

# Une connaissance de l'élève dépendante des contraintes de l'action

Jean-Jacques Maurice

---

*Le paradigme de la pensée des enseignants s'attache à décrire et modéliser leur activité cognitive. L'analyse du travail de l'enseignant, en situation réelle de classe, semble indispensable pour mieux saisir le poids de l'action sur sa façon de penser. Nous modélisons l'incertitude des enseignants face à une tâche destinée à leurs élèves et l'évolution de cette incertitude pendant l'interaction.*

*Nous cherchons à savoir comment l'enseignant simplifie la complexité d'une classe et à cerner les conséquences de cette simplification. Ce travail s'appuie sur les anticipations de l'enseignant.*

*La connaissance de l'élève disponible pendant la planification est dépendante des contraintes de l'action. Les limites de cette connaissance seraient dues à une simplification de la réalité, indispensable pour agir.*

---

Le paradigme de la pensée des enseignants s'attache à décrire et modéliser leur activité cognitive. Le comportement de l'enseignant serait influencé et même déterminé par ses processus de pensée (Clark et Peterson, 1986). Les recherches ne se focalisent plus uniquement sur les comportements observables mais prétendent inférer des processus cognitifs (pour une revue de questions cf. : Riff et Durand, 1993).

Il nous est apparu comme nécessaire de rajouter une dimension ergonomique à ce type d'approche ; l'analyse du travail de l'enseignant, en situation réelle de classe, semble indispensable pour mieux saisir le poids de l'action sur sa façon de penser. De plus, il est difficile de séparer

l'étude de la planification et de l'interaction, l'une n'évoluant pas sans l'autre. Ainsi nous modélisons l'incertitude des enseignants face à une tâche destinée à leurs élèves et l'évolution de cette incertitude pendant l'interaction.

Nous cherchons à savoir comment l'enseignant simplifie la complexité d'une classe et à cerner les conséquences de cette simplification. Ce travail s'appuie sur les anticipations et l'enseignant :

— que sait-il à propos de ses élèves avant qu'ils ne réalisent une tâche à contenu défini ?

— qu'apprend-il de plus pendant l'interaction lui permettant de faire évoluer ses anticipations vers les résultats effectifs ?

Une conception classique, étudiant séparément la planification et l'interaction, ne nous permettait pas d'approcher les trois aspects de notre étude, décrits ci-dessous :

— L'interrogation d'un seul élève, pendant l'interaction, peut amener l'enseignant à modifier son anticipation initiale des conséquences de l'action. Cette information échantillonnale permet une planification « on line », autorisant des changements d'avis et des décisions non programmées a priori.

— Ce savoir-faire permettant de traiter de l'information est limité, certaines situations ne permettant pas à l'enseignant d'anticiper de façon précise.

— La connaissance de l'élève disponible pendant la planification est dépendante des contraintes de l'action. Les limites de cette connaissance seraient dues à une simplification de la réalité, indispensables pour agir.

## DES CHOIX MÉTHODOLOGIQUES

Pour repérer les savoirs et les savoir-faire d'un professionnel et leurs limites, le chercheur ne peut plus se contenter d'observer ce qu'il fait, ni même d'étudier ses verbalisations. Le rappel stimulé (interroger un sujet à partir d'un enregistrement audio ou vidéo de son action) est une méthodologie douteuse si elle est l'unique moyen d'investigation ; elle repose sur le fait que l'enseignant a conscience de ses actes et peut les rapporter (Riff et Durand, 1993). Les planifications écrites répondent plus à des exigences institutionnelles qu'à celles d'un outil reflétant l'activité cognitive réelle. Des travaux s'appuient sur de pseudo-simulations (des travaux d'élèves fictifs) qui ne peuvent en aucun cas prétendre approcher la complexité de la réalité quotidienne de l'enseignant (Shavelson, Cadwel et Izu, 1977).

Malgré des difficultés conséquentes, c'est pourtant l'étude de l'enseignant en action, en situation réelle dans sa classe, qui permet de prétendre un jour inférer ce qui jusqu'alors était inobservable. Nos choix méthodologiques se sont ainsi orientés vers une approche ergonomique (Spérandio, 1980 ; De Montmollin, 1990) ; étude expérimentale de la relation de l'homme à ses moyens, méthodes et milieux de travail. L'ergonomie s'appuie sur l'étude de l'écart entre la tâche prescrite (attendue) et la tâche effective (réelle). Elle tente

d'accéder à l'activité cognitive effectivement mise en œuvre sous les contraintes de la réalisation de la tâche. La pensée de l'enseignant ne serait-elle pas dépendante de son action quotidienne en situation incertaine et complexe ?

L'analyse fine de la tâche permet de faire des inférences, la mesure de la quantité d'incertitude est l'accès que nous privilégions. La connaissance de l'information traitée par l'enseignant peut être approchée à travers sa capacité à anticiper sur la situation future. Cette information ne pourra être inférée qu'à travers un modèle stochastique, laissant la place aux attentes et aux aléas. « *Un modèle doit posséder une syntaxe (celle du système formel utilisé) et une sémantique (résultant de la projection du système formel dans une réalité signifiante)* » (Tiberghien, 1991 p. 15).

### L'aspect syntaxique du modèle

S'il n'y a pas de place pour « l'à-peu-près » dans la pratique mathématicienne, il faut aussi affirmer que la tâche principale des mathématiques est d'apprendre à parler avec rigueur des approximations (Guilbaud, 1968). Il existe des idéalizations qui font intervenir des probabilités ; elles remplacent l'incertitude totale par quelque chose d'un peu plus substantiel, il faut donner à ce quelque chose une structure logique et opérationnelle cohérente (Ruelle, 1991).

Mais, les choix humains ne suivent pas toujours les lois mathématiques et ne s'accordent pas bien non plus avec les probabilités objectives quantifiées, le fait humain est plus subjectif et ordinal. Par contre, les bayesiens ou subjectivistes introduisent des opinions ou des jugements intuitifs dans l'analyse d'une décision ; une série de paris a une logique interne (Raiffa, 1973). Le théorème de Bayes est un élément de l'aspect formel du modèle.

### L'aspect sémantique du modèle

Notre choix s'orientera vers l'utilisation de probabilités subjectives. L'interaction avec les élèves amenant le maître à reconsidérer ses anticipations, le théorème de Bayes a la possibilité de faire de même en révisant des probabilités a priori par prise d'information pendant l'action (Dessus, Maurice et Nez, 1993). Le modèle de réduction de l'incertitude, bâti sur le théorème de Bayes, ne

présuppose pas le paradigme du « statisticien intuitif » rencontré et critiqué dans la littérature. Le maître ne se livre à aucun calcul, mais nous supposons que sa pratique régulière de la classe l'amène, par une simplification de la réalité, à des performances qui lui permettent de modifier ses anticipations. Si cette réduction de l'incertitude est rationnelle et efficace (c'est le théorème de Bayes qui le vérifie) alors, elle devrait avoir des chances d'être favorisée et développée intuitivement par son utilisateur.

Se donner des chances de prélever des données fiables passe par la nécessité d'obtenir de l'enseignant des réponses à des questions qu'il a l'habitude de se poser. La quantification de probabilités (mêmes subjectives) ne fait pas partie de sa pratique, elle ne sera pas retenue. Les prises de décision sur des élèves fictifs semblent artificielles, le théorème de Bayes a déjà été utilisé dans ces conditions (Shavelson, Cadwel et Izu, 1977), nous mettons en doute ce que les auteurs appellent : « décisions interactives ».

Les probabilités subjectives ne sont pas l'expression d'un degré de confiance logique, rationnel ou nécessaire, mais plutôt l'expression d'un degré subjectif de confiance, interprété comme significatif opérationnellement en termes de volonté pour agir ou de comportements vis-à-vis de paris (Raiffa, 1973).

Les données que nous exploitons sont obtenues à partir de réponses des instituteurs quant aux chances de réussites de leurs élèves face à des tâches rigoureusement définies (une étude ergonomique ne peut s'éviter d'occulter les variables liées au contenu des tâches scolaires concernées). Il s'agit, en fait, de probabilités ordinales non quantifiées, l'événement qu'elles désignent apparaît simplement comme plus probable que l'événement contraire (cet élève a plus de chances de réussir cette tâche que d'échouer). Ces « paris » sont exprimés avant l'action et pendant l'action, ce n'est qu'au moment du traitement des résultats qu'ils sont retraduits en probabilités formalisant la pertinence des anticipations. L'évolution de l'incertitude pendant l'action est rendue possible par l'interrogation d'un élève, choisi par l'instituteur. Cette pratique de sondage est fréquemment utilisée dans les classes, le théorème de Bayes tient, lui aussi, compte de cette « information échantillonnale » et calcule l'évolution de la probabilité a priori (avant l'action). Il produit une probabilité a posteriori (grâce

à une information prélevée pendant l'action). Il a un effet rétroactif sur la probabilité initiale. L'évolution de la prédiction produite par le théorème permet de valider la rationalité des paris successifs de l'instituteur. La comparaison des prédictions aux résultats réels rend compte de la distance entre les anticipations et la réalité.

Cette approche de la « pensée de l'enseignant » ne doit pas être assimilée au paradigme processus/produit (associant le comportement des enseignants aux progrès de leurs élèves). Il ne s'agit pas d'associer une conduite pédagogique spécifique aux résultats des élèves, mais d'étudier la relation entre les anticipations des maîtres et les résultats effectifs des élèves. D'autre part, les réponses des sujets ne sont pas des verbalisations post-actives mais, des prédictions, les plus performantes possible, car chacun sait que les résultats réels des élèves viendront les valider ou les invalider.

Deux recherches préliminaires ont permis de tester cette modélisation de l'incertitude : la première s'attache à montrer *les effets de l'interaction sur les anticipations a priori*, la seconde tente de cerner *les limites des anticipations de l'enseignant et de la réduction de l'incertitude*. Nous résumons les résultats de ces travaux ci-dessous.

## LES EFFETS DE L'INTERACTION SUR LES ANTICIPATIONS A PRIORI

Au Cours Moyen (15 enseignants concernés), la tâche proposée aux élèves se résume à agrandir ou réduire une figure géométrique simple, la non-prise en compte du respect des proportions entraînant une déformation. Une tâche préalable (agrandissement de figure ; coefficient de la fonction = 2) était réalisée dans la classe. Prenant en compte l'information fournie aux élèves par la première tâche (information produite en travail de groupe pour la moitié des sujets ou par une conclusion magistrale pour les autres) les instituteurs avaient à anticiper sur les résultats de leurs élèves à une deuxième tâche (réduction de figure, le coefficient de la fonction étant 0,5). Pendant la réalisation de cette deuxième activité, les maîtres devaient prendre connaissance des résultats d'un élève de leur choix. Nous mesurons l'écart entre les anticipations et les performances réelles des élèves.

— Les anticipations a priori (avant l'action) sont bien meilleures en situation magistrale (le maître connaît bien mieux les effets de sa propre prestation que ceux d'une « vérité » qui émerge dans tous les groupes mais, n'est pas institutionnalisée) (1).

— Mais, en situation non magistrale, alors que les prédictions a priori du maître ne correspondaient pas à la réalité, l'accès aux résultats d'un seul élève (prise d'échantillon) va lui permettre de les corriger.

Ces premiers constats attestent la non-différence statistique, en situation magistrale, entre les anticipations de l'instituteur et la réussite de ses élèves. La pertinence de ses paris n'est pas invalidée.

Nous commentons ces résultats à deux niveaux :

— quels éléments sont à la disposition de l'enseignant lorsqu'il examine ces deux tâches scolaires ?

— ces éléments vont-ils fluctuer, en cours d'action, avant la validation des anticipations fournies par les résultats réels ?

Nos sujets, en situation magistrale, connaissent l'apport d'information procuré par la première tâche. Ils savent, avant l'interaction, que la deuxième tâche provoquera un taux d'échec précis dans leur classe. Ils ont un pouvoir d'anticipation lié aux effets que provoque cette tâche sur leurs élèves (en termes de réussite/échec). Dans ce cas-là, l'incertitude sur ce qui va se passer est très faible. Nous cernons ainsi un aspect des possibilités cognitives utilisées pour planifier, lié aux effets des tâches sur les résultats des élèves. Cette constatation serait à rapprocher des études descriptives indiquant que les enseignants planifient plus en termes d'activités qu'en terme d'objectifs.

Ce pouvoir d'anticipation fonctionne, d'après nos résultats, s'il est associé à une situation magistrale. Dès que l'on s'en écarte, les prédictions sont statistiquement différentes des résultats réels. Serait-ce dû au fait que la situation magistrale est majoritairement utilisée ? C'est une limite aux possibilités cognitives d'anticipation, mais, c'est alors que nous entrevoyons une stratégie utilisée pour compenser cette méconnaissance a priori ; alors que les élèves ont commencé à travailler, l'accès aux résultats d'un seul d'entre eux suffit à corriger l'anticipation (le théorème de Bayes obtenant un résultat statistiquement équivalent).

Il s'agit bien à ce moment-là de modifier la planification (car les résultats effectifs des autres élèves sont encore à venir). Si planifier c'est anticiper sur le futur, si le comportement de l'enseignant est influencé par ce qu'il pense, nous mettons en évidence que, pendant l'action, un regard sur le travail d'un seul élève l'amène à changer d'avis à propos des autres. Bien que notre expérimentation ne permette pas de le vérifier, il semblerait que ce moment précis offre la possibilité d'une prise de décision, d'un changement de cap, ou de l'activation d'une routine... L'observateur extérieur assimilerait cela à de l'improvisation, au non-respect du plan initial... L'enseignant en situation de rappel stimulé, ne mentionnerait pas les raisons de sa décision car, nous doutons fortement qu'il ait conscience de ce savoir-faire.

Cette stratégie, fréquemment utilisée (interrompre une leçon pour poser une question à un élève) entraînerait parfois une modification de la planification initiale, due à une prise d'information ; il est alors délicat de séparer préactif et interactif, le préactif restant ajustable pendant l'action. De plus, un tel réajustement modifie la connaissance de l'effet de cette tâche sur les élèves et, participe ainsi à l'élaboration d'une planification ultérieure ; c'est à ce moment-là qu'elle s'élabore et pas seulement face à une feuille blanche en dehors de la présence des élèves.

L'erreur d'anticipation en situation non magistrale (avant l'action puisqu'elle est corrigée, pendant l'action, par l'interrogation d'un élève) nous amène à chercher si des variables de contenu (français, mathématiques, facile, difficile) perturbent également les anticipations a priori.

### **LES LIMITES DES ANTICIPATIONS DE L'ENSEIGNANT ET DE LA RÉDUCTION DE L'INCERTITUDE PENDANT L'ACTION**

Au Cours Élémentaire deuxième année, la nature des tâches proposées aux élèves et à leurs maîtres (20 enseignants concernés) varie selon quatre modalités décrites ci-dessous :

#### **Français**

*Un texte, issu d'un manuel de géographie, est proposé à l'instituteur. Il a la charge de le faire lire à ses élèves et d'engager, avec eux, une discus-*

sion lui permettant de s'assurer de la compréhension globale du texte (et notamment limiter le handicap des lecteurs en difficulté). Il doit ensuite se prononcer (comme dans l'expérimentation précédente) sur la réussite ou l'échec de ses élèves face à deux questions de compréhension.

- Tâche facile : la question reprend des mots utilisés par l'auteur du document de référence, la réponse à fournir est à prélever, tout simplement, dans la suite immédiate du texte.

- Tâche difficile : la question posée ne reprend pas une formulation issue du texte, y répondre nécessite le rapprochement de deux informations placées dans des paragraphes distincts.

#### Résumé des résultats (français)

Les anticipations des instituteurs sont très sensibles aux variations de difficultés des deux tâches. Alors que les résultats des élèves sont significativement meilleurs pour la tâche facile, les prédictions sont également significativement différentes et sont très proches des résultats réels. La planification de telles tâches ne génère pas d'incertitude, les effets produits sur les élèves sont connus d'avance. Les sujets attendent, de façon pertinente, plus d'échec à la tâche difficile. Les prédictions a priori ne subissent aucune fluctuation pendant l'action, elles sont, dès le départ, très proches de ce qui va se passer, les sujets peuvent se dispenser d'interroger un élève. Dans ces deux tâches de français, très utilisées dans les classes pour évaluer la compréhension d'un texte, tout se passe comme si l'instituteur n'apprenait rien de plus sur ses élèves, son pouvoir d'anticipation est réel.

#### Mathématiques

Un document, distribué aux élèves, présente la numération égyptienne, indiquant quelques signes utilisés correspondant à nos unités, dizaines, centaines. L'instituteur s'assure de la compréhension globale de cette information. Il doit ensuite se prononcer (comme dans l'expérimentation précédente) sur la réussite ou l'échec de ses élèves face à deux questions.

- Tâche facile : transcrire le nombre 345 en nombre égyptien.

- Tâche difficile : un nombre égyptien est proposé, il faut le transcrire, la réponse attendue est 407. La numération égyptienne indique, dans ce

cas, les 4 signes représentant les centaines et les 7 signes représentant les unités. Elle n'a pas besoin d'indiquer qu'il n'y a pas de dizaine (le zéro n'existe pas). Par contre, notre numération de position implique d'intercaler un zéro afin que les chiffres 4 et 7 représentent respectivement des centaines et des unités.

#### Résumé des résultats (mathématiques)

La même sensibilité aux variations de difficulté des deux tâches est mise en évidence par les résultats.

La tâche mathématiques « facile » n'est pas habituellement utilisée au CE2. Les anticipations des maîtres le confirment par un écart significatif avec les résultats des élèves. Cette donnée montre bien que seules des tâches habituellement utilisées provoquent des anticipations sans incertitude a priori. La connaissance des élèves est liée à des variables de contenu et à la fréquence de certains types d'activités. Toutefois, cette simple tâche de transcription ne déstabilise pas outre mesure les enseignants car, pendant l'action, l'interrogation d'un élève suffit à ramener les prédictions très proches de la réalité. Ce résultat montre les limites de l'anticipation a priori mais, la réduction de l'incertitude pendant l'action reste performante.

La tâche mathématiques « difficile » met en évidence, à travers les résultats des élèves, une incompréhension de la numération de position, insoupçonnée jusqu'alors par l'enseignant. Il est déstabilisé, ses anticipations ne correspondent plus à la réalité, les exercices habituels ne montraient pas cet obstacle. L'interrogation d'un élève ne suffit plus à corriger ses prédictions. Le théorème de Bayes, quant à lui, prenant en compte les résultats de l'élève interrogé, produit une révision de la probabilité a priori conforme aux résultats des élèves de la classe. Nous sommes en présence d'une situation mettant en péril à la fois les anticipations a priori et la stratégie de réduction de l'incertitude pendant l'action.

Cette tâche, déstabilisant les anticipations de l'instituteur, devrait être informante. Nous ne pouvons pas savoir quels seront les effets de cette déstabilisation sur les décisions ; le maître va-t-il conclure que ses élèves ont rencontré un véritable obstacle, montrant les limites de leur maîtrise de la numération ? Va-t-il utiliser cet obstacle dans un problème nouveau pour amener la construction

d'une connaissance moins locale (Leonard, Sackur, 1990) ? Ou va-t-il en conclure qu'ils « n'ont pas fait attention » ?

Ces deux expérimentations ont mis en évidence un savoir-faire professionnel, basé sur la prédiction de la réussite ou de l'échec. Le type de tâche proposé peut, ainsi, n'apporter aucune information nouvelle au maître d'où la remise en cause de son utilité s'il n'a pas d'aspect formatif (pour l'élève), ni d'aspect informatif (pour le maître). Si des tâches, semblables à la dernière que nous avons présentée, sont informantes, permettent-elles de dépasser le constat de la réussite ou de l'échec afin de mieux cerner le processus d'apprentissage ?

En résumé, quelle connaissance de l'élève est disponible pendant la planification ? Le savoir-faire décrit ci-dessus s'appuie sur une indispensable simplification de la réalité, nous cherchons à en cerner les conséquences.

### **UNE SIMPLIFICATION DE LA RÉALITÉ, INDISPENSABLE À L'ACTION**

La troisième expérimentation garde une ligne de conduite ergonomique, il s'agit d'identifier quel type de connaissance de l'élève est disponible chez le maître qui prend la décision de choisir un problème de mathématiques. Mais, il nous a semblé utile d'étudier parallèlement, toujours pour s'approcher des exigences de la situation, les prescriptions issues de la didactique des mathématiques ou tout simplement des instructions officielles. En effet, la qualité du travail de l'enseignant est jugée à travers des notions issues de la recherche en didactique et des prescriptions énoncées dans les instructions officielles (tâche prescrite). Ces critères de qualité ou ces exigences sont-ils compatibles avec la nécessaire simplification de la multitude des informations émergeant d'une classe (tâche effective) ?

#### **Une connaissance de l'élève de plus en plus précise**

La didactique des mathématiques suppose qu'une connaissance ne peut être construite que lorsqu'elle est reconnue comme outil permettant de résoudre un problème. La situation qui pose problème devient alors éducative (et non l'explica-

tion du maître), elle provoque l'évolution des procédures. Cela ne peut être réalisé que sous certaines conditions, en voici deux qui incitent à mieux connaître les anticipations des maîtres :

- le maître n'agit que sur la situation et non sur le produit (résultat juste ou faux),
- il anticipe sur les procédures afin de jouer sur des variables didactiques.

Vergnaud écrivait en 1981 (p. 220) : « Le psychologue et le maître peuvent se former une image des connaissances et des représentations des élèves à partir des observables dont ils disposent, c'est-à-dire des actions du sujet en situation et des témoignages symboliques que le sujet fournit de son activité : formulations verbales, dessins, schémas, écritures... Il est méthodologiquement décisif d'identifier ces règles ou procédures... il faut les considérer comme des théorèmes implicites (théorèmes en actes).

Quelques extraits de la littérature en didactique des mathématiques insistent sur l'importance de l'anticipation sur les décisions de l'instituteur.

*« La conception moderne de l'enseignement va donc demander au maître de provoquer chez l'élève les adaptations souhaitées, par un choix judicieux des « problèmes » qu'il lui propose (p. 49)... »* (Brousseau, 1986, p. 50).

Margolinas précise (Margolinas, 1989) que le maître ne garde son pouvoir qu'indirectement par le milieu qu'il a mis en place. Celui-ci ne dépend que de l'anticipation qu'il est capable de faire sur le déroulement de la situation.

Cette anticipation n'est alors d'aucune utilité si elle se traduit en termes de réussite/échec. En effet, du côté des élèves, les choix de stratégies ou les phases de validation ne dépendent-ils pas des rapports entre des variables de situations anticipés par le maître ? La finesse de ces anticipations n'a rien de commun avec des prédictions en tout ou rien liées à l'efficacité globale de l'élève en mathématiques.

L'anticipation sur les procédures utilisées étant une nécessité pour mettre en place des tâches adaptées et jouer sur des variables didactiques pertinentes, les enseignants sont-ils performants pour prédire les procédures utilisées ? S'ils ont des attentes précises sur des produits (réussite/échec), en ont-ils sur les procédures ? L'interrogation d'un élève serait-elle un moyen de

réduction de l'incertitude aussi puissant lorsqu'il s'agit de procédures ?

Les instructions officielles exigent, elles aussi, le traitement d'une quantité importante d'informations ; les notions de différenciation, de démarches d'apprentissages liées à l'erreur, de prise en compte des spécificités d'apprentissage de chaque enfant sont-elles réalisables ?

### Hypothèses

Toute anticipation utilisant le vécu antérieur de la classe, les nombreux problèmes pratiqués en cours d'année devraient avoir informé les maîtres sur l'éventuelle utilisation majoritaire d'une procédure (l'expérimentation est réalisée à la fin du mois de juin). C'est cette anticipation qui permettrait de répondre aux exigences prescriptives que nous venons de décrire. Malgré cela, nous formulons les hypothèses suivantes, congruentes avec la modélisation de réduction de l'incertitude formulée ci-dessus.

— Les anticipations sur les procédures utilisées par les élèves sont moins précises que celles sur les produits (réussite/échec).

— L'interrogation d'un élève permet moins de prédire les procédures utilisées par les autres élèves qu'elle ne le permettait pour les produits (réussite/échec).

### Description de l'expérimentation

14 instituteurs de Cours Moyen (CM1 ou CM2), non débutants, étudient deux problèmes multiplicatifs que leurs élèves vont avoir à résoudre. 6 hommes et 8 femmes, 12 d'entre eux ont un Cours Moyen depuis plus de 5 ans. Leurs élèves vont effectivement réaliser les deux problèmes et chacun sait que les résultats réels vont être connus. Le choix des variables didactiques que nous utilisons s'inspire de travaux antérieurs : Vergnaud, Ricco, Rouchier et al. (1979) et Baillé, Testu (1983).

**Premier problème :** 36 kg de carottes coûtent 240,00 F. Combien coûtent 108 kg de carottes ? Le choix des nombres (variable didactique) favorise la solution utilisant l'isomorphisme de mesure (linéarité), c'est-à-dire le passage par le scalaire multiplicatif (X 3). Le coefficient de la fonction n'étant ni un entier, ni un décimal mais un rationnel (20/3), rend plus coûteuse, l'utilisation de la

procédure fonction. Dans l'analyse des résultats ce problème sera appelé problème scalaire (SCA)

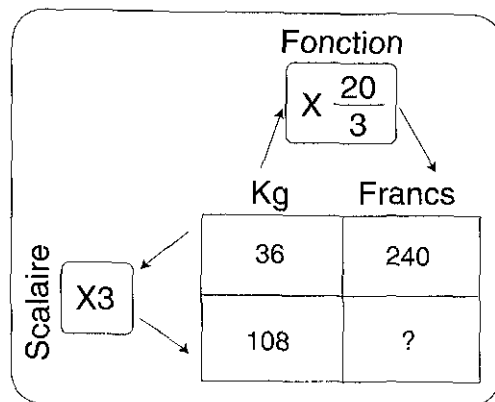


Figure 1. — Schématisation d'un problème de type « scalaire »

**Deuxième problème :** 27 kg de pommes de terre coûtent 81,00 F. Combien coûtent 180 kg de pommes de terre ? Le choix des nombres (variable didactique) favorise le passage par la fonction (X 3), le scalaire n'étant ni un entier, ni un décimal mais un rationnel (20/3). Dans l'analyse des résultats ce problème sera appelé problème fonction (FCT).

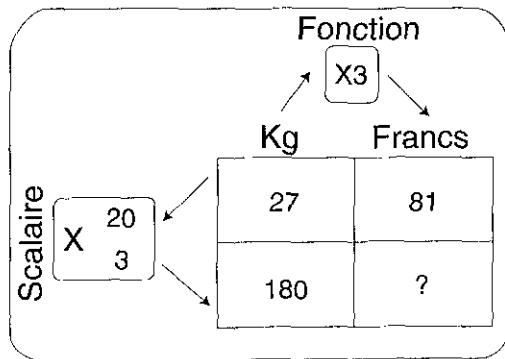


Figure 2. — Schématisation d'un problème de type « fonction »

Une des traductions possibles en langage courant de ces deux procédures révèle des hypothèses quant au rapport au sens établi par l'élève d'un problème à l'autre. Le problème scalaire induit le raisonnement : « si j'en achète trois fois

plus, je paierai trois fois plus cher », le problème fonction : « je cherche la relation entre le poids des pommes de terre et leur prix ». L'appellation procédure fonction est un terme général, traduisant le rapport au sens décrit ci-dessus, ne détaillant pas les procédures possibles (retour à l'unité par exemple). L'important n'est pas l'utilisation de l'outil le plus approprié, le plus élégant mais, le sens de la solution choisie (« en acheter  $x$  fois plus » ou « la recherche d'une relation entre

le poids et le prix »). D'autre part, ces problèmes ne permettent pas l'utilisation de toutes les propriétés de la linéarité car 4 grandeurs seulement sont en jeu.

Les données relatives aux anticipations et à l'interrogation d'un élève seront identiques à celles des expérimentations précédentes.

Des données supplémentaires seront traitées :  
— nous demandons aux maîtres d'énumérer les

Tableau 1. — Comparaison des prédictions des instituteurs aux attentes des élèves et aux résultats réels

Instituteurs	Élèves
<b>Réussite / échec</b>	<b>Réussite / échec</b>
À la lecture des deux énoncés, les sujets ne perçoivent pas de différence entre les problèmes, ils les considèrent comme équivalents ou très proches.	Leurs résultats sont significativement différents : le problème scalaire est beaucoup mieux réussi ( $p = .0001$ T de Wilcoxon)
Ils n'obtiennent pas, à partir de l'interrogation d'un élève, des informations permettant de changer d'avis ( $p = .28$ T de Wilcoxon).	À travers leurs attentes, ils montrent qu'ils ont senti la différence entre les deux problèmes ( $p = .0001$ T de Wilcoxon) (1).
<b>Procédures utilisées</b>	<b>Procédures utilisées</b>
Ils ne parviennent pas à anticiper sur les procédures qui vont être utilisées.  L'interrogation d'un élève n'apporte aucune information supplémentaire à ce niveau.	En comparant les deux problèmes, procédure par procédure, le T de Wilcoxon indique des utilisations de procédures significativement différentes d'un problème à l'autre.  Procédure scalaire : $p = .0001$ Procédure fonction : $p = .0094$ Procédure erronée : $p = .0001$
Tous, sans exception, citent spontanément le retour à l'unité (FCT) comme procédure la plus probable, 13 d'entre eux (13 sur 14) citent cette procédure comme étant la plus facile.	Dans un problème scalaire 43 % des sujets utilisent une procédure scalaire, 14 % une procédure fonction.  Dans un problème fonction 22 % des sujets utilisent une procédure scalaire, 22 % une procédure fonction.  En aucun cas la procédure fonction ne peut être considérée comme majoritaire, contrairement aux anticipations de l'instituteur.

(1) Ce test, examinant les réponses de chaque sujet, met en évidence les changements d'avis majoritairement dans le même sens.



procédures possibles pour chaque problème et d'indiquer en face du nom de chacun de leurs élèves la procédure qui a le plus de chances d'être utilisée ;

— l'interrogation d'un élève permettra comme pour la « réussite/échec » de modifier les prédictions concernant les procédures ;

— nous n'indiquons pas aux élèves qu'il s'agit d'un problème de proportionnalité (il n'utilisent pas le mot proportion) afin de permettre l'utilisation d'un outil de façon plus spontanée. L'instituteur est informé de cette particularité de la consigne et des raisons qui la motivent ;

— après chaque problème résolu, une question permet de reconstruire une « image » des attentes de l'élève vis-à-vis du travail qu'il vient de réaliser, nous lui demandons de se situer sur l'échelle suivante :

« Dis ce que tu penses du travail que tu viens de faire, en cochant une des 6 lignes suivantes. »

1. Je suis sûr d'avoir juste.
2. Je suis presque sûr d'avoir juste.
3. J'ai peut-être juste.
4. J'ai peut-être faux.
5. Je suis presque sûr d'avoir faux.
6. Je suis sûr d'avoir faux.

## RÉSULTATS (voir tableau ci-contre)

L'utilisation par l'élève de la procédure « fonction » est dépendante du cours qu'il fréquente (plus utilisée en CM2). L'utilisation de cet algorithme serait à attribuer aux apports didactiques des maîtres de Cours Moyen ou à un phénomène de maturation.

L'utilisation par l'élève de la procédure « scalaire » n'est pas statistiquement dépendante du cours qu'il fréquente. L'utilisation de cet algorithme serait le prolongement de la pratique des problèmes multiplicatifs commencés au Cours Élémentaire.

### *Méconnaissance des procédures qui risquent d'être utilisées*

Les instituteurs, ne détectant pas de différence entre les deux problèmes, ne retraduisent pas non plus de différence à travers leurs prédictions.

Alors qu'ils favorisent la procédure fonction et la considèrent comme la plus probable, ce sont les résultats des problèmes fonction qui sont le

plus éloignés de leurs prédictions. Peu sensibles aux diverses procédures, ils n'utilisent pas ce type de variable didactique et risquent ainsi de choisir fréquemment des énoncés de problèmes laissant le passage libre aux deux procédures. L'exigence de prédiction d'utilisation de procédure, élève par élève, peut effectivement sembler démesurée. Toutefois, une connaissance du taux d'utilisation d'une procédure dans une classe pourrait apparaître en tendance centrale (sans pour cela que la prédiction soit exacte pour chaque élève) ; ce n'est pas non plus le cas. La procédure majoritairement utilisée n'est pas identifiée.

La prise d'échantillon ne leur permet pas de corriger leurs prédictions, ni de mieux cerner les procédures qui risquent d'être utilisées. Ce savoir-faire, qui était performant face aux tâches étudiées précédemment, n'a pas le pouvoir d'informer sur les procédures probablement utilisées. Il faut noter que le théorème de Bayes qui réalise en parallèle la même prise d'échantillon obtient en moyenne des résultats plus proches de la réalité que l'instituteur. Mais la dispersion des propositions du théorème, qui s'appuie sur l'espace de possibles fourni par le maître, montre parfois, au-delà des résultats en tendance centrale, une valeur d'information événementielle éloignée de la réalité.

Il ne faudrait pas, à la lecture de ces lignes, déduire que ce travail incite les maîtres à l'introduction précoce de procédures canoniques. Ce n'est pas l'objet de cette étude, la modélisation de l'élève s'appropriant des notions mathématiques appartient à la didactique des mathématiques. Cette dernière montre que l'enseignement de procédures interdit souvent à l'élève l'entrée par le sens, ce dernier devrait découvrir les notions comme des réponses à des problèmes.

### *Attentes et prédictions en fonction de la réussite et de l'échec*

— L'exactitude des attentes des élèves est dépendante de la réussite ou de l'échec au problème. Les élèves qui réussissent ont des attentes plus précises, les autres ont des réponses qui correspondent à la fréquence que produirait le hasard.

— L'exactitude des prédictions des instituteurs (en termes de réussite/échec) est indépendante de la réussite ou de l'échec des élèves aux deux problèmes. La qualité de prédiction reste inchangée qu'il s'agisse d'élèves en réussite ou en échec.

### *Attentes et prédictions en fonction des procédures utilisées*

— La prise de conscience par l'élève de la valeur effective de ses résultats (correspondance des attentes avec la réalité) est dépendante des procédures qu'il utilise. Ses attentes sont plus précises quand il a la possibilité de ne pas utiliser une procédure coûteuse imposée par la variable didactique. La variable didactique a un effet déstabilisant pour celui qui n'a pas le moyen de la contourner, celui qui a besoin de s'approprier un nouvel outil, elle est bien l'obstacle capable de faire en sorte que l'apprenant ressente le besoin de changer de stratégie, c'est l'analyse des résidus du  $\chi^2$  qui nous permet cette affirmation. Il est intéressant de savoir quels élèves, dans une classe, sont effectivement déstabilisés par une variable didactique ; à cet effet, la mesure des attentes est fiable.

— L'exactitude des prédictions des instituteurs est indépendante des procédures que leurs élèves utilisent. Alors que les fluctuations d'utilisation de procédures sont effectives dans les classes, ce résultat confirme que les prédictions des instituteurs sont sous la dépendance d'une variable plus générale, certainement liée à l'efficacité habituelle de l'élève en mathématiques.

## **DISCUSSION**

Les résultats que nous venons de présenter ne visent aucune exhaustivité quant à la description de la pratique des enseignants. Ce n'est qu'une étude microscopique, limitée aux situations et aux contenus concernés.

### **Un réel pouvoir d'anticipation**

Tout professionnel tente, implicitement, de mieux connaître son champ d'action en limitant l'incertitude, il le fait avec les moyens dont il dispose. Le savoir-faire qui en résulte n'est pas, toujours, explicitable par son utilisateur et, n'est que très peu souvent compatible avec les modèles décisionnels ou rationnels dont s'arment les observateurs (pour une revue de question cf. March, 1991). Il est amené à réaliser cette performance afin de mieux maîtriser son champ d'action en simplifiant les données et en se libérant de certains contrôles par des automatismes.

L'instituteur se construit une forme de connaissance de sa classe dont nous avons décrit deux aspects.

### *Avant l'action*

Une anticipation a priori des effets d'une tâche sur la réussite ou l'échec des élèves de sa classe (utilisable au moment de la planification). Elle rend sa classe prédictible lui permettant d'anticiper, de décider, de négocier.

### *Pendant l'interaction*

Une révision de l'estimation de départ, par prise d'information, s'inscrit dans une micro-temporalité et semble avoir deux effets possibles :

— l'éventualité d'une prise de décision, changement de cap ou activation d'une routine qu'un observateur extérieur pourrait attribuer à de l'improvisation ou de la labilité ;

— l'évolution de la planification initiale ; une meilleure connaissance des effets de cette tâche sur les élèves, utilisable pour une planification ultérieure.

C'est pourquoi, il nous semble difficile d'étudier séparément planification et interaction. Le premier effet signalé ci-dessus modifiant la planification initiale, pendant l'interaction, le second montrant que la planification future ne se prépare pas au moment où on l'attend (sur la feuille blanche en dehors de la présence des élèves). N'a-t-on pas souvent remarqué qu'un instituteur expérimenté peut faire classe sans préparation écrite ? Il a des schémas, prêts à fonctionner, qu'il ne saurait d'ailleurs pas retraduire en mots, à cause de leur automatisation et surtout de leur dépendance au déroulement de l'action. La transmission de ce savoir-faire à un novice en est d'autant plus difficile ; la pratique de la classe est plus obscure que bien des observateurs ne l'imaginent.

C'est bien pendant l'action que cette connaissance des élèves s'élabore, il n'est pas péjoratif de supposer que le moteur de cette élaboration s'apparente à la loi de l'effet. Ce savoir-faire de l'enseignant est basé sur des catégorisations d'élèves, établies tout au long de l'année scolaire (les expérimentations ont lieu au mois de juin). Telle évaluation provoque tel effet sur la réussite ou l'échec de tel type d'élève. Les résultats de certains élèves (certainement pas n'importe lesquels), servent de signal, indiquant le franchisse-

ment du seuil de la probabilité ordinale (plus de chances de réussir ou d'échouer), applicable à toute une catégorie d'élèves présumés semblables. Ces hypothèses aident à comprendre que les planifications s'appuient d'avantage sur des activités que sur des objectifs.

Clark et Peterson, dans leur revue de question (1986), se posent le problème de ce qui motive les décisions des enseignants. Les verbalisations leur montrent que la majorité des décisions ne sont pas prises en fonction de l'attitude d'élèves particuliers. Nous supposons qu'il est très probable qu'un maître ne puisse retransmettre les raisons d'un changement de cap. Pour simplifier la situation il ne regarde pas agir l'élève Rachid, Annabelle ou Mickaël, mais le modèle de l'élève, représentatif d'une catégorie, établi sur des critères de comportement face à une tâche définie. Une anecdote pourra illustrer nos propos : elle se situe lorsque nous demandions aux instituteurs de prédire, à partir de leur liste d'élèves, ceux qui allaient avoir des difficultés en réalisant une tâche. Cela se passait quelques minutes avant que les élèves n'entrent dans la classe. Tous les sujets, sans exception, quittaient leur liste d'élèves des yeux pour regarder les places vides afin de pouvoir répondre. Les indices les plus fiables étaient ailleurs que sur la liste des noms des personnages, mais bien quelque part dans l'espace qui accueille l'action quotidienne. Le traitement d'indices spatiaux, même sans les élèves, procure quelques paramètres, liés à l'action, permettant d'activer une forme spécifique de mémoire.

### Des limites

Nos résultats montrent que des variables de situation et (ou) de contenu mettent en difficulté les prédictions au niveau réussite/échec, la réduction de l'incertitude pendant l'action n'étant plus opérationnelle. L'anticipation non conforme à la réalité peut être assimilée à une information nouvelle ; il faudra savoir comment est traitée cette divergence, les traces qu'elle laisse dans les planifications ultérieures. Ce traitement dépend de l'attribution de l'échec, procurera-t-elle une approche plus précise du processus d'apprentissage ?

Les deux problèmes multiplicatifs mettent en évidence une méconnaissance des procédures utilisées. Les actions passées n'ont pas permis d'accéder à cette connaissance. Sans outil spécifique,

le maître, face à ces deux problèmes, n'a pas les éléments permettant de faire un choix conforme aux exigences de la didactique. Deux hypothèses explicatives émergent de ce constat :

— il s'agit d'une méconnaissance des différentes procédures possibles (est-ce que cela suffit pour expliquer que les nombreux problèmes exécutés en cours d'année n'aient pas informé les maîtres sur la prédominance de la procédure scalaire).

— c'est un effet de la simplification de la réalité, il serait impossible, sur le plan cognitif, de traiter un si grand nombre d'informations.

Quelle qu'en soit la raison, il y a distorsion entre les exigences de la didactique (ou celles des instructions officielles) et la connaissance de l'élève dépendante des contraintes de l'action. Il faudra alors savoir quel outil (informatisé ou non) pourra aider l'enseignant pendant l'interaction. Il semble douteux qu'un simple apport théorique soit une réponse adaptée.

Il a souvent été remarqué qu'une innovation ne pénètre pas facilement dans la pratique de l'enseignant. Pourtant, celui-ci voudrait apparaître comme étant ouvert aux nouveautés, prêt à évoluer ; l'inertie n'est pas un choix a priori. Si la perméabilité de la pratique n'est pas notoire, c'est qu'il y a d'autres raisons, nous en évoquons trois :

— essayer des pratiques nouvelles risque d'être pénalisant pour les élèves, ce ne sont pas des cobayes et, il faut reconnaître, avec beaucoup d'humilité, que cette inertie a souvent protégé les classes de dérives plus néfastes qu'utiles,

— l'évolution d'une pratique ne dépend pas seulement de mots, d'idées ou de notions. Les raisons de cette évolution doivent être « accommodées » par l'action pour avoir des chances, plus tard, d'être assimilées. Les recherches sur la pensée de l'enseignant ne considèrent-elles pas, de façon trop marquée, que la pensée est première et que le comportement en découle ?

— Il est probablement impossible de traiter certaines informations, un outil spécifique sera alors à envisager sérieusement.

La didactique ne peut ignorer les problèmes de mise en œuvre des notions qu'elle préconise. Sans cela, il est très probable que ses prescriptions soient détournées, déformées ou abandonnées par les praticiens. « Les modèles futurs de formation devraient prendre en compte les réalités du terrain et proposer des cadres didactiques

*souples impliquant l'adaptation interactive.* » (Tochon, 1989).

Isoler l'enseignant de son action pour étudier ce qu'il pense fait courir le risque de ne plus avoir affaire au même homme. L'isoler de son action pour le former fait courir le risque de ne pas

s'adresser à celui qui tentera de mettre en œuvre ce qu'il a appris.

Jean-Jacques MAURICE  
Laboratoire des Sciences de l'Éducation  
Équipe DEACT  
Université P. Mendès France. Grenoble

#### NOTE

(1) Les différences annoncées sont sous le contrôle de tests non paramétriques (Mann, Whitney et Wilcoxon).

#### BIBLIOGRAPHIE

- BAILLÉ, J., TESTU, F. (1983). — À propos de quelques problèmes multiplicatifs au CM2. *Revue française de pédagogie*, n° 65, octobre-novembre-décembre, p. 31-37.
- BROUSSEAU, G. (1986). — Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 7, n° 2, p. 33-115.
- CLARK, C., PETERSON, P. (1986). — Teachers' thought processes. In : M.C. WITTRICK (ed) (Ed.), *Handbook of Research on Teaching*, New York : Mac Millan, p. 255-296.
- DE MONTMOLLIN, M. (1990). — *L'ergonomie*. Paris : La Découverte.
- DESSUS, P., MAURICE, J.J., NEZ, A., BAILLÉ, J., (1993). — Éléments d'une modélisation de l'acte d'enseigner : planification et décision. In : *Communication au premier congrès d'actualité de la recherche en éducation et formation*, Paris.
- GUILBAUD, G. (1968). — *Éléments de la théorie mathématique des jeux*. Paris, Dunod.
- MARCH, J. G., (1991). — *Décisions et organisations*. Paris : Les Éditions d'organisation.
- MARGOLINAS, C. (1989). — *Le point de vue de la validation, essai de synthèse et d'analyse en didactique des mathématiques*. Thèse, Joseph Fourier Grenoble.
- RAÏFFA, H. (1973). — *Analyse de la décision, introduction aux choix en avenir incertain*. Paris, Dunod.
- RIFF, J., DURAND, M., (1993). — Planification et décision chez les enseignants. *Revue Française de Pédagogie*, n° 103, avril-mai-juin, p. 81-107.
- RUELLE, D. (1991). — *Hasard et chaos*. Paris : Odile Jacob.
- SHAVELSON, R.J., CADWEL, J. IZU, T. (1977). — Teachers' Sensitivity to the Reliability of Information in Making Pedagogical Decisions. *American Educational Research Journal*, vol. 14, n° 2, p. 83-97.
- SPERANDIO, J. C. (1980). — *La psychologie en ergonomie*. Paris : PUF.
- TIBERGHIE, G. (1991). — Modèles de l'activité cognitive. In : C. BASTIEN, J.-P. CAVERNI, P. MENDELSON, G. TIBERGHIE (Ed.). *Psychologie cognitive : modèles et méthodes*. Grenoble : P.U.G., p. 13-26.
- TOCHON F. (1989). — À quoi pensent les enseignants quand ils planifient leurs cours ? *Revue Française de Pédagogie*, n° 86, janvier-février-mars, p. 23-33.
- VERGNAUD, G. (1981). — Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, n° 2, p. 215-232.
- VERGNAUD, G., RICCO, G., ROUCHIER, A., MARTE, P., METREGISTE, R., GIACOBBE, J., (1979). — *Acquisitions des structures multiplicatives dans le premier cycle du second degré*. Paris : IREM Orléans.