1875. ANNALEN № 9.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLVI.

I. *Ueber die Bewegungen der Elektricität in Körpern von molecularer Constitution;*

von Wilhelm Weber.

In meiner ersten Abhandlung über elektrodynamische Maafsbestimmungen vom Jahre 1846 habe ich ein allgemeines, Elektrostatik und Elektrodynamik zugleich umfassendes, Gesetz der *elektrischen Kraft* aufgestellt, und habe später einige speciellere Erörterungen folgen lassen, nämlich *erstens* über das allgemeine *Potentialgesetz* der elektrischen Kräfte, in diesen Annalen vom Jahre 1848, Bd. 73, S. 229; *zweitens* über das *Princip der Energie* und seinen Zusammenhang mit jenem allgemeinen Gesetze der elektrischen Kraft, in der letzten Abhandlung über elektrodynamische Maafsbestimmungen vom Jahre 1871; und drittens endlich über die *Arbeitsfähigkeit* je zweier elektrischer Theilchen, als Aequivalent lebendiger Kräfte, im Jubelbande dieser Annalen vom Jahre 1874, S. 199, an welche hier nun noch einige weitere Erörterungen angeschlossen werden sollen, die an letzter Stelle keinen Platz fanden. Insbesondere soll hier, nach einigen vorausgeschickten Bemerkungen und Zusätzen zu den beiden letzten Abhandlungen und über die gegen das in der ersten Abhandlung aufgestellte allgemeine Gesetz der elektrischen Kraft erhobenen Bedenken, *von den Bewegungen der Elektricität in Körpern von molecularer Constitution* gehandelt werden, zu deren Betrachtung die Resultate so vieler andern Forschungen führen und nöthigen, dafs sie selbst zum Gegenstand eingehender besonderer Forschung zu machen, kaum mehr vermieden werden kann, trotz der engen Schranken, welche dieser Forschung von mathematischer Seite gegenwärtig noch gesetzt zu seyn scheinen.

I.

Bemerkungen zu den in der Abhandlung über elektrodynamische Maafsbestimmungen vom Jahre 1871, Art. 4 aufgestellten elektrischen Grundgesetzen.

In der angeführten Abhandlung vom Jahre 1871 ist im 2. und 3. Artikel das *Gesetz der elektrischen Kraft,* welches in der Abhandlung vom Jahre 1846 aufgestellt worden war, betrachtet und in Beziehung auf seine Zusammensetzung mit dem weit einfacheren, in diesen Annalen Bd. 73, S. 229 aufgestellten *Gesetze des elektrischen Potentials* verglichen worden. Da aber auch diesem letzteren Gesetze diejenige Einfachheit noch fehlt, welche von einem *Grundgesetze* verlangt wird; so ist im 4. Artikel derselben Abhandlung dieses Potentialgesetz genauer zu analysiren und in solche Bestandtheile, welche die Einfachheit von Grundgesetzen besäſsen, aufzulösen versucht worden, nämlich in das Gesetz der Abhängigkeit des Potentials zweier Theilchen von ihrer Entfernung *bei gleicher relativer Bewegung*, und in das Gesetz der Abhängigkeit des Potentials von der relativen Bewegung *bei einer bestimmten Entfernung*, wobei aber zur Bestimmung dieser Entfernung noch ein drittes Gesetz wesentlich erforderlich war, nämlich das *Gesetz der Elektrostatik,* welches aber die von einem Grundgesetze verlangte Einfachheit selbst schon besitzt.

Die hiernach im 4. Artikel aufgestellten *elektrischen Grundgesetze, mit Einschluſs des elektrostatischen*, sind folgende *drei:*

Erstes Gesetz. Zwei elektrische Massentheilchen ε und ε' in der Entfernung r üben bei relativer Ruhe eine dem Producte ihrer Massen $\varepsilon\varepsilon'$ direct, dem Quadrate ihrer Entfernung rr umgekehrt proportionale Kraft in der Richtung r auf einander aus $= \mu\mu . \frac{\varepsilon\varepsilon'}{rr}$. — Setzt man $\mu\varepsilon$

$= \pm e$, $\mu\varepsilon' = \pm e'$, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem das Massentheilchen der positiven oder negativen Elektricität angehört; so giebt der Ausdruck der Kraft $\frac{ee'}{rr}$, je nachdem er positiv oder negativ ist, an, ob die Kraft eine Abstofsungskraft oder Anziehungskraft ist.

Zweites Gesetz. Wenn zwei elektrische Theilchen e und e' zu verschiedenen Zeiten in den Entfernungen r' und r'' in relativer Ruhe oder gleich grofser relativer Bewegung sich befinden (also gleiche relative lebendige Kraft besitzen); so verhalten sich die Arbeiten V' und V'', welche durch wechselseitige Einwirkung geleistet werden, wenn beide Theilchen aus den gegebenen Entfernungen r' und r'' in unendliche Entfernung gebracht werden, umgekehrt wie die angegebenen Entfernungen, d. h.

$$V' : V'' = r'' : r'.$$

Drittes Gesetz. Die Arbeit U, die unter Einwirkung der Kräfte, welche die Theilchen e und e' auf einander ausüben, geleistet werden würde, wenn die Theilchen aus einer ***bestimmten mit** ee' **proportionalen Entfernung*** $\varrho = \frac{ee'}{a}$ [1]), in der sie eine bestimmte lebendige Kraft x besitzen, in unendliche Entfernung versetzt würden, bildet zusammen mit dieser lebendigen Kraft x eine *constante Summe,* nämlich a, d. h.

$$U + x = a.$$

Zu diesen Gesetzen ist nun *erstens* zu bemerken, dafs die im dritten eingeführte Gröfse U, welche mit der lebendigen Kraft x die constante Summe a bildet, ebenso wie die beiden andern Gröfsen x und a, *stets positiv* ist, sowohl wenn die beiden elektrischen Theilchen e und e' *gleichartig*, als auch wenn sie *ungleichartig* sind.

1) Statt ee' kann $\mu\varepsilon \,.\, \mu\varepsilon'$ (nämlich der *absosute Werth* von ee') gesetzt werden, wodurch erreicht wird, dafs ϱ stets einen *positiven* Werth hat; nur mufs alsdann auch die Arbeit U nach ihrem *absoluten Werthe* genommen werden, damit das aufgestellte Gesetz gilt.

Dieser *positive* Werth resultirt aus der nach dem zweiten Gesetze sich ergebenden Gleichung $U = \frac{r}{\varrho} V$ (worin $V = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$ das *Potential* der beiden Theilchen e und e', und $\varrho = \frac{ee'}{a}$ eine *aus der Natur der Elektricität und der Theilchen e und e' bestimmbare Entfernung ist*), weil je nachdem e und e' entweder gleichartig oder ungleichartig sind, die Gröſsen V und ϱ beide zugleich entweder positiv oder negativ sind, der Quotient $\frac{V}{\varrho}$ also *stets positiv* bleibt. Es ist dabei zu bemerken, daſs, wenn es Bedenken finden sollte, einen *negativen Werth von* ϱ, als Entfernung zweier Punkte von einander, in der Rechnung zuzulassen, wie schon in der Note zum dritten Gesetz bemerkt worden, statt $\varrho = \frac{ee'}{a}$, was für ungleichartige elektrische Theilchen negativ ist, $\varrho = \frac{\mu\varepsilon \, . \, \mu\varepsilon'}{a}$ gesetzt werden kann, was *stets positiv* ist, wo dann aber zugleich U statt der *Arbeit* $\frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$, welche für ungleichartige Theilchen *negativ* ist, dem *absoluten Werthe* dieser Arbeit, $\pm \frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right) = \mu^2 \frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$, gleich gesetzt werden muſs.

Zweitens ist zu bemerken, daſs wenn, wie es hier geschehen, das Grundgesetz der Elektrostatik den elektrodynamischen hinzugefügt wird, das eine elektrodynamische Gesetz, nämlich das Gesetz der Abhängigkeit des Potentials zweier Theilchen von ihrer Entfernung *bei gleicher relativer Bewegung,* ganz wegfallen kann, weil es nämlich in den beiden andern Gesetzen wesentlich schon enthalten ist und aus ihnen abgeleitet werden kann.

Denn aus dem *ersten* Gesetze, dem Grundgesetze der Elektrostatik, ergiebt sich das *Potential* V für $x = 0$ von den 3 variabeln Gröſsen e, e', r abhängig, und zwar 3 Faktoren E, E' und R proportional, deren jeder nur *eine* dieser

Gröfsen enthält, wonach V, für $x = o$, durch folgende Gleichung bestimmt wird:

$$V = A \,.\, E E' R.$$

Aus dem *dritten* Gesetze dagegen folgt, dafs das *Potential* V für $r = \varrho$ von den variabeln Gröfsen e, e', x abhängt, und 3 Factoren E, E', X proportional ist, deren jeder nur *eine* dieser Gröfsen enthält, wonach V, für $r = \varrho$, durch folgende Gleichung bestimmt wird:

$$V = B \,.\, E E' X.$$

Hierin ist nun $E = e$, $E' = e'$ $R = \frac{1}{r}$, $X = \left(1 - \frac{x}{a}\right)$, und aufserdem ergiebt sich der Werth der Constanten A gleich dem Werthe von X für $x = o$, und der Werth der Constanten B gleich dem Werthe von R für $r = \varrho$.

Hieraus läfst sich schliefsen, dafs E, E', R, X, oder e, e', $\frac{1}{r}$, $\left(1 - \frac{x}{a}\right)$ stets Factoren von V sind, und dafs aufserdem nur die Möglichkeit noch eines Factors, nämlich des Factors $(1 + f(r, x))$, gegeben ist, worin $f(r, x)$ eine solche Function von r und x sein müfste, welche sowohl für $r = \varrho$ als auch für $x = o$ verschwände.

Hiernach ist also $V = E E' R X = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{x}{a}\right)$ jedenfalls die *einfachste*, nach dem ersten und dritten Gesetze zulässige Bestimmung von V, welche sich aus diesen beiden Gesetzen ergiebt, unabhängig vom zweiten Gesetze, welches selbst vielmehr aus der nunmehr gewonnenen Bestimmung von $V = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{x}{a}\right)$ abgeleitet werden kann. Denn aus dieser Bestimmung ergiebt sich für zwei Werthe von V, nämlich V' und V'', welche für gleichen Werth von x, aber für verschiedene Werthe von r, nämlich r' und r'', gelten, folgende Proportion:

$$V' : V'' = \frac{ee'}{r'}\left(1 - \frac{x}{a}\right) : \frac{ee'}{r''}\left(1 - \frac{x}{a}\right) = r'' : r',$$

eine mit dem zweiten Gesetze *ganz identische* Bestimmung.

Eine Complication des Gesetzes aber, wie durch Hinzufügung noch eines Factors $(1 + f(r, x))$ entstehen würde, ist ohne nachgewiesene Nothwendigkeit in keiner Weise als zulässig zu erachten.

Es ergiebt sich hieraus das *Resultat*, dafs statt der oben angeführten drei Grundgesetze schon deren zwei genügen, nämlich:

1) das Grundgesetz der Elektrostatik, und

2) das Princip der Energie;

denn man sieht leicht ein, dafs das Grundgesetz, welches oben als *drittes* zuletzt gestellt war, das *Princip der Energie* selbst ist, dessen Wesen darin besteht, dafs die *relative lebendige Kraft* x zweier Theilchen e und e' zwar bald gröfser bald kleiner ist, dafs aber aufser dieser lebendigen Kraft in den beiden Theilchen auch noch ein *Aequivalent von lebendiger Kraft* vorhanden ist, welches bei jeder Vergröfserung der lebendigen Kraft eine Verminderung erleidet, und umgekehrt, so dafs die *Summe jener lebendigen Kraft und des gleichzeitig vorhandenen Aequivalents einen constanten Werth* habe, welcher mit a bezeichnet wird. Zugleich erkennt man, dafs die im Ausspruche des obigen Grundgesetzes mit U bezeichnete Gröfse *das aufser der lebendigen Kraft x im Theilchenpaare vorhandene Aequivalent von lebendiger Kraft ist.*

Zu einem ähnlichen Resultate, wie das hier gefundene, ist C. Neumann in seinen „Principien der Elektrodynamik“, Tübingen 1868 gelangt, wonach nämlich ganz dasselbe, was hier durch das *Princip der Energie* in Verbindung mit dem Grundgesetze der Elektrostatik erreicht wird, durch das von ihm aufgestellte *Fortpflanzungsgesetz der Potentiale* in Verbindung mit dem Grundgesetze der Elektrostatik erreicht worden war. Es wird dadurch ein Zusammenhang zwischen jenem Principe der Energie und diesem Fortpflanzungsgesetze der Potentiale hergestellt, welcher zu einer Erklärung des einen aus dem andern führen zu müssen scheint. Siehe über dieses Fortpflanzungsgesetz der Potentiale auch noch die Mathematischen Annalen Bd. I, S. 317 und die Abhandlungen d. K. S. Ges. d. Wiss. XVIII, S. 103 ff.

II.

Bemerkungen zum Aufsatz im Jubelbande dieser Annalen S. 199.

Nach Unterscheidung der Eigenschaften einzelner Theilchen und der Eigenschaften von Theilchenpaaren ist in dem angeführten Aufsatze der Satz ausgesprochen worden, daſs einem System von *drei* oder mehreren Theilchen keine Eigenschaften zukommen, welche in den Eigenschaften der einzelnen Theilchen und Paare nicht schon enthalten wären, und es ist demgemäſs als Merkmal eines wahren *Grundgesetzes* angegeben worden, daſs in demselben nichts weiter in Betracht gezogen werde, als die *Beschaffenheit* und die *gegenseitigen Verhältnisse* der ein Paar bildenden Theilchen, und die unter diesen Verhältnissen *aus ihrer Wechselwirkung bei jeder Entfernungsänderung entspringende Arbeit*. Für ein so darzustellendes *Grundgesetz* kommen hienach als veränderliche Gröſsen nur die *Zeit* t, die *relative Entfernung* r der beiden Theilchen, ihre *relative Geschwindigkeit* $\frac{dr}{dt}$ und Functionen dieser Gröſsen in Betracht.

Dies vorausgesetzt ergiebt sich als eine an das *Princip der Energie* als Grundgesetz zu stellende Forderung, daſs es von einem Theilchenpaare gelten muſs unter allen Verhältnissen, unter welchen sich dasselbe befinden möge, sey es allein im Weltenraume oder seyen auſser ihm beliebige andere Theilchen noch vorhanden, und daſs im letztern Falle im Ausspruche des Princips weder Beschaffenheit noch Verhältnisse anderer Theilchen in Betracht gezogen werden dürfen.

Es kann sich hienach im *Principe der Energie* als einem Grundgesetze nur um die dem Theilchenpaare selbst und ihm ausschlieſslich zugehörigen *Energien* handeln. Eine solche Energie ist die relative lebendige Kraft des Theilchenpaares, welche seine *Bewegungsenergie* heiſst. Da sich nun aber diese Bewegungsenergie eines Theilchenpaares ändert, so setzt das Princip der Energie nothwendig noch die Existenz einer *andern Energie* im Theilchenpaare voraus, damit eine *unveränderliche Energiesumme* ermöglicht werde. Und diese *andere Energie* mufs sich gleichfalls ändern, und zwar in der Art, dafs eine Verminderung derselben stets mit einer Vergröfserung der Bewegungsenergie verbunden ist, und umgekehrt. Das Wesen der *zweiten Energie* besteht also darin, dafs in Folge jeder Verkleinerung oder Vergröfserung derselben *neue lebendige Kraft erzeugt oder vorhandene lebendige Kraft vernichtet werde.*

Lebendige Kraft wird nun aber durch Arbeit erzeugt oder vernichtet, zum Beispiel durch die aus der Wechselwirkung der beiden Theilchen selbst bei jeder Entfernungsänderung entspringende Arbeit. Die thatsächliche Existenz solcher Arbeit setzt aber ein in der Wechselwirkung der Theilchen begründetes *Arbeitsvermögen* voraus, ein Vermögen lebendige Kraft zu erzeugen oder zu vernichten, und dieses nach der Gröfse der lebendigen Kraft, welche erzeugt oder vernichtet werden kann, zu bemessende *Arbeitsvermögen* ist die *zweite Energie des Theilchenpaares*, welche gröfser oder kleiner ist, je nachdem die *erste Energie*, nämlich die lebendige Kraft des Theilchenpaares, kleiner oder gröfser ist, so dafs die *Summe beider Energien,* nämlich der *lebendigen Kraft* und des *Arbeitsvermögens* des Theilchenpaares, unverändert bleibt.

Hieraus entnehmen wir nun für die Definition des *Arbeitsvermögens als Energie,* folgende nähere Bestimmungen. *Erstens*, das Arbeitsvermögen zweier Theilchen e und e' ist eine ihnen, bei *gegebener Bewegungsenergie* (das heifst bei gegebener relativen lebendigen Kraft der Theilchen), *stets zukommende Eigenschaft.*

Zweitens, diese Eigenschaft wird ihrer Gröfse nach durch die Arbeit bestimmt, welche in Folge der Wechselwirkung beider Theilchen *bei einer gewissen näher zu bestimmenden Entfernungsänderung* geleistet werden würde. Diese noch *näher zu bestimmende Entfernungsänderung* ist aber keine solche, welche *wirklich* stattfände oder stattfinden könnte (welche nämlich mit der vorhandenen Entfernung r beginnen müfste), sondern ist eine blos *virtuelle*

Entfernungsänderung, welche mit einer von der vorhandenen Entfernung r ganz unabhängig bestimmten Entfernung ϱ, in welche die Theilchen versetzt gedacht werden müssen, beginnt. Denn die bei irgend einer, mit der vorhandenen Entfernung r beginnenden, Entfernungsänderung geleistete Arbeit würde zur Bestimmung der Gröfse des Arbeitsvermögens nicht dienen können, weil sie von r abhängig wäre, und daher auch *bei unveränderter relativer lebendiger Kraft der Theilchen*, mit r zugleich, verschiedene Werthe annehmen würde, während auf eine fingirte Versetzung der Theilchen in eine immer gleiche, von der vorhandenen Entfernung r unabhängig bestimmbare, Entfernung ϱ, eine Entfernungsänderung folgend gedacht werden kann, zwischen fixen Gränzen ϱ und ϱ', bei welcher in Folge der Wechselwirkung beider Theilchen *eine immer gleiche Arbeit geleistet werden würde, die ihrem absoluten Werthe nach (denn positive oder negative Arbeit ist für das Arbeitsvermögen von gleicher Bedeutung) als Maafs einer dem Theilchenpaare zukommenden Eigenschaft dienen kann. Es versteht sich dabei von selbst, dafs bei dieser fingirten Versetzung der Theilchen aus der Entfernung r in die Entfernung ϱ die relative lebendige Kraft der Theilchen unverändert geblieben gedacht werden mufs.*

Bezeichnet nun R die aus der Wechselwirkung resultirende Abstofsungskraft der beiden Theilchen e und e', und $\varrho'-\varrho$ die gedachte, auf die fingirte Versetzung folgende Entfernungsänderung der Theilchen; so wird das *Arbeitsvermögen* U dieser Theilchen durch die Formel:

$$U = \pm \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\varrho'} R\, d\sigma$$

dargestellt, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem die beiden Theilchen gleichartig oder ungleichartig sind.

In dieser Formel ist R eine Function von σ, aber nicht immer dieselbe, was nur der Fall seyn würde, wenn

$\frac{d\sigma}{dt} = o$ wäre, wo nach elektrostatischem Gesetze $R = \frac{ee'}{\sigma\sigma}$ immer dieselbe Function von σ sein würde. Wenn $\frac{d\sigma}{dt}$ nicht Null ist, ist R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$, und $\frac{d\sigma}{dt}$ ist nicht immer dieselbe Function von σ, wie daraus einleuchtet, daſs *erstens* die *anfänglichen Werthe* von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$ beliebig gegeben seyn können, wonach also für gleiche Werthe von σ sehr verschiedene Werthe von $\frac{d\sigma}{dt}$ gegeben seyn können; und daſs *zweitens* bei gleicher Entfernungsänderung die relative Geschwindigkeit $\frac{d\sigma}{dt}$ sehr verschiedene Aenderungen nach Verschiedenheit der *äuſseren Kräfte*, welche auf die Theilchen wirken, erleiden kann.

Ist nun R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$, so wird auch das *unbestimmte Integral* $\int R\,d\sigma$ eine solche Function seyn; aber das *bestimmte Integral* $\int\limits_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\varrho'} R\,d\sigma$ wird blos vom Anfangs- und Endwerthe von σ, nämlich von ϱ und ϱ', und den diesen Werthen zugehörigen Differentialquotienten abhängen.

Soll nun das *bestimmte Integral* $\int\limits_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\varrho'} R\,d\sigma$ das *Arbeitsvermögen zweier Theilchen, welche die relative Geschwindigkeit r' besitzen,* ausdrücken; so ist schon bemerkt worden, daſs die in der Entfernung r vorhandene relative Geschwindigkeit r' bei der fingirten Versetzung der Theilchen in die Entfernung ϱ, unverändert erhalten gedacht werden müsse, so daſs $\frac{d\sigma}{dt} = r'$ für $\sigma = \varrho$ gegeben ist, wodurch *die Abhängigkeit des Arbeitsvermögens U von r'* bestimmt wird.

Eine gleiche Abhängigkeit des Arbeitsvermögens U würde nun aber auch von dem Werthe von $\frac{d\sigma}{dt}$, welcher dem Endwerthe $\sigma = \varrho'$ zugehört, statt finden, den Fall ausgenommen wo $\varrho' = \infty$ ist, in welchem Falle eine solche Abhängigkeit nicht statt zu finden braucht. Es folgt hieraus, dafs $\varrho' = \infty$ gesetzt werden mufs, weil die Formel U als Definition des *Arbeitsvermögens zweier die relative Geschwindigkeit r' besitzenden Theilchen* von keiner andern relativen Geschwindigkeit abhängig seyn kann als von r', nämlich derjenigen, welche die Theilchen in dem Augenblicke, in welchem ihr Arbeitsvermögen betrachtet wird, wirklich besitzen.

Das *Arbeitsvermögen* U der Theilchen e und e' wird hienach, wenn $\varrho' = \infty$ gesetzt wird, durch die Formel ausgedrückt:

$$U = \pm \int_{\sigma = \varrho}^{\sigma = \infty} R\, d\sigma,$$

worin R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$ ist, und $\frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ ist, welche für $\sigma = \varrho$ den Werth r' besitzt, d. i. die relative Geschwindigkeit der Theilchen, deren Arbeitsvermögen bestimmt werden soll.

Was endlich die Gröfse ϱ betrifft, so wird diese dadurch bestimmt, dafs sich nur *eine endliche Entfernung zweier elektrischer Theilchen* angeben läfst, welche, ganz unabhängig von der vorhandenen Entfernung r, blos aus der Natur der Elektricität im Allgemeinen und der beiden Theilchen im Besondern bestimmbar ist, nämlich aus der dem Theilchenpaare zukommenden unveränderlichen Energiesumme a, und aus den nach dem Grundgesetze der Elektrostatik von jedem der beiden Massentheilchen ε und ε' auf ein ihm gleiches Theilchen in der Entfernungseinheit ausgeübten Abstofsungskräften $\mu^2 \varepsilon^2$ und $\mu^2 \varepsilon'^2$, nach der Formel $\varrho = \mu^2 . \frac{\varepsilon \varepsilon'}{a}$. Setzt man $\mu \varepsilon = \pm e$, $\mu \varepsilon' = \pm e'$, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem das Massentheilchen der positiven oder negativen Elektricität angehört; so kann ϱ, was stets positiv ist, $= \pm \frac{ee}{a'}$ gesetzt werden, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem die beiden Theilchen gleichartig oder ungleichartig sind.

Anmerkung. Soll in der Formel U selbst ausgedrückt werden, dafs R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$ sey, und dafs $\frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ sey, welche für $\sigma = \varrho$ den Werth r' besitze, d. i. die *gegebene* relative Geschwindigkeit der Theilchen, deren *Arbeitsvermögen* bestimmt werden soll; so würde *erstens* $R\left(\sigma, \frac{d\sigma}{dt}\right)$ für R gesetzt werden können, *zweitens* würde für $\frac{d\sigma}{dt}$, um es als Function von σ zu bezeichnen, $f(\sigma)$ zu setzen seyn, und *drittens* endlich, um diese Function $f(\sigma)$, welche nämlich hier für $\sigma = \varrho$ *den gegebenen Werth* r' annehmen soll, von andern Functionen $f(\sigma)$ zu unterscheiden, welche *den gegebenen Werth* r' für andere Werthe von σ annehmen, kann dem Functionszeichen f *derjenige Werth von* σ, *für welchen die Function den gegebenen Werth annimmt*, besonders hinzugefügt werden, hier also $f_\varrho(\sigma)$ für $f(\sigma)$ geschrieben werden. Man erhält hienach das *Arbeitsvermögen* ausgedrückt durch:

$$U = \pm \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\left[\sigma, f_\varrho(\sigma)\right] d\sigma,$$

und die *gegebene relative Geschwindigkeit:*

$$r' = f_\varrho(\varrho).$$

Von den beiden Theilchen, welche zum Zweck der Bestimmung ihres Arbeitsvermögens U aus der Entfernung $\sigma = r$, in welcher sie sich wirklich befinden, mit Beibehaltung der relativen Geschwindigkeit r', welche sie wirklich besitzen, in die Entfernung $\sigma = \varrho$ versetzt gedacht wurden, würde nun aber in Folge ihrer Wechselwirkung auch *bei wirklicher Versetzung aus der vorhandenen Ent-*

fernung $\sigma = r$ bis $\sigma = \infty$ *eine Arbeit geleistet werden, welche das Potential der Theilchen genannt wird* und mit V bezeichnet zu werden pflegt. Nach der für U angegebenen Bezeichnungsweise erhält man *den Ausdruck dieses Potentials*:

$$V = \int_{\sigma = r}^{\sigma = \infty} R\,[\sigma,\ f_r(\sigma)]\, d\sigma,$$

und die *gegebene relative Geschwindigkeit*:

$$r' = f_r(r).$$

Nach der gegebenen Definition vom *Arbeitsvermögen* zweier Theilchen e und e', als *Arbeitsenergie*, wodurch zusammen mit der *relativen lebendigen Kraft als Bewegungsenergie* die Energien der beiden Theilchen e und e' vollständig bestimmt sind, und nach dem ausgesprochenen *Principe der Energie*, als dem *Gesetze der unveränderlichen Summe beider Energien*, kann nun die Aufgabe gestellt werden:

> aus dem *Principe der Energie* in Verbindung mit dem *Grundgesetze der Elektrostatik* die Kraft R zu ermitteln, mit welcher zwei beliebig bewegte elektrische Theilchen e und e' wechselseitig auf einander wirken.

Denn da aus dem *Grundgesetze der Elektrostatik* die Kraft bestimmt wird, mit welcher zwei elektrische Theilchen e und e', *wenn ihre relative lebendige Kraft Null ist*, auf einander wirken, und da ferner aus dem *Princip der Energie* bestimmt wird, *was in der Wechselwirkung zweier elektrischer Theilchen e und e' geändert wird*, wenn ihre relative lebendige Kraft nicht Null, sondern $= x$ ist (dafs nämlich die *Zunahme der Bewegungsenergie* der beiden Theilchen um die Gröfse x mit einer *Abnahme der Arbeitsenergie* um dieselbe Gröfse x verbunden ist); so scheint daraus hervorzugehen, dafs aus dem *Principe der Energie in Verbindung mit dem Grundgesetze der Elektrostatik* das allgemeine, Elektrostatik und Elektrodynamik zugleich umfassende Gesetz der Kraft, mit welcher zwei elektrische Theilchen e und e' wechselseitig auf einander wirken, müsse abgeleitet werden können.

Das *Princip der Energie* giebt hiezu folgende Formeln, nämlich *erstens*, *die Formel der Bewegungsenergie* (oder relativen lebendigen Kraft) der beiden Theilchen, welche die Massen ε und ε' besitzen:

$$\xi = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} \cdot \frac{d\sigma^2}{dt^2},$$

woraus folgt, wenn für die vorhandene Entfernung $\sigma = r$ die relative Geschwindigkeit mit r', die relative lebendige Kraft mit x bezeichnet wird,

$$x = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} \cdot r'r'; \tag{1}$$

zweitens die Formel der Arbeitsenergie, nämlich

$$U = \pm\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\,[\sigma,\ f_\varrho(\sigma)]\,d\sigma, \tag{2}$$

wo $f_\varrho(\sigma) = \frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ bezeichnet, welche für $\sigma = \varrho$ den gegebenen Werth r' besitzt;

und *drittens*, das *Gesetz der constanten Energiesumme*, welches in folgender Formel ausgesprochen wird:

$$x + U = a. \tag{3}$$

Zu diesen *drei* durch das *Princip der Energie* gegebenen Formeln kommt *viertens*, die Formel für das *Grundgesetz der Elektrostatik* noch hinzu, nämlich das Gesetz der Abstofsungskraft R, mit welcher zwei Theilchen e und e' bei relativer Ruhe aus der Entfernung σ auf einander wirken:

$$R = \frac{ee'}{\sigma\sigma}. \tag{4}$$

Für $\xi = o$, wo auch $x = o$ ist, geht der Ausdruck der elektrodynamischen Kraft $R\,[\sigma,\ f_\varrho(\sigma)]$ in den Ausdruck der elektrostatischen Kraft $R = \frac{ee'}{\sigma\sigma}$ über, und man findet aus Gleichung (2) und Gleichung (3), für $x = o$,

$$U = \pm\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty}\frac{ee'}{\sigma\sigma}\,d\sigma = \pm\frac{ee'}{\varrho} = a.$$

Bezeichnet man ferner in Gleichung (1) den Werth von r' für $x = a = \pm\frac{ee'}{\varrho}$ mit c, wonach $\pm\frac{ee'}{\varrho} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\,.\,cc$ erhalten wird, und substituirt den hieraus sich ergebenden Werth von $\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} = \pm\frac{ee'}{\varrho cc}$ in Gleichung (1); so findet man

$$x = \pm\frac{ee'}{\varrho}\,.\,\frac{r'r'}{cc}.$$

Setzt man nun diesen Werth von x und den vorher gefundenen Werth von $a = \pm\frac{ee'}{\varrho}$ in Gleichung (3); so erhält man mit Zuziehung von Gleichung (2):

$$U = \pm\frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{r'r'}{cc}\right) = \pm\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\,[\sigma,\ f_\varrho(\sigma)]\,d\sigma.$$

Es ist nun identisch:

$$-d\,.\,\frac{ee'}{\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}\right) = \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right)d\sigma,$$

woraus das unbestimmte Integral folgt:

$$-\frac{ee'}{\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}\right) = \int\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right)d\sigma.$$

Wird nun hierin $\frac{d\sigma}{dt} = f_\varrho(\sigma)$ gesetzt, was eine Function von σ bezeichnet, welche für $\sigma = \varrho$ den gegebenen Werth r' besitzt; so ergiebt sich:

$$-\frac{ee'}{\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2\right) = \int\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma,$$

und wenn man dieses Integral zwischen den Gränzen $\sigma = \varrho$ und $\sigma = \infty$ nimmt, erhält man:

$$\frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\varrho)]^2\right) = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty}\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma,$$

folglich, da $f_\varrho(\varrho) = r'$ und $\frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{r'r'}{cc}\right) = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\,[\sigma,\ f_\varrho(\sigma)]\,d\sigma$ ist,

$$\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\,[\sigma,\ f_\varrho(\sigma)]\,d\sigma = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty}\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma.$$

Die einfachste Annahme, um dieser Formel zu genügen, besteht darin, dafs

$$R\,[\sigma,\ f_\varrho(\sigma)] = \frac{e\,e'}{\sigma\,\sigma}\left(1 - \frac{1}{c\,c}\,[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\,\sigma}{c\,c}\,\frac{d\,.\,f_\varrho(\sigma)}{d\,t}\right)$$

gesetzt wird.

Im Ausdruck für das *Arbeitsvermögen U* ist $f_\varrho(\sigma)$ für $\frac{d\sigma}{dt}$ gesetzt worden, um dadurch eine Function von σ zu bezeichnen, welche für $\sigma = \varrho$ den gegebenen Werth r' besitzt.

Im Ausdrucke des *Potentials V* würde nun ebenso $f_r(\sigma)$ für $\frac{d\sigma}{dt}$ zu setzen seyn, um dadurch eine Function von σ zu bezeichnen, welche für $\sigma = r$ den gegebenen Werth r' besäfse, und man würde daraus auf ähnliche Weise erhalten:

$$R\,[\sigma,\ f_r(\sigma)] = \frac{e\,e'}{\sigma\,\sigma}\left(1 - \frac{1}{c\,c}\,[f_r(\sigma)]^2 + \frac{2\,\sigma}{c\,c}\,.\,\frac{d\,.\,f_r(\sigma)}{d\,t}\right).$$

In diesem letzteren Falle, wo $\sigma = r$ und $\frac{d\sigma}{dt} = r'$ die wirklich vorhandene Entfernung und die wirklich vorhandene Geschwindigkeit sind, pflegt man jedoch das Functionszeichen $f_r(\sigma)$ gar nicht zu gebrauchen, sondern $\frac{d\sigma}{dt}$ unverändert in der Formel stehen zu lassen. Auch kann man dann die besondere Bezeichnung der Abstofsungskraft beider Theilchen als Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$ durch Beifügung dieser Variabeln unter dem Functionszeichen R, nämlich $R\left(\sigma, \frac{d\sigma}{dt}\right)$ weglassen und dafür blos R setzen. Geschieht dies nun, so erhält man das allgemeine Gesetz der Kraft R, mit welcher zwei beliebig bewegte elektrische Theilchen e und e' wechselseitig auf einander wirken, durch folgende Formel dargestellt:

$$R = \frac{e\,e'}{\sigma\,\sigma}\left(1 - \frac{1}{c\,c}\,\frac{d\,\sigma^2}{d\,t^2} + \frac{2\,\sigma\cdot d\,d\,\sigma}{c\,c\;\;d\,t^2}\right).$$

Schliefslich soll nun von dem hier aufgestellten *Principe der Energie* noch Anwendung auf das von C. Neumann in den „Principien der Elektrodynamik“, Tübingen 1868, S. 37, und in den Berichten d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. 1871, Art. 20, S. 399 aufgestellte Gesetz gemacht werden, dessen Uebereinstimmung mit obigem Principe besonders nachzuweisen nicht ohne Interesse seyn dürfte.

Dieses Gesetz lautet nach dem von Neumann an letzterer Stelle gegebenen Ausspruche:

> „Bewegt sich ein System von beliebig vielen Theilchen $M + \mu$ unter Einwirkung gegebener äufserer Kräfte, so wird für jedes Zeitelement dt die Formel statt finden:
>
> $$d\,(T + U^0 + U - V) = d\,S,$$
>
> d. h. für jeden Zeitraum wird der Zuwachs des Systems an *Energie* gleich grofs seyn mit der vom Systeme während dieses Zeitraums consumirten Arbeit. Dabei ist unter der *Energie* des Systems der nur von seinem augenblicklichen Zustande (d. i. von den Coordinaten und Geschwindigkeiten) abhängende Ausdruck $T + U^0 + U - V$ zu verstehen, wo T die lebendige Kraft, U^0 das ordinäre Potential des Systems, U das elektrostatische und V das elektrodynamische bezeichnet“.

Das *Arbeitsvermögen* oder die *Arbeitsenergie* U zweier elektrischer Theilchen e und e' (welche sich in irgend einer, aber bestimmten, Entfernung r von einander befinden und irgend eine, aber bestimmte, relative lebendige Kraft x besitzen), ist

$$U = \int\limits_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\,\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma$$

gefunden worden, worin $f_\varrho(\sigma) = \frac{d\sigma}{dt}$ eine solche Function von σ bezeichnet, deren Werth für $\sigma = \varrho$ durch die vorhandene lebendige Kraft x gegeben ist, nämlich durch die Gleichung:

$$\pm \frac{ee'}{\varrho cc}[f_\varrho(\varrho)]^2 = x \text{ oder } f_\varrho(\varrho) = c\sqrt{\pm\frac{\varrho x}{ee'}}.$$

Obiger Werth von U läſst sich nun als Summe zweier Theile darstellen, nämlich:

$$U = \int\limits_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma$$
$$+ \int\limits_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma.$$

Da nun hierin über die Function $f_\varrho(\sigma)$ im Allgemeinen weiter nichts bestimmt ist als blos ihr Werth für $\sigma = \varrho$, der sich aus der Gleichung $\pm \frac{ee'}{\varrho cc}[f_\varrho(\varrho)]^2 = x$ ergiebt, nämlich $f_\varrho(\varrho) = c\sqrt{\pm\frac{\varrho x}{ee'}}$, so können im Allgemeinen sehr verschiedene Functionen von σ für $f_\varrho(\sigma)$ gesetzt werden.

Wirklich genau bestimmbar würde die Function $f_\varrho(\sigma)$ nur dann seyn, wenn es sich um eine *wirkliche Versetzung* der Theilchen e und e' handelte, wo alle Verhältnisse, von denen die Function $f_\varrho(\sigma)$ abhängt, wirklich gegeben wären. Von einer *wirklichen Versetzung* von ϱ bis ∞ kann aber bei Theilchen nicht die Rede seyn, welche sich gar nicht in der Entfernung ϱ, sondern in der Entfernung r, befinden. Zum Zweck der Definition von U genügte es aber, sich die Versetzung der Theilchen von ϱ nach ∞ nur zu denken, nachdem man sich dieselben *vorher* von r nach ϱ versetzt gedacht hatte, und zwar in solcher Weise, daſs die relative lebendige Kraft der Theilchen in der Entfernung ϱ dieselbe wieder wäre, wie sie in der Entfernung r gewesen war, nämlich $x = \pm \frac{ee'}{\varrho cc}[f_\varrho(\varrho)]^2$, wodurch der Werth der Function $f_\varrho(\sigma)$ für $\sigma = \varrho$ bestimmt ist.

Wollte man sich nun ferner denken, daſs die weitere Versetzung der Theilchen, nämlich zunächst von ϱ bis r zurück, nur unter wechselseitiger Einwirkung der Theilchen selbst, *ohne Einwirkung äuſserer Kräfte*, erfolgte; so würde, da $f_\varrho(\sigma)$ für $\sigma = \varrho$ gegeben ist, nämlich $f_\varrho(\varrho) = c\sqrt{\pm\frac{\varrho x}{ee'}}$, der Werth von $f_\varrho(\sigma)$ für einen von ϱ verschiedenen Werth von σ, z. B. für $\sigma = r$, gefunden werden $= c\sqrt{\pm\frac{\varrho y}{ee'}}$, worin y durch folgende Gleichung zu bestimmen ist:

$$y - x = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma,$$

das heifst, die Aenderung der relativen lebendigen Kraft während der Entfernungsänderung von ϱ bis r ist der von den Kräften der Wechselwirkung auf dem zurückgelegten Wege geleisteten Arbeit gleich.

Wenn aber aufser den aus der Wechselwirkung resultirenden Kräften noch andere *äufsere Kräfte P* auf die Theilchen während ihrer Entfernungsänderung wirkten und sie ebenfalls von einander zu entfernen (oder zu nähern) suchten; so würde y durch folgende Gleichung bestimmt werden:

$$y - x = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma + S,$$

wenn $S = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} P\,d\sigma$ die von den *äufseren Kräften* geleistete Arbeit bezeichnet.

Unter allen hiernach denkbaren Fällen befindet sich nun auch derjenige Fall, wo für den Werth $\sigma = r$, welcher der wirklichen Entfernung der die relative lebendige Kraft x besitzenden Theilchen, wofür U gesucht wird, gleich ist,

$$\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma + S = o,$$

also $y = x$ ist. Dies bedeutet, dafs die lebendige Kraft der beiden Theilchen am Ende der Entfernungsänderung der am Anfange nur dann gleich seyn kann, wenn die während der Entfernungsänderung von den *Kräften der Wechselwirkung* geleistete Arbeit durch die von den *äufseren Kräften* geleistete Arbeit aufgehoben wird.

Ist nun aber die mit y bezeichnete relative lebendige Kraft der beiden Theilchen für die Entfernung $\sigma = r$, *am Ende* der im Integrale $\int\limits_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma$ angegebenen Entfernungsänderung, dieselbe wie *am Anfang*, nämlich $= x$, so leuchtet ein, dafs derselbe Werth der lebendigen Kraft x auch für die Entfernung $\sigma = r$, *zu Anfang* der im Integrale $\int\limits_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma$ angegebenen weiteren Entfernungsänderung von r bis ∞ gilt. Hieraus leuchtet aber ein, dafs der Unterschied der Functionen $f_\varrho(\sigma)$ und $f_r(\sigma)$ verschwindet und

$$\int\limits_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma$$

dieselbe Arbeit bezeichnet wie

$$\int\limits_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_r(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_r(\sigma)}{dt}\right) d\sigma,$$

nämlich diejenige Arbeit, welche in Folge der Wechselwirkung der Theilchen, welche die angegebene lebendige Kraft x besitzen, bei einer Entfernungsänderung von r bis ∞ geleistet werden würde. Es ist also

$$\int\limits_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma$$

$$= \int\limits_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_r(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_r(\sigma)}{dt}\right) d\sigma = V.$$

Hiernach kann nun also der erste Theil von U, nämlich:

$$\int\limits_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma = -S,$$

und der zweite Theil von U, nämlich

$$\int_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_{\varrho}(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\,\frac{d f_{\varrho}(\sigma)}{dt}\right) d\sigma = V$$

gesetzt werden, woraus sich ergiebt:

$$U = V - S,$$

und substituirt man diesen Werth in der Gleichung

$$U + x = a,$$

so erhält man folgende Gleichung:

$$V + x - S = a.$$

Für dieselben Theilchen, wenn sie in der Entfernung r_1 sich befinden, und die relative Kraft x_1 besitzen, ergiebt sich auf dieselbe Weise folgende Gleichung:

$$V_1 + x_1 - S_1 = a,$$

woraus für kleine Werthe von $r - r_1$ und $x - x_1$ die Differentialgleichung erhalten wird:

$$dV + dx - dS = o,$$

was dieselbe Gleichung ist, welche von Neumann a. a. O. aufgestellt worden ist. Nur hat Neumann die lebendige Kraft mit T, und das Potential, als aus einem elektrostatischen und einem elektrodynamischen Theile zusammengesetzt, mit $U - V$ bezeichnet, und hat endlich für den Fall, wo an den elektrischen Theilchen ponderable Massen hafteten, noch das aus der Wechselwirkung dieser ponderablen Massen resultirende Potential U^0 hinzugefügt, wonach er dasselbe Gesetz in folgender Gleichung ausgesprochen hat:

$$d(T + U^0 + U - V) = dS.$$

III.

Ueber die gegen das Grundgesetz der elektrischen Wirkung erhobenen Bedenken.

Wird das Grundgesetz der elektrischen Wirkung, wonach aus der Wechselwirkung zweier elektrischer Theilchen e und e' (in elektrostatischen Einheiten ausgedrückt) die Abstofsungskraft $R = \frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2r}{cc}\frac{ddr}{dt^2}\right)$ resultirt, in dem hier entwickelten Zusammenhange mit dem Principe der Energie betrachtet; so leuchtet ein, dafs bei allen Anwendungen, die von jenem Gesetze gemacht werden sollen, um aus den *anfänglichen Verhältnissen* der Theilchen ihr späteres Verhalten zu bestimmen, diese *anfänglichen Verhältnisse* nicht ganz willkührlich angenommen werden dürfen. Sie dürfen nicht so angenommen werden, daſs in ihnen selbst schon Widersprüche mit dem zu Grunde gelegten Principe enthalten wären, was zum Beispiel der Fall seyn würde, wenn zwei elektrischen Theilchen eine solche *anfängliche relative lebendige Kraft* zugeschrieben würde, die für sich allein schon gröſser wäre, als die ganze nach jenem Principe unveränderliche Energiesumme der Theilchen.

Durch Annahme solcher in Widerspruch mit dem aufgestellten Principe stehender *anfänglicher Verhältnisse* kann man allerdings zu Folgerungen gelangen, deren Zulässigkeit mit Recht beanstandet werden darf, wodurch das Gesetz widerlegt erscheinen könnte, was jedoch wirklich nicht der Fall ist. Hierauf lassen sich einige von Helmholtz gegen das obige Gesetz erhobene Bedenken zurückführen. Zum Beispiel ist Helmholtz zu der Folgerung aus dem obigen Gesetze gelangt, daſs zwei Theilchen, mit anfänglicher zwar endlicher relativen Geschwindigkeit, die aber gröſser als c wäre (woraus sich die relative lebendige Kraft der Theilchen gröſser als die ganze dem Principe nach unveränderliche Energiesumme ergiebt), während einer endlichen Entfernungsänderung eine unendliche lebendige Kraft erreichen und also unendlich groſse Arbeit leisten würden. Auch die Möglichkeit eines *perpetuum mobile* würde daraus gefolgert werden können.

Diese Folgerungen fallen nun allerdings von selbst weg, wenn nach dem aufgestellten Principe mit *jeder Energie* der Begriff einer *wesentlich positiven Gröſse* verbunden wird, und alle zusammen genommen eine *endliche und unveränderliche Summe* bilden; aber sogar dann, wenn man einer Energie negative und ins Unendliche wachsende Werthe beizulegen für zulässig hielte, würden jene Folgerungen doch nicht nothwendig zur Verwerfung des obigen Gesetzes führen, weil nämlich alsdann der Grund, diese Folgerungen für unzulässig zu erklären, nicht mehr vorhanden wäre. Denn es leuchtet ein, dafs, wenn *eine Energie* negativ wäre und *negativ unendlich* würde, eine *andere Energie* zugleich vorhanden seyn müfste, welche positiv wäre und positiv unendlich würde. Wäre nun diese ins Unendliche wachsende Energie die *Bewegungsenergie*; so wäre eine unerschöpfliche Quelle *lebendiger Kraft* gegeben, womit alle jene von Helmholtz für unzulässig erklärten Wirkungen würden hervorgebracht werden können.

An die soeben betrachteten Einwürfe gegen das Grundgesetz der elektrischen Wirkung, welche darauf beruhen, dafs das aufgestellte Princip der Energie nicht anerkannt wird, und dafs in Widerspruch damit stehende anfängliche Verhältnisse der elektrischen Theilchen angenommen werden, schliefsen sich nun ferner noch andere Einwürfe an, welche darauf beruhen, dafs Helmholtz bewiesen zu haben glaubt, dafs die von ihm als *kritisch* bezeichnete Entfernung ϱ nicht immer eine *moleculare* Entfernung sey. Er hat dies aber nur bewiesen, indem er der Entfernung ϱ eine ganz andere Bedeutung beigelegt hat, als ihr zum Zweck der Definition der *Arbeitsenergie* U zweier elektrischer Theilchen e und e' gegeben worden war. Hiernach war nämlich $\varrho = \frac{ee'}{a}$ blos vom Wesen der Elektricität und der beiden Theilchen e und e' abhängig, nämlich von den drei Gröfsen a, ee und $e'e'$, welche die constante Energiesumme des Theilchenpaares und die elektrostatischen Abstofsungskräfte bezeichnen, welche von den beiden Theilchen, von jedem auf ein ihm gleiches Theilchen, in der Einheit der Entfernung ausgeübt werden.

Helmholtz sagt dagegen a. a. O. S. 43: „Der Werth der Entfernung ϱ ist $\varrho = \frac{2ee'}{cc\mu}$." Es ist also hierin von Helmholtz μ für $\frac{2a}{cc}$ gesetzt worden. Helmholtz fährt sodann fort: „Ist das elektrische Theilchen nur mit seiner eigenen Masse behaftet, so wird $\frac{e}{\mu}$ irgend einen bestimmten Werth β haben. Enthält μ auch noch ponderable Masse, so wird $\frac{e}{\mu} < \beta$ seyn.“ Hieraus leuchtet ein, daſs nach Helmholtz ϱ eine auch von der am elektrischen Theilchen e haftenden ponderablen Masse abhängige Gröſse ist, also eine ganz andere Bedeutung hat als in dem von mir aufgestellten Gesetze. Helmholtz fährt weiter fort: „Aber wenn auch $b = \frac{2e}{cc\mu}$ eine äuſserst kleine Gröſse ist, so ist ϱ doch nicht allein von b abhängig, sondern es ist $\varrho = be'$, und e' kann noch jede beliebige Gröſse haben, folglich auch ϱ. Dabei ist wohl zu beachten, daſs, wenn wir uns e' als eine kugelförmige Masse von bestimmter Dichtigkeit denken wollten, sey es als elektrisches Fluidum, sey es als einen mit Elektricität einer Art durchdrungenen oder bedeckten Isolator, bei wachsendem e' der Durchmesser dieser Kugel wie $\sqrt[3]{e'}$ oder wie $\sqrt[2]{e'}$ wachsen würde, je nachdem e' im Innern oder an der Oberfläche angesammelt ist, ϱ aber wie e' selbst, und daſs wir also durch entsprechende Vergröſserung von e' der Gröſse ϱ jede beliebige endliche Gröſse und ihrem Endpunkte jeden beliebigen Abstand von der Oberfläche der elektrischen Masse e' geben können.“

Die hier von Helmholtz gegebene Beschreibung des elektrischen Theilchens e' zeigt offenbar, wie verschieden dasselbe nach Helmholtz's Vorstellungsweise von jedem in der Natur wirklich vorhandenen seiner Gröſse und Masse nach gegebenen *Atome* ist. Man sieht leicht ein, daſs wenn man statt der in der Natur wirklich vorhandenen Körperatome mit unmeſsbar kleinen Massen, *Atome mit Weltkörpermassen* sich denken will, was Jedermann freisteht, selbstverständlich die Molecular- oder Atom-Distanzen in dieser gedachten Welt nicht so unmeſsbar klein seyn werden wie in der wirklichen Welt. Daſs solche Riesenatome übrigens in Gemäſsheit der Fiction von festen Verbindungen ponderabler Atome unter einander und mit elektrischen herstellbar seyn würden, leuchtet von selbst ein;

es dürfte dies aber gegen das Grundgesetz der elektrischen Wirkung, was mit solchen Fictionen in gar keinem Zusammenhange steht, nicht wohl geltend gemacht werden.

Wenn hiernach die von Helmholtz gehegten Bedenken, sowohl in Beziehung auf die Möglichkeit eines perpetuum mobile, als auch in Beziehung auf meſsbare Gröſse der kritischen Entfernung ϱ, hauptsächlich von Verschiedenheiten in Grundansichten und Grundvorstellungen herzurühren scheinen, so dürfte es sich dagegen mit folgendem Einwande anders verhalten. Ein von Helmholtz erhobener Einwand besteht nämlich wesentlich darin, daſs wie Helmholtz bewiesen zu haben glaubt, aus dem von mir aufgestellten Grundgesetze folge, „daſs in gewissen Fällen bei vorwärts treibender Kraft der (getriebene) Punkt μ rückwärts beschleunigt werde und umgekehrt.“

Dieser Beweis beruht nun aber wesentlich darauf, daſs Helmholtz sowohl in Borchardt's Journ., Bd. 75, S. 47, als auch im Monatsberichte der Akad. d. Wiss. zu Berlin 1872, April 18, S. 253 von einer *lebendigen Kraft* $= \frac{1}{2}\left(\mu - \frac{1}{cc}\frac{ee'}{r}\cos\theta^2\right)q^2$ spricht, wo q diejenige Geschwindigkeit ist, mit welcher sich die Masse μ bewegt, wo aber die Gröſse $-\frac{1}{cc}\frac{ee'}{r}\cos\theta^2$ gar keine *wirklich vorhandene Masse* ist, viel weniger eine mit der Geschwindigkeit q sich bewegende Masse. Was nun Hr. Helmholtz damit hat andeuten wollen, daſs er von der Gröſse $\left(\mu - \frac{1}{cc}\frac{ee'}{r}\cos\theta^2\right)$ sagt, nicht daſs sie die Masse, welche sich mit der Geschwindigkeit q bewege, *sey*, sondern daſs sie diese Masse *vertrete* (Borchardt's Journal Bd. 75, S. 48), oder daſs sie *gleichsam* diese Masse sey (Monatsbericht 1872, April 18, S. 253), habe ich nicht errathen können, und begreife daher auch nicht, wie Helmholtz mit Hülfe dieser Vergleichung dazu gelangt ist, „als Folge des Weber'schen Gesetzes“ zu finden, „daſs in gewiſsen Fällen bei vorwärtstreibender Kraft der Punkt μ rückwärts beschleunigt werde, und umgekehrt“.

Ebenso wenig begreife ich, wie jene Gröfse, die eine Masse nur *vertrete* oder *gleichsam* eine Masse sey, auf eine andere wirklich vorhandene Masse *stossen* könne, und wie die Bewegungen derselben *nach dem Zusammenstosse* aus den Gesetzen bestimmt werden können, welche gelten würden, wenn es sich um *wirklich vorhandene mit der Geschwindigkeit q bewegte Massen* handelte.

In Borchardt's Journal sowohl als auch im Monatsberichte der Berliner Akademie hat Hr. Helmholtz die von ihm aus meinem Grundgesetze entwickelte Gleichung der lebendigen Kraft angeführt, die sich für den Fall blos *eines* beweglichen Massenpunkts μ mit dem elektrischen Quantum e in einem Raume, welcher von einer gleichmäfsig mit Elektricität belegten Kugeloberfläche vom Halbmesser R begrenzt ist, auf folgende Gleichung reducirt, wo ε das Quantum Elektricität auf der Flächeneinheit der Kugeloberfläche bezeichnet, nämlich:

$$\tfrac{1}{2}\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} . R\varepsilon e\right) q^2 - V + C = o.$$

V bezeichnet das Potential der *nicht elektrischen* Kräfte, und $\frac{dV}{ds}$ bezeichnet die *treibende Kraft*, wie Helmholtz angiebt. Es ergiebt sich aus dieser Gleichung durch Differentiation:

$$\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} . R\varepsilon e\right) q \frac{dq}{ds} - \frac{dV}{ds} = o;$$

also wenn $\frac{dV}{ds}$ positiv ist, d. i. nach Helmholtz's Angabe *bei vorwärtstreibender Kraft*, wenn zugleich $\left(\mu - \frac{4\pi}{c} . R\varepsilon e\right)$ *negativ* ist, nimmt q ab, das heifst μ wird *rückwärts beschleunigt*.

Hierbei hat nun aber Helmholtz nur *einen Theil der treibenden Kraft* berücksichtigt, nämlich denjenigen, welcher sich aus dem Potential der *nicht elektrischen* Kräfte ergiebt. Den *anderen Theil der treibenden Kraft*, welcher aus dem *elektrischen Potential* $\left(\frac{4\pi}{6cc} R\varepsilon e . q^2\right)$ sich ergiebt, welches Potential von Helmholtz mit der lebendigen Kraft $\frac{1}{2}\mu q^2$

zusammen gezogen worden ist, blos weil es mit ihr den Factor q^2 gemein hat, hat Helmholtz gar nicht berücksichtigt, indem er sagt: „*bei vorwärtstreibender Kraft nimmt q ab, oder μ wird rückwärts beschleunigt, wenn* $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ *negativ ist*". Es sollte statt dessen heifsen: Bei vorwärtstreibender *nicht elektrischer* Kraft wird μ rückwärts beschleunigt, wenn $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ negativ ist. Soll aber statt blos eines *Theils* der treibenden Kraft die *ganze treibende Kraft* in Rechnung gebracht werden, so erhält man aus der obigen Gleichung durch Differentiation:

$$\mu q \frac{dq}{ds} - \left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q\frac{dq}{ds} + \frac{dV}{ds}\right) = o,$$

wo $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q\frac{dq}{ds} + \frac{dV}{ds}\right)$ die *ganze treibende Kraft* ist, und hieraus folgt:

$$dq = \frac{ds}{\mu q}\left(\frac{4\pi}{3cc} \,.\, R\varepsilon e \,.\, q\frac{dq}{ds} + \frac{dV}{ds}\right),$$

das heifst, mit Rücksicht darauf, dafs $\frac{ds}{\mu q}$ stets positiv ist, *bei vorwärtstreibender ganzer Kraft* (elektrische und nicht elektrische zusammen genommen) *wird μ stets vorwärts beschleunigt* und umgekehrt, wobei es ganz gleichgültig ist, ob $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ einen positiven oder negativen Werth hat.

Nachdem auf diese Weise das scheinbar Ungereimte in den von Helmholtz aus meinem Grundgesetze gezogenen Folgerungen beseitigt ist, bleibt immer noch ein überraschendes Resultat übrig, nämlich dafs nach diesem Gesetze eine das Theilchen μ in seiner Bewegung *retardirende nicht elektrische* Kraft, welche durch einen negativen Werth von $\frac{dV}{ds}$ dargestellt wird, mittelbar eine elektrische Kraft $= \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q\frac{dq}{ds}$ zur Folge habe, welche das Theilchen μ in seiner Bewegung *beschleunige*, und zwar mehr beschleunige als es von ersterer Kraft retardirt wird.

Der *unmittelbare Grund* dieser elektrischen Kraft

$\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds}\right)$ liegt nun aber nicht in der Kraft $\frac{dV}{ds}$, sondern, dem Grundgesetze gemäſs, in der vorhandenen *relativen Beschleunigung*, welche hier durch $q \frac{dq}{ds}$ dargestellt ist, woraus jene Kraft in angegebener Weise durch Multiplication mit $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e$ erhalten wird. Die Beschleunigung $q \frac{dq}{ds}$ selbst aber resultirt, nach allgemeinem Bewegungsgesetze, nicht aus *einer*, sondern aus *allen vorhandenen Kräften*, also nicht blos aus der *nicht elektrischen* Kraft $\frac{dV}{ds}$, sondern auch aus der *elektrischen* Kraft $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds}\right)$ selbst, nämlich durch Division der Summe beider Kräfte durch μ, wonach

$$q \frac{dq}{ds} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{dV}{ds} + \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds}\right).$$

Hiernach können nun allerdings die Werthe der *Beschleunigung* $q \frac{dq}{ds}$ und der *elektrischen Kraft* $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds}\right)$ mittelbar auch als blos abhängig von der gegebenen *nicht elektrischen Kraft* $\frac{dV}{ds}$ dargestellt werden, nämlich:

$$q \frac{dq}{ds} = \frac{1}{\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e} \,.\, \frac{dV}{ds},$$

$$\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds} = \frac{\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e}{\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e} \,.\, \frac{dV}{ds}.$$

Wenn also der gegebene Werth von $\frac{dV}{ds}$ *negativ* ist, so würde sich bei sehr kleinem negativen Werthe von $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ aus einer *gegebenen*, die mit der Geschwindigkeit q bewegte Masse μ *rückwärts treibenden*, *nicht elektrischen* Kraft eine viel grössere, dieselbe Masse *vorwärts treibende elektrische* Kraft ergeben.

Und da einleuchtet, daſs der Nenner $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ nur für einen positiven Werth von εe Null oder negativ werden kann, d. h. nur dann, wenn die Elektricität, mit welcher die Kugeloberfläche belegt ist, von gleicher Art ist wie die Elektricität, welche an der beweglichen ponderablen Masse haftet, so ergiebt sich für $\mu > \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e$ die elektrische Kraft $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q\frac{dq}{ds}\right)$ von *gleicher Richtung* wie die nicht elektrische Kraft $\frac{dV}{ds}$, und ihre *Gröſse*, welche für $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e = \frac{1}{2}\mu$ der anderen Kraft gleich ist, wächst mit zunehmendem Werthe von $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e$, bis sie für $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e = \mu$ *unendlich* wird und dann das *Vorzeichen wechselt.*

Ein solcher Sprung in der *Grösse und Richtung* der elektrischen Kraft, nämlich von $+\infty$ zu $-\infty$ könnte nun, wenn er aus dem Gesetze wirklich folgte, als eine Verletzung der Stetigkeit, allerdings mit Recht Anstoſs erregen; ein solcher Sprung tritt wirklich aber nach dem Gesetze gar nicht ein, weil nämlich die Masse μ mit ihrer Ladung e in Folge der ihr ertheilten immer wachsenden Beschleunigung im Innern des Kugelraumes gar nicht so lange verweilen kann, bis $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e = \mu$ geworden ist, sondern schon früher bis an die vom festen Isolator gebildete Kugeloberfläche getrieben worden seyn müſste, durch deren Widerstand wieder Ruhe hergestellt worden wäre.

Diese Folgerungen, wie man hieraus sieht, enthalten durchaus nichts Ungereimtes, und können unter so ganz auſserordentlichen Verhältnissen, an deren wirkliche Darstellung doch gar nicht zu denken ist, nicht einmal für unerwartet gelten. Denn rechnet man für wirklich darstellbare elektrische Ladungen auf jedes Milligramm des ponderablen Trägers etwa 10 elektrostatische Einheiten Ladung, also $\frac{e}{\mu} = 10$, und rechnet man ferner dieselbe Ladung auf jedes Quadratmillimeter der Oberfläche, also $\varepsilon = 10$; so ergiebt sich aus $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e > \mu$ die Forderung, einen kugelförmigen Isolator darzustellen, dessen Halbmesser $R > \frac{3cc}{400.\pi} > 46.10^{19}$ Millimeter wäre, d. h. gröfser als der Abstand der Erde von der Sonne 3 Millionen Mal genommen. —

Auf andere fast noch merkwürdigere, doch nicht ungereimte, Folgerungen aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung ist übrigens schon in der ersten Abhandlung über elektrodynamische Maafsbestimmungen im Jahre 1846 die Aufmerksamkeit gerichtet worden, insbesondere darauf, dafs die *Wechselwirkung zweier Körper* dadurch mittelbar von der *Gegenwart dritter Körper* abhängig gemacht werde, woraus Kräfte resultiren, welche Berzelius mit dem Namen *katalytischer* bezeichnet hat.

Finden nun aber auch diese Folgerungen keine Analogien in den aus anderen Gesetzen gezogenen Folgerungen, so kann doch sehr wohl die Frage aufgeworfen werden, ob dieser Mangel an Analogie ein Nachtheil oder ein Vorzug sey, da zur Erklärung vieler Erscheinungsgebiete, insbesondere solcher, welche mit der molecularen Constitution der Körper in näherer Beziehung stehen, alle Folgerungen aus dem Gravitationsgesetze und aus allen anderen nach Analogie mit demselben aufgestellten Gesetzen offenbar nicht führen können; Gesetze anderer Art also dazu nothwendig erscheinen.

IV.

Identität der in allen Körpern enthaltenen beweglichen Theile, deren Bewegung *Wärme*, *Magnetismus* oder *Galvanismus* ist.

Man theilt alle ponderablen Körper in feste, flüssige und luftförmige, und unterscheidet Statik und Dynamik dieser Körper, je nachdem man sie im Ruhe- oder im Bewegungszustande betrachtet. Indem man aber in der Statik dieser Körper von ihrem Ruhezustande spricht, bezeichnet man damit keineswegs einen Zustand der Ruhe *aller* in den Grenzen dieser Körper eingeschlossenen Theile, sondern nur der in diesen Grenzen eingeschlossenen *pon-*

derablen Theile. Ohne diese Beschränkung würde niemals vom Ruhezustande eines Körpers gesprochen werden können, weil in jedem Körper aufser seinen ponderablen Theilen noch andere Theile enthalten sind, die nie zur Ruhe kommen.

Denn *erstens* hat die genauere Erforschung aller an ponderablen Körpern beobachteten *elektrischen* Erscheinungen dahin geführt, dafs im Innern aller dieser Körper (auch sogenannter fester und in Ruhe befindlicher) bewegliche Theile vorhanden sind, nämlich elektrische, und dafs die Bewegungen dieser Theile im Innern jener Körper der Grund aller galvanischen und elektrodynamischen Erscheinungen und Wirkungen jener Körper seyen.

Zweitens hat die genauere Erforschung aller an ponderablen Körpern beobachteten *magnetischen* Erscheinungen, sowohl der paramagnetischen, als auch der diamagnetischen, ebenfalls dahin geführt, dafs im Innern aller dieser Körper bewegliche Theile vorhanden seyen, welche man lange Zeit unter dem Namen der *magnetischen Fluida* von jenen ersteren, nämlich von den elektrischen, zu unterscheiden versucht hat. Von diesen magnetischen Fluidis wurde behauptet, dafs sie im Innern der Körper nach Verschiedenheit der Verhältnisse verschieden *vertheilt* sein könnten, dafs sie aber unter beharrlichen Verhältnissen zu Ruhe und Gleichgewicht gelangten. In der *Vertheilung* dieser magnetischen Fluida liege der Grund der magnetischen Erscheinungen, ohne dafs es dazu fortdauernder Bewegungen derselben bedürfe. Doch hat die weiter geführte Untersuchung ergeben, dafs in solchen ruhenden magnetischen Fluidis, wie sie auch vertheilt sein mögen, nicht der Grund von *allen* magnetischen Erscheinungen (paramagnetischen und diamagnetischen) liegen könne; dafs aber *alle* diese Erscheinungen aus dem Vorhandensein *fortwährend bewegter Theile im Innern der ponderablen Körper* erklärt werden können, und zwar der nämlichen Theile, deren Bewegungen der Grund aller galvanischen und elektrodynamischen Erscheinungen und Wirkungen sind, nämlich der *elektrischen.*

Drittens kommt endlich noch hinzu, dafs auch die Erforschung der jedem ponderablen Körper zukommenden *Temperatur* dahin geführt hat, dafs im Innern aller dieser Körper bewegliche Theile vorhanden sind, und dafs der Grund aller an diesen Körpern beobachteten Temperaturerscheinungen, d. i. die *Wärme*, in Bewegungen dieser Theile bestehe.

Sind nun die in allen ponderablen Körpern enthaltenen beweglichen Theile, deren Bewegungen der Grund aller galvanischen Wirkungen sind, keine anderen Theile als diejenigen, deren Bewegungen der Grund aller magnetischen Wirkungen (paramagnetischen und diamagnetischen) sind; so ist die Vermuthung sehr nahe gelegt, dafs auch die in allen ponderablen Körpern enthaltenen Theile, deren Bewegung *Wärme* ist, identisch seyen mit den im Innern der ponderablen Körper enthaltenen Theilen, deren Bewegung *Magnetismus* ist, folglich auch identisch mit den im Innern der ponderablen Körper enthaltenen Theilen, deren Bewegung *Galvanismus* ist. Wenn man nämlich auch im Innern der Körper das Vorhandensein von Theilen, die sich bewegen, während die ponderablen Theile in Ruhe verharren, im Allgemeinen zugeben mufs; so wird man doch viel mehr Bedenken tragen, das Vorhandenseyn *mehrerer Arten solcher Theile*, und zwar in jedem kleinsten Körpertheile, anzunehmen, die von einander gehörig zu sondern und jede einzeln genauer zu erforschen wenig Aussicht vorhanden sein würde. — Diese vermuthete Identität wird nun auch durch Thatsachen bestätigt, die in folgendem näher betrachtet werden sollen.

V.

Identität der von der elektromotorischen Kraft im Strome erzeugten lebendigen Kraft mit der vom Strome im Leiter erzeugten Wärme.

Die Wärmeerzeugung durch den galvanischen Strom im Stromleiter ist Gegenstand vieler Untersuchungen gewesen, durch welche das Gesetz begründet worden ist, dafs das ***mechanische Aequivalent der erzeugten Wärme*** im

Zeitelemente dt gleich ist dem Produkte von dt in das Quadrat der Stromintensität i und den Widerstand w des Leiters, durch welchen der Strom geht, beide nach absoluten magnetischen Maaſsen gemessen. Doch ist dabei zu bemerken, daſs die meisten hierüber ausgeführten Messungen wirklich gar nicht auf absolute Maaſse zurückgeführt worden sind, und daſs diese Zurückführung, wo sie versucht worden, doch noch nicht die wünschenswerthe Genauigkeit und Sicherheit erlangt hat, weil es bisher an Widerstandsskalen mit genau verbürgter Reduction auf absolutes Maaſs gefehlt hat. Denn die einzigen zu solchen Zwecken bisher brauchbaren Widerstandsskalen sind die erst in neuester Zeit von Siemens ausgeführten, und die einzige genau verbürgte Reduction dieser Skalen auf absolutes Widerstandsmaaſs ist erst von Kohlrausch (Ergänzungsband VI, 1873, S. 1) gegeben worden.

Hiernach wäre streng genommen nur das Gesetz der *Proportionalität* der Wärmeerzeugung mit dem Product $iiwdt$ als bewiesen zu betrachten, und es würde, um *Gleichheit* dafür setzen zu können, noch feinerer absoluter Maaſsbestimmungen bedürfen als bisher haben ausgeführt werden können. Wir wollen indessen diese *Gleichheit*, obwohl sie noch nicht mit hinreichender Genauigkeit, aber doch näherungsweise bewiesen worden ist, hier einstweilen annehmen, was auch von andern Physikern geschehen ist.

Nach den beim Ausspruch dieses Gesetzes zu Grunde gelegten *magnetischen Maaſsen* ist nun aber bekanntlich der Leitungswiderstand $w = \frac{e}{i}$, wo e die elektromotorische Kraft und i die Intensität des von dieser Kraft im Leiter hervorgebrachten Stroms bezeichnet. Das mechanische Aequivalent der vom Strome im Zeitelemente dt erzeugten Wärme kann daher, statt durch $iiwdt$ auch durch $eidt$ dargestellt werden.

Ferner ergiebt sich, daſs *nach magnetischen Maaſsen* *erstens* die Stromintensität $i = 2Eu.\frac{\sqrt{2}}{c}$ ist[1]), wo mit $2Eu$ die Summe des Products der in der Längeneinheit des Leiters enthaltenen positiven Elektricität in elektrostatischen Einheiten $+E$ in ihre Geschwindigkeit $+u$, und des Products der in der Längeneinheit des Leiters enthaltenen negativen Elektricität in elektrostatischen Einheiten $-E$ in ihre Geschwindigkeit $-u$ bezeichnet wird.

Zweitens ergiebt sich, daſs *nach magnetischen Maaſsen* die elektromotorische Kraft $e = \frac{f}{E} \cdot \frac{c}{\sqrt{2}}$ ist[2]), wo f die halbe Differenz der in mechanischem Maaſse ausgedrückten Kräfte, welche auf die positive und auf die negative Elektricität im Leiter nach Richtung des Leiters wirken, und E die Zahl der elektrostatischen Einheiten, welche in der

1) Siehe die vierte Abhandlung über Elektrodynamische Maaſsbestimmungen, 1857, S. 264, wo das Verhältniſs des magnetischen Maaſses der Stromintensität zum mechanischen $= c\sqrt{2}:4$ angegeben ist. — Die Stromintensität nach mechanischem Maaſse wird, indem blos die positive Elektricität berücksichtigt wird, wie dies auch bei der Bestimmung der Stromrichtung üblich ist, durch Eu ausgedrückt, wo E die in der Längeneinheit des Leiters enthaltene positive Elektricität in elektrostatischen Einheiten, und u die Geschwindigkeit bezeichnet, mit der sich dieselbe bewegt. Siehe die erste Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen 1846. Art. 21, S. 114 f. — Hiernach ergiebt sich die Stromintensität nach magnetischem Maaſse $i = Eu.\frac{2\sqrt{2}}{c}$.

2) Unter der auf einen Leiter ausgeübten elektromotorischen Kraft versteht man die Differenz der in mechanischem Maaſse ausgedrückten Kräfte, welche auf die positive und auf die negative Elektricität im Leiter wirken würden, wenn jede Längeneinheit des Leiters die Einheit der positiven und negativen Elektricität enthielte. Und zwar wenn jede Längeneinheit die *elektrostatische Einheit* positiver und negativer Elektricität enthielte, so würde die auf den Leiter wirkende elektromotorische Kraft in *mechanischem Maaſse* ausgedrückt seyn; wenn sie dagegen die *magnetische Einheit* positiver und negativer Elektricität enthielte, welche $\frac{c}{2\sqrt{2}}$ Mal gröſser ist als die elektrostatische, so würde die auf den Leiter wirkende elektromotorische Kraft in *magnetischem Maaſse* ausgedrückt seyn. — Bezeichnet man nun

Längeneinheit des Leiters an positiver oder negativer Elektricität enthalten sind, bezeichnet.

Hieraus folgt das mechanische Aequivalent der vom Strome im Leiter erzeugten Wärme:

$$iiwdt = eidt = 2fudt = (+f).(+udt) + (-f).(-udt),$$

gleich der Summe der Producte der auf jedes strömende Theilchen wirkenden Kraft in den von diesem Theilchen in der Richtung der auf dasselbe wirkenden Kraft zurückgelegten Weg, d. i. gleich der Stromarbeit.

Wirkt nun keine andere Kraft auf die im Leiter strömende Elektricität als die elektromotorische Kraft, so leuchtet ein, daſs die lebendige Kraft der strömenden Elektricität zunehmen muſs, und daſs die Gröſse dieser Zunahme durch die Gröſse der *Stromarbeit* gegeben ist. Aus dieser Zunahme der lebendigen Kraft der strömenden Elektricität folgt dann ferner eine Zunahme der Geschwindigkeit mit welcher die strömende Elektricität sich bewegt. Wenn daher die strömende Elektricität im Leiter in gar keine andere Bewegung geriethe als in Strombewegung, so würde daraus ein stetiges Wachsthum der Stromintensität folgen, was aber in Widerspruch stehen würde mit dem hier vorausgesetzten *beharrlichen Strome*, zu dessen Hervorbringung nach dem Ohm'schen Gesetze eine beharrliche elektromotorische Kraft erfordert wird.

Es bleibt daher in dem hier vorausgesetzten Falle nur übrig, daſs die Elektricität im Leiter sich *nicht immer in bloſser Strombewegung* befinde, sondern daſs diese Strombewegung zeitweise in eine *andere* Bewegung übergehe und umgekehrt.

mit $2f$ die Differenz der in mechanischem Maaſse ausgedrückten Kräfte, welche auf die im Leiter enthaltene positive und negative Elektricität wirklich wirken, und mit E die Zahl der elektrostatischen Einheiten, welche in jeder Längeneinheit an positiver oder negativer Elektricität enthalten ist; so ergiebt sich die auf den Leiter ausgeübte elektromotorische Kraft in *mechanischem Maaſse* ausgedrückt $= \frac{2f}{E}$, in *magnetischem Maaſse* $e = \frac{f}{E} \cdot \frac{c}{\sqrt{2}}$.

Ist nun diese *andere* Bewegung die im Leiter stets vorhandene Bewegung der Elektricität um die ponderablen Molecüle herum, die der Grund von allen magnetischen (paramagnetischen und diamagnetischen) Erscheinungen ist, und an der eine so grofse Menge Elektricität Theil nimmt, dafs die Menge der strömenden Elektricität dagegen verschwindet; so ergiebt sich von selbst, dafs die strömende Elektricität immer mit geringerer Geschwindigkeit von den vorhergehenden Molecularströmen ausgegangen sein mufs, als sie zu den folgenden Molecularströmen hingelangt, in Folge der Beschleunigung, die sie auf ihrem Wege durch die elektromotorische Kraft erlitten hat; dass aber die von der strömenden Elektricität dadurch gewonnene Zunahme an lebendiger Kraft an der nächsten Station sogleich an die Molecularströme wieder abgegeben wird, so dafs bei beharrlichem Strome blos die *Molecularströme* an lebendiger Kraft zunehmen. Diese Zunahme an lebendiger Kraft ist nichts anderes als die vom Strome im Leiter erzeugte Wärme selbst, wie sich daraus ergiebt, dafs sie dem mechanischen Aequivalent der erzeugten Wärme gleich ist, was, wie schon bemerkt, wenigstens näherungsweise bewiesen worden ist. — Es wird hierdurch die am Schlusse des vorigen Artikels ausgesprochene Vermuthung bestätigt, dafs die in allen ponderablen Körpern enthaltenen beweglichen Theile, deren Bewegung *Wärme* ist, *identisch* sind mit den in allen ponderablen Körpern enthaltenen Theilen, deren Bewegung *Magnetismus* ist. Es giebt keine andern von den ponderablen unabhängig beweglichen Theile im Innern der Körper als diese, nämlich die *elektrischen* Theile.

VI.

Bewegung der Elektricität in Conductoren.

Befindet sich die Elektricität in allen Körpern fortwährend in Bewegung, besonders um die ponderablen Molecüle herum, und sind diese Bewegungen der Grund aller *galvanischen*, *magnetischen* und *Wärmeerscheinungen*; so gilt dies auch von der Elektricität in *Conductoren*, zumal in *metallischen Conductoren,* die sich vor allen andern Körpern durch ihr *galvanisches* Verhalten, ferner in Beziehung auf *Wärmeleitung* und einige endlich, wie Eisen und Wismuth, auch durch ihren *Magnetismus* oder *Diamagnetismus* auszeichnen, wovon der Grund offenbar in besonderen Verhältnissen zu suchen ist, in welchen die Elektricität in diesen Körpern sich befindet.

Elektrische Strombewegungen finden vorzugsweise in *metallischen Leitern* statt, und zwar *rein elektrische* (nämlich solche, wo nur die Elektricität strömt, ohne Theilnahme der ponderablen Theile), *nur* in metallischen Leitern; denn in *nicht metallischen* sogenannten feuchten oder *zersetzbaren Leitern* findet keine Strömung ohne *elektrolytische* Wirkung statt, d. h. nicht ohne Theilnahme ponderabler Theile an der Strömung, und zwar anderer ponderabler Theile an der Strömung der positiven Elektricität, anderer an der Strömung der negativen.

Zunächst nun bedarf die *Beharrlichkeit* elektrischer Ströme in metallischen Leitern einer näheren Erläuterung. Es ist nämlich aus den Ohm'schen Gesetzen bekannt, daſs in geschlossenen Leitern ein *beharrlicher Strom* nur unter beharrlicher Fortwirkung einer bestimmten *elektromotorischen Kraft* existiren kann, und nach dem vorigen Artikel müſste eine solche elektromotorische Kraft die in ihrer Richtung strömende Elektricität *beschleunigen*, wodurch also die Stromintensität verändert würde.

Besteht aber der Strom im Leiter, wie im vorigen Artikel angegeben, aus lauter *Stromelementen,* in welchen die Strombewegung ununterbrochen nur von einem Leitermolecüle zum andern geht, und vermischt sich ein elektrisches Theilchen, wenn es durch diese Strombewegung zum andern Leitermolecüle gelangt ist, mit der hier vorhandenen Elektricität, die sich um dieses Molecüle herum bewegt, indem es selbst von Strombewegung zu Rotationsbewegung *übergeht,* während statt seiner irgend ein anderes Theilchen der hier vorhandenen Elektricität, indem es umgekehrt von Rotationsbewegung zu Strombewegung *übergeht,* ein zweites Stromelement bildet u. s. w.; so leuchtet ein, dafs zwar Beschleunigung der Elektricität in jedem Stromelemente durch die elektromotorische Kraft stattfinden mufs, dafs aber darum keine Intensitätszunahme des ganzen Stromes stattzufinden braucht, wenn nämlich in allen Stromelementen die elektrischen Theilchen ihre Strombewegung mit einer immer gleichen, *aber geringeren* Geschwindigkeit beginnen und dieselbe auch mit einer immer gleichen *aber gröfseren* Geschwindigkeit beschliefsen.

Es geht daraus hervor, dafs in metallischen Leitern der *Uebergang* elektrischer Theilchen von Rotationsbewegung zu Strombewegung und umgekehrt eine besondere Rolle spielen müsse; denn durch diesen Uebergang soll die elektrische Leitung selbst vermittelt werden.

Dazu kommt nun aber, dafs *elektrische Leitung* und *Wärmeleitung* in metallischen Conductoren in nächster Beziehung stehen, und es leuchtet ein, dafs, wenn Wärme wirklich identisch mit der lebendigen Kraft der im Innern der ponderablen Körper sich fortwährend bewegenden Elektricität ist, *Wärmeleitung in metallischen Conductoren* ebenso wie elektrische Stromleitung durch den *Uebergang* von Rotationsbewegung in Strombewegung und umgekehrt vermittelt werden mufs.

Liegt nun der Grund des elektrischen und Wärme-Leitungsvermögens metallischer Leiter darin, dafs die in Rotationsbewegung befindlichen elektrischen Theile in Strombewegung *übergehen* können und umgekehrt, so fragt sich, wovon dieser Uebergang abhängt, und warum derselbe in *Conductoren* stattfinde, in *Isolatoren* aber nicht stattfinde. Zu diesem Zwecke gehen wir zu den in der letzten Abhandlung über elektrodynamische Maafsbestimmungen (im 10. Bd. der Abhandlungen d. K. S. Ges. d. Wiss. 1871, Art. 16) betrachteten Molecularbewegungen zweier *ungleichartiger* elektrischer Theilchen über und zu den darauf sich gründenden Verschiedenheiten der molecularen *Körperconstitutionen.*

Beschränken wir uns nämlich auf solche Systeme, welche aus Paaren von Theilchen bestehen, von denen das eine $-e$ negativ elektrisch und an eine ponderable Masse gebunden ist, das andere $+e$ positiv elektrisch ist und sich um ersteres herum bewegt, so können solche Systeme sich durch folgende Eigenschaften gradweise von einander unterscheiden.

Erste Eigenschaft. Jedem solchem Systeme kommt ein bestimmter und zwar negativer Werth von ϱ zu (wenn nämlich $\frac{ee'}{a} = \varrho$ gesetzt wird und die Vorzeichen von e und e' davon abhängig gemacht werden, ob die damit bezeichneten Theilchen der positiven oder negativen Elektricität angehören), der für verschiedene Systeme sehr verschieden seyn kann. Es ist also eine *Eigenschaft* solcher Systeme, dafs jedem derselben ein bestimmter Werth von ϱ, oder von ϱcc, zukommt, durch den es von andern Systemen unterschieden werden kann.

Zweite Eigenschaft. Nach Art. 11 a. a. O. ist $rr\alpha\alpha = r_0 r_0 \alpha_0 \alpha_0$ (wenn r_0, α_0 die anfänglichen, r, α die gegenwärtigen Werthe der Entfernung beider Theilchen von einander und ihrer relativen Geschwindigkeit in der Richtung senkrecht auf ihre Verbindungslinie bezeichnen) eine *Constante* des Systems, so lange wenigstens, als keine andern Kräfte auf die Theilchen wirken, als die, welche aus ihrer Wechselwirkung resultiren. Diese *Constante* ist eine *zweite Eigenschaft*, welche ebenfalls zur Unterscheidung verschiedener Systeme dienen kann; jedoch sind dadurch keine *bleibenden* Unterscheidungen gegeben, sondern es können in Folge *äufserer* Einflüsse Uebergänge von einem Systeme zu einem andern stattfinden.

Dritte Eigenschaft. Bei einem *beharrlichen* Systeme kann zwar der Abstand beider Theilchen sich ändern, aber es mufs einen endlichen kleinsten Abstand r_0, sowie auch einen gröfsten r^0 geben, der von ersterem abhängt. Der Werth des kleinsten Abstandes r_0 kann nun für verschiedene Systeme verschieden seyn und kann daher als eine *dritte* zur Unterscheidung verschiedener Systeme dienende *Eigenschaft* betrachtet werden, die jedoch ebenfalls Aenderungen in Folge von äufseren Einflüssen unterworfen ist.

Bezeichnet man nun den aus den 3 Constanten ϱcc, $r_0 r_0 \alpha_0 \alpha_0$ und r_0 durch Division der zweiten mit dem Product aus der ersten und letzten gebildeten Quotienten eines solchen Systems (worin $\varrho = \frac{ee'}{a}$, wie schon bemerkt, einen negativen Werth hat) mit $-n$, setzt also

$$n = -\frac{r_0 \alpha_0 \alpha_0}{\varrho cc},$$

so ergiebt sich nach Art. 16 a. a. O. folgende Bewegungsgleichung, worin u die relative Geschwindigkeit beider Theilchen bezeichnet, nämlich:

$$\frac{\varrho - r}{\varrho} \cdot \frac{uu}{cc} = \left(\frac{r}{r_0} - 1\right) \cdot \left(n\left[\frac{r_0}{r} + 1\right] - 1\right).$$

Es folgt hieraus, dafs für $u = o$ entweder $r = r_0$ oder $r = \frac{n}{1-n} r_0 = r^0$ ist.

Ferner ergiebt sich daraus die Unterscheidung zwischen *beharrlichen* und *nicht beharrlichen* Systemen, nach den Werthen von n. Ein *beharrliches System*, nämlich mit r_0 als kleinstem und r^0 als gröfstem Werthe von r, existirt nur für $1 > n > \frac{1}{2}$, d. i. wenn der Werth von n zwischen $\frac{1}{2}$ und 1 liegt; denn für $n > 1$ und für $n < o$ ergiebt sich, dafs für r^0, was wesentlich positiv ist, gar kein Werth existirt, und für $\frac{1}{2} > n > o$ würde $r = r^0 < r_0$ erhalten werden, d. h. die Gleichung würde dann nicht dazu dienen, aus dem kleineren der beiden Werthe von r, für welche $u = o$ ist, den gröfseren zu finden, sondern umgekehrt aus dem gröfseren den kleineren.

Alle *beharrlichen* Systeme lassen sich sodann in zwei Classen theilen, nämlich in solche, wo $\frac{1}{2} < n < 1 - \varepsilon$ ist, welche *Isolatoren* sind, und in solche, wo $1 - \varepsilon < n < 1$ ist, welche *Conductoren* sind. Hierin wird ε dadurch bestimmt, dafs für $n = 1 - \varepsilon$ der gröfsere Werth von r, für welchen $u = o$ ist, welcher mit r^0 bezeichnet worden, so grofs ist, dafs das bewegte Theilchen in die Wirkungssphäre des Nachbarsystems eintritt, und daher aus einem System ins andere übergeht. Setzt man diesen Werth von $r^0 = (1 + \mu) r_0$ und beachtet, dafs allgemein $r^0 = \frac{n}{1-n} r_0$ ist, so erhält man für $n = 1 - \varepsilon$ die Gleichung $1 + \mu = \frac{n}{1-n}$ folglich $\varepsilon = \frac{1}{2+\mu}$.

Für den Werth $n = 1 - \varepsilon$, wo der *Uebergang vom Isolator zum Conductor* stattfindet, ist das Leitungsvermögen $= 0$, und dasselbe wächst mit n, wenn letzteres gröfser als $1 - \varepsilon$ ist und noch zunimmt.

VII.

Zweierlei Wärmeverbreitung in ponderabelen Körpern.

Die Betrachtungen des vorigen Artikels waren im Wesentlichen auf die Bewegungsgesetze zweier elektrischer Theilchen, die blos ihrer eigenen Wechselwirkung überlassen sind, gebauet. Waren andere Theilchen noch vorhanden, so wurden dieselben so entfernt angenommen, dafs ihr Einflufs gegen den der beiden betrachteten Theilchen auf einander nahezu verschwinde. Nur in dem Falle, wo die beiden Theilchen eines Paares sich immer weiter von einander entfernen, mufs es eine Gränze geben, über die hinaus der Einflufs der andern Theile gröfser als die Wechselwirkung der betrachteten Theile auf einander wird. Die für diesen Uebergang geltenden Bewegungsgesetze lassen sich aber bekanntlich nicht vollständig und allgemein entwickeln. Es ist daher im vorhergehenden Artikel nur das eine Resultat angeführt worden, dafs die beiden Theile, welche bisher ein Paar bildeten, von einander getrennt werden, und mit andern Theilen sich zu neuen Paaren vereinigen.

Ist nun *Wärme* die lebendige Kraft beweglicher Theile im Innern ponderabler Körper, und sind diese beweglichen Theile positiv elektrische, die sich um negativ elektrische an ponderablen haftende Theile herum bewegen, so leuchtet ein, dafs in *metallischen Conductoren*, wie sie im vorigen Artikel definirt worden, an der Gränzfläche je zweier Conductorelemente, *Wärmeverbreitung durch Leitung* stattfinden werde, und zwar gleichzeitig in entgegengesetzten Richtungen, indem nämlich einzelne positiv elektrische Theilchen mit der Tangential-Geschwindigkeit ihrer Rotationsbewegung von einem Molecül auf der einen Seite herkommend die Gränzfläche überschreiten und sich mit der rotirenden Elektricität eines Molecüls auf der anderen Seite der Gränzfläche vermischen und umgekehrt. Diese *Wärmeverbreitung in metallischen Conductoren*, welche durch Uebertragung von lebendiger Kraft *sammt ihrem Träger* erfolgt, heifse *Wärmeverbreitung durch Emission*, oder kurz *Wärmeleitung*.

Nun findet aber in *Isolatoren* ebenfalls *Wärmeverbreitung* statt, d. h. Uebertragung von lebendiger Kraft vom Molecül auf der einen Seite zum Molecül auf der andern Seite der Gränzfläche zweier Isolatorelemente, und umgekehrt, jedoch ohne dafs die elektrischen Theilchen, welche die Träger dieser lebendigen Kräfte sind, selbst die Gränzfläche überschritten. Diese *zweite Art von Wärmeverbreitung*, wie sie bei Isolatoren stattfindet, durch *Uebertragung von lebendiger Kraft ohne ihren Träger*, heifse *Wärmeverbreitung durch Strahlung*, oder kurz *Wärmestrahlung*. Sie findet auch statt von einem ponderablen Körper zum andern durch den leeren Raum, z. B. durch den Weltenraum.

Für diese Wärmeverbreitung durch Strahlung im leeren Raume oder in Isolatoren gilt bekanntlich dasselbe wie für die Lichtstrahlung, nämlich dafs sie durch Wellenfortpflanzung vermittelt wird, was die Existenz eines wellenfortpflanzenden Mediums voraussetzt. Die Beschaffenheit dieses Mediums hat man bisher aus den Gesetzen der Wellenbewegungen, wie sie aus den Beobachtungen der Lichterscheinungen gefunden worden, kennen zu lernen gesucht; bestände nun aber dieses Medium aus Elektricität, und besäfse man nähere Kenntnifs von seiner Constitution, so würde es möglich seyn, aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung die Gesetze jener Wellenbewegungen zu entwickeln und die Lichterscheinungen daraus zu erklären, was auch wirklich auf verschiedene Weise versucht worden ist, worauf aber näher einzugehen hier zu weit führen würde.

VIII.

Ueber die von Kohlrausch entwickelte Ansicht von der Thermo-Elektricität.

Wir haben zwei Arten der Wärmeverbreitung, nämlich Leitung und Strahlung unterschieden, welche mit zwei Arten der Verbreitung elektrischer Bewegung zusammenfallen, nämlich mit der Verbreitung der Bewegung entweder mit ihrem Träger oder ohne ihren Träger. Die *erstere* Verbreitungsweise findet in *metallischen Leitern* statt, in denen die Elektricität auch durch *elektromotorische Kräfte* in Strombewegung versetzt werden kann.

Die elektrischen Strömungen aber, welche stattfinden, auch wenn die Theilchen von keinen elektromotorischen Kräften getrieben werden, sondern indem sie blos den Gesetzen folgen, nach welchen sie sich vermöge ihrer Wechselwirkung um einander bewegen, wobei sie sich aber von einander entfernen, bis sie die Moleculargränzen überschreiten, unterscheiden sich wesentlich von den durch elektromotorische Kräfte hervorgebrachten elektrischen Strömen dadurch, dafs bei ersteren durch die Gränzfläche *zweier gleicher und gleich warmer* Molecüle vorwärts gleich viel Elektricität wie rückwärts geht, während bei den durch *elektromotorische Kräfte* hervorgebrachten Strömen durch die Gränzfläche in der Richtung der Kraft eine gröfsere Menge Elektricität als in entgegengesetzter Richtung geht. Jene entgegengesetzt gleichen Ströme heben einander auf, so dafs kein Strom im engeren Sinne übrig bleibt; denn unter Strom im engeren Sinne versteht man nur die *Differenz* der beiden entgegengesetzten Strömungen.

Bei *gleichen aber ungleich warmen* Molecülen eines metallischen Leiters, auf den sonst keine elektromotorische Kräfte wirken, durch die ein beharrlicher Strom in geschlossener Kette hervorgebracht würde, kann zwar während eines Augenblicks von dem wärmeren Molecüle durch die Gränzfläche zum kälteren eine gröfsere Menge Elektricität gehen als rückwärts, aber dieser Augenblick dauert nur so lange, bis der zu den kälteren Molecülen gelangende Ueberschufs von Elektricität eine Ladung erzeugt hat, die eine elektromotorische Kraft am Orte der Gränzfläche ausübt, durch welche eben so viel Elektricität von den kälteren Molecülen durch die Gränzfläche rückwärts getrieben wird, als ohnedem vorwärts, so dafs dadurch wieder Gleichheit hergestellt wird.

Nach so hergestellter Gleichheit ist der *elektrische Strom*, welcher einen Augenblick durch die Gränzfläche ging, verschwunden; der *Wärmestrom* dagegen kann auch dann noch fortdauern, wenn nämlich die von den wärmeren Molecülen kommenden Theilchen *mit gröfserer Geschwindigkeit* sich bewegen, als die von den kälteren kommenden. Man sieht hieraus, dafs aus dem engen Zusammenhange zwischen Wärmeströmung und elektrischer Strömung, welcher darauf beruht, dafs beide von der durch die Gränzfläche gehenden Elektricität herrühren, *keineswegs nothwendig folge*, dafs kein Wärmestrom ohne elektrischen Strom existiren könne, oder umgekehrt.

Nach der von Kohlrausch über *Thermoelektricität* in den „Nachrichten d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen“ 1874, S. 65 entwickelten Ansicht soll nun aber ein solcher Zusammenhang zwischen Wärmeströmen und elektrischen Strömen *wirklich* existiren, in der Art wie es der Fall sein würde, wenn Elektricität und Wärme zwei Körper wären, welche unter einander durch Cohäsionskräfte zusammenhingen, wo dann von einer Fortführung der Wärme durch die Elektricität, ebenso wie der Elektricität durch die Wärme sehr wohl die Rede seyn könnte. Nun ist aber die Wärme kein Körper, sondern die lebendige Kraft eines Körpers, und der *Wärmestrom* folglich die Uebertragung von lebendiger Kraft von einem Ort zum andern, *entweder* mit ihrem Träger, wie in metallischen Leitern, *oder* ohne Träger, wie in Isolatoren. Nur im *ersteren* Falle, leuchtet ein, nämlich in metallischen Leitern, könnte möglicher Weise der von Kohlrausch vermuthete Zusammenhang stattfinden; im *letzteren* Falle ist ein solcher Zusammenhang nicht möglich, weil dann gar kein elektrischer Strom existirt.

Durch ein Element f der Gränzfläche zwischen zwei metallischen Leiterelementen gehe von den wärmeren Molecülen auf der einen Seite zu den kälteren auf der andern Seite der Gränzfläche in der Zeiteinheit die elektrische Masse ε (in Milligrammen) mit der Geschwindigkeit α. Durch dasselbe Element der Gränzfläche gehe von den kälteren Molecülen zu den wärmeren rückwärts die Masse ε' mit der Geschwindigkeit α'. Hierdurch ist ein durch f gehender *elektrischer Strom* und zugleich ein durch f gehender *Wärmestrom* gegeben, jener von der Intensität $i = (\varepsilon - \varepsilon')$, nach mechanischem Maaſse (Milligramm als Masseneinheit), dieser von der Intensität $W = (\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha')$, nach mechanischen Aequivalenten.

Hienach sind im Allgemeinen folgende Fälle möglich: 1) daſs $\varepsilon = \varepsilon'$ wäre, wo ein Wärmestrom von der Intensität $\varepsilon(\alpha\alpha - \alpha'\alpha')$ ohne elektrischen Strom existiren würde; 2) daſs $\varepsilon\alpha\alpha = \varepsilon'\alpha'\alpha'$ wäre, wo ein elektrischer Strom von der Intensität $(\varepsilon - \varepsilon')$ existiren würde ohne Wärmestrom; 3) daſs, wenn auch weder $\varepsilon = \varepsilon'$ noch $\varepsilon\alpha\alpha = \varepsilon'\alpha'\alpha'$ wäre, doch ein bestimmtes Verhältniſs zwischen $(\varepsilon - \varepsilon')$ und $(\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha')$ stattfände, was bei Temperaturänderungen des Leiters constant bliebe, aber nach sonstiger Verschiedenartigkeit der Leiter verschieden wäre. — Der dritte Fall stimmt wesentlich mit der von Kohlrausch über Thermoelektricität entwickelten Ansicht überein.

Kohlrausch macht nämlich die Annahme, daſs das Verhältniſs der Intensitäten des elektrischen und des Wärmestroms $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'}$ für jeden Leiter constant, jedoch abhängig von der Beschaffenheit des Leiters sey, und bezeichnet dasselbe mit α, wonach die Stromintensität $i = \alpha W$, wenn W die Intensität des Wärmestroms bezeichnet. Aus dieser Annahme ergiebt sich nun nach Kohlrausch sowohl das Gesetz der thermoelektromotorischen Kräfte, nämlich, dafs die thermoelektromotorischen Kräfte nur von den Temperaturen der Contactstellen abhängen und der Temperaturdifferenz proportional sind, als auch das Gesetz der Peltier'schen Wärmeentwickelung, wonach an der Berührungsstelle zweier Leiter eine Entwickelung resp. Absorption von Wärme stattfindet, je nachdem daselbst der Strom zu einem Leiter von kleinerer resp. gröfserer thermoelektrischen Constante geht.

Dem dritten Falle, nämlich dafs zwischen $(\varepsilon - \varepsilon')$ und $(\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha')$ ein bestimmtes Verhältnifs stattfinde, wird offenbar genügt, wenn $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ gesetzt wird. Unter dieser Beschränkung findet aber die von Kohlrausch gegebene Herleitung des Gesetzes der thermoelektromotorischen Kräfte auf Thermosäulen, wo jeder von den die geschlossene Kette bildenden Leitern an seinen beiden Enden verschiedene Temperatur besitzt, keine Anwendung, weil jede Temperaturdifferenz in einem (homogenen) Leiter ihren Grund nur in Verschiedenheiten der Werthe von $\alpha\alpha$ und $\alpha'\alpha'$ haben kann. Aus der Unveränderlichkeit von $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'}$, welche aus $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ resultirt, läfst sich daher das *erste* Gesetz, nämlich das Gesetz der thermoelektromotorischen Kräfte, nicht ableiten, wohl aber das *zweite* Gesetz, nämlich das Gesetz der Peltier'schen Wärmeentwickelung resp. Wärmeabsorption.

Hat man nämlich zwei verschiedene metallische Leiter und bezeichnet man den für $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ constanten Quotienten $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'}$, für den einen Leiter mit m, für den andern mit n, so erhält man die Wärmemenge, welche durch die Gränzfläche der beiden letzten Elemente des ersten Leiters geht, $= m(\varepsilon - \varepsilon')$; die Wärmemenge, welche durch die Gränzfläche der beiden ersten Elemente des zweiten Leiters geht, $= n\ (\varepsilon - \varepsilon')$. Geht also ein Strom von der Stärke $(\varepsilon - \varepsilon')$ durch die von beiden Leitern gebildete geschlossene Kette hindurch, so wird an der Stelle, wo der erste Leiter den zweiten berührt, die Wärmemenge $(m - n)\ (\varepsilon - \varepsilon')$ entwickelt; an der andern Berührungsstelle, wo nämlich der zweite Leiter den ersten berührt, wird dagegen die Wärmemenge $(n - m)\ (\varepsilon - \varepsilon')$ *entwickelt*, oder, was dasselbe ist, die Wärmemenge $(m - n)$ $(\varepsilon - \varepsilon')$ wird daselbst *absorbirt.*

Es bleibt nun aber aufser den oben angeführten drei Fällen noch ein vierter Fall zu betrachten übrig, nämlich aufser den Fällen, wo in den Quotienten entweder $\varepsilon = \varepsilon'$, oder $\varepsilon\alpha\alpha = \varepsilon'\alpha'\alpha'$, oder $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ ist, bleibt noch 4) der Fall zu betrachten, wo, wenn auch weder $\varepsilon = \varepsilon'$ noch $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ ist, doch eine Abhängigkeit des Verhältnisses $\frac{\alpha\alpha}{\alpha'\alpha'}$, von dem Verhältnisse $\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$, stattfindet, wo z. B. $\frac{\alpha\alpha}{\alpha'\alpha'}$ irgend einer Potenz von $\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$ gleich ist.

In einem metallischen Leiter ist nämlich mit der Zunahme der Temperatur eine Wärmezunahme, d. i. unserer Annahme gemäfs eine Zunahme der lebendigen Kraft der beweglichen elektrischen Theile im Leiter, gegeben, woraus eine Geschwindigkeitszunahme dieser Theile folgt, da ihre Menge oder Masse keine Aenderung erleidet. Diese Geschwindigkeitszunahme wird nun auch von den beweglichen Theilen in demjenigen Augenblicke gelten, wo sie die Gränze zweier benachbarter Molecüle überschreiten, deren Geschwindigkeit mit α bezeichnet worden ist. Hiernach wird also α mit der Temperatur des Leiters wachsen. Bei dieser mit einer Temperaturzunahme verbundenen Geschwindigkeitszunahme aller beweglichen Theile darf aber angenommen werden, dafs auch die Menge oder Masse der die Gränzfläche in der Zeiteinheit passirenden Theilchen ε wachse, so dafs also ein gleichzeitiges Wachsen von α und ε mit der Temperatur stattfinde, wie es im vierten Falle angenommen worden ist.

Aus der Gleichung

$$\frac{\alpha\,\alpha}{\alpha'\,\alpha'} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}\right)^n$$

ergiebt sich sodann folgende Gleichung für die Intensität des Wärmestroms

$$\varepsilon\,\alpha\,\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha' = \varepsilon\,\alpha\,\alpha\left(1 - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\cdot\frac{\alpha'\alpha'}{\alpha\,\alpha}\right) = \varepsilon\,\alpha\,\alpha\left(1 - \left[\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right]^{n+1}\right).$$

Dividirt man nun diese Intensität des Wärmestroms mit der Intensität des elektrischen Stroms $(\varepsilon - \varepsilon') = \varepsilon\left(1 - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)$, so erhält man das Verhältniſs beider Intensitäten

$$= \alpha\,\alpha\left(1 + \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} + \ldots + \left[\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right]^n\right).$$

Man ersieht hieraus, daſs, für $n = o$, dieser vierte Fall mit dem schon betrachteten dritten Falle ganz zusammenfällt, indem in beiden Fällen

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\,\alpha\,\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'} = \frac{1}{\alpha\,\alpha}$$

erhalten wird.

Der diesem Falle nächstliegende Fall ist $n = 1$, für welchen $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\,\alpha\,\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'} = \frac{1}{\alpha\,\alpha\left(1 + \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)}$ erhalten wird. Aus den stets sehr kleinen Verschiedenheiten zwischen zwei benachbarten Molecülen eines Leiters ergiebt sich nun aber ferner, daſs der Werth von $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$ nur sehr wenig von 1 verschieden sey, wenigstens bei schwachen Strömen in guten Leitern, so daſs näherungsweise in dem eben betrachteten vierten Falle

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\,\alpha\,\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'} = \frac{1}{2\,\alpha\,\alpha}$$

erhalten wird. Es gilt also auch in diesem Falle wenigstens *näherungsweise* die von Kohlrausch gemachte Annahme, daſs das Intensitätsverhältniſs des elektrischen und Wärmestroms $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\,\alpha\,\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'}$ einen constanten, nur von der Beschaffenheit des Leiters abhängigen Werth habe. Hieraus folgt, daſs *näherungsweise* für diesen vierten Fall sich dieselben Folgerungen ergeben, welche Kohlrausch aus seiner Annahme deducirt hat, insbesondere auch das Gesetz der thermoelektromotorischen Kräfte, daſs nämlich diese Kräfte nur von den Temperaturen der Contactstellen abhängen und den Temperaturdifferenzen an diesen Stellen proportional sind.

Wird bei dieser von Kohlrausch gegebenen Herleitung des Gesetzes der thermoelektromotorischen Kräfte auch keine *Contactwirkung* zu Hülfe genommen; so leuchtet doch ein, daſs darum keineswegs die Contactwirkung ganz ausgeschlossen ist, sondern daſs dieselbe möglicher Weise zu jener hinzukommt.

IX.

Leitungswiderstand und Stromintensitäts-Maximum.

Befindet sich die Elektricität in metallischen Leitern von molecularer Constitution wirklich in der Art. VI angegebenen Bewegung, wonach nämlich die positiv elektrischen Theile sich um die an ponderabelen Maſsen haftenden negativen Theile drehen, dabei aber nicht immer in derselben Kreisbahn bleiben, sondern von einer kleinsten Kreisbahn beginnend sich bei wachsendem Halbmesser einem andern Molecüle nähern und endlich zu diesem Molecüle übergehen; so ergiebt sich eine Abhängigkeit der Stromintensitäten von den elektromotorischen Kräften in solchen Leitern, welche mit der im Ohm'schen Gesetze angegebenen nicht ganz übereinstimmt, sondern darin abweicht, daſs die Stromintensität mit der elektromotorischen Kraft nicht immer gleichmäſsig fortwächst, sondern sich endlich einem bestimmten Gränzwerthe nähert, den sie nicht überschreitet. Dieser Gränzwerth würde aber nur dann erreicht werden, wenn die Richtungen aller in Strombewegung übergehenden Theile, wie verschieden sie auch anfänglich gewesen sein mögen, durch die immer mehr vergröſserte elektromotorische Kraft in kürzester Zeit ganz in die Richtung dieser Kraft gebracht würden. Die Intensität des Stromes würde dann nicht weiter wachsen können und also ihr Maximum erreicht haben. Es würden hiernach Versuche mit sehr grofsen und kleinen elektromotorischen Kräften im nämlichen Leiter, um zu entscheiden, ob die Intensitäten der von ihnen erregten Ströme ihnen immer proportional seyen, von gröfster Wichtigkeit seyn.

Es sey Fig. 1. A ein Molecül, von welchem aus positiv elektrische Theilchen nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit α geworfen werden. Eine solche Richtung sei AB, und ξ sey der Weg, welchen das Theilchen mit seiner Geschwindigkeit α in der Zeit t zurücklegen würde. Auf dieses Theilchen wirkt aber eine constante (elektromotorische) Kraft in der mit AC parallelen Richtung, welche mit AB den Winkel ψ einschliefst, und das Theilchen würde dadurch allein in der Zeit t, einen mit t^2 oder mit ξ^2 proportional wachsenden Weg η zurücklegen.

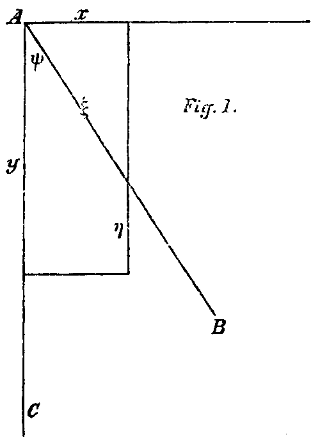

Fig. 1.

Man setze hiernach

$$\eta = a\xi^2$$

ferner

$$x = \xi \sin\psi$$

$$y = \xi\cos\psi + \eta = x\cot\psi + \frac{a}{\sin\psi^2}\cdot x^2$$

$$r^2 = x^2 + y^2,$$

woraus

$$y = \cot\psi \,.\, \sqrt{(r^2 - y^2)} + \frac{a}{\sin\psi^2}\cdot(r^2 - y^2)$$

erhalten wird. Diese Wurfbewegung erreiche ihr Ende wenn die Entfernung des Theilchens von A gleich r geworden ist, indem das Theilchen alsdann zum benachbarten Molecüle gelangt. Diese Entfernung r ist unabhängig von der Richtung der Wurfbewegung und kann für alle von A ausgeworfenen Theilchen als gleich angenommen und als mittlerer Molecularabstand bezeichnet werden.

Zunächst ergiebt sich hieraus, weil je gröſser die mit a proportionale elektromotorische Kraft ist, desto mehr alle übrigen Glieder obiger Gleichung gegen dasjenige Glied verschwinden, welches a zum Factor hat, daſs für wachsende elektromotorische Kraft y^2 sich einem Gränzwerthe nähert, nämlich

$$y^2 = r^2,$$

welcher für alle von A ausgeworfenen Theilchen gleich ist. Es ergiebt sich also, daſs der in der Richtung der Kraft von allen Theilchen zurückgelegte Weg alsdann gleich, nämlich $= r$, sein würde.

Bezeichnet man mit ε die Masse der von A in der Zeiteinheit ausgesandten Theilchen, und mit n die Zahl der im Leiterelement von der Länge r enthaltenen Molecüle; so ist $n\varepsilon$ die Masse positiver Elektricität, welche in der Richtung der elektromotorischen Kraft durch die Gränzfläche zweier auf einander folgender Molecularschichten in der Zeiteinheit gehen würde, wenn die elektromotorische Kraft ins Unendliche vergröſsert worden wäre, d. i. der Gränzwerth der Stromintensität nach mechanischem Maaſse mit Zugrundelegung der mechanischen Masseneinheit (Milligramm), wobei nur zu bemerken ist, daſs man, weil die Elektricität in solchen Masseneinheiten nicht bestimmbar ist, bei Intensitätsbestimmungen nach sogenanntem mechanischen Maaſse die Elektricitätsmengen nicht in Masseneinheiten der Mechanik (Milligramm), sondern in *elektrostatischen* Einheiten auszudrücken pflegt.

Bezeichnet nun σ die Zahl der *elektrostatischen* Einheiten, welche auf die Masseneinheit der Mechanik (Milligramm) gehen; so erhält man obigen Gränzwerth der Stromintensität nach sogenanntem mechanischen Maaſse $= n\varepsilon\sigma$, oder wenn man die Bezeichnung der auf die drei Grundmaaſse der Mechanik (nämlich der Maſse M, der Entfernung R und der Zeit T) zurückgeführten Maaſseinheit hinzufügt,

$$= n\varepsilon\sigma \,.\left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right].$$

Nach *elektrostatischen* Einheiten wird nämlich eine Elektricitätsmenge durch eine Kraft (welche diese Elektricitätsmenge auf eine ihr gleiche ausübt) $= f.\left[\frac{MR}{T^2}\right]$ und durch eine Entfernung (aus welcher diese Kraft ausgeübt wird) $= r.[R]$ bestimmt und ausgedrückt durch

$$r\sqrt{f}.\left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^2}}\right];$$

die Stromintensität nach mechanischem Maafse ist aber der Quotient einer solchen durch den Querschnitt des Leiters gegangenen Elektricitätsmenge dividirt durch die Dauer des Durchgangs $= t.[T]$, also $= \frac{r\sqrt{f}}{t}.\left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right]$.

Im vorliegenden Falle war $\frac{r\sqrt{f}}{t} = n\varepsilon\sigma$.

Es ist übrigens bei dieser Bestimmung des Gränzwerthes der Stromintensität angenommen worden, dafs die elektromotorische Kraft selbst auf die Zahl der von den Molecülen ausgesandten elektrischen Theilchen keinen Einflufs habe.

Ist nun dagegen die elektromotorische Kraft oder die damit proportionale Gröfse a sehr klein, so kann in der gefundenen Gleichung:

$$y = \cot\psi.\sqrt{(r^2 - y^2)} + \frac{a}{\sin\psi^2}.(r^2 - y^2),$$

im letzten Gliede, welches a zum Factor hat, für y^2 der Näherungswerth gesetzt werden, der sich für $a = o$ aus der Gleichung ergiebt, nämlich $y^2 = r^2 \cos\psi^2$. Man erhält alsdann

$$y = \cot\psi.\sqrt{(r^2 - y^2)} + ar^2$$

und ebenso hieraus näherungsweise

$$y = \pm r\cos\psi + ar^2 \sin\psi^2.$$

Hiernach ergiebt sich im Mittel für die beiden Theilchen, welche von A aus in den durch die Winkel ψ und $\pi - \psi$ bestimmten Richtungen ausgesandt werden,

$$y = ar^2 \sin\psi^2.$$

Der Mittelwerth der von allen von A ausgesandten Theilchen in der Richtung der Kraft zurückgelegten Wege wird hiernach erhalten

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi y \sin\psi\, d\psi = a r^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\psi^3\, d\psi = \tfrac{2}{3}\, a r^2.$$

Wäre dieser Werth $= r$, so würde die Stromintensität dieselbe seyn, wie der vorher betrachtete Gränzwerth, nämlich $= n\varepsilon\sigma\,.\left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right]$; hiervon beträgt nun die wirkliche Stromintensität nur einen sehr kleinen Bruchtheil, nämlich $\frac{2}{3}\, ar$, wonach diese Stromintensität i^0 erhalten wird:

$$i^0 = \tfrac{2}{3}\, ar\,.\, n\varepsilon\sigma\,.\left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right].$$

Zur Bestimmung des Coefficienten a endlich werde noch bemerkt, dafs wenn γ die beschleunigende Kraft bezeichnet, welche auf die von A ausgesandten Theilchen wirkt,

$$\eta = \tfrac{1}{2}\gamma\, tt = \tfrac{1}{2}\gamma\,.\,\frac{\xi\xi}{\alpha\alpha} = a\,\xi\xi$$

ist, woraus sich ergiebt:

$$a = \tfrac{1}{2}\,.\,\frac{\gamma}{\alpha\alpha},$$

folglich

$$i^0 = \tfrac{1}{3}\,.\,\frac{\gamma r}{\alpha\alpha}\,.\, n\varepsilon\sigma\,.\left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right].$$

Durch Division der nach *mechanischem* Maafse ausgedrückten Stromintensität i^0 mit $\frac{c}{2\sqrt{2}}$, nämlich mit der Zahl der elektrostatischen Einheiten, welche auf eine magnetische Einheit gehen, erhält man dieselbe nach *magnetischem* Maafse ausgedrückte Stromintensität i, nämlich

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{3c}\,.\,\frac{\gamma r}{\alpha\alpha}\,.\, n\varepsilon\sigma\,.\left[\sqrt{\frac{MR}{T^2}}\right].$$

Es ist nun ferner die *elektromotorische Kraft* für die Längeneinheit des Leiters nach *mechanischem* Maafse e^0 das Product der Beschleunigung γ in die Masse der in der Längeneinheit des Leiters in Strömung begriffenen Elektricität $= \frac{n\varepsilon}{r}$, dividirt durch die Zahl der in der Längeneinheit in Strömung begriffenen elektrostatischen Einheiten $= \frac{n\varepsilon\sigma}{r}$, wonach also

$$e^0 = \frac{\gamma}{\sigma}\,.\left[\sqrt{\frac{M}{RT^2}}\right].$$

Hieraus ergiebt sich die elektromotorische Kraft für die Längeneinheit des Leiters nach *magnetischem* Maafse e durch Vertauschung der Zahl der elektrostatischen Einheiten $\frac{n\varepsilon\sigma}{r}$ mit der Zahl der magnetischen Einheiten $\frac{n\varepsilon\sigma}{r}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{c}$, wonach

$$e = \frac{c}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\gamma}{\sigma}\cdot\left[\sqrt{\frac{MR}{T^4}}\right].$$

Substituirt man nun den hieraus sich ergebenden Werth von γ in der vorhergehenden Gleichung zur Bestimmung von i, so erhält man

$$i = \frac{8}{3cc}\cdot\frac{er}{\alpha\alpha}\cdot n\varepsilon\sigma^2\cdot\left[\sqrt{\frac{MR}{T^2}}\right].$$

Bezeichnet nun l die Länge des geschlossenen Leiters, so ist el die ganze auf den geschlossenen Leiter wirkende elektromotorische Kraft, und i die Intensität des dadurch erzeugten Stromes, nach *magnetischem* Maafse. Hieraus ergiebt sich der Widerstand w des geschlossenen Leiters

$$w = \frac{el}{i} = \frac{3cc}{8}\cdot\frac{\alpha\alpha}{n\varepsilon\sigma^2}\cdot\frac{l}{r}\cdot\left[\frac{R}{T}\right],$$

d. i. eine *Definition des Widerstands,* ganz unabhängig von der dem Ohm'schen Gesetze gemäfsen Bestimmung des Widerstands, durch Messung der elektromotorischen Kraft und Stromintensität.

Es ergiebt sich hiernach für das *Leitungsvermögen* $= \frac{1}{w}$ eine Bestimmung aus seinen in der Ablenkung der Theilchen von ihren Wurfbahnen liegenden Ursachen. Es leuchtet nämlich ein, dafs das *Leitungsvermögen* proportional seyn müsse 1) der im Leitungscanale in Wurfbewegung befindlichen Masse, 2) der in dieser Masse von einer bestimmten Kraft auf einem bestimmten Wege hervorgebrachten Ablenkungsgeschwindigkeit. Im Leiterelemente r ist nun jene Masse $n\varepsilon$, und die Ablenkungsgeschwindigkeit durch eine bestimmte Kraft auf der Bahnstrecke r ergiebt sich *dem Quadrate der Wurfgeschwindigkeit* $\alpha\alpha$ *umgekehrt proportional.* Hiernach müfste das

Leitungsvermögen $\frac{1}{w}$ mit $\frac{n\varepsilon}{\alpha\alpha}$, folglich der *Leitungswiderstand* w mit $\frac{\alpha\alpha}{n\varepsilon}$ proportional seyn. Da dies für den Widerstand des *Leiterelements* r gilt, so ergiebt sich der *Widerstand eines Leiters von beliebiger Länge* l proportional mit $\frac{\alpha\alpha}{n\varepsilon} \cdot \frac{l}{r}$, was mit obiger Formel übereinstimmt, wonach dieser Widerstand dem Producte dieser Gröfse in den *constanten Factor* $\frac{3cc}{8\sigma\sigma}$ gleich ist.

Diese Definition des Leitungswiderstands gewährt besonderes Interesse noch darum, weil daraus folgt, dafs für einen Leiter, falls aufser den Werthen von l, n, r, auch sein Widerstand w constant ist, das Verhältnifs der beiden Variabeln $\alpha\alpha$ und ε, nämlich $\frac{\alpha\alpha}{\varepsilon}$, ebenfalls constant seyn müfste, d. h., wenn $\alpha\alpha$ und ε sich verändert haben und $\alpha'\alpha'$ und ε' geworden sind, dafs alsdann

$$\frac{\alpha\alpha}{\varepsilon} = \frac{\alpha'\alpha'}{\varepsilon'} \text{ oder } \frac{\alpha\alpha}{\alpha'\alpha'} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$$

seyn müfste.

Hieraus ergiebt sich nun, dafs, wenn der Widerstand w eines Leiters constant wäre und sich auch nicht mit der Temperatur des Leiters änderte, der Werth $\frac{\alpha\alpha}{\varepsilon}$ für diesen Leiter auch constant seyn würde, wonach für einen solchen Leiter, Art. VIII gemäfs, die von Kohlrausch aufgestellte Ansicht von der Thermoelektricität gelten würde. Da nun aber der Widerstand metallischer Leiter mit der Temperatur sich mehr oder weniger ändert, so ergiebt sich, dafs die von Kohlrausch aufgestellte Ansicht nur näherungsweise Geltung haben könne und zwar am meisten für solche metallische Leiter, deren Widerstand sich mit der Temperatur der Leiter am wenigstens ändert, woraus zu folgen scheint, dafs diese Leiter zur Darstellung thermomagnetischer Ketten am geeignetsten seyn müfsten.

X.

Vertheilung der Elektricität in Conductoren.

Die *Elektrostatik* ist von Coulomb und Poisson vor Entdeckung des Elektromagnetismus und der Elektrodynamik begründet und entwickelt worden und es hat daher keine Rücksicht auf diese grofsen Entdeckungen von ihnen genommen werden können. Die in der Elektrostatik entwickelten Gesetze der Vertheilung der in Conductoren in Ruhe und Gleichgewicht befindlichen elektrischen Fluida, sowie der von ihnen bei dieser Vertheilung ausgeübten Kräfte, sind nun zwar sämmtlich, soweit Beobachtung und Messung reicht, in Uebereinstimmung mit der Erfahrung befunden worden; es hat sich aber aus den neuen Entdeckungen, insbesondere des Elektromagnetismus und der Elektrodynamik, ergeben, dafs ein solcher Gleichgewichtszustand der elektrischen Flüssigkeiten, wie ihn Coulomb und Poisson in den Conductoren angenommen, wirklich gar nicht existirt, sondern dafs vielmehr alle elektrischen Flüssigkeiten in den Conductoren sich immer in *beharrlicher Bewegung* um alle ponderable Molecüle herum befinden, woraus folgt, dafs streng genommen die von Poisson entwickelten Vertheilungs- und Wirkungsgesetze *ruhender* Elektricität gar keine Anwendung auf die in Conductoren befindliche Elektricität finden.

Alle bisher in der *Elektrostatik* betrachteten Erscheinungen gehören demgemäfs eigentlich der *Elektrodynamik* an, in deren Gesetzen ihre vollständige Erklärung gesucht werden mufs. Die Elektrostatik, welche früher den gröfsten und wichtigsten Theil der Elektricitätslehre bildete und am festesten begründet erschien, müfste demgemäfs, wie es scheint, eine gänzliche Umgestaltung erleiden. An eine solche Umgestaltung mufs aber die Anforderung gemacht werden, dafs sie den ganzen bisher *elektrostatisch* erklärten Kreis von Erscheinungen ebenso vollständig und genau *elektrodynamisch* zu erklären vermöge, was bisher nicht geschehen und wozu auch noch nicht einmal ein Versuch gemacht worden ist.

Bei aller Geneigtheit, die man einerseits findet, die von Coulomb und Poisson der mit der Elektrostatik gleichzeitig entwickelten Lehre vom Magnetismus zu Grunde gelegte Vorstellung von *magnetischen Fluidis* aufzugeben; so scheint doch andererseits eine gewisse Scheu vor den damit verbundenen Consequenzen vorhanden zu seyn, nämlich vor der alsdann unentbehrlichen Vorstellung von der Existenz beharrlicher Molecularströme in allen magnetischen und diamagnetischen Körpern, wonach die Elektricität niemals und nirgends zur Ruhe und zum Gleichgewicht gelangt. Dazu kommt, dafs jetzt noch jeder Versuch zur *elektrodynamischen* Erklärung aller früher *elektrostatisch* betrachteten Erscheinungen überhaupt grofse Schwierigkeiten findet, namentlich wegen mangelnder Hülfe von Seiten der Mathematik, die bei so complicirten Vorgängen noch lange Zeit als machtlos sich erweisen dürfte.

Aus gleichem Grunde ist aber auch bei Begründung der *Elektrostatik* ebensowenig ein Versuch gemacht worden, von der Constitution des sogenannten *neutralen Fluidums* und vom *Scheidungsprocesse* dieses Fluidums in den Conductoren genauere Rechenschaft zu geben, sondern man hat sich auf eine allgemeine Annahme von der gegenseitigen Beweglichkeit der beiden Bestandtheile des neutralen Fluidums, auch bei ihrer Vermischung, beschränkt, wodurch man die Entwickelung der elektrischen Vertheilungsgesetze von der näheren Kenntnifs der Constitution des im Innern der Conductoren überall verbreiteten neutralen Fluidums unabhängig zu machen gesucht hat.

Im Grunde wird aber durch diese in der Elektrostatik gemachte Annahme von der gegenseitigen Beweglichkeit der beiden Bestandtheile des neutralen Fluidums, über die innere Constitution dieses Fluidums selbst gar nichts bestimmt und festgestellt, besonders nichts darüber, ob die beiden Bestandtheile vor ihrer Scheidung sich in Ruhe und Gleichgewicht, oder ob sie sich in Bewegung gegen einander, z. B. in drehender Bewegung um einander, befinden, so dafs die Vorstellung von beharrlichen Molecularströmen durch die in der Elektrostatik gemachte Annahme von der gegenseitigen Beweglichkeit der beiden Bestandtheile des neutralen Fluidums im Grunde noch gar nicht ganz ausgeschlossen erscheint; vielmehr könnte die Vorstellung von beharrlichen Molecularströmen als ein Erklärungsversuch von der angenommenen gegenseitigen Beweglichkeit beider Bestandtheile angesehen werden. Es steht hiernach die Elektrostatik, wie sie von Poisson entwickelt worden, ungeachtet sie als die Lehre von der Vertheilung der in Conductoren zur *Ruhe und zum Gleichgewicht* gelangten Elektricität definirt zu werden pflegt, doch mit der Existenz beharrlicher Molecularströme der Elektricität im Innern der Conductoren in keinem directen Widerspruche. Wir haben eine *Statik fester Körper*, eine *Hydrostatik* und *Aerostatik*, welche auch fest begründet erschienen und von denen ganz dasselbe gilt. Auch sie werden als die Lehre von der Ruhe und dem Gleichgewichte dieser Körper definirt, womit es jedoch nicht in Widerspruch steht, daſs diese Körper in ihrem Innern von Theilchen erfüllt sind, die sich nicht in Ruhe, sondern fortwährend in Bewegung befinden und zwar in groſser Bewegung. Denn gerade so wie die *magnetischen* und *diamagnetischen* Erscheinungen der Körper auf fortwährende innere Bewegungen (elektrische Molecularströme) in denselben geführt haben, ebenso haben bei jenen festen, flüssigen und luftförmigen Körpern, für welche die Statik, Hydrostatik und Aerostatik gelten, die *Wärmeerscheinungen* auf solche fortwährende innere Bewegungen geführt. Denn jedem ponderablen Körper kommt in jedem Augenblicke eine bestimmte Temperatur zu, welche die Wirkung der Wärme ist, die der Körper enthält und diese Wärme ist nichts anderes als die lebendige Kraft, welche den im Innern des Körpers enthaltenen bewegten Theilen zukommt. Aus der meſsbaren Gröſse dieser lebendigen Kraft (dem mechanischen Wärmeäquivalent) hat sich aber ergeben, daſs diese Bewegungen im Innern aller dieser Körper sehr groſs sind.

Bewegen sich im *Innern der Conductoren* positiv elektrische Theilchen um die an ponderablen Massen haftenden negativ elektrischen Theilchen, bleiben aber bei dieser Bewegung nicht immer in derselben Kreisbahn, sondern nähern sich bei wachsendem Halbmesser den benachbarten Molecülen, zu denen sie endlich übergehen, und finden solche Uebergänge von einem Molecüle im Innern des Conductors indifferent in allen Richtungen zu allen benachbarten Conductormolecülen statt, von denen gleichzeitig ein gleiches Aussenden von Theilchen nach allen Richtungen zu allen Nachbarmolecülen statt findet; so ergiebt sich dagegen für diejenigen Molecüle des Conductors, welche seiner Oberfläche zunächst liegen, dafs sie auf ihrer äufseren Seite Isolatormolecüle statt Conductormolecüle zu Nachbarn haben, von denen aus keine solche Aussendung statt findet, und die auch die von andern Molecülen ausgesendeten Theilchen nicht aufnehmen. Es ergiebt sich hieraus, wenn einzelne Theilchen bei wachsendem Halbmesser ihrer Kreisbahn sich von ihrem Mittelpunkte so weit entfernt haben, dafs sie zu dem Nachbarmolecüle übergehen würden, wenn auf der Seite, wo sie sich eben befinden, noch andere Conductormolecüle befindlich wären, dafs dies nicht geschehen wird, wenn auf der Seite, wo sie sich befinden, gar keine Conductormolecüle, sondern nur Isolatormolecüle vorhanden sind. Jene Theilchen werden alsdann in ihrer Kreisbahn mit wachsendem Halbmesser noch etwas weiter fortgehen, bis sie zu einer Seite gelangen, wo wieder andere Conductormolecüle sich in der Nachbarschaft befinden. Dies wird der Fall seyn, wenn die Resultante aller elektrischen Kräfte an dieser Gränze von Conductor und Isolator Null ist.

Wenn dagegen diese Resultante von Null verschieden und *nach aufsen* gerichtet ist, so kann sie denselben Einflufs ausüben wie ein benachbartes Conductormolecüle, sie kann nämlich bewirken, dafs das Theilchen auch auf Seite des angränzenden Isolators seine um das Conductormolecüle bisher verfolgte Bahn verläfst und an den benachbarten Isolatortheilchen festgehalten wird. Hiernach können solche ausgeschiedene Theilchen der positiven Elektricität überall an den Gränzflächen zwischen Conductor und Isolator sich sammeln, an jeder Stelle der Gröſse der daselbst nach auſsen gerichteten Resultante gemäſs.

Wenn die Resultante von Null verschieden und *nach innen* gerichtet ist; so wird die Wirkung derselben auf Vermehrung der von den nächsten Conductormolecülen *nach innen* gesendeten Theilchen nur dadurch compensirt werden können, daſs die Menge der in diesen Conductormolecülen befindlichen positiv elektrischen Theilchen etwas verkleinert wird, während die Menge der an der ponderablen Masse haftenden negativ elektrischen Theilchen, um die sich jene drehen, unverändert bleibt.

Für den Ueberschuſs von positiver Elektricität an einigen Stellen der Gränzfläche von Conductor und Isolator, und für den Mangel an positiver Elektricität in den an andern Stellen dicht an den Isolator angränzenden Conductormolecülen (welcher Mangel an positiver Elektricität einem Ueberschuſs an negativer Elektricität äquivalent ist) gelten offenbar die von Poisson entwickelten Vertheilungsgesetze, wonach Ueberschuſs an positiver oder negativer Elektricität ebenfalls nur an der Gränzfläche von Conductor und Isolator stattfindet. Denn es ist für diese Vertheilungsgesetze der Elektricität an der Oberfläche gleichgültig, ob im Innern des Conductors sogenanntes scheidbares neutrales Fluidum, wie Poisson annimmt, oder ob Conductormolecüle mit darum sich bewegender Elektricität vorhanden sind, zwischen denen ein fortwährender Austausch einzelner Theilchen stattfindet. Solche Conductormolecüle sollen auf die Vertheilung der Elektricität an der Oberfläche ebensowenig Einfluſs haben, wie das von Poisson angenommene neutrale Fluidum, und umgekehrt hat die an der Oberfläche nach dem Poisson'schen Gesetze vertheilte Elektricität auf die Conductormolecüle keinen Einfluſs; denn die Vertheilung der Elektricität an der Oberfläche wird nach Poisson eben dadurch bestimmt, daſs die Resultante aller von der an der Oberfläche vertheilten Elektricität auf irgend einen Punkt im Innern ausgeübten Kräfte gleich Null seyn soll, eine Forderung, die ganz unabhängig davon ist, ob an der betrachteten Stelle im Innern des Conductors neutrales Fluidum ist oder ob Conductormolecüle mit elektrischen Molecularströmen sich daselbst befinden. — Die wahre Constitution der Körper und die davon abhängigen wahren, wenn auch complicirteren Vorgänge, die von einfacheren Vorgängen doch nur theilweise vertreten gedacht werden können, werden, aller Hindernisse ungeachtet, doch immer Gegenstand und letztes Ziel der Forschung bleiben.

II. *Weitere Beiträge zur Theorie der Schallbildung*[1]*; von Prof. Dr. S. Stern.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus Bd. 69 d. Sitzungsberichte d. Wien. Akad. Januar 1874.)

Es ist eine allgemein bekannte und auch allgemein auffällig befundene Erscheinung, dafs Stimmgabeln ohne Resonanzboden gar keinen oder einen nur sehr schwachen Ton vernehmen lassen, wenn sie in Schwingungen versetzt worden. Dafs die Erscheinung wirklich als auffällig betrachtet wird, geht schon daraus hervor, dafs sie in physikalischen Abhandlungen überall, wo von Stimmgabel-

1) Diese Arbeit ist nämlich eine Fortsetzung folgender vier früher in den Sitzungsberichten veröffentlichter Aufsätze, die weiterhin nur mit ihren Nummern citirt werden:

I. Beiträge zur Theorie des gemeinen (nicht musikal.) Schalls als Object-Merkmals u. s. w. (Febr. 1870.)

II. Ueber die Resonanz der Luft im freien Raume. (März 1870.)

III. Beiträge zur Resonanz fester Körper, mit Rücksicht auf das Mitschwingen der Luft. (Febr. 1871.)

IV. Beiträge zur Theorie der Resonanz lufthaltiger Hohlräume. (April 1872.)