Leiter eindringenden Wellen ungefähr 1 cm.

6. Verhältnis der elektrischen und magnetischen Feldintensität und Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

a) Aus Gleichung (2) folgt:

$$\frac{E_{0z}}{M_{0y}} = -s \cdot \frac{v}{\nu \epsilon_0}.$$

Eine Diskussion der Werte von s zeigt, daß $\left| \frac{E_{0z}}{M_{0y}} \right|$ sich nie weit von dem Werte der Lichtgeschwindigkeit entfernt, und daß der Phasenwinkel zwischen E_z und M_y stets sehr klein bleibt. Für qualitative Überlegungen kann E_{0z} und M_{0y} als gleichphasig betrachtet werden.

b) Die *Fortpflanzungsgeschwindigkeit* c längs der Oberfläche des Leiters (\neq der X -Achse) folgt aus dem reellen Anteil A von s (Gleichung (10)), und zwar ist

$$c = \frac{\nu}{A}.$$

Man bekommt für c Zahlen, die nahezu mit der Lichtgeschwindigkeit in Luft zusammenfallen oder etwas größer als diese sind. Das letztere erklärt sich dadurch, daß die Strahlungsrichtung schief zur Leiteroberfläche steht.

B. Folgerungen für die drahtlose Telegraphie.

7. Die Verwendbarkeit der Resultate für die drahtlose Telegraphie.

Die Rechnungen, deren Resultate im vorhergehenden mitgeteilt wurden, habe ich in erster Linie deshalb durchgeführt, um daraus Schlüsse für die drahtlose Telegraphie zu

ziehen. Ob das gestattet ist, ist nicht über jeden Zweifel erhaben.

a) Daß ebene Wellen vorausgesetzt wurden (Gleichung (1)), während die Flächen gleicher Phase bei den Wellen der drahtlosen Telegraphie die Erdoberfläche in Kreisen schneiden, ist kein ernstliches Bedenken. Es beschränkt nur die Gültigkeit auf Entfernungen vom Sender, die sehr groß sind gegen die Wellenlänge.

Statt der ebenen Wellenflächen zylindrische einzuführen liegt nahe. Eine wesentliche Verbesserung läßt sich dadurch aber nicht erzielen. Für große Entfernungen vom Sender gehen die Beziehungen für diese zylindrischen Wellen doch in diejenigen für ebene über und für kleine Entfernungen stellen die zylindrischen Wellen die Verhältnisse ebensowenig richtig dar, wie die ebenen.

b) Es fragt sich, ob die Wellen der drahtlosen Telegraphie auch in großer Entfernung vom Sender überhaupt die Form haben, die in Gleichung (1) vorausgesetzt ist. Diese Form führt zu einer ganz bestimmten Richtung des elektrischen und magnetischen Feldes und damit der Strahlung. Nun ist selbstverständlich, daß ebene Wellen mit ganz anderer Strahlungsrichtung an sich möglich sind.¹⁾ Es ist nicht von vornherein klar, daß die Wellen der drahtlosen Telegraphie gerade die im früheren vorausgesetzten sind.

Strenge könnte die Frage nur entschieden werden, wenn die Aufgabe, die M. Abraham²⁾ für eine unendlich gut leitende Erdoberfläche behandelt hat, für eine Erdoberfläche mit beliebigem Leitvermögen gelöst würde. Solange das nicht geschehen ist, schweben die Schlüsse, die aus dem früheren für die Verhältnisse der drahtlosen Telegraphie gezogen werden, bis zu einem gewissen Grade in der Luft. Wenn im folgenden diese Schlüsse faute de mieux trotzdem gezogen wurden, so geschah es in erster Linie mit Rücksicht auf die Verhältnisse bei Drahtwellen. Sie machen es im höchsten Maße wahrschein-

1) Vgl. z. B. E. Cohn, l. c. p. 443. — Bei anderer Strahlungsrichtung erhält man eine Reflexion der aus der Luft auf die Leiteroberfläche einfallenden Wellen.

2) M. Abraham, Physik. Zeitschr. 2. p. 331. 1900—1901.

lich, daß die Wellen, welche die Sender der drahtlosen Telegraphie aussenden, jedenfalls in großer Entfernung vom Sender längs der leitenden Erdoberfläche in ähnlicher Weise hingeleiten¹⁾, wie es in § 1 vorausgesetzt ist.

c) Ein weiteres Bedenken liegt darin, daß die Erdoberfläche für die großen Entfernungen, auf welche tatsächlich telegraphiert wird, keinesfalls mehr als eben angesehen werden kann.

Bei gut leitender Erdoberfläche mit nicht zu kleiner Dielektrizitätskonstante (z. B. Seewasser) ist es in höchstem Maße wahrscheinlich, daß die Erdkrümmung die Verhältnisse nicht merklich modifiziert. Da sich nach Abschnitt A Seewasser für die Wellen der drahtlosen Telegraphie in allen wesentlichen Punkten wie ein Metall verhält, so muß angenommen werden, daß die Wellen die Seewasser Oberfläche in ähnlicher Weise als Führung benutzen²⁾; wie etwa Drahtwellen die Drähte eines Lecherschen Systems, und ebenso wie diese jeder Krümmung des Leiters folgen.

Bei schlecht leitendem Boden von geringer Dielektrizitätskonstanten ist man zu derselben Annahme nicht berechtigt. Allein der Fall, daß man über *sehr große* Strecken festen Bodens, für die allein ein starker Einfluß der Erdkrümmung in Frage kommt, telegraphiert, ist nicht gerade häufig; man schränkt ihn aus guten Gründen möglichst ein. Wo es aber geschieht, muß jedenfalls mit der Möglichkeit gerechnet werden, daß die Beziehungen, die unter der Annahme einer ebenen Leiteroberfläche abgeleitet wurden, die Verhältnisse nur unvollkommen wiedergeben.

d) Die Voraussetzung eines homogenen Bodenmaterials wird in den meisten Fällen besonders insofern nicht erfüllt

1) Diese Auffassung ist wohl zuerst von A. Blondel (Compt. rend. de l'Assoc. franç. pour l'avancement des sciences. Congrès de Nantes 1898. p. 212 ff.) und von E. Lecher (Physik. Zeitschr. 3. p. 273. 1901 bis 1902) vertreten worden.

2) Schon das sehr viel schlechter leitende Flußwasser scheint beim Telegraphieren über festes Land für die Fortleitung der Wellen eine wichtige Rolle zu spielen. Vgl. Electrician 55. p. 409. 1905: Es wird dort berichtet, daß bei Versuchen mit fahrenden Zügen sich immer eine bedeutende Verstärkung der Wirkung auf den Empfänger zeigte, sobald man sich einem Flußlauf näherte.

sein, als unter der Erdoberfläche der Tiefe nach verschiedene Schichten aufeinander folgen. Wo diese Schichten aus trockenem Boden und Gestein bestehen, ist nach den früheren Resultaten und § 8 nicht wahrscheinlich, daß dies eine große Änderung gegenüber dem Fall eines homogenen schlecht leitenden Bodens geringer Dielektrizitätskonstante bedingt.

Eine besondere Untersuchung ist aber nötig, wenn in nicht großer Tiefe Schichten von sehr verschiedenem Leitvermögen und sehr verschiedener Dielektrizitätskonstante aneinander stoßen. Das trifft einmal zu, wenn unter trockenem Boden Grundwasser sich befindet, und dann, wenn die oberste Bodenschicht durch Regengüsse sehr naß geworden ist. Auch dieser Fall läßt sich für ebene Wellen ohne große Schwierigkeit behandeln. Ich gedenke die Resultate in kurzem mitzuteilen.

8. Werte für Leitvermögen und Dielektrizitätskonstante des Bodens.

a) In der Literatur fand ich unter anderem folgende Werte:

	σ in C.G.S.	$k = \epsilon / \epsilon_0$
Seewasser	10^{-10} bis 10^{-11}	} ca. 80
Regen-, Flußwasser	10^{-13} bis $5 \cdot 10^{-15}$	
Schiefer	10^{-15} bis 10^{-18}	
Marmor	ca. $2 \cdot 10^{-18}$	ca. 6

b) Die Abhängigkeit des Leitvermögens und der Dielektrizitätskonstanten verschiedener Bodenarten vom Nässegrad hat auf meine Veranlassung Hr. Ingenieur W. Eickhoff bestimmt. Seine Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Als Leitvermögen ergab sich:

Material	Proz. Wasser ¹⁾	Leitvermögen σ in C.G.S.-Einh.
Gelber Flußsand . . .	0	$< 10^{-16}$
	0,86	$1,2 \cdot 10^{-14}$
	1,52	2,6 „
	2,37	4,3 „
	3,3	5,9 „
	5,8	8,2 „
	7,4	9,7 „
	9,5	10,5 „

1) Wasserleitungswasser.

Material	Proz. Wasser	Leitvermögen σ in C.G.S.-Einh.
Gartenerde	3,3	0,6 $\cdot 10^{-14}$
	4,4	1,1 „
	5,7	2,1 „
	8,2	4,9 „
	10,0	6,4 „
	13,5	11,8 „
Lehmerde	17,3	16,8 „
	4,4	0,69 $\cdot 10^{-14}$
	6,8	2,9 „
	9,2	6,7 „
	13,4	13,7 „
	16,1	20 „
	28	63 „
45	69 „	
	58,6	71 „

Die Messung der Dielektrizitätskonstante (mit sehr schnellen Schwingungen) lieferte

Gelber Flußsand, trocken	$k = 2,5$
„ „ mit 15 Proz. Feuchtigkeit	$= \text{ca. } 9$
Gartenerde, trocken	$= 1,9$
„ mit 19 Proz. Feuchtigkeit	$= \text{ca. } 8$
Lehm, trocken	$= 3,5$

c) Für qualitative Überlegungen darf man etwa annehmen für

Seewasser	$\sigma = 10^{-11}$	C.G.S.	$k = 80$
Süßwasser	$= 10^{-14}$	„	$= 80$
Nasser Boden	$= 10^{-18}$ bis 10^{-14}	„	$= 5-15$
Trockener Boden	$< 10^{-15}$	„	$= 2-6$

9. Das elektrische Feld an der Oberfläche der Erde.

a) Wenig Interesse bietet der Fall, wenn die Wellen über eine Wasserfläche sich ausbreiten. Mag es See- oder Süßwasser sein, niemals entfernt sich die Richtung, in welcher die elektrische Feldstärke die größte Amplitude besitzt, viel von der Vertikalen: etwa 6° ist das Maximum, was erreicht wird. Das Feld ist praktisch gesprochen stets ein vertikales Wechselfeld.

b) Ganz anders liegen die Verhältnisse bei *trockenem Boden* (vgl. Figg. 5 und 6). Hier kann es zu einer starken Drehfeldkomponente oder zu einem stark gegen die Vertikale geneigten Wechselfeld kommen. *In beiden Fällen ist die Richtung, in welcher die Amplitude der elektrischen Feldstärke ein Maximum ist, erheblich von der Vertikalen verschieden*; im Fall von Fig. 5 z. B. beträgt der Winkel zwischen beiden Richtungen 35° .

Wenn also eine Station auf *festem Boden* errichtet wird, so ist es für den Empfang bei weitem günstiger, der Antenne (Netz, Harfe) die Lage von Fig. 9 (gefiederter Pfeil = Richtung der ankommenden Wellen) zu geben, statt dieselbe vertikal

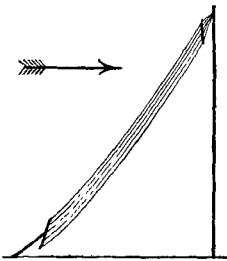


Fig. 9.

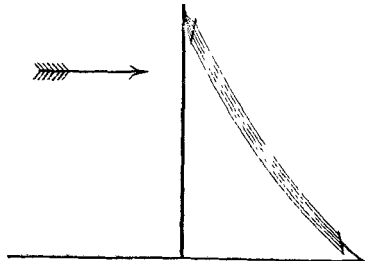


Fig. 10.

aufzuhängen. Ganz besonders ungünstig würde die Lage von Fig. 10 für die Antenne sein.¹⁾ Setzt man die Konstanten von Fig. 5 voraus, so würde gegenüber der Lage von Fig. 9 die vertikale Stellung der Antenne eine Verminderung der Amplitude um ca. 18 Proz., die Stellung Fig. 10 um 66 Proz. zur Folge haben.

Über die Beziehung, welche diese Verhältnisse zu den

1) Da es sich hier um ein für die Praxis wichtiges Resultat handelt, so lag mir daran zu erfahren, ob nicht Beobachtungen darüber schon vorliegen. Ich verdanke Hrn. Graf von Arco, an den ich mich wandte, die folgende Mitteilung, die das angegebene Resultat durchaus bestätigt: „Die auf Grund Ihrer Messungen zu erwartende Erscheinung, daß eine schräg gezogene Empfangsantenne mehr aufnimmt als eine vertikal gezogene, tritt tatsächlich ein. Die in Ihrer Fig. 2“ — identisch mit Fig. 9 — „gezeichnete Richtung hat sich tatsächlich in der Praxis stets als richtig erwiesen.“

Versuchen Marconis über gerichtete Telegraphie¹⁾ haben, gedenke ich in kurzem zu berichten.

10. Die Absorption der Wellen längs der Erdoberfläche
(vgl. § 4).

a) Würde keine Absorption vorhanden sein, so würde die Amplitude mit wachsender Entfernung x vom Sender abnehmen $\sim 1/x$. Diese Abnahme der Amplitude $\sim 1/x$ ist also stets vorhanden. Nur dann, wenn im Vergleich zu ihr die Reduktion der Amplitude durch die Absorption in Betracht kommt, ist die Absorption von praktischer Bedeutung.

Wenn das eintritt, zeigen die Kurven der nachstehenden Fig. 11, welche die Abnahme der Amplitude zwischen 1 und 3000 km, ungefähr der Reichweite der größten Stationen, dar-

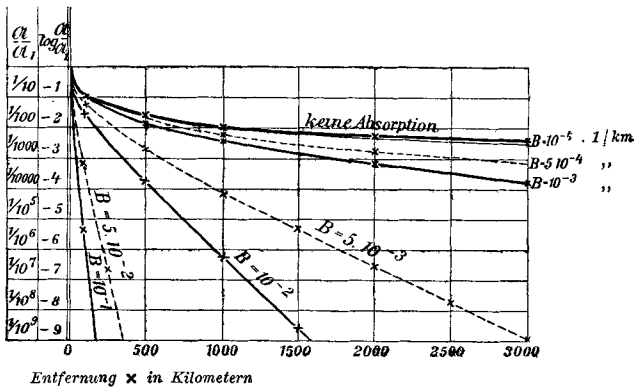


Fig. 11.

stellen. Die Ordinaten der Kurven sind dem gemeinen Logarithmus der Amplitude A bez. ihrem Verhältnis zur Amplitude A_1 in der Entfernung 1 km vom Sender proportional. Es geht daraus hervor, daß bis zu einem Werte $B = 10^{-4}$ die Absorption fast ohne praktische Bedeutung ist.

b) Die Absorption in Seewasser spielt also für die Reichweite einer Station keine Rolle. Auch für Süßwasser wird die Absorption nie groß, das Leitvermögen mag so schlecht sein wie es will. Das Maximum der Absorption liegt für die

1) Proc. Roy. Soc. 77. p. 413. 1906; Electrician 57. p. 100. 1906.

Wechselzahlen der drahtlosen Telegraphie zwischen einem Leitvermögen $\sigma = 10^{-13}$ und 10^{-14} .

Für *trockenen Boden* kann die Absorption einen ganz außerordentlich hohen Betrag erreichen. Der Grund dafür liegt mindestens ebensosehr an der geringen Dielektrizitätskonstante, als an dem geringen Leitvermögen trockenen Bodens. Die bekannte Tatsache, daß die Reichweite von Stationen durch längere Strecken trockenen Bodens außerordentlich stark reduziert wird, erscheint nach einem Blick auf die Kurven von Fig. 11 sehr verständlich.

c) Eine Diskussion der Kurven Fig. 11 nach der in § 4 d angelegenen Regel ergibt, daß beim Telegraphieren über nicht zu trockenen festen Boden, in geringerem Maße auch über Süßwasser, die großen Stationen mit ihren langen Wellen bezüglich der Absorption erheblich günstiger sind als die kleineren Stationen mit den kürzeren Wellen. Beim Telegraphieren über sehr trockenen Boden und über Seewasser tritt die darin begründete Überlegenheit der großen Stationen zurück, im ersten Falle, weil die Absorption hier nur wenig von der Wellenlänge abhängt, im zweiten Falle, weil die Absorption überhaupt ohne praktische Bedeutung ist.

11. Einfluß der Leitfähigkeit der Luft.

a) Nach den bisherigen Beobachtungen¹⁾ variiert die Leitfähigkeit der Luft in der Nähe der Erdoberfläche etwa um den Wert $\sigma_0 = 2 \cdot 10^{-25}$ C.G.S. herum. Legt man diesen mittleren Wert der Rechnung zugrunde, so wird $\beta = \sigma_0/\sigma$ sehr klein nicht nur gegen 1, sondern auch gegen q_0 . Man ist demnach berechtigt, als Beziehung für s aus Gleichung (7) zu folgern:

$$s = - \sqrt{\alpha q_0 \cdot \frac{1 + \iota q}{1 + \iota(q + q_0)}} \left[1 - \frac{\iota \beta}{2 q_0} \frac{1 + \iota q}{1 + \iota(q + q_0)} \right].$$

Früher [§ 4], solange $\beta = 0$ angenommen war, war für s geschrieben worden

$$s = -(A - \iota B);$$

1) Die im folgenden benutzten Angaben über die Leitfähigkeit der Luft sind zum Teil von H. Gerdien (Physik. Zeitschr. 6. p. 647 ff. 1905; Gött. Nachr., mathem.-physik. Kl. 1907, Sitzung vom 28. Juli 1906), zum Teil einer freundlichen brieflichen Mitteilung von Hrn. Dr. Gerdien entnommen.

bringt man es jetzt für beliebiges β auf die Form

$$s = - (A' - i B'),$$

so besteht zwischen dem Absorptionskoeffizienten B' und dem früheren Wert B annähernd die Beziehung¹⁾:

$$B' = B + A \frac{\beta}{2 q_0}.$$

A ist unter den gemachten Voraussetzungen nie viel verschieden von $\frac{\pi}{3} \cdot 10^{-4}$ C.G.S. ($\nu = 10^6/\text{sec}$). $\frac{\beta}{2 q_0} = \frac{\sigma_0}{2 \nu \epsilon_0}$ hat für die angenommene Größe von σ_0 den Wert $0,36 \cdot 10^{-9}$. Demnach beträgt die Vermehrung des Absorptionskoeffizienten durch die Leitfähigkeit der Luft

$$\frac{A \beta}{2 q_0} = \frac{\pi}{3} \cdot 10^{-4} \times 0,36 \cdot 10^{-9} = \text{ca. } 0,4 \cdot 10^{-13} \text{ 1/cm.}$$

b) Die Leitfähigkeit der Luft kann am Erdboden auf ungefähr das 5fache des oben angenommenen mittleren Wertes ($2 \cdot 10^{-25}$ C.G.S.), in einer Höhe von 6000 m im günstigsten Falle auf etwa das 10fache des Wertes am Erdboden steigen. Nimmt man als extremen Wert das 100fache des oben vorausgesetzten mittleren Wertes an, so folgt als Vermehrung des Absorptionskoeffizienten

$$\frac{A \beta}{2 q_0} = 0,4 \cdot 10^{-11} \frac{1}{\text{cm}} = 0,4 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{km}},$$

also

$$B' = B + 0,4 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{km}}.$$

c) Ein Blick auf die Werte von $1/B$ in Fig. 7 zeigt unmittelbar, daß bei einem Leitvermögen σ des Bodens $\leq 10^{-12}$ C.G.S., d. h. bei Süßwasser und festem Boden, die Leitfähigkeit der Luft jedenfalls keine Rolle spielt.

Bei Seewasser von sehr gutem Leitvermögen ($\sigma = 10^{-10}$ C.G.S.) ist $B = 1,5 \cdot 10^{-5}$ 1/km, bei Seewasser von sehr schlechtem Leitvermögen ($\sigma = 10^{-11}$ C.G.S.) $B = 1,5 \cdot 10^{-4}$ 1/km. Die Vermehrung des Absorptionskoeffizienten beträgt also im ersten

1) Da der reelle Teil von $\frac{1 + i q}{1 + i(q + q_0)}$ stets viel größer als der imaginäre und nie viel verschieden von 1 ist.

Falle ca. 2 Proz., im zweiten 0,2 Proz. Auch im ersten Falle (vgl. § 10 und Fig. 11) ist also die Vermehrung der Absorption durch die Leitfähigkeit der Luft ohne praktische Bedeutung.

d) Bekanntlich ist ein bedeutender Unterschied zwischen der Reichweite einer Station bei Tag und derjenigen bei Nacht durch Marconi¹⁾ und seitdem durch andere Beobachter festgestellt worden. Marconi gibt an, daß die Reichweite bei Nacht gelegentlich etwa das $2\frac{1}{2}$ fache derjenigen bei Tag betrage. Eine mögliche Erklärung dieser Beobachtung, auf die Marconi hingewiesen hat, ist eine vermehrte Absorption der Wellen, hervorgerufen durch die Ionisation der Luft durch das Tageslicht. Es geht aus dem Gesagten hervor, daß für die beobachtete Erscheinung *nicht die Luftschichten, die weniger als 6000 m von der Erdoberfläche entfernt sind, verantwortlich gemacht werden dürfen*. Solange es nicht gelingt, nachzuweisen, daß die Luftschichten in größerer Entfernung vom Erdboden durch das Tageslicht ein Leitvermögen von ganz anderer Größenordnung bekommen, als es bis jetzt jemals beobachtet worden ist, wird man deshalb diese Erklärung nicht annehmen können. Man wird der zweiten möglichen Erklärung, auf die Marconi auch schon aufmerksam gemacht hat, daß durch die Wirkung des Tageslichts²⁾ die Entladung der Antenne und der dadurch bedingte Energieverlust vermehrt wird, trotz mancher Bedenken vorerst den Vorzug geben müssen.

12. Einfluß von Nebel.

Bezüglich des günstigen Einflusses, den Nebel auf die Reichweite einer Station besitzt, kann man an folgende Ursachen denken.

a) Durch die in der Luft enthaltenen Wassertröpfchen muß die *Dielektrizitätskonstante* nebelhaltiger Luft größer sein

1) G. Marconi, Proc. Roy. Soc. 70. p. 344. 1002; Electrician 49. p. 520. 1902; 54. p. 824. 1905.

2) K. E. F. Schmidt (Physik. Zeitschr. 8. p. 195. 1907) diskutiert die Möglichkeit, daß die Bewegungen der ionisierten Bodenluft mit der Erscheinung im Zusammenhang stehen. Für den Fall, daß der Sender sich auf einem Schiff befindet, würde diese Möglichkeit natürlich wegfallen.

als diejenige nebelfreier. Dadurch müßte¹⁾ eine Erhöhung der Antennenkapazität hervorgerufen werden. Vorausgesetzt, daß diese Erhöhung überhaupt merkbar²⁾ ist, würde sie keinesfalls immer günstig wirken, zumal nicht bei Stationen, die mit loser Koppelung und scharfer Abstimmung arbeiten.

Auch der Einfluß, den eine Erhöhung der Dielektrizitätskonstante der Luft auf die Absorption der Wellen ausübt³⁾, ist, wie eine Diskussion von Gleichung (7) ergibt, im allgemeinen kein günstiger.

b) Die *größere Feuchtigkeit des Erdbodens*⁴⁾, die bei Nebel wohl meist vorhanden ist, muß im allgemeinen die Reichweite erhöhen, kann aber zur Erklärung der günstigen Wirkung des Nebels beim Telegraphieren über See nicht herangezogen werden.

c) Es ist Tatsache, daß die *Leitfähigkeit der Luft bei Nebel ganz besonders gering ist*. Die Absorption der Wellen muß demnach bei Nebel zwar geringer sein als bei nebelfreier Luft, allein nach dem in § 11 ausgeführten kann dies praktisch nicht von großer Bedeutung sein.

Am wahrscheinlichsten aber ist wohl, daß durch die geringe Leitfähigkeit der Luft die Entladung der Antenne in die Luft stark reduziert wird. Darin und vielleicht in dem Schutz, den der Nebel gegen die photoelektrische Entladung der Antenne durch die Lichtstrahlen bietet, wird man wohl den Grund für die günstige Wirkung des Nebels suchen müssen.

13. Übergang zwischen Wasser und Land.

Es ist leicht zu übersehen, daß beim Übergang einer ebenen Welle vom Wasser zum Festland und umgekehrt eine teilweise Reflexion eintreten muß. Es muß demnach für die

1) J. van Dam, *La télégraphie sans fil*. Amsterdam 1906. p. 28.

2) Bei Versuchen im Laboratorium mit künstlich erzeugtem Nebel habe ich keine merklich größere Dielektrizitätskonstante als bei nebelfreier Luft gefunden.

3) Daß die höhere Dielektrizitätskonstante nebelhaltiger Luft die Absorption der Wellen beeinflussen müßte, darauf hat mich Hr. Sommerfeld, der so freundlich war, das Manuskript durchzusehen, hingewiesen.

4) Darauf ist in einem Referat über das zitierte Buch von van Dam im *Electrician* 57. p. 97. 1906 aufmerksam gemacht.

Amplitude der Welle in irgend einem Punkte nicht nur die Entfernung, welche die Wellen über Land und See zurückgelegt haben, sondern auch die *Uferform* von Bedeutung sein. Vielleicht liegt darin eine Erklärung für die, wie es scheint, mehrfach gemachte Beobachtung¹⁾, daß man unter Umständen an bestimmten Punkten, die weiter entfernt von einem Sender sind, eine bessere Wirkung erhält als an Stellen, die dem Sender näher liegen.

Braunschweig, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule.

1) Mitteilung der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie. — Man muß bei derartigen gelegentlichen Beobachtungen natürlich sehr vorsichtig sein, da sie fast nie auf einwurfsfreien vergleichenden Versuchen beruhen.

(Eingegangen 21. Juni 1907.)
