



A new warehouse design problem and a proposed polynomial-time optimal order picking algorithm

Ömer Öztürkoğlu^{1*}, Deniz Hoşer²

¹Department of Business Administration, Yaşar University, İzmir, 35100, Turkey

²Department of Industrial Engineering, Yaşar University, İzmir, 35100, Turkey

Highlights:

- A discrete cross aisle warehouse design problem
- A polynomial time order-picking tour algorithm
- Evaluation of the performance of the algorithm

Keywords:

- Warehouse design
- Order-picking tour length

Article Info:

Received: 20.04.2017

Accepted: 18.07.2017

DOI:

10.17341/gazimmfd.416453

Acknowledgement:

This study was supported by TÜBİTAK (The Scientific and Technological Research Council of Turkey) under Grant 214M220.

Correspondence:

Author: Ömer Öztürkoğlu
e-mail:
omer.ozturkoglu@yasar.edu.tr
phone: +90 232 570 8950

Graphical/Tabular Abstract

This study relaxes the assumption of linear cross aisle in traditional warehouse layouts and introduces a new design problem for warehouses. In this design problem, called "discrete cross aisle warehouse design", a horizontally arranged middle cross aisle was divided into tunnel segments. Thus, a tunnel segment could be located anywhere on a vertical picking aisle. We then developed an efficient algorithm to calculate optimal order-picking tour length in a given discrete cross aisle design.

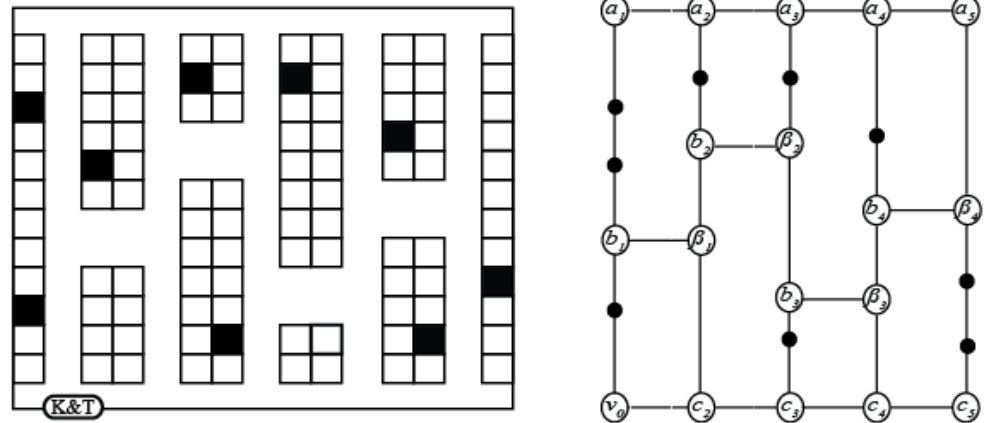


Figure A. Improvement of chevron over traditional layout under central dense flow policy

Purpose: The purpose of this study is to introduce a new layout problem in warehouses. We also aim develop an efficient tour algorithm to calculate optimal tour in the new problem.

Theory and Methods: The warehouse design problem was described by a set of discrete variables. In order to calculate distances between storage locations, the network of a given layout that includes nodes of storage locations, access nodes to aisles and the edges among them was developed. Adopting the approaches of Ratliff and Rosenthal [19] and Roodbergen and De Koster [23], we develop 111 equivalent classes of partial tour subgraphs to evaluate all possible routes in a given discrete cross aisle design problem. Last, using a backward dynamic programming, the optimal tour was determined. In order to evaluate the computational performance of the proposed algorithm, we generate an example warehouse layout with 11 aisles, and a width-to-depth (shape) ratio of 2:1. We located the P&D point in the middle of the front cross aisle (at the front of the 6th picking aisle). We then randomly generate 1,000 orders for varying pick list sizes from 3 to 50. We then calculated the average tour lengths of all orders. We also used the improved Held-Karp algorithm proposed by Volgenant and Jonker [38] for a comparison.

Results: Our numerical analysis shows that the proposed algorithm is quite effective and requires much less time than the improved Held-Karp algorithm, especially for the large pick lists. Besides, the computational time requirement does not seem to be very sensitive to pick list sizes.

Conclusions: One of the design assumptions in traditional warehouse layouts was relaxed to introduce a new layout problem to search for if there exists new layouts for order-picking operations in future. The developed tour algorithm may also help to search for optimal configuration of tunnels in a short amount of time.



Yeni bir depo tasarım problemi ve polinomsal zamanlı optimal sipariş toplama algoritması önerisi

Ömer Öztürkoğlu^{1*}, Deniz Hoşer²

¹Yaşar Üniversitesi, İşletme Fakültesi, İşletme Bölümü, Bornova, İzmir, 35100, Türkiye

²Yaşar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Bornova, İzmir, 35100, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Kesikli ana koridor depo tasarım problemi
- Polinomsal zamanlı optimal sipariş toplama algoritması
- Algoritmanın performansının incelenmesi

Makale Bilgileri

Geliş: 20.04.2017

Kabul: 18.07.2017

DOI:

10.17341/gazimmfd.416453

Anahtar Kelimeler:

Depo tasarımı,
sipariş toplama rota
uzunluğu

ÖZET

Bu çalışmada, depolardaki ana koridorların yerleşim düzeni ile ilgili olarak yeni bir tasarım problemi tanımlanmıştır. Bu problemde, depolarda sıklıkla kullanılan doğrusal düz orta ana koridor kesikli olarak, örneğin mal toplama koridorları üzerindeki tüneller olarak tanımlanmıştır. Böylece, depolarda en maliyetli ve sipariş teslim süresini en çok etkileyen işlemlerden birisi olan sipariş toplama işlemini daha etkin hale getirebilmek için tünellerin nerelere konumlandırılacağı problemi ortaya atılmıştır. Ayrıca, bu yeni tasarım probleminde sipariş toplama rota uzunluğunu optimal olarak hesaplayabilmek için polinomsal zamanda dinamik programlama esaslı yeni bir algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilen bu algoritma ile büyük sayıdaki siparişler için bile çok kısa sürede sonuçlar alınmıştır. Geliştirilen algoritmanın performansı literatürde gezgin satıcı probleminin çözümünde kullanılan Held-Karp dal-sınır algoritması ile karşılaştırılmıştır. Son olarak, örnek bir problem çözülmüş ve algoritmanın uygulanması anlatılmıştır.

A new warehouse design problem and a proposed polynomial-time optimal order picking algorithm

H I G H L I G H T S

- Discrete cross aisle warehouse design problem
- Polynomial-time optimal order picking algorithm
- Examining performance of the algorithm

Article Info

Received: 20.04.2017

Accepted: 18.07.2017

DOI:

10.17341/gazimmfd.416453

Keywords:

Warehouse design,
order picking tour length

ABSTRACT

In this study, we propose a new design problem that relates to orientation of cross aisles in warehouses. In this problem, the main orthogonal cross aisle, which is very common to be seen in warehouses to facilitate travel between locations, is planned to be designed as discrete manner such as tunnels along picking aisles. Hence, the problem of locating these tunnels along picking aisles so as to increase efficiency of order picking operations, which is one of the most costly and the most related operations with the order delivery time in warehouses, is propounded. Additionally, we develop a new dynamic programming based polynomial time algorithm to calculate optimal length of order picking tour in this new design problem. Hence, this algorithm provides very quick solutions even for large pick list sizes. The computational performance of this algorithm is compared with Held-Karp branch and bound algorithm, which is a well-known algorithm for travelling salesman problem. Last, we solve an example problem and explain how the algorithm is implemented to generate optimal tour.

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: omer.ozturkoglu@yasar.edu.tr / Tel: +90 232 570 8950

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

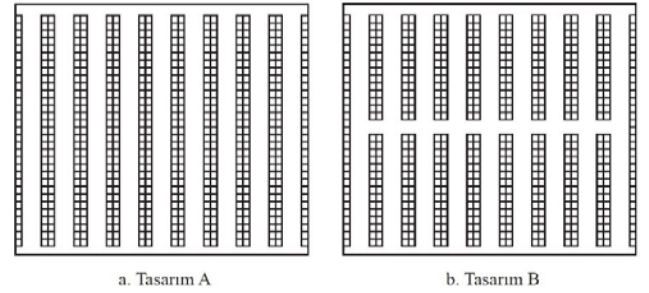
Depolar ürünlerin müşteri talepleri gelinceye kadar konuşlandırılıp muhafaza edildiği yerler olmanın dışında hammadde tedarikinden son ürünün son kullanıcıya ulaştırılmasına kadar olan akışta stratejik bir süreç oluşturmaktadır. Her geçen gün rekabetin arttığı, küresel ticaretin etkisinin ağır yaşandığı ve müşteri memnuniyetinin temel anahtar performans göstergelerinden olduğu bir ekonomide depo operasyonlarının etkin olarak yönetilmesi lojistik firmalarının en önemli hedefini oluşturmaktadır. Etkin bir depo yönetimiyle mallar niteliği ve niceliğine uygun bir şekilde depolanabilmekte, bu da lojistik hareketlerin hızlı ve sağlıklı bir şekilde gerçekleştirilmesini sağlamaktadır. Depolama sistemlerinin müşteri taleplerine hızlı yanıt verebilmesi tedarik zincirinin başarısında da önemli bir rol oynamaktadır [1].

Depoların en önemli anahtar performans göstergelerinden birisi bir siparişin depoya iletilmesi ile hazırlanıp sevk için kamyonu yüklenmesi arasındaki süre olan sipariş çevrim süresidir. Bir araştırma göstermiştir ki işgücü yoğunluklu depolarda sipariş toplama işlemi sipariş çevrim süresinin %60'ını oluşturmaktadır [2]. Bartholdi ve Hackman [3] ise işgücü yoğunluklu depolarda sıralı sipariş toplama işlemi içerisinde de en çok zamanın yaklaşık %55 ile ziyaret edilen depolama hücreleri arasındaki seyahatten kaynaklandığını ve bu seyahat süresinin boşa geçen zaman, ürüne değer katmayan faaliyet olduğunu belirtmiştir. Yine başka bir çalışmaya göre deponun operasyonel maliyetleri içerisindeki en büyük pay, yaklaşık %50 ile, sipariş toplama işleminden kaynaklanmaktadır [4]. Bu rakamlar, sipariş toplama işleminin rekabetçilik açısından modern depoculukta hem ne kadar önemli olduğunu göstermekte hem de bu operasyonun etkin bir şekilde yönetilmesi gerektiğine işaret etmektedir. Bu sebeplerden dolayı bu çalışmada sipariş toplama işlemi üzerine odaklanılmıştır.

Belirli kısıtlar ve parametreler altında sipariş toplama süresini (mesafesini) kısaltarak onunla ilişkili maliyetleri azaltmanın temel yolları rotalama, sipariş birleştirme, ürün yerleştirme ve depo tasarımı olarak sıralanabilir. Rotalama, siparişi gelen ürünlerin çalışan tarafından hangi sırada toplanacağını ve koridorlar arasında nasıl seyahat edileceğini belirler. Sipariş birleştirme, birden fazla müşterinin siparişlerinin bir veya birden fazla sipariş listesi içerisinde toplanmasıdır. Ürün yerleştirme, hangi ürünün hangi rafa yerleştirileceği ile ilgili olup depo tasarımı ise çoğunlukla deponun genişliği, uzunluğu ve ana koridorların düzenlenmesi ile ilgilidir. Bu teknikler arasında, çalışanların gereksiz seyahatlerini azaltarak sipariş toplama süresini kısaltacak şekilde ürünlerin hangi rotada toplanacağı hemen bütün depolar için genel bir problemdir.

Sipariş toplama ile ilgili daha önceki çalışmalar incelendiğinde, sipariş toplayıcının hangi sırada siparişleri toplayacağı, yani kısaca rotanın nasıl oluşturulacağı problemi ağırlıklı olarak Şekil 1'de gösterilen geleneksel

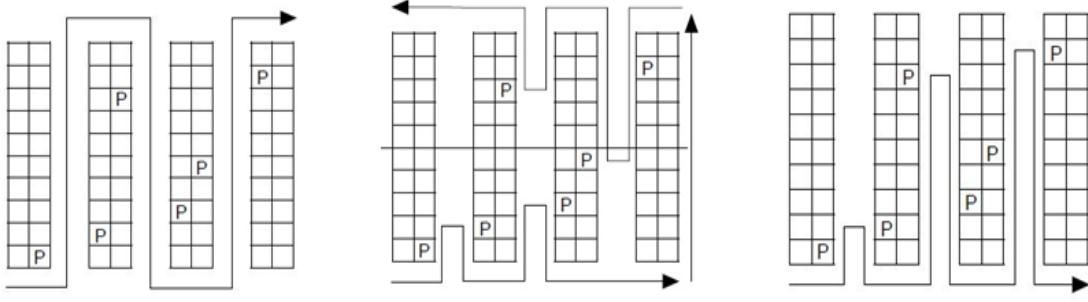
depo yerleşim düzenleri dikkate alınarak tanımlanmış ve bu tasarımlar üzerinde çalışmalar yürütülmüştür. Şekil 1a ve b'de belirtilen geleneksel tasarımların kurulumunun kolay olması ve depolama alanını etkin kullanmasından dolayı depolarda en çok tercih edilen yerleşim düzenini temsil etmektedir. Günümüz depolama sistemlerinde etkin depo operasyonları ihtiyacından ötürü ön ve arka ana koridorlarla birlikte alternatif geçişlere olanak sağlayan orta ana koridorun bulunduğu iki bloklu depo sistemleri (Tasarım B) daha çok kullanılmaktadır. Bu yerleşim düzenleri içerisinde çalışanın seyahat mesafesini en aza indirmek için optimum sonuç veren rotalama algoritmaları geliştirildiği gibi sezgisel algoritmalar da önerilmiştir.



Şekil 1. Geleneksel depo tasarım örnekleri
(Traditional warehouse design examples)

Geleneksel depo tasarımlarında kullanılan bu genel sezgisel algoritmalar [5-7]: S-şekli (S-shape veya transversal), koridor-koridor (aisle-by-aisle), en-büyük-aralık (largest gap), orta-nokta (mid-point) ve geri dönüş (return) algoritmalarıdır. Bunlardan koridor-koridor ile S-şekli algoritmaları, orta-nokta ile de en-büyük-aralık algoritmaları az bir farkla benzer algoritmalarlardır. Buna göre, Şekil 2'de S-şekli, en-büyük-aralık ve geri dönüş algoritmaları için örnek bir sipariş rotası gösterilmiştir. Bu algoritmalar ilk olarak tek bloklu (Tasarım A) geleneksel depolar için geliştirilmiş daha sonra birden fazla bloklu (orta koridor içeren) depolar için de uygulanmıştır [7, 8].

Bazı araştırmalar, bu genel sezgisel algoritmaları kullanarak belirli sayıda rassal üretilmiş sipariş listelerinin simülasyonunu yaparak ortalama sipariş toplama uzunluğunu hesaplarken [10, 11]; bazı çalışmalar da beklenen sipariş toplama uzunluğunu yaklaşık olarak veren denklemler geliştirmişlerdir. Kunder ve Gudehus [12] birisi S-şekli olmak üzere üç algoritma için rasgele ürün yerleştirmenin yapıldığı tek bloklu depoda ortalama sipariş toplama uzunluğunu hesaplayan denklemleri geliştirmiştir. Hall [5], Kunder ve Gudehus [12]'un yaklaşımını kullanarak aynı şartlarda S-şekli, orta-nokta ve en-büyük-aralık algoritmaları için denklemler geliştirmiştir. Roodbergen ve Vis [13], Kunder ve Gudehus [12] ve Hall [5]'in çalışmalarından özellikle küçük sayıda sipariş büyüklükleri için daha iyi sonuç veren denklemler geliştirmiştir. Le-Duc ve De Koster [14]'de geri dönüş algoritması için analitik bir model geliştirmiştir. Ayrıca, COI (cube-per-order index) bazlı ürün yerleştirmenin yapıldığı iki bloklu bir depoda



Şekil 2. Farklı sezgiseller için örnek rotalar (Example of routing methods for different heuristics, Petersen ve Schmenner [9])

Caron vd. [15] ve Hwang vd. [16]'de S-şekli ve geri dönüş algoritmaları için denklemler geliştirmişlerdir. Le-Duc ve De Koster [17]'de iki bloklu geleneksel depo tasarımında sınıf-bazlı ürün yerleştirilmesi ve geri dönüş algoritması için ortalama seyahat süresini veren bir denklem göstermişlerdir. Bu çalışmaların hepsi ya tek bloklu ya da iki bloklu geleneksel depo tasarımlarını ele almıştır. Roodbergen vd. [18] ise birden fazla sayıda orta koridor içeren depo yerleşim düzeninde ve rasgele ürün yerleştirme politikası altında S-şekli sezgiselini kullanarak yaklaşık ortalama rota uzunluğunu veren denklem geliştirmiştir.

Sıralı sipariş toplama işleminde, depo içerisinde belirlenen n hücrenin belirlenen sıra ve rotada ziyaret edilerek sipariş listesinde belirtilen ürünlerin istenilen miktarlarda toplanması sonrası başlanan noktaya, yani mal kabul ve teslim (K&T) noktasına, geri dönülmesinin gerekliliği bu problemi literatürde en sık çalışılan ve NP-Zor problemlerden olan Gezgin Satıcı Problemi (GSP)'ne benzetmektedir. Böylece, sipariş toplama rotasının belirlenmesi problemi gezgin satıcı probleminin (GSP) özel bir türü olan Steiner GSP olarak adlandırılmıştır [19-21]. Ratliff ve Rosenthal [19], sipariş toplama problemini GSP olarak tasarlayıp kesin olarak çözülmesindeki öncü çalışmalardandır. Bu çalışmada tek bloklu (Tasarım A) geleneksel tasarımı çizge kuramı ile ağ şeklinde ifade etmiş ve bir siparişin en kısa rota uzunluğunun Tasarım A'da dinamik programlama ile polinomsal (doğrusal) zamanda çözülebileceğini göstermiştir. De Koster ve Van der Poort [22] aynı algoritmayı kullanarak optimal sipariş toplama uzunluğunu her bir koridorun önünde bir K&T noktası olduğunu varsayarak çözmüştür. Roodbergen ve De Koster [23] ise iki bloklu (Tasarım B) tasarım üzerinde aynı yaklaşımı geliştirmiş ve en iyi rotayı polinomsal zamanda hesaplamıştır. Gelders ve Heeremans [24] ve Roodbergen ve De Koster [7]'de Little vd. [25]'nin dal-sınır algoritmasını kullanarak rota uzunluğunu GSP olarak çözmüştür. Bunlara ilaveten, Vaughan [26] dinamik programlama temelli, Daniels vd. [27], Makris ve Giakoumakis [28] ve Theys vd. [21] ise GSP-esaslı sezgisel algoritmalar geliştirerek rota uzunluğu problemini geleneksel tasarımlarda çözümler ve sonuçlarını literatürde sıkça kullanılan genel sezgiseller ile karşılaştırmışlardır. Son olarak, Scholz vd. [29] geleneksel depo yerleşim düzeninin özel koridor yapısını kullanarak GSP şeklinde ifade ettiği sipariş toplama rotasının hesaplanması için etkin bir matematiksel model

geliştirmiştir. En iyi çözümü garanti eden, doğrusal programlama, dal-sınır algoritması ve dinamik programlama gibi matematiksel modeller küçük sipariş listeleri için etkili olmaktadır. Ziyaret edilecek nokta sayısı arttıkça bu modellerin çözüm süresi üstel olarak artmakta ve çözümün makul bir sürede elde edilmesi zorlaşmaktadır. Bu yüzden, kısa sürede, en iyi çözümü garanti etmese bile en iyi çözüme yakın sonuç almak adına çoğu çalışmada sezgisel yöntemler tercih edilmektedir.

Sipariş toplayıcının rotasının oluşturulmasında kullanılan yukarıda bahsi geçen algoritmaların uygulaması sanki ağız birliği yapılmışçasına geleneksel tasarımlar ile sınırlı kalmıştır. Gue ve Meller [30], depo tasarımında farkında olmadan uyduğumuz veya ağız birliği yaptığımız genel depo tasarım yaklaşımlarının iki yazılı olmayan kurala bağlı olduğunu ifade ederek yapılan çalışmalardaki kısıtlara ışık tutmuşlardır. Bu kısıtlar; (1) mal toplama koridorlarının birbirine paralel (dikey veya yatay) olarak yerleştirilmesi ve (2) eğer depoda ana koridorlar var ise bunlarda mal toplama koridorlarına dik olacak şekilde deponun bir kenarından başlayıp diğer başka bir kenarına kadar sürekli bir şekilde konumlandırılmasıdır (bakınız Şekil 1a, b). Bazı çalışmalar bu tasarım kısıtlarını esneterek yeni depo tasarımları geliştirmişler ve tek-duraklı seyahat süresinde %5 ve %20 arasında geleneksel tasarımlara göre iyileştirmeler sunmuşlardır [30-32]. Ancak, bu yeni tasarımların sipariş toplama işlemi üzerine etkisini araştıran çok sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Çelik ve Süral [33] bu tasarımların da bazı durumlarda sipariş toplama işlemini etkin kılabileceğini göstermiştir.

Yukarıda bahsi geçen çalışmalara ilaveten, geleneksel tasarım üzerinde bazı küçük değişiklikler yaparak sipariş toplama işleminin etkinliğini inceleyen çalışmalar da bulunmaktadır. Bunu ilk inceleyen Roodbergen ve De Koster [23], Tasarım B'deki orta koridorun deponun tam ortası ile arka ana koridor arasında konumlandırılmasının sipariş toplama rota uzunluğunu azaltacağını göstermelerine rağmen, rasgele ürün yerleştirme politikası altında bu koridorun tam ortada konumlandırılmasının en iyi çözüme çok yakın olduğunu ifade etmişlerdir. Berglund ve Batta [34] ise orta ana koridorun, dönüşüm hızı bazlı ürün yerleştirme politikaları altında ortalama sipariş toplama uzunluğunu en küçükleyecek yerin orta koridor ile ön koridor arasında olduğunu ortaya koymuşlardır. Henn vd. [35] U-şeklinde

eklediği ana koridorlar ve bunlara dik olarak yerleştirdiği mal toplama koridorları ile sipariş toplama işlemi için geleneksel tasarımlara benzeyen alternatif bir depo şekli önermiştir.

Literatürdeki çalışmalardan görüldüğü üzere geleneksel depo yerleşim düzenlerinde yapılan küçük değişiklikler sipariş toplama rota uzunluğunda iyileştirme sunmaktadır. Ayrıca, koridor tasarım değişikliklerinde de bir iyileştirme potansiyeli bulunmaktadır. Bundan dolayı, bu çalışmanın öncelikli katkısı ana koridorun tüneller ile ifade edilerek yeni bir tasarım problemi ortaya koymasındadır. Bununla birlikte değişen tasarımlarda optimal rota uzunluğu hesaplanması ise genel bir problem olarak araştırmacıların ilgisini çekmeye devam etmektedir. Böylece, bu çalışmanın diğer bir katkısı da önerilen yeni tasarım probleminde optimal sipariş toplama rota uzunluğunu polinomsal zamanda hesaplayabilen yeni bir algoritmanın geliştirilmiş olmasıdır.

2. KESİKLİ ANA KORİDORLU (KAK) TASARIM PROBLEMİ (DISCRETE CROSS AISLE DESIGN PROBLEM)

Daha önce bahsedildiği üzere literatürdeki optimum sıralı sipariş toplama rota uzunluğunu veren GSP bazlı dal-sınır ve dinamik programlama algoritmaları ile yaklaşık sonuç veren genel sezgisel algoritmalar geleneksel depo tasarımlarının yazılı olmayan iki temel tasarım kuralına dayandırılarak geliştirilmiştir. Bu çalışma kapsamında ise Gue ve Meller [30]'ın ortaya koyduğu (2) numaralı tasarım varsayımının esnetilmesi yoluyla elde edilebilecek alternatif tasarımları içeren bir tasarım problemi önerilmiştir. İki den fazla orta ana koridor eklemenin sipariş toplama verimliliğini arttırmaması ve her eklenen koridorun ekstra depolama alanı gerektirmesinden dolayı Tasarım B depo endüstrisinde en çok tercih edilen yerleşim düzenini temsil etmektedir. Böylece, bu çalışmada hem Tasarım B'nin sahip olduğu depolama kapasitesini hem de mevcut depolarda çok az bir yatırım ile kolayca dönüşüme imkân sunabilecek alternatif tasarım problemi Şekil 3b'de temsil edilmiştir. Bu problemin yerleşim düzenini tanımlayan parametreler de Tablo 1'de açıklanmıştır. Yerleşim düzenini tanımlamada birim olarak

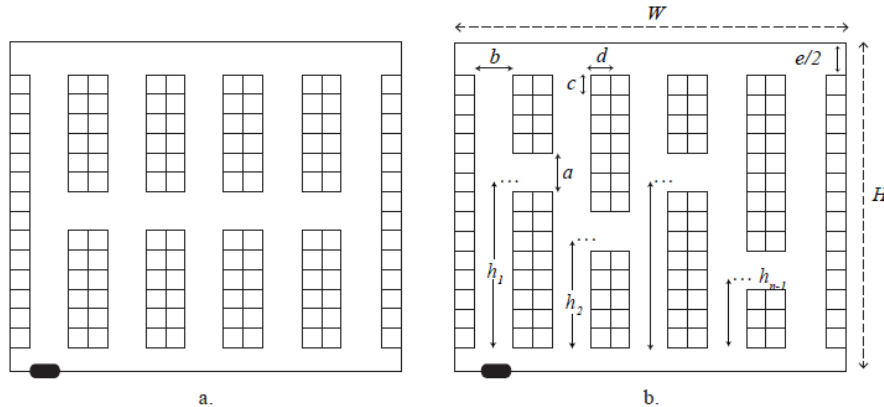
bir palet büyüklüğü esas alınmış ve bu birim-palet (BP) olarak adlandırılmıştır. Bu problemde, doğrusal orta ana koridor kesikli olarak tasarlanmış ve her bir dikey mal toplama koridoru üzerindeki bu parçalar tüneller olarak adlandırılmıştır. Böylece, bu problem *Kesikli Ana-Koridorlu (KAK)* tasarım problemi olarak adlandırılmıştır. Uygulama açısından da bu tasarım probleminden geliştirilecek olan depo yerleşim düzenleri geleneksel yapısını koruması itibarıyla mevcut depolar içerisinde kolayca hayata geçirilebilme özelliği taşımaktadır.

Tablo 1. KAK tasarım parametreleri (KAK design parameters)

H	Depo uzunluğu (BP)
W	Depo genişliği (BP)
a	Tünel genişliği (BP)
b	Mal toplama koridoru genişliği (BP)
c	Depolama hücresi uzunluğu
d	Depolama hücresi genişliği
e	Ön ve arka ana koridorun genişliği (BP)
n	Mal toplama koridoru sayısı
q	En sol (sağ) taraftaki toplam hücre sayısı (BP)
h_i	i . mal toplama koridorundaki tünel pozisyonu

KAK tasarım probleminde bir deponun yerleşim düzeninin üretilmesinde ve ağ yapısının oluşturulmasında bazı model ve tasarım varsayımları yapılmıştır. Bu varsayımlar;

- Deponun sol ve sağ kenarları tek sıra raflar ile kaplıdır (bakınız Şekil 3).
- Eşit genişlikte birbirine paralel mal toplama koridorları bulunmaktadır (bakınız Şekil 3).
- Mal toplama koridorlarında hem sağ hem de sol raflardan ürünler toplanabilmektedir.
- Deponun ön ve arkasında birer ana koridor bulunmaktadır.
- Tüneller ön ve arka ana koridorlarla kesişemez (üst üste gelemez).
- Koridorlar ve tüneller arasında her iki yönde geçiş sağlanabilmektedir.
- K&T noktası deponun giriş kısmında herhangi bir koridorun başlangıcında yer alabilir.



Şekil 3. Beş-koridorlu geleneksel depo tasarımı ve kesikli ana-koridor (tünel) uygulaması
(A five-aisle traditional warehouse design and implementation of its discrete cross aisle (tunnel) design)

Şekil 3b’de gösterilen örnek KAK tasarımında her bir dikey mal toplama koridoru üzerinde açılacak olan tüneller koridorlar üzerinde esnek olarak konumlanabilirler. Ama hepsi aynı konumda ve deponun ortasında konumlanması durumunda ise Tasarım B elde edilir. Dolayısıyla, Tasarım B, KAK tasarım probleminin bir alt ögesi olarak yer almaktadır. Bu tasarım probleminde yer alan n koridorlu bir depoda uygulanacak herhangi bir tasarımı temsil etmek için bir vektör gösterimi kullanılmıştır. Bu gösterimle birlikte yukarıda belirtilen tasarım varsayımları altında olası tüm yerleşim düzenleri kolaylıkla üretilebilmektedir. Bu gösterim şu şekilde tanımlanmıştır: $\{h_1, h_2, h_3, \dots, h_{n-1}\}$ $h_i \in [2, q-a-1], \forall i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$

Ön ve arka ana koridorlarla birlikte alternatif geçişlere olanak sağlayan tünellerin ana koridorlarla kesişmemesi varsayımı, her zaman tünellerin alt ve üst kısmında en az bir tane raf olmasını zorunlu hale getirmektedir. Bu nedenle, her bir mal toplama koridoru üzerinde açılacak olan tünelin yerleşim yeri bulunduğu koridorun 2. hücresi ile $(q-a)$. hücresi arasında olmalıdır.

3. OPTİMAL SİPARİŞ TOPLAMA ALGORİTMASI (OPTIMAL ORDER PICKING ALGORITHM)

Tasarım vektörü ile temsil edilen herhangi bir KAK tasarımında, verilen bir siparişin rota uzunluğunun hesaplanabilmesi için deponun ağ yapısının geliştirilmesi gereklidir. Buna göre, depo ağ yapısında yer alan koridorların kesişimi ya da siparişte yer almayan depolama hücrelerini temsil eden düğümler Steiner düğümler olarak tanımlanmıştır. Steiner-olmayan düğümler ise sipariş listesinde yer alan ürünlerin bulunduğu hücreleri ve seyahatin başlayıp bittiği K&T noktasını temsil eden düğümlerden oluşmaktadır. Böylece bir sipariş toplama işlemi için Steiner GSP problemi şu şekilde tanımlanmıştır. Çizge G , düğüm seti D ve bağlantı seti K ile $G=(D,K)$ olarak tanımlansın. Siparişlerin yer aldığı düğümlerin alt kümesi $S \subseteq D$. S alt kümesi düğüm 1 ile tanımlanan K&T noktasını ve m rasgele sipariş noktasını temsil eden düğümleri içerir; $S=\{1\}+\{2, \dots, m+1\}$. Bağlantı seti $A \subseteq S \times S$ sipariş düğümleri arasındaki ve sipariş düğümleri ile K&T noktası arasındaki bütün muhtemel seyahat rotalarını içermektedir. Böylece, Steiner GSP’nin amacı, Steiner-olmayan S kümesindeki düğümlerin sadece bir defa ziyaret edilerek oluşturulacak olan Steiner turun minimum uzunluğunu

bulmaktır. Buna göre, bu problem klasik GSP modelinin dönüştürülmesi ile eşitlik 1 ve 8 arasında tanımlanan tam sayılı doğrusal programlama modeli olarak tasarlanabilir. Bu modele ilişkin parametreler ve değişkenler Tablo 2’de verilmiştir.

Aşağıda verilen modelde, Eş. 1 ziyaret edilecek düğümler arası toplam rota uzunluğunu en küçükmeyi amaçlamaktadır. Eş. 2 ve 3 ise sipariş listesindeki bir düğümden sadece sipariş listesinde yer alan başka bir düğüme gitme koşulunu ifade etmektedirler. Klasik GSP’den farklı olarak Eş. 2 ve 3’ün sağ tarafında sipariş listesini temsil eden bir parametre (b_i) bulunmaktadır. Modelde, K&T noktası düğüm 1 ile ifade edildiği için Eş. 4, rota oluşturmaya K&T noktasından başlama ve Eş. 5 te turun K&T noktasında son bulması gerektiğini ifade etmektedir. Ayrıca, K&T noktası dışında ziyaret edilecek $(p-1)$ depo hücresi bulunması, turun başlangıcı ve bitişinin K&T noktası olması üzerine, Eş. 6 ve 7 tam tur sağlamak için alt turları önlemektedir. Eş. 8 ise negatif olmama kısıtlarını göstermektedir.

$$\text{Min } Z = \sum_{j \in D} \sum_{i \in D} d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{i \in D, i \neq j} x_{ij} = b_j \quad \forall j \in D \quad (2)$$

$$\sum_{j \in D, i \neq j} x_{ij} = b_i \quad \forall i \in D \quad (3)$$

$$u_i \leq p-1-(p-2)x_{1i} \quad \forall i \in S/\{1\} \quad (4)$$

$$u_i \geq 1+(p-2)x_{i1} \quad \forall i \in S/\{1\} \quad (5)$$

$$u_i b_i - u_j b_j + p x_{ij} \leq p-1 \quad \forall i, j \in N/\{1\}, i \neq j \quad (6)$$

$$\sum_{i \in D} u_i = (p-1)p/2 \quad (7)$$

$$u_1 = 1; x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in D \quad (8)$$

4. POLİNOMSAL ZAMANLI OPTİMAL SİPARİŞ TOPLAMA ALGORİTMASI (POLYNOMIAL-TIME OPTIMAL ORDER PICKING ALGORITHM)

Bir önceki bölümde ifade edilen Steiner GSP probleminin tek bloklu depolarda polinomsal zamanda çözülebildiği Ratliff ve Rosenthal [19] tarafından gösterilmiştir. Geliştirilen bu algoritma graf tabanlı dinamik programlama

Tablo 2. Sipariş toplama rota hesaplamasında kullanılan matematiksel modelin parametre ve değişkenleri (Model parameters and variables that are used to calculate order picking tour length.)

Parametreler:	
d_{ij}	Ziyaret edilecek i düğümü ile j düğümü arasındaki en kısa mesafe
b_i	Sipariş listesindeki ziyaret edilecek olan düğümleri gösteren bir boyutlu matris $\{1, \text{eğer } i \text{ düğümü sipariş listesinde ise; } 0, \text{ aksi takdirde}\}$
p	Sipariş listesinde ziyaret edilecek depo hücre sayısı (K&T noktası dahil)
Değişkenler:	
x_{ij}	Rota değişkeni $\{1, \text{eğer } i \text{ düğümünden sonra } j \text{ düğümü ziyaret edildiyse; } 0, \text{ aksi takdirde}\}$
u_i	i . düğümün ziyaret edildiği sıra

yaklaşımını esas alıp çözüm süresi koridor ve sipariş sayısı ile doğrusal olarak artmakta ve optimum çözüme polinomsal zamanda ulaşılabilir. Çalışmadaki başlıca varsayımlar, tek bir K&T noktasının bulunması, koridor uzunluklarının eşit, sipariş yerlerinin belirli olması ve sipariş listesindeki ürünlerin tek bir tur içerisinde toplanabilmesidir. Algoritma her aşamada bir mal toplama koridorunu ele alıp o koridor için uygun parçalı tur alt grafları (PTS) oluşturur. Aşamalar ilerledikçe parçalı tur alt grafları genişletilerek en iyi çözüme ulaşılır. Burada da en iyi çözüm için bütün olası parçalı tur alt graflara bakmak yerine bunları temsil eden “denklik sınıfları” değerlendirilmektedir. Araştırmacılar, toplamda 7 adet denklik sınıfı tanımlamış olup bunları üç elemanlı bir notasyon ile temsil etmişlerdir. Örneğin, $\{u,u,1\}$ denklik sınıfındaki parçalı tur alt grafinde birinci ve ikinci eleman ilgili mal toplama koridorunun sonunu ve başını temsil eden düğümlerin derecelerinin (kendisine komşu olan kenar sayısı) tek, çift veya 0 olma durumunu (tek: u, çift: e ve sıfır: 0) göstermektedir. Üçüncü eleman ise ilgili parçalı tur alt grafinin kaç adet birbirinden ayrık alt parçadan oluştuğunu ifade etmekte ve bu algorithmanda 0, 1 veya 2 değerini alabilmektedir.

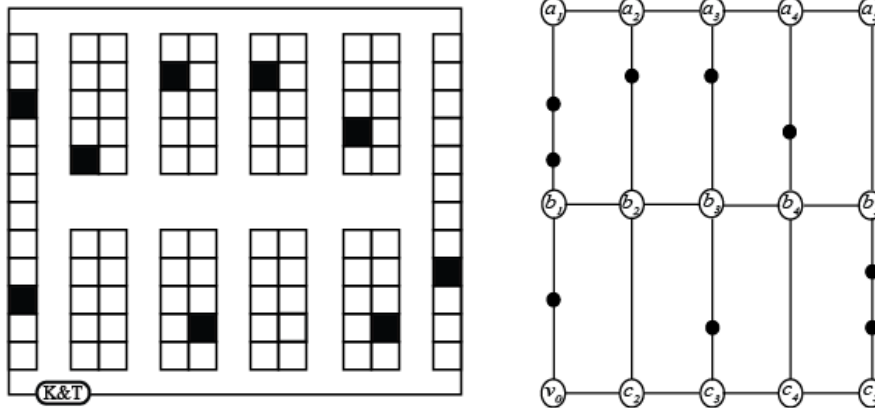
Roodbergen ve De Koster [23] ise Ratliff ve Rosenthal [19] tarafından geliştirilen bu algoritmayı Tasarım B’de optimal sipariş toplama tur uzunluğunu hesaplayabilmek için uyarlamışlardır. Model varsayımları Ratliff ve Rosenthal [19]’in varsayımları ile aynı olup, tek fark, noktalar arasındaki seyahati kolaylaştırmak için deponun ortasına yatay olarak yerleştirilen koridordur. Böylece, bu depoda koridorlar arası geçiş 3 farklı şekilde gerçekleştirilebilmektedir (arka, orta veya ön ana koridordan).

Roodbergen ve De Koster [23]’in algoritmasında, ilk olarak optimal sipariş toplama rotasının bulunması için depo yerleşimi “depo ağ yapısı” şeklinde temsil edilmektedir. Bu yapı düğümler ve bu düğümleri birbirine bağlayan kenarlardan oluşan bir tür graftır. Bu grafta, sipariş listesindeki her bir ürün, sipariş toplayıcının rotasının başlangıç ve bitiş yeri olan K&T noktası (v_0) ve mal toplama koridorlarının sırasıyla arka, orta ve ön ana koridorlarla olan

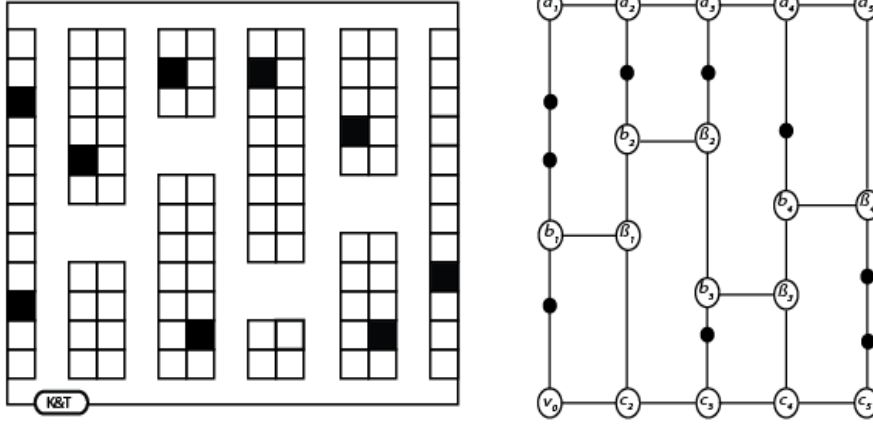
kesişim noktaları, yani a_j, b_j ve c_j düğümleri ile temsil edilmekte ve koridorlar soldan sağa doğru artan sırada numaralandırılmaktadır ($j=1,2,\dots,n$). Şekil 4’te geleneksel iki bloklu bir depo, sipariş noktalarıyla birlikte örnek olarak verilip depo ağ yapısı çıkarılmıştır.

Roodbergen ve De Koster [23], bu iki bloklu depo için 25 adet denklik sınıfı tanımlamış olup, orta koridorun eklenmesinin depo ağ yapısındaki düğüm sayısını arttırmadan ötürü, bu denklik sınıflarını 4 (bazı durumlarda 5) elemanlı notasyon ile temsil etmişlerdir. Örneğin, j . koridora ait $\{u,e,u,2\}$ denklik sınıfında ilk üç eleman sırası ile a_j, b_j ve c_j düğümlerinin derecelerinin tek, çift veya 0 olma durumunu göstermektedir. Dördüncü eleman da ilgili parçalı tur alt grafinin kaç adet ayrık alt parçadan oluştuğunu göstermekte ve 0, 1, 2 veya 3 değerlerinden birini alabilmektedir. Beşinci eleman ise a_j, b_j ve c_j düğümlerinin hangilerinin aynı graf alt parçasında yer aldığını belirtmektedir. Örnekteki denklik sınıfı için beşinci eleman gösterilmemiştir çünkü geçerli tek durum b_j ’nin tek başına bir alt parçada a_j ve c_j ’nin ise birlikte diğer alt parçada bulunmasıdır (b-ac) (bakınız Roodbergen ve De Koster [23] Teorem A.2 (b)).

Tasarım B’nin KAK tasarım probleminin bir alt kümesi olması ve tünellerin yerleri haricindeki yapının aynı olmasından dolayı, KAK tasarım problemindeki bir depoda optimal sipariş toplama rotasının hesaplanması için Roodbergen ve De Koster [23]’in geliştirdikleri algoritma temel alınarak yeni bir algoritma önerilmiştir. Geliştirilen yeni algoritma ile Roodbergen ve De Koster [23] arasındaki temel fark tünellerin giriş ve çıkış noktalarının b_j ve β_j ($j=1,2,\dots,n-1$) olarak adlandırılan iki farklı tip düğüm ile gösterilmesidir. Oysa Roodbergen ve De Koster [23]’in algoritmasında tüneller aynı hizada yer alıp doğrusal bir koridor oluşturdıkları için bu koridor ile mal toplama koridorları arasındaki geçiş düğümünün b_j ile temsil edilmesi yeterli olmaktadır (bakınız Şekil 4). Bu farklılık Şekil 5’te örnek olarak verilen depo tasarımında ve bunun ağ yapısında ifade edilmiştir. K&T noktası ilk mal toplama koridorunun giriş kısmında yer aldığı için c_1 düğümü ile v_0 düğümü çakışmaktadır.



Şekil 4. Geleneksel iki bloklu depo ve depo ağ yapısı gösterimi (A traditional two block warehouse and its graph representation)



Şekil 5. Örnek KAK tasarımı ve depo ağ yapısı gösterimi (Example KAK design and warehouse graph representation)

4.1. Parçalı Tur Alt Graflarının Oluşturulması (Constructing Partial Tour Subgraphs)

Algoritma temelde her j koridoru içerisinde tour grafinin alt parçasını oluşturan L_j parçalı tur alt grafini oluşturarak ilerlemektedir. Roodbergen ve De Koster [23]'in algoritması 3 tip parçalı tur alt grafi (L_j^- , L_j^{+y} ve L_j^{+x} olarak adlandırılan) kullanırken, KAK tasarımındaki depolarda optimal tur uzunluğunu bulmak için önerdiğimiz algoritma, artan düğüm sayısı ve depo ağ yapısındaki değişiklikten dolayı 4 tip parçalı tur alt grafi kullanmayı gerektirmektedir. Bunlar L_j^- , L_j^{+y} , L_j^{+z} ve L_j^{+x} olarak gösterilmektedir. L_j^{+y} , L_j^{+z} ve L_j^{+x} j koridorundaki parçalı tur alt graflarını gösterirken L_j^- ise L_{j-1}^{+x} 'e j . koridora ait uygun geçiş bağlantılarının eklenmesi ile elde edilen parçalı tur alt grafidir. Buna göre;

L_j^- : a_j , b_j , β_{j-1} ve c_j düğümlerini ve bunların solunda kalan tüm düğüm ve (bazı) kenarları içeren alt graftır.

L_j^{+y} : Depo ağ yapısı gösteriminde β_{j-1} düğümünün b_j düğümüne olan konumuna göre (not: β_{j-1} düğümü b_j düğümünün altında ise $\beta_{j-1} < b_j$, üstünde ise $\beta_{j-1} > b_j$ olarak ifade edilecektir.)

- ($\beta_{j-1} < b_j$) ise L_j^{+z} parçalı tur alt grafinde β_{j-1} ve b_j düğümleri arasına Şekil 8'deki olası herhangi bir geçişin eklenmesi ile oluşan alt graftır (örnek için bakınız Şekil 6c'de Y_2 temsili).
- ($b_j < \beta_{j-1}$) ise L_j^- parçalı tur alt grafinde c_j ve b_j düğümleri arasına Şekil 8'deki olası herhangi bir geçişin eklenmesi ile oluşan alt graftır (örnek için bakınız Şekil 7b'de Y_3 temsili).

L_j^{+z} : Depo ağ yapısı gösteriminde β_{j-1} düğümünün b_j düğümüne olan konumuna göre

- ($\beta_{j-1} < b_j$) ise L_j^- parçalı tur alt grafinde c_j ve β_{j-1} düğümleri arasına Şekil 8'deki olası herhangi bir geçişin eklenmesi ile oluşan alt graftır (örnek için bakınız Şekil 6b'de Z_2 temsili).

- ($b_j < \beta_{j-1}$) ise L_j^{+y} parçalı tur alt grafinde b_j ve β_{j-1} düğümleri arasına Şekil 8'deki olası herhangi bir geçişin eklenmesi ile oluşan alt graftır (örnek için bakınız Şekil 7c'de Z_3 temsili).

L_j^{+x} : Depo ağ yapısı gösteriminde β_{j-1} düğümünün b_j düğümüne olan konumuna göre

- ($\beta_{j-1} < b_j$) ise L_j^{+y} parçalı tur alt grafinde b_j ve a_j düğümleri arasına Şekil 8'deki olası herhangi bir geçişin eklenmesi ile oluşan alt graftır (örnek için bakınız Şekil 6d'de X_2 temsili).
- ($b_j < \beta_{j-1}$) ise L_j^{+z} parçalı tur alt grafinde β_{j-1} ve a_j düğümleri arasına Şekil 8'deki olası herhangi bir geçişin eklenmesi ile oluşan alt graftır (örnek için bakınız Şekil 7d'de X_3 temsili).

Yukarıda belirtilen ilişkiler dikkate alınarak ilgili koridorun içerisindeki L_j^{+y} , L_j^{+z} ve L_j^{+x} parçalı tur alt grafları oluşturmak için β_{j-1} ve b_j düğümlerinin mukayeseli konumlarına göre Tablo 4'teki uygun seçenek tatbik edilir. İlgili koridorun içerisindeki parçalı tur alt grafları oluşturulduktan sonra bir sonraki koridora (j koridoruna) geçiş için, L_{j-1}^{+x} 'e Şekil 9'da verilen koridorlar arası geçişler sırasıyla eklenerek L_j^- parçalı tur alt grafi oluşturulur. Algoritma sol koridordan başlayarak adım adım bu şekilde son koridorun içerisindeki son parçalı tur alt grafi oluşturmaya kadar devam eder. Örnek olarak, Şekil 6d'de verilen L_2^{+x} parçalı tur grafinin Şekil 9'daki (2) numaralı koridorlar arası geçişin eklenmesi ile Şekil 7a'da verilen L_3^- parçalı tur grafi oluşturulmuştur. Şekil 5'te gösterilen örnek deponun üçüncü koridorunda $\beta_2 > b_3$ olduğu için, Tablo 3'teki (b) seçeneği takip edilerek Şekil 7b, c ve d'deki ilgili alt tur grafları sırasıyla şu şekilde oluşturulmuştur:

L_3^{+y} , L_3^- 'ye Şekil 8'deki (1) numaralı geçiş eklenerek; L_3^{+z} , L_3^{+y} 'ye Şekil 8'deki (6) numaralı geçiş eklenerek; L_3^{+x} ise L_3^{+z} 'ye Şekil 8'deki (3) numaralı geçiş eklenerek oluşturulmuştur.

Tablo 3. *n*-koridorlu bir depoda parçalı tur alt grafları arasındaki geçişler
(Transitions among partial tour subgraphs in a *n*-aisle warehouse)

(a)	1. koridor : $L_1^- \rightarrow L_1^{+y} \rightarrow L_1^{+x}$
(b)	$\beta_{j-1} > b_j$: $L_j^- \rightarrow L_j^{+y} \rightarrow L_j^{+z} \rightarrow L_j^{+x}$
(c)	$b_j > \beta_{j-1}$: $L_j^- \rightarrow L_j^{+z} \rightarrow L_j^{+y} \rightarrow L_j^{+x}$
(d)	<i>n</i> . koridor : $L_n^- \rightarrow L_n^{+z} \rightarrow L_n^{+x}$

4.1.1. Denklik Sınıfları (Equivalence Classes)

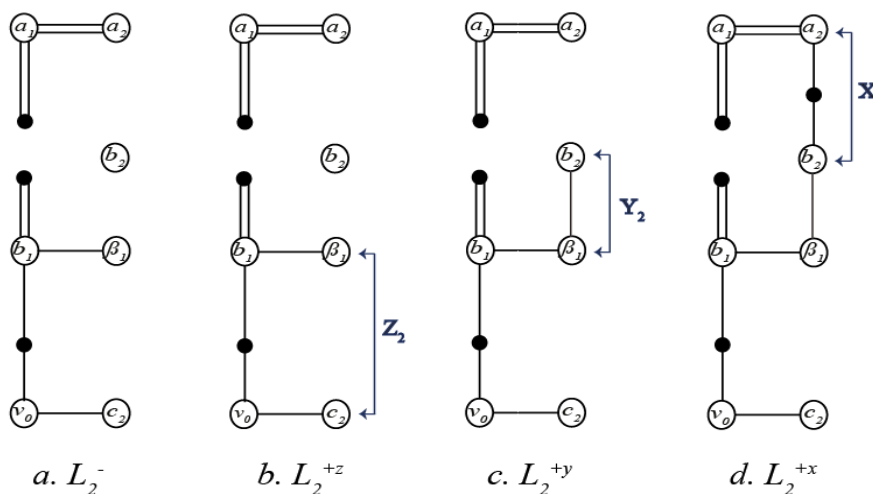
Her bir parçalı tur alt grafinin ($L_j^-, L_j^{+y}, L_j^{+z}$ veya L_j^{+x}) karakterize edilmesi için denklik sınıfları kullanılmaktadır. Roodbergen ve De Koster [23]'ün algoritmaları bu sınıfların gösterimi için 4 (bazı durumlarda 5) elemanlı bir notasyon kullanırken KAK sınıfında yer alacak depo yerleşimlerinin ağ yapılarının klasik iki bloklu depo ağ yapısından farklı oluşu var olan bu denklik sınıflarının gösteriminde ufak değişiklik yapılarak algoritmada kullanılmasını gerektirmektedir. Buna göre, değişen denklik sınıflarının gösterimi için 5 (bazı durumlarda 6) elemanlı bir notasyon kullanılmaktadır. Bu notasyonun ilk dört elemanı ilgili parçalı tur alt grafinin denklik sınıfını tanımlamak üzere, sırasıyla *j* koridorundaki a_j, b_j, c_j ve β_{j-1} düğümlerinin dereceleridir (tek, çift veya 0). İlk koridorda β_0 ve son koridorda b_n düğümleri olmadığı için dereceleri 0 olarak alınmaktadır. Beşinci eleman ise ilgili grafin kaç tane alt parçadan oluştuğunu göstermekte ve bu algoritmada 0, 1, 2, 3 veya 4 değerlerini alabilmektedir. Birden fazla geçerli durum olduğunda ise ayırt edici olması bakımından altıncı eleman, a_j, b_j, c_j ve β_{j-1} düğümlerinin ilgili parçalı tur grafindeki ayrık alt parçalara nasıl dağıldığını ve hangi

düğümlerin aynı parçada bulunduğunu göstermek için kullanılmaktadır. Örneğin, *j*. koridora ait ($j=1,2,..,n-1$) $\{e,0,e,e,2\}$ denklik sınıfında iki farklı parçalı tur alt grafi olabilir. Bunlardan ilkinde a_j tek başına bir alt parçada iken β_{j-1} ve c_j birlikte diğer parçada bulunabilir ($\alpha-\beta c$). İkinci durumda ise c_j tek başına iken a_j ve β_{j-1} birlikte diğer parçada bulunabilir ($c-\alpha\beta$). Tablo 4'te denklik sınıfı notasyonundaki altıncı elemanın gösterdiği olası tüm düğüm dağılımları görülmektedir.

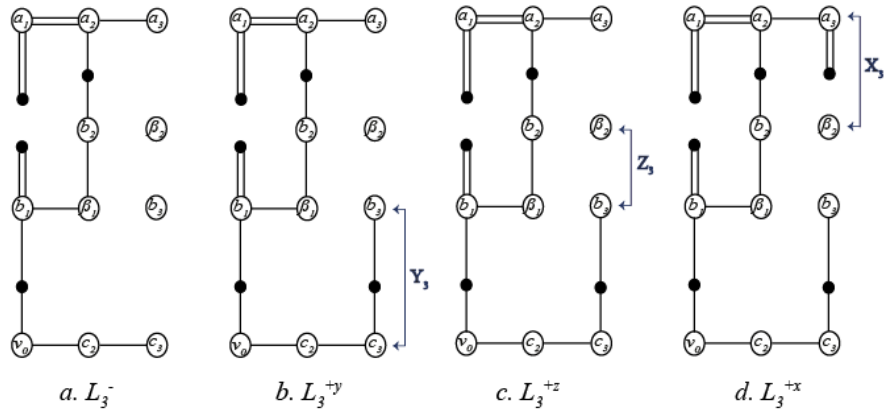
Şekil 5'te gösterilen örnek deponun ikinci koridoruna ait parçalı tur alt graflarından dört tanesi Şekil 6'da örnek olarak gösterilmektedir. Buna göre, Şekil 6'daki parçalı tur alt grafinin denklik sınıfı $\{e,0,u,u,2\}$ ile temsil edilmektedir. Bu parçalı tur alt grafinde c_2 ve β_1 düğümlerinin derecesi tek (1), a_2 'nin çift (2) ve b_1 'in derecesi ise sıfır (0) olup graf 2 adet alt parçadan oluşmaktadır. Geçerli tek durum a_2 'nin tek başına bir alt parçada, c_2 ve β_1 düğümlerinin ise birlikte diğer bir parçada bulunması olduğu için altıncı eleman olan $\alpha-\beta c$ denklik sınıfında gösterilmemiştir. Bu doğrultuda Şekil 6b, c ve d grafların denklik sınıfları ise sırasıyla $\{e,0,u,u,2\}$, $\{e,u,u,e,2, \alpha-\beta c\}$ ve $\{u,e,u,e,1\}$ 'dir. Şekil 7'de ise aynı örneğin üçüncü koridoruna ait L_3 parçalı tur alt grafları örnek olarak gösterilmektedir. Buna göre, Şekil 7a $\{u,0,u,0,1\}$, Şekil 7b, c ve d ise $\{u,u,e,u,1\}$ denklik sınıfına sahiptir. Düğüm tiplerindeki artış ve deponun ağ yapısındaki değişiklik ile problemin karmaşıklığı artmış toplam denklik sınıfı sayısı Roodbergen ve De Koster [23]'ün algoritmasında kullandıkları 25 sınıftan 111'e çıkmıştır. Bu 111 adet denklik sınıfı Tablo 5'te verilmiştir. Boyuttaki bu artışa rağmen optimum çözüme hala mal toplama koridoru sayısına bağlı olarak polinomsal zaman içerisinde ulaşılabilmektedir.

Tablo 4. Düğümlerin olası dağılımları (Possible distributions of nodes)

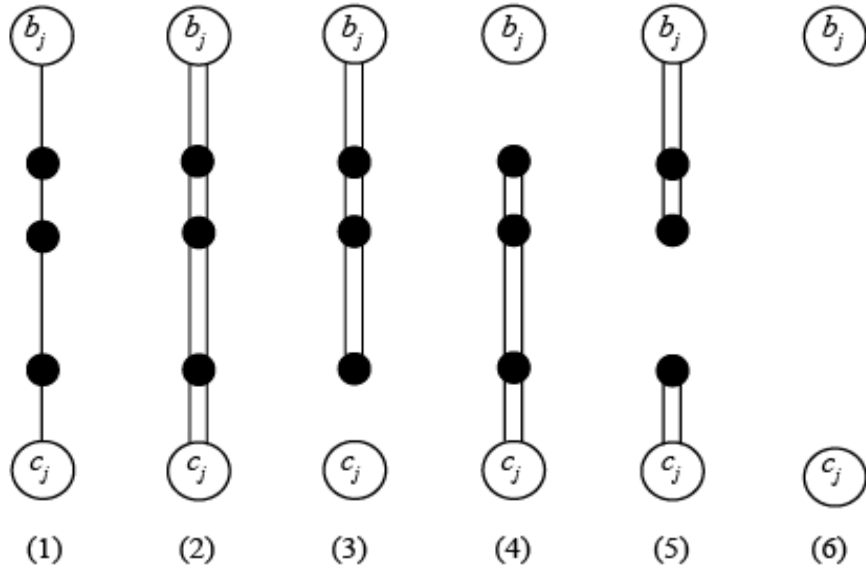
a-bc	a-βc	a-bβ	a-bβc	aβ-bc	ab-βc
ac-bβ	a-β-bc	a-b-βc	a-c-bβ	b-ac	b-aβ
b-βc	b-aβc	b-β-ac	b-c-aβ	c-ab	c-aβ
c-bβ	c-aββ	β-bc	β-ac	β-abc	



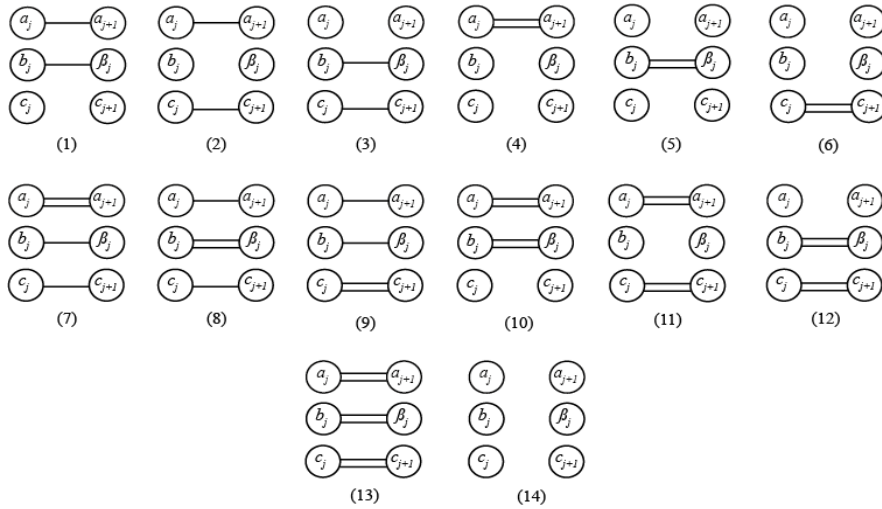
Şekil 6. (Şekil 4)'te gösterilen deponun örnek L_2 parçalı tur alt grafları
(Example L_2 partial tour subgraphs of the warehouse depicted in Figure 4)



Şekil 7. Şekil 4'te gösterilen deponun örnek L_3 parçalı tur alt grafları
(Example L_3 partial tour subgraphs of warehouse depicted in Figure 4)



Şekil 8. Koridor içerisinde iki düğüm arasındaki olası geçişler (Possible transitions between two nodes within the aisle)



Şekil 9. Koridorlar arası geçişler (Inter-aisle transitions)

Tablo 5. Denklik sınıfları ve numaralarla gösterimleri (Equivalence classes and their numbers)

Numara	Denklik Sınıfı	Numara	Denklik Sınıfı	Numara	Denklik Sınıfı
1	(0,0,0,0,0)	41	(e,0,e,e,3)	81	(e,e,u,u,3)
2	(0,0,0,0,1)	42	(0,u,u,e,2)	82	(0,u,0,u,1)
3	(e,0,0,0,1)	43	(0,e,e,e,2,β-bc)	83	(0,e,0,e,1)
4	(0,e,0,0,1)	44	(0,e,0,e,2)	84	(e,u,0,u,1)
5	(0,0,e,0,1)	45	(0,e,e,e,3)	85	(e,e,0,e,1)
6	(e,e,0,0,1)	46	(e,u,u,e,2,aβ-bc)	86	(u,u,0,e,1)
7	(e,0,e,0,1)	47	(e,e,e,e,2,aβ-bc)	87	(u,e,0,u,1)
8	(0,e,e,0,1)	48	(e,e,0,e,2,b-aβ)	88	(e,u,0,u,2)
9	(e,e,e,0,1)	49	(e,e,e,e,3,b-c-aβ)	89	(e,e,0,e,2a-bβ)
10	(u,u,0,0,1)	50	(0,u,u,e,1)	90	(0,u,e,u,2)
11	(u,0,u,0,1)	51	(0,e,e,e,1)	91	(0,e,e,e,2,c-bβ)
12	(0,u,u,0,1)	52	(0,e,e,e,2,b-βc)	92	(e,u,e,u,2,c-abβ)
13	(e,u,u,0,1)	53	(e,u,u,e,1)	93	(e,e,e,e,2,c-abβ)
14	(u,e,u,0,1)	54	(e,e,e,e,1)	94	(u,u,e,e,2,c-abβ)
15	(u,u,e,0,1)	55	(e,e,e,e,2,b-aβc)	95	(u,e,e,u,2,c-abβ)
16	(e,e,0,0,2)	56	(u,u,u,u,2,aβ-bc)	96	(e,u,e,u,3)
17	(e,0,e,0,2)	57	(u,e,e,u,2,aβ-bc)	97	(e,e,e,e,3,a-c-bβ)
18	(0,e,e,0,2)	58	(u,e,0,u,2)	98	(e,u,e,u,2,ac-bβ)
19	(e,e,e,0,2,a-bc)	59	(u,e,e,u,3,b-c-aβ)	99	(e,e,e,e,2,ac-bβ)
20	(e,e,e,0,2,b-ac)	60	(0,u,e,u,1)	100	(e,0,e,e,2,β-ac)
21	(e,e,e,0,2,c-ab)	61	(0,e,u,u,1)	101	(e,e,e,e,3,b-β-ac)
22	(e,u,u,0,2)	62	(0,e,u,u,2)	102	(e,e,e,e,2,β-abc)
23	(u,e,u,0,2)	63	(e,u,e,u,1)	103	(u,u,u,u,2,ac-bβ)
24	(u,u,e,0,2)	64	(e,e,u,u,1)	104	(u,e,u,e,2,ac-bβ)
25	(e,e,e,0,3)	65	(e,e,u,u,2,b-aβc)	105	(u,0,u,e,2)
26	(0,0,0,e,1)	66	(u,u,e,e,1)	106	(u,e,u,e,3)
27	(e,0,0,e,1)	67	(u,e,u,e,1)	107	(e,u,u,e,2,β-abc)
28	(0,0,e,e,1)	68	(u,e,u,e,2,b-aβc)	108	(u,e,u,e,2,β-abc)
29	(e,0,e,e,1)	69	(u,u,u,u,1)	109	(u,u,e,e,2,β-abc)
30	(u,0,0,u,1)	70	(u,e,e,u,1)	110	(u,u,e,e,2,ab-βc)
31	(0,0,u,u,1)	71	(u,e,e,u,2,b-aβc)	111	(e,e,e,e,2,ab-βc)
32	(e,0,u,u,1)	72	(e,u,u,e,3)		
33	(u,0,u,e,1)	73	(e,e,e,e,3,a-β-bc)		
34	(u,0,e,u,1)	74	(e,e,0,e,3)		
35	(e,0,0,e,2)	75	(e,e,e,e,4)		
36	(0,0,e,e,2)	76	(e,u,u,e,2,a-bβc)		
37	(e,0,e,e,2,a-βc)	77	(e,e,e,e,2,a-bβc)		
38	(e,0,e,e,2,c-aβ)	78	(e,e,e,e,3,a-b-βc)		
39	(e,0,u,u,2)	79	(e,u,e,u,2,a-bβc)		
40	(u,0,e,u,2)	80	(e,e,u,u,2,a-bβc)		

Şekil 8’de gösterilen koridor içi geçişlerde komşu iki düğüm arasında toplanacak sipariş yoksa (1), (2) ve (6); bir tane sipariş mevcutsa (1), (2), (3) ve (4); iki veya daha fazla sipariş mevcutsa (1), (2), (3), (4) ve (5) numaralı seyahat bağlantıları kullanılabilir. KAK tasarımındaki depoların ağ yapısından da anlaşılacağı gibi (Şekil 5) koridorlar arası geçişte a_j , b_j ve c_j düğümleri kullanılabilirken, j . koridordaki tünelin çıkış kısmını temsil eden β_{j-1} düğümü kullanılamamaktadır. Buna göre, sipariş toplayıcının koridorlar arası olası tüm geçişleri Şekil 9’da gösterilmektedir.

4.1.2. Minimum uzunluklu tur alt grafinin oluşturulması (Generating minimum length tour subgraph)

Tur alt grafi K&T noktasında başlayıp biten ve her bir sipariş toplama lokasyonunu en az bir kere geçen rotaların grafi olup uzunluğu kenarlarının toplanması ile bulunmaktadır. Bir alt grafin tur alt grafi olması için graftaki tüm sipariş toplama noktalarının derecesinin pozitif olması, bu düğümler dışında kalan düğümlerin (a , b , c ve β) derecelerinin de 0 ya da çift olması gerekmektedir. Derecesi 0 olan düğümler dışında tur alt grafi bağlantılı (birbirinden ayrı düğümlerini bağlayan bir yolun bulunduğu tek parça halindeki graf) olmalıdır (Teorem

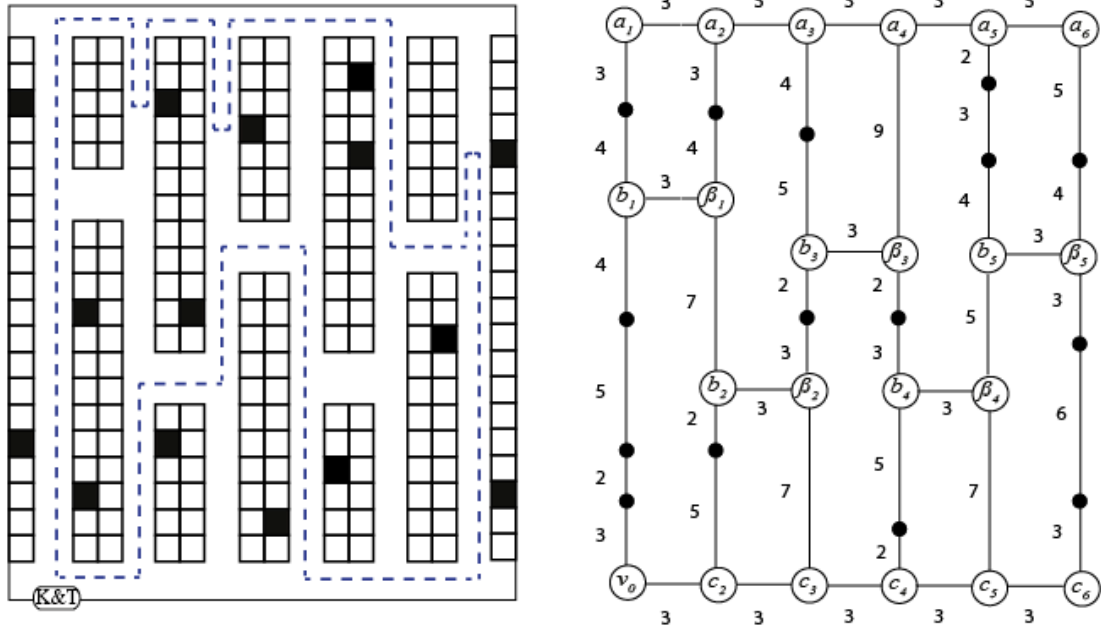
A.1 Ratliff ve Rosenthal [19]). Her tur alt grafi sipariş toplama problemi için olası bir rota sunarken minimum uzunluğa sahip tur alt grafi optimal sipariş toplama rotasını vermektedir. Ayrıca, bu teoremin sonucu olarak minimum uzunluklu tur alt grafinde herhangi komşu iki düğüm birbirlerine en fazla iki kenar ile bağlanabildiği belirtilmiştir (Soruç A.1.1 Ratliff ve Rosenthal [19]).

n-koridorlu bir depoda optimal sipariş toplama rotasının hesaplanması için algoritma ilk koridordan başlayarak sırasıyla her koridor için aşama aşama parçalı tur alt grafları oluşturur. Her aşamada parçalı tur alt graflarına uygun köşe ve kenarların eklenmesi ile genişletilerek yeni parçalı tur alt grafları elde edilip koridorlar boyu ilerlenir. Ratliff ve Rosenthal [19]'ın Teorem 1'inden de çıkarımının yapılabileceği gibi $\{e,0,e,e,1\}$, $\{0,0,e,e,1\}$, $\{e,0,0,e,1\}$, $\{0,0,0,e,1\}$, $\{e,0,e,0,1\}$, $\{0,0,e,0,1\}$, $\{e,0,0,0,1\}$, $\{0,0,0,0,1\}$, $\{0,0,0,0,0\}$ denklik sınıflarındaki L_n^{+x} parçalı tur alt graflarından en az uzunluğa sahip olan graf optimal sipariş toplama rotasını verir.

4.1.3. Sayısal örnek (Numeric example)

Şekil 10'da gösterilen örnek depoda polinomsal zamanlı optimal sipariş toplama algoritmasının uygulanması ile bütün koridorlarda her bir denklik sınıfı için oluşan minimum uzunluklu parçalı tur alt grafları 3 elemanlı bir notasyon ile Tablo 6, 7 ve 8'de gösterilmiştir. Notasyondaki elemanlar sırası ile ilgili parçalı tur alt grafinin uzunluğunu, kendisini oluşturan öncül denklik sınıfını ve kullanılan geçiş şeklini göstermektedir. L_1^- parçalı tur alt grafi tanım itibari ile boş graf olup 1 numaralı denklik sınıfına $\{0,0,0,0,0\}$ sahiptir.

Buna göre, algoritma ilk koridordan başlayarak b_1 ve v_0 düğümleri arasında Şekil 8'de gösterilen uygun geçişlerin eklenmesi ile L_1^{+y} parçalı tur alt graflarını oluşturur ve her bir denklik sınıfı için minimum uzunluğa sahip L_1^{+y} parçalı tur alt graflarını enümerasyon yoluyla bulunur. Tablo 6'da L_1^{+y} sütunu altında gösterilen bu graflardan 4 numaralı denklik sınıfına $\{0,e,0,0,1\}$ sahip L_1^{+y} parçalı tur alt grafi 28 birim uzunluğa sahip olup L_1^- grafinin 1 numaralı denklik sınıfına $\{0,0,0,0,0\}$ Şekil 8'deki (3) numaralı geçişin eklenmesi ile oluşturulmuştur (28, 1, 3). Bir sonraki adımda ise her denklik sınıfındaki minimum uzunluklu L_1^{+y} parçalı tur alt grafları a_1 ve b_1 düğümleri arasında Şekil 8'deki uygun geçişlerin eklenmesi ile genişletilerek L_1^{+x} parçalı tur alt grafları elde edilir. Her bir denklik sınıfındaki minimum uzunluklu L_1^{+x} grafları ise Tablo 6'nın L_1^{+x} sütunu altında gösterilmiştir. Örneğin, 6 numaralı denklik sınıfındaki $\{e,e,0,0,1\}$ L_1^{+x} parçalı tur alt grafi 42 birim uzunluğa sahip olup 4 numaralı denklik sınıfındaki $\{0,e,0,0,1\}$ L_1^{+y} grafinin Şekil 8'de gösterilen (2) numaralı geçişin eklenmesi ile oluşturulmuştur (42, 4, 2). İlk koridordaki geçişler tamamlandıktan sonra, Şekil 9'da belirtilen koridorlar-arası geçişlerin L_1^{+x} eklenmesiyle L_2^- parçalı tur alt grafları elde edilir. Algoritma benzer şekilde koridorlardaki tünellerin konumuna göre parçalı tur alt grafları arasındaki uygun geçiş sıralarını takip eder. Tablo 3'te belirtildiği gibi depo ağ yapısı gösteriminde β_{j-1} düğümü b_j düğümünün üstünde ise Tablo 3'teki (b). sıra, altında ise Tablo 3'teki (c). sıra izlenerek koridor içerisinde parçalı tur alt grafları oluşturulur. a_6 , β_5 ve c_6 düğümlerini içeren son koridorda ise parçalı tur alt grafları arasında Tablo 3'teki (d). sırada gösterilen sıra izlenir ve L_6^{+x} parçalı tur alt graflarının oluşturulması ile algoritma sonlanır.



Şekil 10. Altı koridor ve onbeş sipariş noktası içeren örnek depo tasarımı ve graf gösterimi (Example layout of a warehouse consists of 6 pick aisles and 15 pick items and its graph representation)

Tablo 6. Şekil 10'daki örnek problemin 1. ve 2. koridorunda oluşan parçalı tur alt grafları.
(The constructed partial tour subgraphs in the 1st and 2nd aisles of the example problem depicted in Figure 10)

Denklik Sınıfları	1. Koridor			2. Koridor			
	L_1^-	L_1^{+y}	L_1^{+x}	L_2^-	L_2^{+y}	L_2^{+z}	L_2^{+x}
2	-	-	-	(36,8,14)	-	-	-
3	-	-	-	(48,9,4)	-	-	-
4	-	(28,1,3)	(36,4,4)	-	-	-	-
5	-	(20,1,4)	-	(42,8,6)	(52,5,4)	(52,5,6)	-
6	-	-	(42,4,2)	-	-	-	-
7	-	-	-	(54,9,11)	(64,7,4)	(64,7,6)	(70,7,3)
8	-	(28,1,2)	(36,8,4)	-	(56,5,2)	(56,8,6)	-
9	-	-	(42,8,2)	-	(68,7,2)	(68,9,6)	(74,9,3)
10	-	-	(35,4,1)	-	-	-	-
11	-	-	-	(27,14,2)	(37,11,4)	(37,11,6)	(43,11,3)
12	-	(14,1,1)	(22,12,4)	-	(49,5,1)	(49,12,6)	-
13	-	-	(28,12,2)	-	(61,7,1)	(61,13,6)	(67,13,3)
14	-	-	(21,12,1)	-	(41,11,2)	(41,14,6)	(47,14,3)
15	-	-	(35,8,1)	-	(34,11,1)	(34,15,6)	(40,15,3)
16	-	-	(34,4,3)	-	(52,3,3)	(52,16,6)	(58,16,3)
17	-	-	(26,5,3)	(38,17,11)	(48,17,4)	(48,17,6)	(54,17,3)
18	-	(18,1,5)	(26,18,4)	-	(46,5,3)	(46,18,6)	-
19	-	-	(34,8,3)	-	(52,17,2)	(52,19,6)	(58,19,3)
20	-	-	-	-	(58,7,3)	(58,20,6)	(64,20,3)
21	-	-	(32,18,2)	-	-	-	-
22	-	-	(20,12,3)	-	(45,17,1)	(45,22,6)	(51,22,3)
23	-	-	-	-	(31,11,3)	(31,23,6)	(37,23,3)
24	-	-	(25,18,1)	-	-	-	-
25	-	-	(24,18,3)	-	(42,17,3)	(42,25,6)	(48,25,3)
26	-	-	-	(42,8,5)	-	-	-
27	-	-	-	(54,9,10)	-	-	-
28	-	-	-	(48,8,12)	(58,28,4)	(58,28,6)	(66,28,4)
29	-	-	-	(60,9,13)	(70,29,4)	(70,29,6)	(64,34,1)
30	-	-	-	(41,15,1)	-	-	-
31	-	-	-	(28,12,3)	(38,31,4)	(38,31,6)	-
32	-	-	-	(40,13,7)	(50,32,4)	(50,32,6)	-
33	-	-	-	(33,14,8)	(43,33,4)	(43,33,6)	(45,31,1)
34	-	-	-	(47,15,9)	(57,34,4)	(57,34,6)	-
35	-	-	-	(46,19,10)	-	-	-
36	-	-	-	(38,18,12)	(48,36,4)	(48,36,6)	-
37	-	-	-	(52,19,13)	(62,37,4)	(62,37,6)	(64,28,3)
38	-	-	-	(50,21,13)	(60,38,4)	(60,38,6)	(54,40,1)
39	-	-	-	(32,22,7)	(42,39,4)	(42,39,6)	-
40	-	-	-	(37,24,9)	(47,40,4)	(47,40,6)	-
41	-	-	-	(42,25,13)	(52,41,4)	(52,41,6)	-
42	-	-	-	-	(45,36,1)	(45,42,6)	-
43	-	-	-	-	(52,36,2)	(52,43,6)	-
44	-	-	-	-	(46,26,3)	(46,44,6)	-
45	-	-	-	-	(42,36,3)	(42,45,6)	-
46	-	-	-	-	(57,38,1)	(57,46,6)	(51,56,1)
47	-	-	-	-	(64,38,2)	(64,47,6)	(58,57,1)
48	-	-	-	-	(58,27,3)	(58,48,6)	(52,58,1)
49	-	-	-	-	(54,38,3)	(54,49,6)	(48,59,1)
50	-	-	-	-	(55,28,1)	(39,62,1)	(47,50,4)

51	-	-	-	-	(62,28,2)	(42,60,1)	(50,51,4)
52	-	-	-	-	(52,28,3)	(52,52,6)	(60,52,4)
53	-	-	-	-	(67,29,1)	(51,65,1)	(45,103,1)
54	-	-	-	-	(74,29,2)	(54,63,1)	(48,70,1)
55	-	-	-	-	(64,29,3)	(64,55,6)	(58,71,1)
56	-	-	-	-	(44,40,1)	(44,56,6)	-
57	-	-	-	-	(51,40,2)	(51,57,6)	-
58	-	-	-	-	(45,30,3)	(45,58,6)	-
59	-	-	-	-	(41,40,3)	(41,59,6)	-
60	-	-	-	-	(35,31,1)	(35,60,6)	-
61	-	-	-	-	(42,31,2)	(42,61,6)	-
62	-	-	-	-	(32,31,3)	(32,62,6)	-
63	-	-	-	-	(47,32,1)	(47,63,6)	-
64	-	-	-	-	(54,32,2)	(54,64,6)	-
65	-	-	-	-	(44,32,3)	(44,65,6)	-
66	-	-	-	-	(40,33,1)	(40,66,6)	(42,60,1)
67	-	-	-	-	(47,33,2)	(47,67,6)	(49,61,1)
68	-	-	-	-	(37,33,3)	(37,68,6)	(39,62,1)
69	-	-	-	-	(54,34,1)	(44,68,1)	-
70	-	-	-	-	(61,34,2)	(41,15,1)	-
71	-	-	-	-	(51,34,3)	(51,71,6)	-
72	-	-	-	-	(49,41,1)	(49,72,6)	-
73	-	-	-	-	(56,41,2)	(56,73,6)	-
74	-	-	-	-	(50,35,3)	(50,74,6)	-
75	-	-	-	-	(46,41,3)	(46,75,6)	-
76	-	-	-	-	(59,37,1)	(43,81,1)	(45,50,3)
77	-	-	-	-	(66,37,2)	(46,79,1)	(48,51,3)
78	-	-	-	-	(56,37,3)	(56,78,6)	(58,52,3)
79	-	-	-	-	(39,39,1)	(39,79,6)	-
80	-	-	-	-	(46,39,2)	(46,80,6)	-
81	-	-	-	-	(36,39,3)	(36,81,6)	-
82	-	-	-	-	-	(53,44,1)	-
83	-	-	-	-	-	(60,44,2)	(68,83,4)
84	-	-	-	-	-	(65,48,1)	-
85	-	-	-	-	-	(72,48,2)	(66,87,1)
86	-	-	-	-	-	(52,58,1)	(58,86,3)
87	-	-	-	-	-	(59,58,2)	-
88	-	-	-	-	-	(57,74,1)	-
89	-	-	-	-	-	(64,74,2)	(66,83,3)
90	-	-	-	-	-	(49,45,1)	-
91	-	-	-	-	-	(56,45,2)	(64,91,4)
92	-	-	-	-	-	(61,49,1)	-
93	-	-	-	-	-	(68,49,2)	(62,95,1)
94	-	-	-	-	-	(48,59,1)	(54,94,3)
95	-	-	-	-	-	(55,59,2)	-
96	-	-	-	-	-	(49,25,1)	-
97	-	-	-	-	-	(56,25,2)	(62,97,3)
98	-	-	-	-	-	(65,20,1)	-
99	-	-	-	-	-	(72,20,2)	(78,99,3)
103	-	-	-	-	-	(38,23,1)	-
104	-	-	-	-	-	(45,23,2)	(51,104,3)

Algoritmanın sonlanması ile her bir koridor üzerindeki muhtemel parçalı tur alt grafları ve bunlara bağlı olarak elde edilen son koridordaki tur grafları oluşturulmuş olur. Daha önceden de belirtildiği gibi $\{e,0,e,e,1\}$, $\{0,0,e,e,1\}$, $\{e,0,0,e,1\}$, $\{0,0,0,e,1\}$, $\{e,0,e,0,1\}$, $\{0,0,e,0,1\}$, $\{e,0,0,0,1\}$, $\{0,0,0,0,1\}$, $\{0,0,0,0,0\}$ denklik sınıflarından en kısa uzunluğa sahip olan L_n^{+x} parçalı tur alt grafi optimal sipariş toplama rotasını verir. Örnek problemin çözümünde, Tablo 8’de 6. Koridorda L_6^{+x} sütunundaki 28 numaralı denklik sınıfına ($\{0,0,e,e,1\}$) ait parçalı tur alt grafi, ya da tur grafi,

en iyi turu ve uzunluğunu vermektedir. Uzunluğu 118 birim olan bu tur L_6^{+y} ’nin 28 numaralı denklik sınıfı ile ifade edilen parçalı tur alt grafinin 4 numaralı koridor içi geçiş eklenmesi ile elde edilmiştir (118,28,4). Bu şekilde, önce koridor içinde ve daha sonra koridorlar arasında geriye doğru giderek Tablo 8, Tablo 7 ve Tablo 6’da gri olarak boyanmış hücrelerdeki parçalı tur graflarının en iyi rotayı oluşturduğu tespit edilmiştir. Böylelikle son koridordan geriye doğru giderek tespit edilen en iyi rota Şekil 10’daki depo üzerinde kesikli çizgiler ile gösterilmiştir.

Tablo 7. Şekil 10’daki örnek problemin 3. ve 4. koridorunda oluşan parçalı tur alt grafları
(The constructed partial tour subgraphs in the 3rd and 4th aisles of the example problem depicted in Figure 10)

Denklik Sınıfları	3. Koridor				4. Koridor			
	L_3^-	L_3^{+z}	L_3^{+y}	L_3^{+x}	L_4^-	L_4^{+y}	L_4^{+z}	L_4^{+x}
2	(48,54,14)	(48,2,6)	-	-	(60,85,14)	-	-	-
3	(54,54,4)	(54,3,6)	-	-	(66,85,4)	-	-	-
5	(54,54,6)	(54,5,6)	-	-	(72,54,6)	(76,5,4)	-	-
6	-	-	-	(76,16,2)	-	-	-	-
7	(60,54,11)	(60,7,6)	-	-	(78,54,11)	(82,7,4)	-	-
8	-	-	-	-	-	(86,5,2)	(92,8,4)	(92,8,6)
9	-	-	-	(82,20,2)	-	(92,7,2)	(98,9,4)	(98,9,6)
10	-	-	-	(67,16,1)	-	-	-	-
11	(49,11,2)	(49,11,6)	-	-	(71,67,2)	(75,11,4)	-	-
12	-	-	-	-	-	(79,5,1)	(85,12,4)	(85,12,6)
13	-	-	-	(62,23,1)	-	(85,7,1)	(91,13,4)	(91,13,6)
14	-	-	-	(71,23,2)	-	(85,11,2)	(91,14,4)	(91,14,6)
15	-	-	-	(73,20,1)	-	(78,11,1)	(84,15,4)	(84,15,6)
16	-	-	(58,3,3)	(66,16,3)	-	(76,3,3)	(82,16,4)	(82,16,6)
17	(60,77,11)	(60,17,6)	-	-	(84,37,11)	(70,3,4)	-	-
18	-	-	(58,5,3)	(68,18,4)	-	(82,5,3)	(82,5,4)	(82,18,6)
19	-	-	-	-	-	(80,3,2)	(86,19,4)	(86,19,6)
20	-	-	(64,7,3)	(72,20,3)	-	(88,7,3)	(88,7,4)	(88,20,6)
21	-	-	-	(76,18,2)	-	-	-	-
22	-	-	-	-	-	(73,3,1)	(79,22,4)	(79,22,6)
23	-	-	(53,11,3)	(61,23,3)	-	(81,11,3)	(81,11,4)	(81,23,6)
24	-	-	-	(67,18,1)	-	-	-	-
25	-	-	(64,17,3)	(66,18,3)	-	(94,17,3)	(76,17,4)	(76,25,6)
26	(54,54,5)	(54,26,6)	(60,26,4)	-	(66,85,5)	-	-	-
27	(60,54,10)	(60,27,6)	(66,27,4)	(74,27,3)	(72,85,10)	-	-	-
28	(60,54,12)	(58,31,1)	(64,28,4)	-	(78,54,12)	(82,28,4)	(86,28,3)	(86,28,6)
29	(66,54,13)	(64,32,1)	(70,29,4)	(78,29,3)	(84,54,13)	(88,29,4)	(92,29,3)	(92,29,6)
30	(46,15,1)	(46,30,6)	-	-	(65,86,1)	-	-	-
31	(51,53,3)	(51,31,6)	-	-	(68,13,3)	(72,31,4)	(76,31,3)	-
32	(57,53,7)	(57,32,6)	-	-	(74,13,7)	(78,32,4)	(82,32,3)	-
33	(59,14,8)	(53,30,1)	(59,33,4)	(67,33,3)	(77,67,8)	(81,33,4)	(85,33,3)	(85,33,6)
34	(52,15,9)	(52,34,6)	-	-	(77,66,9)	(81,34,4)	(85,34,3)	-
35	(60,77,10)	(60,35,6)	-	-	(78,16,10)	-	-	-
36	(70,55,12)	(70,36,6)	-	-	(80,18,12)	(70,26,4)	(74,36,3)	-
37	(66,77,13)	(64,39,1)	(70,37,4)	(72,28,3)	(94,77,13)	(98,37,4)	(102,37,3)	(102,37,6)
38	(80,93,13)	(80,38,6)	(86,38,4)	(94,38,3)	(94,21,13)	(76,27,4)	(80,38,3)	(80,38,6)
39	(57,76,7)	(57,39,6)	-	-	(76,76,7)	(80,39,4)	(84,39,3)	-
40	(66,94,9)	(66,40,6)	-	-	(79,24,9)	(69,30,4)	(73,40,3)	-
41	(66,25,13)	(66,41,6)	-	-	(84,25,13)	(82,35,4)	(74,17,3)	-
42	-	-	-	-	-	(73,26,1)	(77,42,3)	-
43	-	-	-	-	-	(80,26,2)	(84,43,3)	-
44	-	-	-	-	-	(76,26,3)	(80,44,3)	-
45	-	-	-	-	-	(90,36,3)	(76,36,4)	-
46	-	-	-	-	-	(79,27,1)	(83,46,3)	(83,46,6)

47	-	-	-	-	-	(86,27,2)	(90,47,3)	(90,47,6)
48	-	-	(64,27,3)	(72,48,3)	-	(82,27,3)	(86,48,3)	(86,48,6)
49	-	-	(84,38,3)	(92,49,3)	-	(104,38,3)	(82,38,4)	(82,49,6)
50	-	-	(56,31,1)	(66,50,4)	-	(85,28,1)	(77,31,1)	(77,50,6)
51	-	-	(68,28,2)	(78,51,4)	-	(92,28,2)	(80,60,1)	(80,51,6)
52	-	-	(62,28,3)	(72,52,4)	-	(88,28,3)	(88,28,4)	(88,52,6)
53	-	-	(62,32,1)	(66,68,1)	-	(91,29,1)	(83,32,1)	(83,53,6)
54	-	-	(74,29,2)	(66,66,1)	-	(98,29,2)	(86,63,1)	(86,54,6)
55	-	-	(68,29,3)	(76,55,3)	-	(94,29,3)	(94,29,4)	(94,55,6)
56	-	-	-	-	-	(72,30,1)	(76,56,3)	-
57	-	-	-	-	-	(79,30,2)	(83,57,3)	-
58	-	-	-	-	-	(75,30,3)	(79,58,3)	-
59	-	-	-	-	-	(89,40,3)	(75,40,4)	-
60	-	-	-	-	-	(75,31,1)	(79,60,3)	-
61	-	-	-	-	-	(82,31,2)	(78,42,1)	-
62	-	-	-	-	-	(78,31,3)	(78,31,4)	-
63	-	-	-	-	-	(81,32,1)	(85,63,3)	-
64	-	-	-	-	-	(88,32,2)	(84,46,1)	-
65	-	-	-	-	-	(84,32,3)	(84,32,4)	-
66	-	-	(57,34,1)	(65,66,3)	-	(84,33,1)	(84,57,1)	(84,66,6)
67	-	-	(63,33,2)	(65,50,1)	-	(91,33,2)	(77,56,1)	(77,67,6)
68	-	-	(57,33,3)	(65,68,3)	-	(87,33,3)	(87,33,4)	(87,68,6)
69	-	-	-	-	-	(84,34,1)	(82,56,2)	-
70	-	-	-	-	-	(91,34,2)	(83,15,1)	-
71	-	-	-	-	-	(87,34,3)	(87,34,4)	-
72	-	-	-	-	-	(85,35,1)	(77,22,3)	-
73	-	-	-	-	-	(92,35,2)	(84,19,3)	-
74	-	-	-	-	-	(88,35,3)	(80,16,3)	-
75	-	-	-	-	-	(94,41,3)	(88,41,4)	-
76	-	-	(62,39,1)	(64,50,3)	-	(101,37,1)	(83,22,2)	(83,76,6)
77	-	-	(74,37,2)	(76,51,3)	-	(108,37,2)	(88,79,1)	(88,77,6)
78	-	-	(68,37,3)	(70,52,3)	-	(104,37,3)	(104,37,4)	(104,78,6)
79	-	-	-	-	-	(83,39,1)	(85,19,1)	-
80	-	-	-	-	-	(90,39,2)	(78,22,1)	-
81	-	-	-	-	-	(86,39,3)	(86,39,4)	-
82	-	-	-	-	-	-	(81,44,1)	-
83	-	-	(64,26,2)	(74,83,4)	-	-	(86,44,2)	(86,83,6)
84	-	-	-	-	-	-	(87,48,1)	-
85	-	-	(70,27,2)	(60,86,1)	-	-	(92,48,2)	(92,85,6)
86	-	-	(51,30,1)	(59,86,3)	-	-	(80,58,1)	(80,86,6)
87	-	-	-	-	-	-	(85,58,2)	-
88	-	-	-	-	-	-	(81,16,1)	-
89	-	-	(70,35,2)	(72,83,3)	-	-	(86,16,2)	(86,89,6)
90	-	-	-	-	-	-	(75,36,1)	-
91	-	-	(80,36,2)	(90,91,4)	-	-	(80,36,2)	(80,91,6)
92	-	-	-	-	-	-	(81,38,1)	-
93	-	-	(90,38,2)	(80,94,1)	-	-	(86,38,2)	(86,93,6)
94	-	-	(71,40,1)	(79,94,3)	-	-	(74,40,1)	(74,94,6)
95	-	-	-	-	-	-	(79,40,2)	-
96	-	-	-	-	-	-	(75,17,1)	-
97	-	-	(76,41,2)	(84,97,3)	-	-	(80,17,2)	(80,97,6)
98	-	-	-	-	-	-	(87,7,1)	-
99	-	-	(86,100,2)	(94,99,3)	-	-	(92,7,2)	(92,99,6)
100	(76,55,13)	(76,100,6)	-	-	(90,20,13)	(94,100,4)	(86,7,3)	-
101	-	-	-	-	-	(100,100,3)	(92,20,3)	-

102	-	-	-	-	-	(104,100,2)	(96,9,3)	-
103	-	-	-	-	-	-	(80,11,1)	-
104	-	-	(59,105,2)	(67,104,3)	-	-	(85,11,2)	(85,104,6)
105	(49,23,8)	(49,105,6)	-	-	(73,23,8)	(77,105,4)	(79,11,3)	-
106	-	-	-	-	-	(83,105,3)	(83,105,4)	-
107	-	-	-	-	-	(97,100,1)	(89,13,3)	-
108	-	-	-	-	-	(87,105,2)	(89,14,3)	-
109	-	-	-	-	-	(80,105,1)	(82,15,3)	-
110	-	-	-	(71,52,1)	-	-	-	-
111	-	-	-	(80,52,2)	-	-	-	-

Tablo 8. Şekil 10'daki örnek problemin 5. ve 6. koridorunda oluşan parçalı tur alt grafları
(The constructed partial tour subgraphs in the 5th and 6th aisles of the example problem depicted in Figure 10.)

Denklik Sınıfları	5. Koridor				6. Koridor		
	L_5^-	L_5^{+z}	L_5^{+y}	L_5^{+x}	L_6^-	L_6^{+z}	L_6^{+x}
2	(80,51,14)	(80,2,6)	(80,2,6)	-	(100,85,14)	-	-
3	(92,54,4)	(92,3,6)	(92,3,6)	(102,3,3)	(106,85,4)	-	-
5	(86,51,6)	(86,5,6)	(86,5,6)	-	(110,54,6)	(128,5,4)	-
6	-	-	-	(110,3,2)	-	-	-
7	(98,54,11)	(98,7,6)	(98,7,6)	(108,7,3)	(116,54,11)	(134,7,4)	(144,7,3)
9	-	-	-	(116,7,2)	-	-	-
10	-	-	-	(101,3,1)	-	-	-
11	(83,67,2)	(83,11,6)	(83,11,6)	(93,11,3)	(99,11,2)	(117,11,4)	(127,11,3)
13	-	-	-	(92,11,1)	-	-	-
14	-	-	-	(101,11,2)	-	-	-
15	-	-	-	(107,7,1)	-	-	-
16	-	-	-	(104,3,5)	-	-	-
17	(92,38,11)	(92,17,6)	(92,17,6)	(96,5,3)	(108,17,11)	(124,3,4)	(134,17,3)
18	-	-	-	(100,5,4)	-	-	-
20	-	-	-	(110,7,5)	-	-	-
21	-	-	-	(104,5,2)	-	-	-
23	-	-	-	(95,11,5)	-	-	-
24	-	-	-	(95,5,1)	-	-	-
25	-	-	-	(98,5,5)	-	-	-
26	(86,51,5)	(86,26,6)	(86,26,6)	-	(106,85,5)	(124,26,3)	(132,26,4)
27	(98,54,10)	(98,27,6)	(98,27,6)	(108,27,3)	(112,85,10)	(130,27,3)	(134,30,1)
28	(92,51,12)	(90,31,1)	(90,28,6)	-	(116,54,12)	(110,31,1)	(118,28,4)
29	(104,54,13)	(102,32,1)	(102,29,6)	(112,29,3)	(122,54,13)	(116,32,1)	(120,34,1)
30	(86,86,1)	(86,30,6)	-	-	(107,86,1)	(125,30,3)	-
31	(83,50,3)	(83,31,6)	-	-	(98,13,3)	(110,31,5)	-
32	(95,53,7)	(95,32,6)	-	-	(104,13,7)	(116,32,5)	-
33	(89,67,8)	(89,33,6)	(89,33,6)	(99,33,3)	(109,67,8)	(119,30,1)	(119,31,1)
34	(96,66,9)	(90,11,1)	-	-	(117,66,9)	(111,11,1)	-
35	(94,16,10)	(94,35,6)	-	-	(116,16,10)	(124,3,3)	-
36	(92,91,12)	(92,36,6)	-	-	(112,93,12)	(118,26,5)	-
37	(104,19,13)	(98,39,1)	(98,37,6)	(100,28,3)	(128,77,13)	(122,39,1)	(120,28,3)
38	(104,93,13)	(104,38,6)	(104,38,6)	(114,38,3)	(118,93,13)	(124,27,5)	(128,40,1)
39	(91,22,7)	(91,39,6)	-	-	(110,76,7)	(118,3,1)	-
40	(86,94,9)	(86,40,6)	-	-	(107,24,9)	(119,30,5)	-
41	(94,25,13)	(94,41,6)	-	-	(116,25,13)	(118,3,5)	-
48	-	-	-	(110,27,5)	-	-	-
49	-	-	-	(116,38,5)	-	-	-
50	-	-	(88,31,1)	(102,50,4)	-	-	-
51	-	-	(100,28,2)	(114,51,4)	-	-	-
52	-	-	-	(104,28,4)	-	-	-
53	-	-	(100,32,1)	(98,33,1)	-	-	-
54	-	-	(112,29,2)	(104,66,1)	-	-	-

55	-	-	-	(114,29,5)	-	-	-
66	-	-	(95,34,1)	(105,66,3)	-	-	-
67	-	-	(99,33,2)	(97,50,1)	-	-	-
68	-	-	-	(101,33,5)	-	-	-
76	-	-	(96,39,1)	(98,50,3)	-	-	-
77	-	-	(108,37,2)	(110,51,3)	-	-	-
78	-	-	-	(102,28,5)	-	-	-
83	-	-	(96,26,2)	(110,83,4)	-	-	-
85	-	-	(108,27,2)	(100,86,1)	-	-	-
86	-	-	(91,30,1)	(101,86,3)	-	-	-
89	-	-	(104,35,2)	(106,83,3)	-	-	-
91	-	-	(102,36,2)	(116,91,4)	-	-	-
93	-	-	(114,38,2)	(100,94,1)	-	-	-
94	-	-	(91,40,1)	(101,94,3)	-	-	-
97	-	-	(104,41,2)	(112,91,3)	-	-	-
99	-	-	(116,100,2)	(126,99,3)	-	-	-
100	(106,20,13)	(106,100,6)	-	-	(128,20,13)	(128,7,5)	-
104	-	-	(103,105,2)	(113,104,3)	-	-	-
105	(93,23,8)	(93,105,6)	-	-	(107,23,8)	(111,11,5)	-
110	-	-	-	(99,28,1)	-	-	-
111	-	-	-	(108,28,2)	-	-	-

4.2. Algoritmanın Performansı (Performance of the Algorithm)

Geliştirilen polinomsal zamanlı optimal sipariş toplama algoritmasının performansını karşılaştırmak amacıyla Held ve Karp [36]'ın simetrik GSP için geliştirdikleri Lagrangian gevşetmesini esas alan sezgisel yaklaşımına dayanan ve Volgenant ve Jonker [37] tarafından 1-alt çizgede derinlik-öncelikli (depth-first) ve genişlik-öncelikli (breadth-first) arama algoritmaları ile zenginleştirilmiş dal-sınır algoritması kullanılmıştır. Hem Held-Karp hem de bu çalışmada geliştirilen algoritma Java dilinde kodlanmış ve Intel Core i7-3.6GHz işlemcili 16 GB Ram'e sahip Windows 10 işletim sisteminde çalıştırılmıştır.

11-koridorlu, deponun genişliğinin derinliğine oranı iki olan bir depoda farklı sipariş büyüklüklerine göre 1000 adet bir birden farklı rassal sipariş üretilmiştir. Rassal sipariş üretim işleminde depoda bulunan her bir lokasyonun ziyaret edilme olasılığının eşit olduğu kabul edilmiştir. Böylece, örneğin sipariş büyüklüğü 3 olan herhangi bir siparişte K&T noktasına ilaveten üç depo lokasyonunun da ziyaret edilmesi gereklidir. Bu çalışmada geliştirilen algoritma kullanılarak bu dört düğüm arasındaki en iyi tur uzunluğu hesaplanmaktadır. Bunun gibi toplam 1000 adet üretilmiş siparişin her birinin rota uzunluklarının ayrı ayrı hesaplanması ile bu 1000 siparişin tur uzunluklarının ortalaması hesaplanmıştır. Bu ortalama tur uzunlukları ve bunların hesaplanması için geçen toplam hesaplama süreleri Tablo 9'da gösterilmektedir.

Görüldüğü üzere geliştirilen yeni algoritma optimum sonucu büyük sipariş listelerinde bile çok kısa sürelerde vermektedir. Held-Karp küçük sipariş listeleri için kabul edilebilir zaman içerisinde sonuç verse bile büyük sipariş listelerinde sonuca ulaşmak çok uzun zaman almaktadır.

Öyle ki, 40 ve 50'lik siparişlerde uzun bir çalışma süresi sonrasında gelen "bellek hatasından" dolayı optimum sonuca ulaşamamıştır. Böylece, yeni geliştirilen algoritmanın çok etkin bir algoritma olduğu ortaya konulmuştur.

Tablo 9. Held-Karp ve geliştirilen yeni algoritmanın karşılaştırılması
(Comparison of Held-Karp and proposed algorithms)

Sipariş Listesi Büyüklüğü	Held-Karp		Geliştirilen Yeni Algoritma	
	Ort. Tur Uzunluğu	Süre (sec)	Ort. Tur Uzunluğu	Süre (sec)
3	1089,86	1,16	1089,86	0,63
5	1372,72	2,05	1372,72	0,81
10	1865,30	6,64	1865,30	0,97
15	2245,86	29,12	2245,86	1,19
20	2549,66	13783,16	2549,66	1,28
30	2998,60	154285,70	2998,60	1,67
40	-	-	3325,16	2,03
50	-	-	3561,66	2,17

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

Bu çalışmada öncelikli olarak geleneksel depo yerleşim düzenlerinde yer alan önemli bir tasarım varsayımı esnetilmiş ve yeni bir tasarım problemi önerilmiştir. Bu tasarım probleminde, geleneksel depolarda yer alan doğrusal orta koridor, kesikli koridor parçaları veya tünel olarak ifade edilmektedir. Böylece, her bir mal toplama koridoru üzerinde bulunan bu tüneller vasıtasıyla koridorlar arası geçişler mümkün kılınmaktadır. Bu önerilen yeni tasarım probleminde, sıralı sipariş toplama rota uzunluğunun optimal olarak polinomsal zamanda hesaplanabilmesi için yeni bir

algoritma geliştirilmiştir. Bu algoritma sayesinde temsil vektörü kullanılarak ifade edilen bir depoda büyük siparişler için bile kolayca rota uzunluğu hesaplanabilmektedir. Rotanın ve rota uzunluğunun dinamik programlama yaklaşımı ile nasıl hesaplandığı örnek üzerinde gösterilmiştir. Böylece, gelecek çalışmalarda tanımlanan ürün yerleştirme politikaları altında, belirlenen depo büyüklüğünde ve ele alınacak sipariş büyüklüklerinde en iyi tasarım araştırması yapılabilecektir. Yani, ortalama sıralı sipariş toplama rota uzunluğunu belirlenen tasarım ve operasyonel varsayımları altında en küçükleyecek tünel konumları belirlenerek yeni tasarımlar önerilebilecektir.

TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGMENT)

Bu makalede sunulan çalışmalar TÜBİTAK (Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu) 214M220 numaralı proje kapsamında yer almaktadır. Sağlanan destekten dolayı TÜBİTAK'a teşekkür ederiz.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Hsu C.M., Chen K.Y., Chen M.C., Batching orders in warehouses by minimizing travel distance with genetic algorithms, *Computers in Industry*, 56 (2), 169-178, 2005.
- Drury J., Towards More Efficient Order Picking, IMM Monograph No. 1, Report, The Institute of Materials Management, Cranfield, U.K., 1988.
- Bartholdi J.J., Hackman S.T., Warehouse and Distribution Science, Release: 0.95, Supply Chain and Logistics Institute, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA, 25, 2011.
- Tompkins J.A., White J.A., Bozer Y.A., Tanchoco J.M.A., Facilities Planning, John Wiley and Sons, 2010.
- Hall R.W., Distance approximations for routing manual pickers in a warehouse, *IIE transactions*, 25 (4), 76-87, 1993.
- Petersen C.G., An evaluation of order picking routing policies, *International Journal of Operations & Production Management*, 17 (11), 1098-1111, 1997.
- Roodbergen K.J., Koster R., Routing methods for warehouses with multiple cross aisles, *International Journal of Production Research*, 39 (9), 1865-1883, 2001.
- Petersen C.G., The impact of routing and storage policies on warehouse efficiency, *International Journal of Operations & Production Management*, 19 (10), 1053-1064, 1999.
- Petersen C.G., Schmenner R.W., An Evaluation of Routing and Volume-based Storage Policies in an Order Picking Operation, *Decision Sciences*, 30 (2), 481-501, 1999.
- Petersen C.G., Aase G., A comparison of picking, storage, and routing policies in manual order picking, *International Journal of Production Economics*, 92 (1), 11-19, 2004.
- Petersen C.G., Considerations in order picking zone configuration, *International Journal of Operations & Production Management*, 22 (7), 793-805, 2002.
- Kunder R., Gudehus T., Mittlere Wegzeiten beim eindimensionalen Kommissionieren, *Zeitschrift für Operations Research*, 19:B3-B72, 1975.
- Roodbergen K.J., Vis I.F., A model for warehouse layout, *IIE Transactions*, 38(10), 799-811, 2006.
- Le-Duc T., De Koster R., Travel Distance Estimation in Single-Block ABC-Storage Strategy Warehouses, *Distribution Logistics*, 185-200, 2005.
- Caron F., Marchet G., Perego A., Routing policies and COI-based storage policies in picker-to-part systems, *International Journal of Production Research*, 36 (3), 713-732, 1998.
- Hwang H., Oh Y.H., Lee Y.K., An evaluation of routing policies for order-picking operations in low-level picker-to-part system, *International Journal of Production Research*, 42 (18), 3873-3889, 2004.
- Le-Duc T., De Koster R.M.B., Travel distance estimation and storage zone optimization in a 2-block class-based storage strategy warehouse, *International Journal of Production Research*, 43 (17), 3561-3581, 2005.
- Roodbergen K.J., Sharp G.P., Vis I.F., Designing the layout structure of manual order picking areas in warehouses, *IIE Transactions*, 40 (11), 1032-1045, 2008.
- Ratliff H.D., Rosenthal A.S., Order-picking in a rectangular warehouse: a solvable case of the traveling salesman problem, *Operations Research*, 31 (3), 507-521, 1983.
- De Koster R., Le-Duc T., Roodbergen, K.J., Design and control of warehouse order picking: A literature review, *European Journal of Operational Research*, 182 (2), 481-501, 2007.
- Theys C., Bräysy O., Dullaert W., Raa B., Using a TSP heuristic for routing order pickers in warehouses, *European Journal of Operational Research*, 200 (3), 755-763, 2010.
- De Koster R., Van Der Poort E., Routing orderpickers in a warehouse: a comparison between optimal and heuristic solutions, *IIE transactions*, 30 (5), 469-480, 1998.
- Roodbergen K.J., De Koster R., Routing order pickers in a warehouse with a middle aisle, *European Journal of Operational Research*, 133 (1), 32-43, 2001.
- Gelders L., Heeremans D., Het traveling salesman probleem toegepast op order picking, *Tijdschrift voor economie en management*, 39 (4), 1994.
- Little J.D.C., Murty K.G., Sweeney D.W., Karel C., An algorithm for the traveling salesman problem, *Operations Research*, 11 (6), 972-989, 1963.
- Vaughan T.S., The effect of warehouse cross aisles on order picking efficiency, *International Journal of Production Research*, 37 (4), 881-897, 1999.

27. Daniels R.L., Rummel J.L., Schantz R., A model for warehouse order picking, *European Journal of Operational Research*, 105 (1), 1-17, 1998.
28. Makris P.A., Giakoumakis I.G., k-Interchange heuristic as an optimization procedure for material handling applications, *Applied Mathematical Modelling*, 27 (5), 345-358, 2003.
29. Scholz A., An Exact Solution Approach to the Single-Picker Routing Problem in Warehouses with an Arbitrary Block Layout, (No. 160006), Otto-von-Guericke University Magdeburg, Faculty of Economics and Management, 2016.
30. Gue K.R., Meller R.D., Aisle configurations for unit-load warehouses, *IIE Transactions*, 41 (3), 171-182, 2009.
31. Öztürkoğlu Ö., Gue K.R., Meller R.D., Optimal unit-load warehouse designs for single-command operations, *IIE Transactions*, 44 (6), 459-475, 2012.
32. Öztürkoğlu Ö., Gue K.R., Meller R.D., A constructive aisle design model for unit-load warehouses with multiple pickup and deposit points, *European Journal of Operational Research*, 236 (1), 382-394, 2014.
33. Öztürkoğlu Ö., Kocaman Y., Gümüšoğlu Ş., Evaluating Chevron aisle design in unit load warehouses with multiple pickup and deposit points, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 33 (3), 793-808, 2018.
34. Çelik M., Süral H., Order picking under random and turnover-based storage policies in fishbone aisle warehouses, *IIE Transactions*, 2013, DOI:10.1080/0740817X.2013.768871.
35. Berglund P., Batta R., Optimal placement of warehouse cross-aisles in a picker-to-part warehouse with class-based storage, *IIE Transactions*, 44 (2), 107-120, 2012.
36. Henn S., Koch S., Gerking H., Wäscher G., A U-shaped layout for manual order-picking systems, *Logistics Research*, 1-17, 2013, DOI:10.1007/s12159-013-0104-6.
37. Held M., Karp R.M, The traveling salesman problem and minimum spanning trees, *Operations Research* 18, 1138-1162, 1970.
38. Volgenant T., Jonker R., A branch and bound algorithm for the symmetric traveling salesman problem based on the 1-tree relaxation, *European Journal of Operational Research*, 9 (1), 83-89, 1982.