

# Use of Multicriteria Valuation of Spatial Units in a System of Mass Real Estate Valuation

Miroslav KUBURIĆ<sup>1</sup>, Hrvoje TOMIĆ<sup>2</sup>, Siniša MASTELIĆ IVIĆ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> University of Novi Sad, Faculty of Civil Engineering Subotica, Kozaračka 2A, 23000 Subotica, Republic of Serbia  
mkuburic@gf.uns.ac.rs.

<sup>2</sup> University of Zagreb, Faculty of Geodesy, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, Croatia  
htomic@geof.hr, ivic@geof.hr.

**Abstract:** A model of mass valuation at the national level must be functional, practically applicable, consistent and adaptable to actual conditions and real estate market trends. A consideration of the influence of location on real estate value in a spatial unit, and a description of spatial units with a sufficient number of attributes to determine a connection between the value of these attributes and the average price of real estate in a spatial unit, are important tasks in modelling a system of mass real estate valuation. This paper, based on a test implementation of mass real estate valuation for an area covering a number of municipalities in the Republic of Serbia, offers conclusions on the suitability of the use of a mass valuation method grounded in the principles of logical aggregation and case based reasoning. The values of location characteristics, or factors of spatial unit valuation, were determined in spatial analyses employing GIS, according to an established system of multicriteria valuation. This approach ensures that a model-defined value is not stored as offline data, but that each time such data is needed, it can be determined following the proposed methodology, based on actual, updated data from the databases of official spatial data registries. Prior to this, it is necessary to meet all the required prerequisites, which include the distributed databases of official real estate data registries and other factors needed in the mass valuation procedure.

**Keywords:** real estate valuation, spatial units, multicriteria analysis

## 1. Introduction

Every day, consciously or unconsciously, even in the simplest situations, we make decisions on the basis of multicriteria optimisation, and accordingly, the issue of mass real estate valuation within spatial units can be seen as the optimisation and systemisation of location and other characteristics of all real estate elements within a spatial unit. Systems of mass real estate valuation, which have already been introduced and are functioning in most modern countries, are among the services that ensure the more efficient use of space (UNECE, 2001). These multipurpose systems are used for various purposes, such as the fair taxation of real estate property, support for the real estate market, and support for rural and urban land management. An efficient, updated land administration system, with a cadastral system as the main infrastructural system of spatial data

in a country (Roić, 1999; Cetl, 2004), greatly supports economic activity.

Estimation of real estate value is the careful prediction of its value based on experience and taking into consideration primarily its spatial, but also other characteristics (Mastelić, 2008). Mass real estate valuation estimates the value of a large number of real estate elements, using objective estimation factors and statistical methods (UNECE, 2001; Barańska, 2004). Here, it is necessary to have a sufficient number of data, i.e. factors about each real estate element. Geospatial data always form the basis of each real estate valuation system, by the very fact that real estate is significantly determined by its spatial characteristics (Yomralioglu and Nisanci, 2004).

Estimation of the value of an element is made exclusively in monetary terms, the function of which is to measure value and price (Belaj and Rajčić, 2008).

# Upotreba višekriterijskog vrednovanja prostornih jedinica u sustavu masovnog vrednovanja nekretnina

Miroslav KUBURIĆ<sup>1</sup>, Hrvoje TOMIĆ<sup>2</sup>, Siniša MASTELIĆ IVIĆ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Sveučilište u Novom Sadu, Građevinski fakultet u Subotici, Kozaračka 2A, 23000 Subotica, Republika Srbija  
mkuburic@gf.uns.ac.rs

<sup>2</sup> Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Kačićeva 26, 10000 Zagreb  
htomic@geof.hr, ivic@geof.hr

**Sažetak:** Model masovnog vrednovanja na državnoj razini mora biti funkcionalan, praktično primjenljiv, konzistentan i prilagodljiv stvarnim uvjetima i trendovima tržišta nekretnina. Sagledavanje utjecaja položaja na vrijednost nekretnine u pojedinoj prostornoj jedinici, kao i opisivanje navedene prostorne jedinice dovoljnim brojem atributa u svrhu utvrđivanja veze između vrijednosti tih atributa i prosječne cijene nekretnina te prostorne jedinice, jedan je od važnih zadataka u modeliranju sustava masovnog vrednovanja nekretnina. Rad na osnovi testne implementacije sustava masovnog vrednovanja za područje dijela općina u Republici Srbiji izvodi zaključke o prikladnosti upotrebe metode masovnog vrednovanja zasnovane na principima logičke agregacije i zaključivanja na osnovi slučaja. Vrijednosti položajnih karakteristika, odnosno čimbenika vrednovanja prostornih jedinica određene su prostornim analizama uz pomoć GIS-a, prema uspostavljenom sustavu višekriterijskog vrednovanja. Korišteni pristup omogućava da se vrijednost određena modelom ne čuva kao „offline“ podatak, nego da se svaki put kada je takav podatak nužan, on određuje po predloženoj metodologiji, a na osnovi stvarnih – ažurnih podataka iz baza podataka službenih upisnika podataka o prostoru. Prije navedenoga, potrebno je zadovoljiti sve postavljene preduvjete, a to su distribuirane baze podataka o službenih upisnika podataka o nekretninama, te ostalih čimbenika potrebnih u postupku masovnog vrednovanja.

**Ključne riječi:** vrednovanje nekretnina, prostorne jedinice, višekriterijska analiza

## 1. Uvod

Svakodnevno, svjesno ili nesvjesno, čak i u najjednostavnijim životnim situacijama donosimo odluke na osnovi višekriterijske optimizacije, te se i problem masovnog vrednovanja nekretnina u okviru prostornih jedinica može svesti na optimizaciju i sistematizaciju položajnih i drugih karakteristika svih nekretnina unutar pojedine prostorne jedinice. Sustavi masovnog vrednovanja nekretnina, koji su već uvedeni i funkcioniraju u većini modernih zemalja, jedan su od servisa za osiguranje učinkovitije upotrebe prostora (UNECE, 2001). Ti višenamjenski sustavi koriste se u više svrha, primjerice: pravedno oporezivanje vlasništva na nekretninama, pomoć tržištu nekretnina, pomoć upravljanju ruralnim i urbanim zemljištem. Učinkovit i ažuran sustav zemljišne administracije, te katastarski sustav kao glavni infrastrukturni sustav o podacima o

prostoru (Roić, 1999; Cetl, 2004) jedne države umnogome potpomaže gospodarsku aktivnost.

Procjena vrijednosti nekretnine pažljivo je predviđanje njezine vrijednosti temeljem iskustva i uzimanjem u obzir njezinih, u prvom redu prostornih, ali i drugih obilježja (Mastelić, 2008). Masovnim vrednovanjem procjenjuje se vrijednost velikog broja nekretnina uporabom objektivnih čimbenika procjene i statističkih metoda (UNECE, 2001; Barańska, 2004). Pritom je potrebno imati dovoljan broj podataka, odnosno čimbenika, o svakoj nekretnini. Geoprostorni podaci uvijek čine osnovu svakog sustava vrednovanja nekretnina već i samim time što su nekretnine znatno određene svojim prostornim obilježjima (Yomralioglu i Nisanci, 2004).

Procjena vrijednosti stvari obavlja se isključivo u novcu, funkcija kojeg je biti mjerilo vrijednosti i cijene (Belaj i Rajčić, 2008). Ovisno o svrsi te upotrijebljenoj metodi, određivanje vrijednosti nekretnine složen je

Depending on the purpose and method applied, determining the value of real estate is a complex procedure that includes a quantitative valuation of real estate qualitative characteristics. Only by introducing market factors into the calculation can we speak of the prediction of real estate market value, which is most commonly done. But it is important to make a distinction between market value and price. The purchase price agreed is not necessarily a measure of real estate market value, i.e. all factors linked to purchase must be considered, depending on conditions, deadlines, links between parties, or other factors.

A universal model of mass real estate valuation covering a country's territory must be essentially functional, practically applicable, consistent and adaptable to actual conditions and real estate market trends, and it must acknowledge the relevant factors which influence real estate prices in each spatial unit. Considering the influence of the environment on the value of real estate, and describing the given environment with a sufficient number of attributes to determine a connection between the value of these attributes and the average price of real estate in the given spatial unit are important tasks in modelling mass real estate valuation.

By describing an environment through a set of attributes and using the known data on the average prices of real estate within it, a base of known cases can be formed – a “knowledge base” that will serve as a benchmark for forming real estate prices in any environment which can be described by a set of identical attributes. This paper sets up a valuation model for spatial units described with the values of attributes that are automatically defined through spatial analyses. By using logical aggregation, i.e. the aggregate measure of similarity, and comparing a described spatial unit with representative units from the list of known cases and treating the resultant in terms of distance from the source of n-dimensional space, the most likely value of average prices of real estate within a spatial unit can be determined.

## 2. Methods of Mass Valuation and their Mathematical Bases in General

Mass real estate valuation, due to its complexity and the wide choice of methods available, is a multidisciplinary procedure, which involves experts from various fields: the economy, civil engineering, geodesy, statistics, and IT (Bilsen, 2008). Although the choice of valuation methods depends significantly on the market and spatial data conditions, the use of multiple regression analysis is dominant, as the traditionally practised and

prevailing method (Benjamin et al., 2004). Multiple regression analysis has been used to determine the function of the influence of various real estate attributes on the total value since the 1980s, i.e. the very beginnings of the development of information systems in general (McCluskey et al., 1997).

Attempts to introduce an artificial intelligence system into the mass valuation process started some twenty years ago (Mora-Esperanza, 2004), and the development of technology has resulted in mass valuation systems based on artificial neural networks - nonlinear, predictive systems which imitate the processes in a biological brain. What distinguishes this method from others is the use of intelligence in a mass valuation process, i.e. the potential for system adaptation through learning processes, which enables the resolution of complex problems.

Besides these, the main methods of mass valuation, there are other, less used methods. For example, the method of rule-based expert systems tries to simulate expertise for each single real estate element, building rules into the system which are defined by one or more experts who make individual, real estate valuations for an area. The calculation of value in these valuation systems is mostly based on the rough set theory (RST, a formal mathematical method for reducing the dimensionality of data sets), or on the fuzzy set theory (McCluskey, 1999; Kauko and d'Amato, 2008).

The number of criteria on the basis of which real estate can be described or valued is large, but together, they aim to represent building, economic, social, ecological and other aspects. The question arises as to how to form a consistent, efficient and universally applicable mass real estate valuation model, in which all significant location characteristics can be recognised and stored, taking into account the range in which the valued characteristics can vary within all the spatial units of a country. On the other hand, one of the important limiting factors which influences the formation of a mass valuation model is the fact that the real estate market has existed for as long as real estate has existed, i.e. the awareness of ownership. The market defines value unmistakably, by bringing together all the characteristics which in any way influence market value.

## 3. Modelling Data of a Test System

In previous research conducted by the Chair for Spatial Information Management, Faculty of Geodesy, University of Zagreb, factors of real estate valuation were modelled and analysed, and particular functions which

postupak koji uključuje kvantitativno vrednovanje kvalitativnih osobina nekretnine. Tek uvođenjem tržišnih čimbenika u izračun možemo govoriti o predviđanju tržišne vrijednosti nekretnine, koja se najčešće i određuje. No važno je napraviti razliku između tržišne vrijednosti i cijene. Cijena postignuta prodajom ne mora biti mjerilo tržišne vrijednosti nekretnine, odnosno moraju se sagledati sve činjenice vezane uz kupoprodaju – ovisno o uvjetima, roku, povezanosti sudionika ili nekim drugim čimbenicima.

Univerzalni model masovne procjene vrijednosti nekretnina na teritoriju jedne države mora biti funkcionalan, praktično primjenljiv, konzistentan i prilagodljiv stvarnim uvjetima i trendovima tržišta nekretnina, te mora prepoznati relevantne čimbenike koji utječu na cijenu nekretnine u svakoj prostornoj jedinici. Sagledavanje utjecaja sredine na vrijednost nekretnine u njoj, kao i opisivanje dane sredine dovoljnim brojem atributa u funkciji utvrđivanja veze između vrijednosti tih atributa i prosječne cijene nekretnina te prostorne jedinice, jedan je od važnih zadataka u modeliranju masovne procjene nekretnina.

Opisujući sredine skupom atributa, a koristeći se poznatim podacima o prosječnim cijenama nekretnina u njima, može se formirati baza poznatih slučajeva – „baza znanja“ koja će poslužiti kao etalon za formiranje cijene nekretnine bilo koje sredine koju se također može opisati skupom identičnih atributa. U radu se uspostavlja model vrednovanja prostornih jedinica, opisanih pomoću vrijednosti atributa, automatski određenih prostornim analizama. Upotrebom logičke agregacije, odnosno agregirane mjere sličnosti, uspoređujući opisanu prostornu jedinicu s predstavnicima liste poznatih slučajeva i tretirajući tu rezultantu kao udaljavanje od ishodišta  $n$ -dimenzionalnog prostora, može se odrediti najvjerojatnija vrijednost prosječnih cijena nekretnina unutar pojedine prostorne jedinice.

## 2. Općenito o metodama masovnog vrednovanja i njihovim matematičkim osnovama

Masovno vrednovanje nekretnina, zbog složenog postupka i širokog izbora metoda, multidisciplinarnan je postupak te se njime bave stručnjaci iz raznih područja: ekonomije, građevine, geodezije, statistike i informatike (Bilsen, 2008). Iako izbor metode vrednovanja umnogome ovisi o stanju tržišta i prostornih podataka, dominantna je upotreba višestruke regresijske analize, kao tradicionalno uvriježene i dominantne metode (Benjamin i dr., 2004). Višestruka regresijska analiza u svrhu određivanja funkcije utjecaja različitih atributa nekretnine

na ukupnu vrijednost koristi se od 80-tih godina 20. stoljeća, odnosno samih početaka razvoja informacijskih sustava općenito (McCluskey i dr., 1997).

Pokušaji uvođenja sustava umjetne inteligencije u proces masovnog vrednovanja počinju otprilike prije dvadesetak godina (Mora-Esperanza, 2004), a razvojem tehnologije nastaju sustavi masovnog vrednovanja zasnovani na umjetnim neuronskim mrežama, nelinearnim prediktivnim sustavima koji oponašaju procese u biološkom mozgu. Ono što razlikuje ovu metodu od ostalih je upotreba inteligencije u procesu masovnog vrednovanja, odnosno mogućnost adaptacije sustava kroz procese učenja, čime je omogućeno rješavanje složenih problema.

Uz navedene glavne metode masovnog vrednovanja postoje i druge, manje zastupljene metode. Primjerice, metoda ekspertnih sustava (eng. *rule-based expert systems*) pokušava simulirati ekspertizu za svaku pojedinačnu nekretninu, ugrađujući u sustav pravila određena od strane jednog ili više stručnjaka koji se bave pojedinačnim procjenama nekretnina za neko područje. Izračun vrijednosti ovim sustavima vrednovanja uglavnom je zasnovan na teoriji približnih skupova (eng. *rough set theory* – RST), formalnoj matematičkoj metodi za reduciranje dimenzionalnosti skupova podataka ili teoriji neizrazitih skupova (eng. *fuzzy set theory*) (McCluskey, 1999, Kauko i d'Amato, 2008).

Broj kriterija na osnovi kojih se mogu opisati ili vrednovati nekretnine veoma je velik, a svima je svrha da reprezentiraju njihove građevinske, ekonomske, društvene, ekološke i druge aspekte. Nameće se pitanje kako formirati konzistentan, efikasan i univerzalno primjenljiv model masovne procjene vrijednosti nekretnina, a da se sve bitne položajne karakteristike u njemu mogu prepoznati i sačuvati, uzimajući u obzir u kojem se rasponu vrednovane karakteristike mogu kretati unutar svih prostornih jedinica u jednoj državi. S druge strane, jedan od ozbiljnih ograničavajućih čimbenika koji utječu na formiranje modela masovne procjene je činjenica da tržište nekretnina postoji isto onoliko koliko postoje i nekretnine, odnosno svijest o vlasništvu na njima. Tržište nepogrešivo definira vrijednost koristeći se svim karakteristikama koje bilo kojim dijelom utječu na tržišnu vrijednost.

## 3. Modeliranje podataka testnog sustava

U prethodnim radovima na Katedri za upravljanje prostornim informacijama Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu modelirani su i razmatrani čimbenici vrednovanja nekretnina, izrađene pojedine funkcije

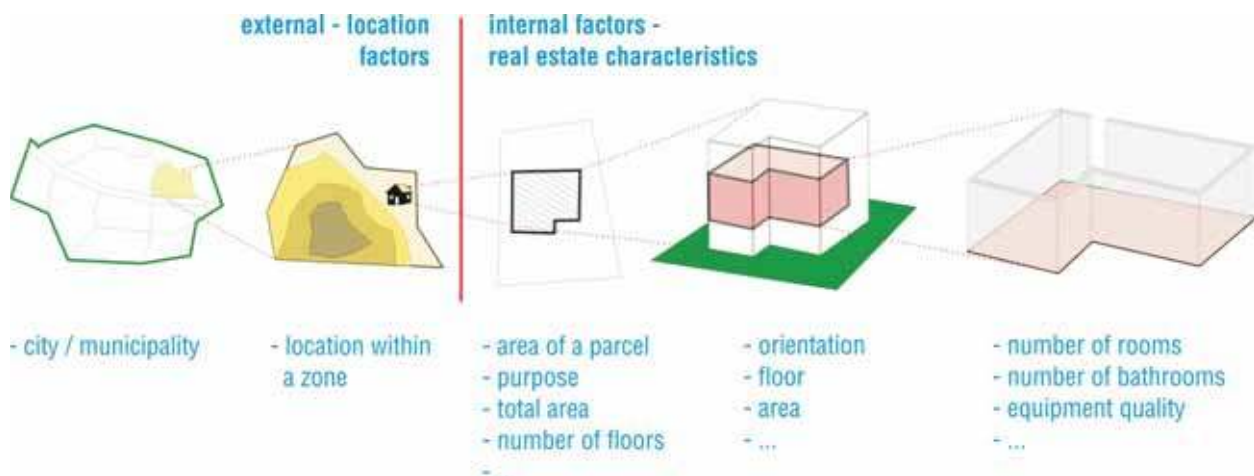


Fig. 1. Division of real estate characteristics (Tomić 2009)

automatically calculate the influence of specific factors were created (Matijević et al., 2006; Roić et al., 2007; Tomić et al., 2010; Tomić, 2010). This paper deals with the issues of multicriteria analysis and optimisation of criteria of real estate valuation, with the aim of applying it to the creation of a real estate valuation model based on the mutual characteristics of spatial units in which real estate elements are located. Administrative units boundaries were used as smallest spatial units in the process of valuation because of the available statistical data and practicality of updating valuation factors, although because of that comes to unnatural leaps on the boundaries of administrative units. Further in-depth explanations of the criteria used and the normalization of their values can be found in the doctoral dissertation *A model of spatial unit valuation as the basis for mass real estate valuation* (Kuburić, 2011).

In the simplest case, we can conclude that the issue of mass real estate estimation can be divided into two subsystems. The first is a model of spatial unit valuation, i.e. a model which should include in the value of each estimated real estate element all external factors and mutual location characteristics within a spatial unit, i.e. the settlement in which it is located (Figure 1).

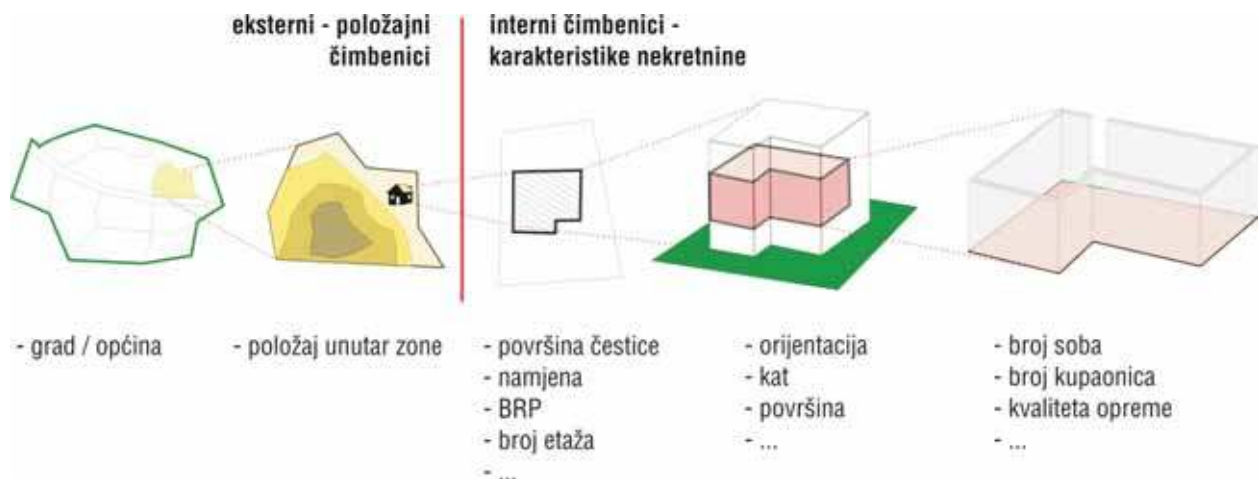
The second subsystem is responsible for real estate valuation from the aspect of estimating its market value within the spatial unit in which it is located – the valuation of internal factors, on the basis of the relevant characteristics that influence its value (Figure 1). The integration of these two subsystems would create a model of mass real estate estimation, which would recognise all the important characteristics of each real estate element within the spatial unit concerned, and which would result in a universally applicable, consistent mass estimation model.

### 3.1. Valuation based on the principle of logical aggregation and case based reasoning

For the defined values of factors of real estate valuation, the final value for a spatial unit with an unknown market value is determined by a system of case based reasoning, with application of the principle of logical aggregation.

Case based reasoning – CBR (Fig. 2) is a concept of business intelligence in which experience or knowledge from the past is used in the role of solving newly occurred problems or making decisions (Ćirović and Cekić, 2002; Ćirović and Plamenac, 2006). CBR methods are techniques are known since the 80s of the 20th century (Aamodt and Plaza, 1994). In its simplest form, CBR can be defined as a concept which solves new problems using the solutions of old problems and creating new knowledge on the basis of choice, adaptation and checking in relation to the existing cases. If the same problem in the same context is being solved twice (all parameters being the same or “sufficiently” similar), the solution which solves the problem in a better way is stored.

A problem is structured in the form of known cases of spatial units and average prices of real estate within them, and standardized attribute values organized into a knowledge base. Input parameters of the model are standardized attribute values of spatial units for which an average price of real estate is to be predicted/estimated. The model then finds in the knowledge base the most similar spatial unit or more of them based on the defined criterion, and predicts an average price of real estate based on the most similar price from the knowledge base.



Slika 1. Podjela karakteristika nekretnina (Tomić 2009)

koje automatski računaju utjecaj pojedinih čimbenika (Matijević i dr., 2006; Roić i dr., 2007; Tomić i dr., 2010; Tomić, 2010). Ovaj rad bavi se problematikom višekriterijske analize i optimizacije kriterija vrednovanja nekretnina, u svrhu primjene u izradi modela vrednovanja nekretnina prema zajedničkim karakteristikama pojedinih prostornih jedinica u kojima se nekretnine nalaze. Iako zbog toga dolazi do neprirodnih skokova na granicama pojedinih općina, kao najmanje prostorne jedinice vrednovanja odabrane su granice administrativnih prostornih jedinica – općine, zbog dostupnih statističkih podataka, a i praktičnosti i primjenjivosti sustava prilikom ažuriranja podataka o čimbenicima vrednovanja. Detaljnija objašnjenja korištenih kriterija i normiranizacije njihovih vrijednosti mogu se pronaći u doktorskoj disertaciji *Model vrednovanja prostornih jedinica kao osnova masovne procjene vrijednosti nekretnina* (Kuburić, 2011).

U najjednostavnijem slučaju može se zaključiti kako bi se problem masovne procjene vrijednosti nekretnina mogao rastaviti na dva podsustava. Prvi bi bio model vrednovanja prostornih jedinica, odnosno model koji bi u vrijednost svake procijenjene nekretnine trebao uključiti sve eksterne čimbenike i zajednička položajna obilježja unutar neke prostorne jedinice, odnosno naselja u kome se ona nalazi (slika 1).

Drugi podsustav bio bi zadužen za vrednovanje nekretnina s aspekta procjene njezine tržišne vrijednosti unutar prostorne jedinice u kojoj se nalazi – vrednovanje internih čimbenika, na osnovi relevantnih karakteristika koje utječu na njezinu vrijednost (slika 1). Integracijom tih dvaju podsustava mogao bi se stvoriti model masovne procjene vrijednosti nekretnina koji bi prepoznavao sve bitne karakteristike svake pojedine

nekretnine u predmetnoj prostornoj jedinici, a koji bi za rezultat imao univerzalno primjenljiv i konzistentan model masovne procjene.

### 3.1. Vrednovanje zasnovano na principu logičke agregacije i zaključivanja na osnovi slučaja

Za određene vrijednosti čimbenika vrednovanja nekretnina, konačna vrijednost za prostornu jedinicu s nepoznatom tržišnom cijenom, vrijednost je određena pomoću sustava zaključivanja na osnovi slučaja uz primjenu principa logičke agregacije.

Zaključivanje na osnovi slučaja – ZOS (eng. *case based reasoning* – CBR), (slika 2) je koncept poslovne inteligencije u kojem se primjenjuju iskustva odnosno znanja iz prošlosti u funkciji rješavanja novonastalih problema odnosno donošenja odluka (Ćirović i Cekić, 2002; Ćirović i Plamenac, 2006;), a osnovni principi poznati su iz 1980-ih (Aamodt i Plaza, 1994). U najjednostavnijem obliku ZOS se može definirati kao koncept koji rješava nove probleme pomoću rješenja starih problema i stvaranjem novog znanja na osnovi izbora, prilagodbe i provjere u odnosu na postojeće slučajeve. Ako se dva puta rješava isti problem u istom kontekstu (svi parametri su isti ili "dovoljno" slični), pamti se rješenje koje na bolji način rješava problem.

Problem je strukturiran u obliku poznatih slučajeva prostornih jedinica i prosječnih cijena nekretnina u okviru njih i normiranih vrijednosti atributa organiziranih u bazu znanja. Ulazni parametri modela su normirane vrijednosti atributa prostornih jedinica čija se prosječna cijena nekretnina želi predvidjeti/procijeniti. Model zatim pronalazi u bazi znanja najbližnju prostornu jedinicu ili više njih na osnovi definiranoga kriterija i predviđa

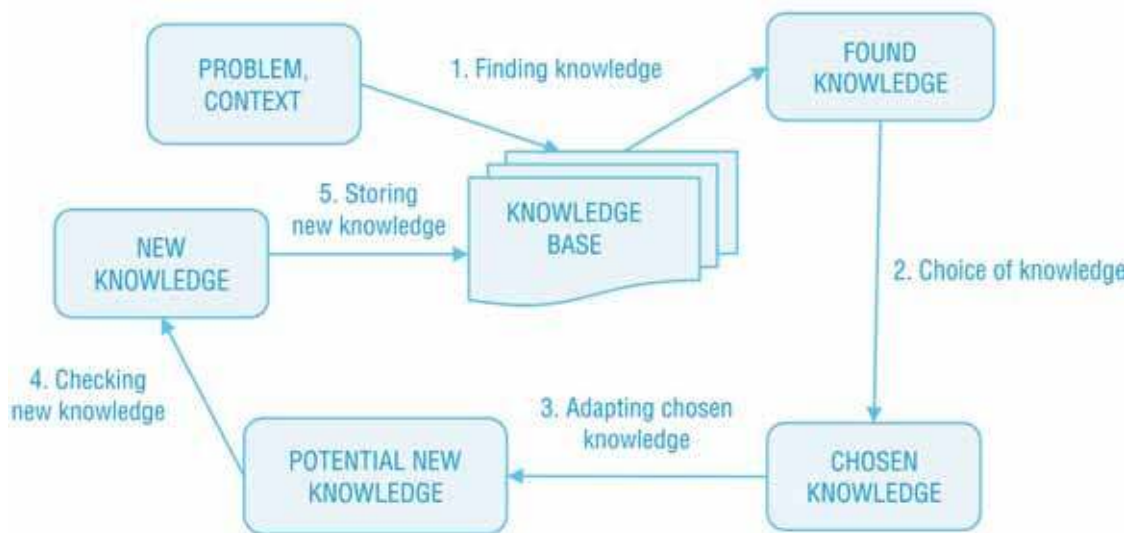


Fig. 2. A life cycle of CBR (case based reasoning) (Watson and Marir, 1994)

3.1.1. Logical aggregation of value of partial similarities of spatial units

The aggregation of quantitative measures into one single measure (measure of similarity), is at face value inadequate for application in the proposed model, therefore it is necessary to define aggregation as a logical or pseudological operation. The interpolative realisation of Boolean algebra (IBA) includes all logical functions and all interpolation operators – operators of generalised products, and this paper uses arithmetical operators for the purpose of interpolation - minimum functions and regular sums.

The proposed model, on the basis of measuring the similarity between a case (spatial unit) for which an average real estate price is being defined and a representative from the known case base, anticipates the most probable average price value. The measure of similarity is a type of assessment function which expresses an abstract concept in a numerical value, i.e. ascribes value to a set of pairs, so that greater value reflects greater similarity – such a value is an aggregate, composite figure. Similarity as a complex figure can be expressed in a single value which is obtained through the aggregation of partial similarity measures (for each of the criteria selected).

The knowledge base is represented by a matrix  $O$  composed of the existing spatial units – prototypes for which the average prices of real estate within them are known. The cases are composed of a set of attributes, the values of which carry information about the problem, and of an appropriate average price which carries infor-

mation about the resolution to the problem. Each prototype  $O_j$  represents a case – vector which consists of standardised attribute values  $a_i^j \in [0,1]$ , average real estate price  $c^j$ , and case index  $j$ . Attributes are defined as:

$$\exists O_j, \forall a_i^j, i \in (1, \dots, k)$$

To determine an average price in a spatial unit  $O_x$ , it is necessary to standardise attribute values in the same way as in the knowledge base. Then, a definition of the measure of similarity  $\mu^j$  with the prototypes from the knowledge base is carried out. The measure of similarity is an aggregate figure. It is obtained as a result of the aggregation of particular (partial) measures of similarity for each criterion.

A partial similarity measure is in fact a measure of logical equivalency. The mathematical model proposed in this paper (explained in more depth in Kuburić, 2011) is premised on the principle of case based reasoning, whereby a combination of the logical and Euclidean (L2) norm was used for aggregation. The average value of real estate prices within a spatial unit is determined on the basis of the aggregate measure of similarity between the spatial unit for which the value is sought and a representative from the known case base – the known element. The aggregate similarity measure is the integration of particular – partial similarity measures for each of the attributes which describe all cases, and in this case, the partial similarity measure also represents a measure of logical equivalency. An appropriate operator of the aggregation of value of similarity measure is:

$$\begin{aligned} \mu_i^j &= (a_i^j \Leftrightarrow a_i^x)^\otimes = [(a_i^j \cap a_i^x) \cup (c a_i^j \cap c a_i^x)]^\otimes = \\ &= 1 - a_i^j - a_i^x + 2a_i^j \otimes a_i^x, \quad \otimes := \min. \end{aligned}$$



Slika 2. Životni ciklus ZOS-a (zaključivanje na osnovi slučaja) (Watson i Marir, 1994)

prosječnu cijenu nekretnina na osnovi cijene najbližnje iz baze znanja.

3.1.1. Logička agregacija vrijednosti parcijalnih sličnosti prostornih jedinica

Agregacija kvantitativnih mjera u jednu jedinstvenu, mjeru sličnosti, na trivijalan način je neadekvatna za primjenu u predloženom modelu, te je potrebno odrediti agregaciju kao logičku odnosno pseudologičku operaciju. Interpolacijska realizacija Booleove algebre (IBA) uključuje sve logičke funkcije i sve interpolacijske operatore – operatore generaliziranih proizvoda, a upotrebljavani su aritmetički operatori za interpolacijsku namjenu – minimum funkcija i obični zbroj.

Predloženi model na osnovi mjere sličnosti između slučaja (prostorne jedinice) za koji se određuje prosječna vrijednost cijene nekretnina i predstavnika iz baze poznatih slučajeva anticipira najvjerojatniju vrijednost prosječne cijene. Mjera sličnosti je vrsta funkcije ocjenjivanja koja preslikava apstraktni koncept u numeričku vrijednost, tj. pridružuje vrijednost nizu parova, s idejom da veća vrijednost označava veću sličnost – takva vrijednost je agregirana, kompozitna veličina. Sličnost kao složena veličina može biti izražena preko jedinstvene vrijednosti koja se dobije agregacijom parcijalnih mjera sličnosti (po svakom od odabranih kriterija).

Bazu znanja predstavlja matrica  $O$  koju čine postojeće prostorne jedinice – prototipovi za koje su poznate prosječne cijene nekretnina u njima. Slučajevi se sastoje od skupa atributa čije su vrijednosti nositeljii informacije o problemu i odgovarajuće prosječne cijene koja je

nositelj informacije o rješenju problema. Svaki prototip  $O_j$  predstavlja slučaj – vektor koji čine normirane vrijednosti atributa  $a_i^j \in [0,1]$ , prosječna cijena nekretnina  $c^j$ , te indeks slučaja  $j$ . Atributi su definirani kao:

$$\exists O_j, \forall a_i^j, i \in (1, \dots, k).$$

Za određivanje prosječne cijene u nekoj prostornoj jedinici  $O_x$  potrebno je normirati vrijednosti atributa na isti način kao što je učinjeno u bazi znanja. Zatim se određuje mjera sličnosti  $\mu^j$  s prototipovima iz baze znanja. Mjera sličnosti je agregirana veličina. Dobije se kao rezultat agregacije pojedinačnih (parcijalnih) mjera sličnosti po svakom od pojedinačnih kriterija.

Parcijalna mjera sličnosti je zapravo mjera logičke ekvivalencije. Matematički model predložen u ovom radu (detaljnije objašnjen u Kuburić, 2011) koncipiran je na principu zaključivanja na osnovi slučaja, pri čemu je za agregaciju upotrijebljena kombinacija logičke i Euklidske (L2) norme. Prosječna vrijednost cijena nekretnina u jednoj prostornoj jedinici određuje se na osnovi agregirane mjere sličnosti između prostorne jedinice za koju se vrijednost traži i predstavnika iz baze poznatih slučajeva – znanja. Agregirana mjera sličnosti je integracija pojedinačnih – parcijalnih mjera sličnosti po svakom od atributa koji opisuju sve slučajeve, a parcijalna mjera sličnosti  $i$  u ovom je slučaju mjera logičke ekvivalentnosti. Odgovarajući operator agregacije vrijednosti mjere sličnosti prikazan je izrazom:

$$\begin{aligned} \mu_i^j &= (a_i^j \leftrightarrow a_i^x)^\otimes = [(a_i^j \cap a_i^x) \cup (Ca_i^j \cap Ca_i^x)]^\otimes = \\ &= 1 - a_i^j - a_i^x + 2a_i^j \otimes a_i^x, \quad \otimes := \min. \end{aligned}$$

Ukupna – agregirana mjera sličnosti može se prikazati kao točka ( $O^j$ ) u n-dimenzionalnom realnom



The total – aggregate similarity measure can be represented as a point ( $O^j$ ) in an  $n$ -dimensional real vector space, where the distance of a rectangular projection of the point from the source for each axis is equal to the distance of partial similarity measures for each criterion. Using the Euclidean norm as an aggregation operator of similarity measure, a measure of the distance of the point ( $O^j$ ) from the source is determined in the following way:

$$r^j = \left[ \sum_{i=1}^k \mu_i^{j2} \right]^{\frac{1}{2}},$$

where  $k$  is the number of criteria.

In the proposed model, the possibility also remains of ascribing weight coefficients to each of the squares of the partial similarity measure  $\mu_i^j$ . Then the distance is defined as:

$$r^j = \left[ \sum_{i=1}^k \mu_i^{j2} w_i \right]^{\frac{1}{2}},$$

where:

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1, w_i \geq 0, i=1, \dots, k,$$

Then the value of total similarity measure equals the value of logical negation of the distance:

$$\mu^j = (-r^j)^{\otimes} = 1 - r^j.$$

The most similar  $O_j \in O$  prototype to  $O_x$  is the one with the greatest value of similarity measure  $\mu^j$ , whereas for the greatest value of similarity measure, a case with the smallest distance between the points is taken. According to the proposed model, for each new case (spatial unit) to be valued, a known case should be found in the knowledge base to which it is the most similar. However, the question arises as to which similarity measure would be the borderline case for which it can be said that a known case from the knowledge base can serve to predict the average real estate price in the estimated case. Within the proposed model, the value of minimum total similarity measure is defined at 0.8, and the principle is kept according to which, on the basis of total similarity measure, it is not the most similar case which is sought in the knowledge base, but in determining average real estate price values, all known cases within an estimated spatial unit are used, which along with the estimated one have the total measure of similarity greater or equal to the defined limit value.

The estimated average real estate price value within the spatial unit being estimated is not only the regular arithmetic mean of the average price values of known cases from the knowledge base, for which a measure of similarity to the estimated one is greater than or equal to the limit value, but it is also proportional to it. A sys-

tem-defined predicted value may be calculated according to the formula:

$$\text{overall Price} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{price}_i (\mu_i - 0.8)}{\omega}$$

where:  $\omega = \sum_{i=1}^n (\mu_i - 0.8)$ .

In this expression,  $n$  is the number of cases from the knowledge base for which the total measure of similarity to the estimated case is greater than or equal to the limit value.

#### 4. Modelling Influence on Real Estate Value within Spatial Units

It is accepted in practice that there are four main influences which significantly affect real estate value:

- Social
- Economic
- Environmental
- National and political.

Within the function of creating a mass estimation model, the criteria of spatial unit valuation, in line with the four main influences on real estate value, are divided into four basic groups that can be modelled and their values determined, and these are the natural, social and economic characteristics and the corrective factor.

The basic concept for establishing this model is the valuation of all criteria for each spatial unit, which as a result of estimation gives a characteristic number normalized in a 0 – 1 interval, practically representing a criterion of spatial unit valuation, which is in correlation with the average value of all real estate in the spatial unit concerned. Each group of characteristics contains several individual criteria and subcriteria, the values of which are also normalised within each group in a 0 – 1 interval. The valuation is split into several levels, normalisation is carried out at each, following the “from the bottom up” principle – from the lower level which has a lesser on the final value, to the higher level, which is obtained by adding up the defined values at lower levels, until a characteristic number is obtained for one spatial unit.

#### 5. Spatial Units of Valuation

It is necessary to define the maximum spatial framework within which the previously determined characteristics have a unique influence on real estate in their environment. In response to this requirement, a measure must be found between the actual characteristics of the environment and the requirements for practical application of the model at the level of the Republic of Serbia as a whole. Taking into consideration both

vektorskom prostoru, gdje je udaljenost pravokutne projekcije točke od ishodišta po svakoj od osi jednaka vrijednosti parcijalnih mjera sličnosti po svakom od kriterija. Upotrebom Euklidske norme kao operatora agregacije mjere sličnosti zapravo se određuje mjera udaljenosti točke ( $O^j$ ) od ishodišta na sljedeći način:

$$r^j = \left[ \sum_{i=1}^k \mu_i^{j^2} \right]^{\frac{1}{2}},$$

gdje je  $k$  broj kriterija.

U predloženom modelu također ostaje mogućnost dodjele težinskih koeficijenata svakom od kvadrata parcijalne mjere sličnosti  $\mu_i^j$ . Tada je razmak definiran s:

$$r^j = \left[ \sum_{i=1}^k \mu_i^{j^2} w_i \right]^{\frac{1}{2}}$$

gdje je:

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1, w_i \geq 0, i=1, \dots, k,$$

Tada je vrijednost ukupne mjere sličnosti jednaka vrijednosti logičke negacije razmaka:

$$\mu^j = (-r^j)^{\otimes} = 1 - r^j.$$

Najsličniji prototip  $O_j \in O$  sa  $O_x$  je onaj s najvećom vrijednosti mjere sličnosti  $\mu^j$ , dok se za najveću vrijednost mjere sličnosti uzima slučaj gdje je razmak točaka najmanji. Po predloženoj modelu za svaki novi slučaj (prostornu jedinicu) koji se vrednuje, iz baze znanja će se pronaći poznati slučaj s kojim je on najbliži. Međutim, postavlja se pitanje koja je mjera sličnosti granični slučaj za koji se može reći da poznati slučaj iz baze znanja može poslužiti za anticipaciju prosječne vrijednosti cijene nekretnina slučaja koji se ocjenjuje. U predloženoj modelu, određena je vrijednost minimalne ukupne mjere sličnosti 0,8, te je zadržan princip po kojem se na osnovi ukupne mjere sličnosti ne traži najbliži slučaj iz baze znanja, nego se u određivanju prosječne vrijednosti cijena nekretnina u procjenjivanoj prostornoj jedinici, koriste svi poznati slučajevi koji s ocjenjivanim imaju ukupnu mjeru sličnosti veću ili jednaku zadanoj graničnoj vrijednosti.

Procijenjena prosječna vrijednost cijena nekretnina u prostornoj jedinici koja se procjenjuje nije samo obična aritmetička sredina vrijednosti prosječnih cijena poznatih slučajeva iz baze znanja, čija je mjera sličnosti s ocjenjivanom veću ili jednaka graničnoj vrijednosti, nego je ona s njom proporcionalna. Sustavom određena predviđena vrijednost izračunana je prema formuli:

$$\text{ukupnaCijena} = \sum_{i=1}^n \text{cijena}_i \frac{(\mu_i - 0,8)}{\omega},$$

gdje je:

$$\omega = \sum_{i=1}^n (\mu_i - 0,8).$$

U izrazu je  $n$  broj slučajeva iz baze znanja čija je ukupna mjera sličnosti s ocjenjivanim slučajem veću ili jednaka graničnoj vrijednosti.

#### 4. Modeliranje utjecaja na vrijednost nekretnina unutar prostornih jedinica

U praksi je prihvaćeno kako postoje četiri glavna utjecaja koji bitno utječu na vrijednost nekretnine:

- društveni
- ekonomski
- utjecaji okoline
- državni i politički.

U funkciji kreiranja modela masovne procjene kriteriji vrednovanja prostornih jedinica, sukladno četirima glavnim utjecajima na vrijednost nekretnine, svrstani su u četiri osnovne grupe koje se mogu modelirati i odrediti njihove vrijednosti, i to: prirodne, društvene i privredne karakteristike te korektivni čimbenik.

Osnovni je koncept uspostavljanja ovog modela vrednovanje svih kriterija za svaku prostornu jedinicu čime se kao rezultat procjene dobije karakterističan broj normiran u intervalu od 0 do 1, koji će praktično predstavljati kriterij vrednovanja prostornih jedinica, koji je u korelaciji s prosječnom vrijednosti svih nekretnina u predmetnoj prostornoj jedinici. Svaka grupa karakteristika u sebi sadrži više pojedinih kriterija i podkriterija čije se vrijednosti također normiraju unutar svake grupe u intervalu od 0 do 1. Vrednovanje se rastavlja na nekoliko razina pri čemu se svaka od njih normira, i to po principu „odozdo prema gore“ – od niže razine koja manje utječe na konačnu vrijednost do više razine koja se dobiva zbrajanjem određenih vrijednosti na nižim razinama, sve dok se za jednu prostornu jedinicu ne dobije karakterističan broj.

#### 5. Prostorne jedinice vrednovanja

Potrebno je definirati maksimalni prostorni okvir u kojem prethodno određene karakteristike imaju jedinstven utjecaj na nekretnine u svom okruženju. Odgovarajući tom zahtjevu treba naći mjeru između stvarnih karakteristika jedne sredine i zahtjeva za praktičnom primjenom samog modela na razini cijele Republike Srbije. Uzimajući u obzir oba ova aspekta, za potrebe rada testno područje Republike Srbije prostorno je podijeljeno prema administrativnim granicama političkih općina. Kriterij za izbor reprezentativnih općina u okviru istraživanja bio je napraviti pravilnu prostornu podjelu, kako bi dobiveni model bio u što većoj korelaciji i sa svim

**Table 1.** Valuated characteristics of spatial units  
**Tablica 1.** Vrednovane karakteristike prostornih jedinica

1. Prirodne karakteristike Natural characteristics	1.1 Ekološki aspekt / <i>Ecological aspect</i>		
	1.2 Udaljenost od glavnog grada / <i>Distance from the capital</i>		
	1.3.1 Prometni koridori <i>Traffic corridors</i>	1.3.1.1 Autocesta / <i>Highway</i>	
		1.3.1.2 Putnička zračna luka / <i>Passenger airport</i>	
		1.3.1.3 Plovna rijeka / <i>Navigable river</i>	
		1.3.1.4 Željeznička pruga / <i>Railway line</i>	
		1.3.1.5 Magistralna cesta / <i>Main road</i>	
	1.3.2 Susjedne zemlje <i>Neighbouring countries</i>	1.3.2.1 Granica / <i>Border</i>	
		1.3.2.2 Bilateralni odnosi / <i>Bilateral relations</i>	
		1.3.2.3 Članstvo u EU / <i>EU membership</i>	
		1.3.2.4 Granični prijelaz / <i>Border crossing</i>	
	1.3.3 Prirodna bogatstva <i>Natural resources</i>	1.3.3.1 Vodotoci / <i>Waterways</i>	
		1.3.3.2 Rudno bogatstvo / <i>Mining resources</i>	
		1.3.3.3 Energetski potencijal / <i>Energy potential</i>	
1.3.3.3 Lječilišta / <i>Health spas</i>			
1.3.3.4 Sportsko-rekreativni centar / <i>Sport-recreational centres</i>			
2. Društvene karakteristike Social characteristics	2.1 Gustoća naseljenosti / <i>Population density</i>		
	2.2 Priraštaj stanovništva / <i>Birth rate</i>		
	2.3 Broj zaposlenih / <i>Number of those in employment</i>		
	2.4 Odgojno-obrazovne ustanove / <i>Educational institutions</i>		
3. Privredne karakteristike Economic characteristics	3.1 Visina prosječnih prihoda / <i>Average income</i>		
	3.2 Poljoprivredni razvoj / <i>Agricultural development</i>		
	3.3 Proračunski prihod / <i>Budget income</i>		
	3.4 Prometna infrastruktura / <i>Traffic infrastructure</i>		
	3.5 Turizam Tourism	3.5.1 Kapacitet / <i>Capacities</i>	
		3.5.2 Kulturno-povijesno nasljeđe / <i>Cultural-historical heritage</i>	
		3.5.3 Sajamska tradicija / <i>Tradition of fairs</i>	
		3.5.4 Prirodne ljepote / <i>Natural landscape</i>	
		3.5.5 Tradicionalne manifestacije / <i>Traditional events</i>	
4. Korektivni čimbenik corrective factor	4.1 Broj novoizgrađenih stanova / <i>Number of newly-built flats</i>		
	4.2 Cijena stana / <i>Price of flats</i>		
	4.3 Stanje sustava zemljišne administracije / <i>State of land administration system</i>		
	4.4 Broj transakcija / <i>Number of transactions</i>		



**Fig. 3.** Spatial units included in the test model

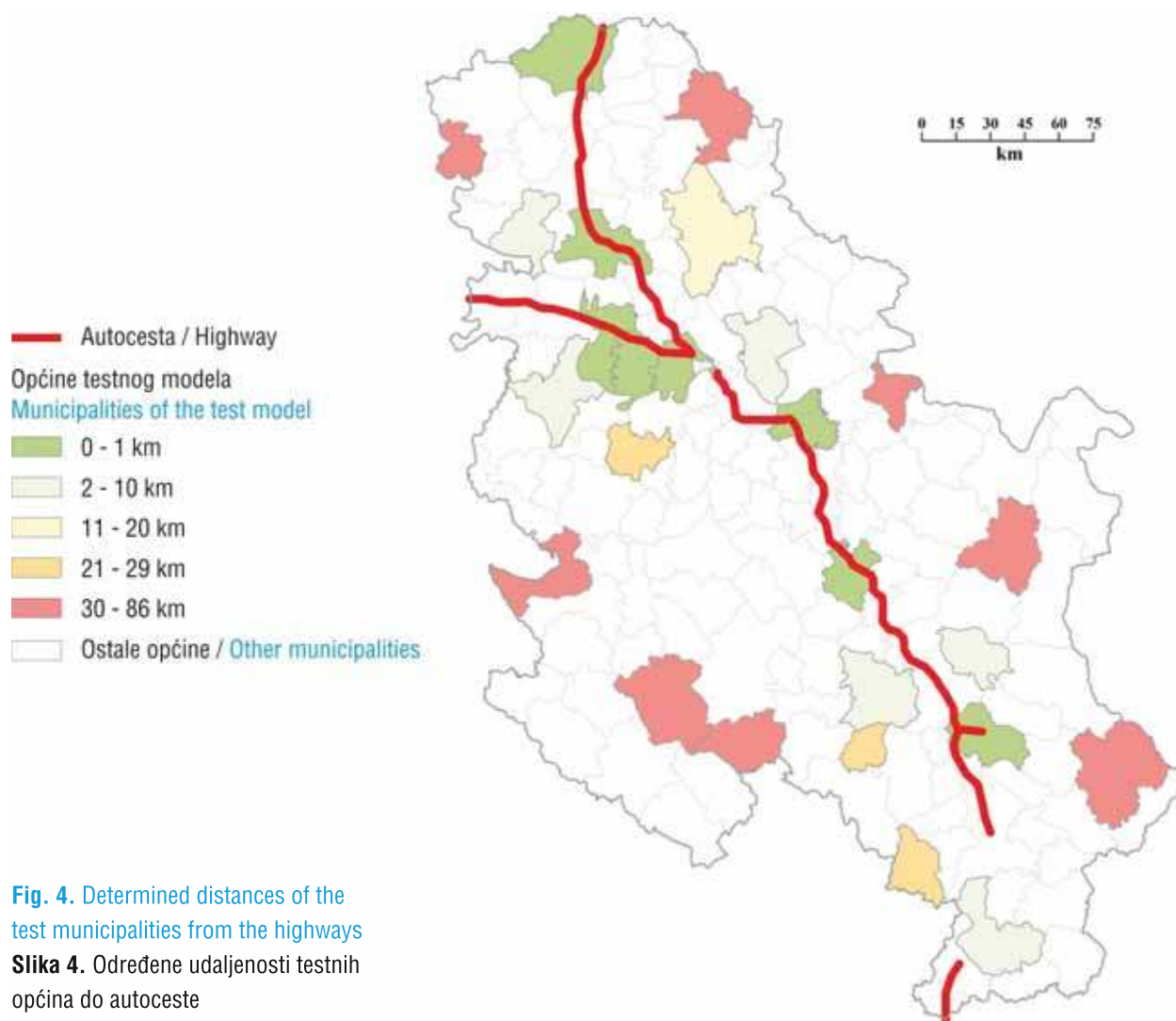
**Slika 3.** Prostorne jedinice obuhvaćene testnim modelom

regionalnim specifičnostima koje nisu mogle biti kvantitativno opisane kriterijima, a po logici stvari mogu imati utjecaj i na formiranje visine cijena nekretnina. Tako je u ovom radu izabrano trideset općina, i to: četiri gradske općine grada Beograda, i po jedna ili dvije općine iz svakog upravnog okruga s područja cijele Republike Srbije (slika 3 – brojevi prostornih jedinica prikazani su prema tablici 2).

### 5.1. Vrednovanje karakteristika

Sukladno prethodno navedenim glavnim utjecajima na vrijednost nekretnina, odabrane su karakteristike koje možemo smatrati zajedničkim svim nekretninama unutar jedne prostorne jedinice, te je predloženo normiranje njihova utjecaja na vrijednost. Sustav se koristi ekspertnim mišljenjima za dodjeljivanje težina vrijednostima čimbenika.

Vrednovane karakteristike prostornih jedinica podijeljene su u četiri grupe (tablica 1): prirodne karakteristike, društvene karakteristike, privredne karakteristike i korektivni čimbenik. Prirodne karakteristike obuhvaćaju vrednovanje ekološkog aspekta, udaljenosti od glavnog grada, te utvrđivanje povoljnosti geostrateškog položaja pojedine prostorne jedinice unutar države. Neki kriteriji obuhvaćaju i podkriterije na koje se glavni kriteriji razlažu, a u svrhu boljeg opisa pojedine karakteristike. Druga grupa karakteristika obuhvaća društvene karakteristike, te se sastoji od vrednovanja podatka o gustoći naseljenosti, priraštaju stanovništva, broju zaposlenih te broju odgojno-obrazovnih ustanova. U trećoj grupi nalaze se privredne karakteristike, koje vrednuju visinu prosječnih prihoda, stupanj poljoprivrednog razvoja, visinu proračunskih prihoda, kvalitetu prometne infrastrukture i turističke pokazatelje. Uz navedene karakteristike, uveden je i korektivni čimbenik kojime se kompenziraju težine za prosječne cijene nekretnina



**Fig. 4.** Determined distances of the test municipalities from the highways

**Slika 4.** Određene udaljenosti testnih općina do autoceste

these aspects, for the purposes of this paper, a test area of the Republic of Serbia was spatially divided according to the administrative borders of political municipalities. The criterion for selecting representative municipalities for research was to make a proper spatial division so that the model obtained correlated as far as possible with all regional specifics, which could not be quantitatively described by criteria, but logically could have influenced the formation of real estate prices. Therefore, in this paper, thirty municipalities were chosen: four municipalities in the city of Belgrade, and one or two municipalities in each administrative county, covering the whole area of the Republic of Serbia (Figure 3 – numbers of spatial units as displayed in Table 2).

### 5.1. Valuation of characteristics

In line with the previously listed main influences on real estate value, characteristics were chosen which were considered common to all real estate within one spa-

tial unit, and a standardisation of their influence on value was suggested. The system used expert opinions to ascribe weight to the values of factors.

The valuated characteristics of spatial units were divided into four groups (Table 1): natural characteristics, social characteristics, economic characteristics, and a corrective factor. Natural characteristics cover valuation of the ecological aspect, distance from the capital city, and a determination of the convenience of the geostrategic position of the spatial unit within the framework of the state. Some criteria were split into subcriteria in order to describe a characteristic better. The second group covers social characteristics, and consists of valuating information on the density of the population, the birth rate, the number of those in employment, and the number of educational institutions. The third group covers economic characteristics which value the level of the average income, the level of agricultural development, the level of budget income, the quality of traffic infrastructure and tourist activity

određene za prostorne jedinice u kojima je veći broj no-voizgrađenih stanova, prosječna cijena je određena na osnovi većeg broja provedenih transakcija, a zbog veće tržišne aktivnosti ažurniji je i sustav zemljišne administracije. Zbog nedostupnosti potrebnih podataka, samo prve tri skupine su korištene u procesu vrednovanja.

Podaci na osnovi kojih su određene vrijednosti karakteristika podaci su službenih državnih upisnika Republike Srbije, odnosno rezultati projekata koje su za područje cijele države izradile državne agencije (Živković, 2008; Vukmirović, 2009). Izrada testnog modela i implementacija sustava obuhvaćala je modeliranje utjecaja svih navedenih karakteristika koje su određene na temelju navedenih podataka upisnika na državnoj razini. Kako je većina vrijednosti vrednovanih karakteristika određena automatski prostornim analizama (primjerice, određivanje udaljenosti od autoceste – slika 4), osnovni sloj GIS-a temeljen je na podacima registra prostornih jedinica. Navedeno i dalje uključuje relativno velik opseg ručne prilagodbe i konverzije podataka kako bi se podaci uključili u GIS. Postojanje uspostavljene infrastrukture prostornih podataka na državnoj razini umnogome bi olakšalo taj zadatak zbog jednostavnijeg pronalaženja i integracije podataka i s njima povezanih metapodataka.

Za svaku vrednovanu karakteristiku određena je granična vrijednost za koju je pretpostavljeno kako je utjecaj navedene karakteristike na vrijednost nekretnina zanemariv. Od te vrijednosti, kojoj je funkcijom dodijeljena vrijednost 0, vrijednost određenog čimbenika vrednovanja linearno raste prema postavljenom uvjetu u kojem čimbenik ima najveći utjecaj. Tako je, primjerice, utjecaj blizine autoceste (slika 4) modeliran sljedećom funkcijom koja svakoj prostornoj jedinici dodjeljuje diskretnu vrijednost u intervalu od 0 do 1:

$$v = 1 - \left( \frac{\text{udaljenost}[km]}{30} \right)$$

$$v = \begin{cases} 1 & \text{udaljenost} = 0km \\ (0,1) & \text{udaljenost} = (30km, 0km) \\ 0 & \text{udaljenost} \geq 30km \end{cases}$$

## 6. Rezultati

Agregacijom određenih vrijednosti vrednovanih karakteristika, dobivene su konačne vrijednosti mjera sličnosti iz kojih je moguće, primjenom navedene metodologije, odrediti vrijednost za prostornu jedinicu poznatih karakteristika, a nepoznate prosječne cijene

**Table 2.** Defining the coefficient of dispersion in the test model

**Tablica 2.** Određivanje koeficijenta disperzije testnog modela

Redni broj / Ordinal number	Prostorna jedinica – općina Spatial unit – municipality	Poznata prosječna cijena Known average price – C <sub>p</sub> [€]	Modelom određena vrijednost – Model-defined value – C <sub>m</sub> [€]	C <sub>m</sub> -C <sub>p</sub> [%]	R <sub>i</sub> =C <sub>m</sub> /C <sub>p</sub>	R <sub>i</sub> -R <sub>m</sub>	R <sub>i</sub> -R <sub>m</sub>  /R <sub>m</sub>
1	2	3	4	5	6	7	
1	N. Beograd	1557	1636	5	1.05	0.01	0.00
2	Zemun	1323	1506	12	1.14	0.09	0.09
3	S. Venac	2347	1295	-81	0.55	0.49	0.47
4	Palilula	1339	1394	4	1.04	0.01	0.00
5	Subotica	643	648	1	1.01	0.04	0.04
6	Zrenjanin	620	562	-10	0.91	0.14	0.13
7	Kikinda	582	595	2	1.02	0.02	0.02
8	Pančevo	770	1002	23	1.30	0.25	0.24
9	Apatin	534	643	17	1.20	0.16	0.15
10	B. Palanka	600	647	7	1.08	0.03	0.03
11	Novi Sad	1000	1229	19	1.23	0.18	0.17
12	Ruma	744	617	-21	0.83	0.22	0.21
13	Pećinci	560	644	13	1.15	0.10	0.10
14	Šabac	707	672	-5	0.95	0.10	0.09
15	Ub	555	669	17	1.21	0.16	0.15
16	Smederevo	560	633	11	1.13	0.08	0.08
17	V. Gradište	586	689	15	1.18	0.13	0.12
18	Arandjelovac	618	636	3	1.03	0.02	0.02
19	Jagodina	570	717	21	1.26	0.21	0.20
20	Bor	400	598	33	1.49	0.45	0.43
21	Sokobanja	850	635	-34	0.75	0.30	0.29
22	Bajina Bašta	790	602	-31	0.76	0.28	0.27
23	Ivanjica	760	612	-24	0.80	0.24	0.23
24	Raška	750	630	-19	0.84	0.21	0.20
25	Kruševac	602	564	-7	0.94	0.11	0.10
26	Niš	750	1038	28	1.38	0.34	0.32
27	Blace	500	662	24	1.32	0.28	0.27
28	Pirot	655	670	2	1.02	0.02	0.02
29	Medveđa	450	668	33	1.48	0.44	0.42
30	Vranje	563	554	-2	0.98	0.06	0.06
				$\bar{x}$	<b>1.05</b>	$\Sigma$	<b>4.95</b>

indicators. In addition to these characteristics, a corrective factor was introduced, to adjust weighting for average real estate prices determined for spatial units with larger numbers of newly built flats; the average price was determined on the basis of a larger number of executed transactions and, due to increased market activity, the system of land administration was more up-to-date. Due to data availability, only the first three groups of characteristics were used in the process of valuation.

The data according to which the values of characteristics were defined were from official state registries of the Republic of Serbia, i.e. results of country-wide projects undertaken by state agencies (Živković 2008, Vukmirović 2009). The creation of a test model and implementation of the system included modelling the influence of all the characteristics listed, which were defined on the basis of registry data at the state level. Since most values of the valuated characteristics were defined by automatic spatial analyses (e.g. defining the distance from a highway – Fig. 4), the basic GIS layer was based on data from the spatial unit registry. This still included a relatively large amount of manual adjustment and data remodelling, in order to include it in the GIS. The existence of an established spatial data infrastructure at the state level would significantly facilitate this task, enabling data and linked metadata to be found and integrated more simply.

For each valuated characteristic, a limit value was defined for which it was assumed that the influence of this characteristic on real estate value was negligible. From this value, ascribed 0 by function, the value of the defined valuation factor grew linearly up to the point set at which the factor had the biggest influence. So, for example, the influence of the proximity of a highway (Fig. 4) was modelled by the following function which ascribes to each spatial unit a discrete value within a 0 – 1 interval:

$$v = 1 - \left( \frac{\text{distance}[\text{km}]}{30} \right), \quad v = \begin{cases} 1 & \text{distance} = 0\text{km} \\ (0,1) & \text{distance} = (30\text{km}, 0\text{km}) \\ 0 & \text{distance} \geq 30\text{km} \end{cases}$$

## 6. Results

Aggregation of the determined values of valuated characteristics resulted in the final values of similarity measures, from which it was possible, by applying the said methodology, to define values for a spatial unit with known characteristics, but without an average real estate price. To examine the quality of the model-defined values, the following methodology was established: for each municipality in the test model, the value of average real estate prices was determined from data on similarity me-

asures and on the basis of similarity measures from other municipalities in the test model, as though the average price was unknown and therefore sought. Since the value of average real estate prices was known for all municipalities in the test model, it was possible to compare data obtained in the model and existing data on average prices.

A quantitative comparison of these methods requires previous definition of methodology and estimation criteria for each particular mass valuation method. In statistics, there are two ways of displaying a standard measure of reliability: interval of reliability, and standard deviation. In most works, alongside these statistical indicators, a coefficient of dispersion (COD) is used as a measure of model predictive capability. The International Association of Assessing Officers (IAAO) defines the coefficient of dispersion as the average absolute value of dispersion percentage around a median-defined ratio. The coefficient of dispersion, on the basis of a sample in which the known values estimated by the model are also sales values, assesses the accuracy of a predictive model by measuring how close particular ratios of the estimated value and the achieved value are around the median of the same ratio, which is calculated by the following expression (IAAO, 2007):

$$COD = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|R_i - R_m|}{R_m},$$

where:

$COD$  – coefficient of dispersion

$R_i$  – assessed particular ratio of the estimated and the achieved value

$R_m$  – median  $R_i$  of the sample ratio

$n$  – number of real estate elements in the sample

On the basis of data from Table 2, it is possible to determine a COD for the test model and it amounts to 16.4%. According to an IAAO recommendation, a practically applicable system of mass valuation should have a COD of up to 20%. Although this would suggest that a mass valuation system with a smaller COD would be of better quality and predict average prices better, a COD of less than 5% points to the choice of unrepresentative samples, and a repeated definition of characteristics and samples is recommended, as it is for systems with a COD greater than 20%.

## 7. Conclusion

The proposed model presupposes the use of data from the land administration system, as well as other official data registries of the Republic of Serbia, e.g. the Institute of Geodesy Geodetic Institute for Statistics, the Revenue Administration, etc, the transparent structure

nekretnina. Kako bi se ispitala kvaliteta modelom određenih vrijednosti, utvrđena je sljedeća metodologija: za svaku općinu testnog modela određena je vrijednost prosječne cijene nekretnina iz podataka o mjeri sličnosti i na temelju mjera sličnosti ostalih općina testnog modela, kao da je nepoznata i traži se vrijednost prosječne cijene. Kako je vrijednost prosječne cijene nekretnina poznata za sve općine testnog modela, moguće je usporediti podatke dobivene modelom i postojeće podatke prosječne cijene.

Kvantitativna usporedba navedenih metoda zahtijeva prethodno definiranje metodologije i kriterija ocjene svake pojedinačne metode masovnog vrednovanja. U statistici, dva su načina prikazivanja uobičajene mjere pouzdanosti: intervalom pouzdanosti i standardnim odstupanjem. U većini radova, uz navedene statističke pokazatelje, kao mjera predikcijske sposobnosti modela, upotrebljava se koeficijent disperzije (eng. *coefficient of dispersion* – COD). Međunarodna udruga procjenitelja – IAAO (eng. *International Association of Assessing Officers*) definira koeficijent disperzije kao prosječnu apsolutnu vrijednost postotka disperzije oko medijanom određenog omjera. Koeficijent disperzije, na osnovi uzorka u kojem su poznate vrijednosti procijenjene modelom i prodajne vrijednosti, ocjenjuje točnost prediktivnog modela kroz mjeru koliko su blizu pojedinačni omjeri procijenjene vrijednosti i postignute vrijednosti oko medijana istog omjera, a računa se po sljedećem izrazu (IAAO, 2007):

$$COD = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|R_i - R_m|}{R_m},$$

gdje su:

COD – koeficijent disperzije

$R_i$  – procijenjeni pojedinačni omjer procijenjene i postignute vrijednosti

$R_m$  – medijan  $R_i$  omjera uzorka

$n$  – broj nekretnina u uzorku.

Na osnovi podataka iz tablice 2, moguće je odrediti COD za testni model i on iznosi 16,4%. Prema preporuci IAAO, praktično primjenjiv sustav masovnog vrednovanja trebao bi imati COD do 20%. Iako iz navedenog proiz-

lazi kako bi sustav masovnog vrednovanja s manjim COD-om trebao biti kvalitetniji i bolje predviđati prosječne cijene, COD manji od 5% upućuje na odabir nerepresentativnog uzorka, te preporučuje ponovno određivanje karakteristika i uzorka, jednako kao i za sustave s COD-om većim od 20%.

## 7. Zaključak

Predloženim modelom predviđena je uporaba podataka sustava zemljišne administracije, kao i drugih službenih upisnika podataka Republike Srbije, primjerice Republičkoga geodetskog zavoda, Republičkog zavoda za statistiku, Uprave prihoda i sl., a čija transparentna struktura i metodološka osnova jamči konzistentnu kvalitetu i pouzdanost podataka.

Korišteni pristup omogućava da se rezultat uporabe modela ne čuva kao određeni i pohranjeni „offline“ podatak, nego da se svaki put kada je takav podatak potreban, on generira po predloženoj metodologiji, a na bazi stvarnih – ažurnih podataka iz navedenih izvora, upotrebom tehnologije sustava za upravljanje prostornim bazama podataka. Takvom strukturom modela i predloženim izvorima podataka osiguralo bi se da model bude ažuran i aktualan u realnom vremenu. Prije navedenoga, potrebno je zadovoljiti sve postavljene preduvjete, a to su distribuirane baze podataka službenih upisnika podataka o nekretninama, te ostalih čimbenika potrebnih u postupku masovnog vrednovanja.

Iako je za testno područje izabrana Republika Srbija, model je po logici svoje strukture univerzalno primjenljiv i na drugim područjima eventualne primjene, uz zadovoljenje preduvjeta prethodnog restrukturiranja kriterija odnosno atributa koji se u njemu upotrebljavaju.

Iz rezultata dobivenih testnim modelom moguće je zaključiti kako predloženi model relativno dobre rezultate daje kada se zaključivanje donosi na osnovi interpolacija, a što je i logično, ekstrapolacija daje loše rezultate – što je vidljivo, primjerice, na procijenjenoj vrijednosti općina Savski Venac i Bor. Taj problem mora se riješiti uključivanjem općina s pretpostavljenom maksimalnom i minimalnom prosječnom vrijednosti nekretnina u popis poznatih slučajeva, kako bi se cijena za sve prostorne jedinice određivala interpolacijom.



and methodological base of which guarantee consistent quality and reliability of data.

The approach used enables the result of the model usage to be kept not as a certain type of “offline” data, but rather each time data is needed, it is generated according to the proposed methodology, on the basis of actual, updated data from the sources, using spatial database management system technology. This kind of model structure and the proposed data sources would ensure that data is updated and actual in real time. Before that, all the prerequisites must be fulfilled, which include the distributed databases of the official real estate data registries, and other factors needed in a mass valuation procedure.

Although the Republic of Serbia was chosen as the test area, the logic of the model structure makes it universally applicable in other areas, after meeting the prerequisites of previous restructuring of criteria, i.e. the attributes used within it.

From the results obtained from the test model, it can be concluded that the proposed model yields relatively good results when conclusions are based on interpolation, which is also logical; extrapolation yields bad results – as is evident from the examples of estimated values in the Savski Venac and Bor municipalities. This problem must be solved by including municipalities with predicted maximum and minimum average real estate values in the list of known cases, so that the price for all spatial units can be determined by interpolation.

## Literatura / References

- Aamodt, A., Plaza, E. (1994): Case-Based Reasoning: Foundational Issues, Methodological Variations, and System Approaches, *Artificial Intelligence Communications*, IOS Press, Vol. 7: 1, 39–59.
- Barańska, A. (2004): Criteria of Database Quality Appraisal and Choice Stochastic Models in Prediction of Real Estate Market Value, *Proceedings of the FIG Working Week 2004*, Athens.
- Belaj, V., Rajčić, D. (2008): Procjena vrijednosti nekretnina s pravnog stajališta, *Hrvatsko graditeljstvo pred izazovom europskih integracija / Simović, V. (ur.), Hrvatski savez građevinskih inženjera, Cavtat*, 717–728.
- Benjamin, J. D., Guttery, R. S., Sirmans, C. F. (2004): Mass Appraisal: An Introduction to Multiple Regression Analysis for Real Estate Valuation. *Journal of Real Estate Practice and Education*, Vol. 7, No. 1, 65–78.
- Bilsen, A. (2008): Mathematical Explorations of Urban and Regional Design, PhD thesis, Delft University of Technology, Netherlands.
- Cetl, V. (2003): Uloga katastra u nacionalnoj infrastrukturi prostornih podataka, magistarski rad, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.
- Čirović, G., Cekić, Z. (2002): Case based reasoning model based on the Rough Sets Theory, *Kybernetes – The International Journal of Systems & Cybernetics*, Emerald, Vol. 31, Number 6, MCB University Press, Bradford, UK, 896–909.
- Čirović, G., Plamenac, D. (2006): Construction machines: Optimal Choice of options using mathematical modelling, *Kybernetes – The International Journal of Systems & Cybernetics*, Emerald, Vol. 35, MCB University Press, Bradford, 1348–1368.
- IAAO (2007): Standard on Ratio Studies, International Association of Assessing Officers, Kansas City.
- Kauko, T., d'Amato, M. (ur.) (2008): *Mass Appraisal Methods: An International Perspective for Property Valuers*, Blackwell Publishing, Singapur.
- Kuburić, M. (2011): Model vrednovanja prostornih jedinica kao osnova masovne procjene vrijednosti nekretnina, doktorska disertacija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Mastelić Ivić, S. (2008): Procjena nekretnina. Interna skripta, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Matijević, H., Mastelić Ivić, S., Cetl, V. (2006): Automatic Calculation of 3D Characteristics of a Cadastral Parcel for the Purposes of Mass Valuation, *Kartografija i Geoinformacije*, Vol. 5, No. 6, 14–25.
- McCluskey, W., Anand, S. (1999): The application of intelligent hybrid techniques for the mass appraisal of residential properties. *Journal of Property Investment & Finance*, Vol. 17, No. 3, 218–238.
- McCluskey, W., Deddis, W., Mannis, A., McBurney, D., Borst, R. (1997): Interactive application of computer assisted mass appraisal and geographic information systems. *Journal of Property Valuation and Investment*, Vol. 15, No. 5, 448–465.
- Mora-Esperanza, J. G. (2004): Artificial intelligence applied to real estate valuation: An example for the appraisal of Madrid. *CATASTRO*, April, 2004.
- Roić M., Matijević H., Mader, M. (2007): Mass Valuation Using Quantified Spatial Characteristics of Cadastral Parcels, *Proceedings from FIG Commission 3 Annual Meeting 2007*, Athens.
- Roić, M., Medić, V., Fanton, I. (1999): *Katastar zemljišta i zemljišna knjiga, skripta*, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Tomić, H. (2010): Analiza geoprostornih podataka za potrebe vrednovanja nekretnina u urbanim područjima, doktorska disertacija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Tomić, H., Mastelić Ivić, S., Kapović, Z. (2010): Određivanje poligona vidljivosti kao čimbenika vrednovanja nekretnina u urbanom području na osnovi vektorskog 3D modela prostora, *Kartografija i geoinformacije*, 9, 13, 4–19.
- UNECE (2001): Land (Real Estate) Mass Valuation Systems for Taxation Purposes in Europe, Federal Land Cadastra Service of Russia, Moscow.
- Vukmirović, D. (ur., 2009): *Opštine u Srbiji*, Republički zavod za statistiku Republike Srbije, Beograd.
- Watson, I., Marir, F. (1994): Case Based Reasoning: A Review, *The Knowledge Engineering Review*, Vol. 9, No. 4, 335–381.
- Yomralioglu, T., Nisanci, R. (2004): Nominal Asset Land Valuation Technique by GIS, *Proceedings of the FIG Working Week 2004*, Atena.
- Živković, M. (ur., 2008): *Ministarstvo životne sredine i prostornog planiranja Republike Srbije – Agencija za zaštitu životne sredine i regionalnog razvoja: Izveštaj o stanju životne sredine u Republici Srbiji za 2007. godinu*, Službeni glasnik, Beograd.